

الأكاديمية العربية الدولية

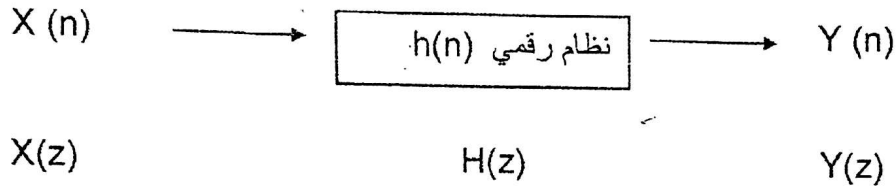


الأكاديمية العربية الدولية
Arab International Academy

الأكاديمية العربية الدولية المقررات الجامعية

تحويل z

- يستخدم تحويل z للانتقال من المجال الزمني إلى المجال الترددي للإشارة الرقمية، أي يستخدم لتوصيف الأنظمة الرقمية.



- يساعد تحويل z على دراسة تابع الانتقال من خلال حل معادلة الفروق.

- تابع الانتقال يحدد علاقة الخرج بالدخل:

$$H(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)}$$

- تحويل z ثنائي الجانب:

$$X(Z) = Z\{X(n)\} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X(n) Z^{-n}$$

$$Z = e^{j\omega T}$$

- أما في معالجة الإشارة فإننا نتعامل مع إشارات سلبية أي موجودة فقط عندما $n \geq 0$

أي $X(n): n \geq 0$

تحويل z أحادي الجانب:

$$X(Z) = Z\{X(n)\} = \sum_{n=0}^{\infty} X(n) Z^{-n}$$

n: رقم العينة.

T: دور التقطيع (دور أخذ العينات).

مثال:

$$X(n) = \begin{matrix} & x_0 & x_1 & x_2 & x_3 \\ \{ & 1 & 1 & 0 & 0 \end{matrix}$$

$$Y(n) = \begin{matrix} & y_0 & y_1 & y_2 & y_3 \\ \{ & 1 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

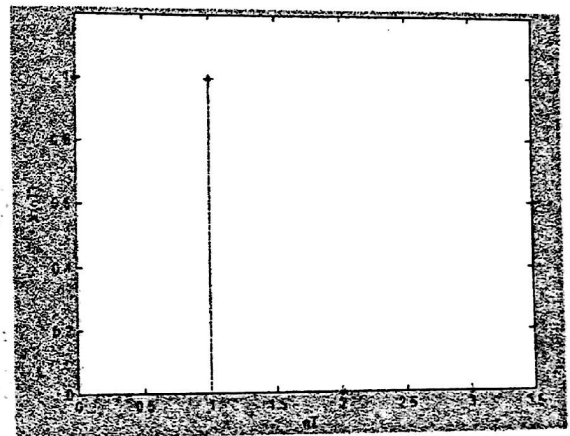
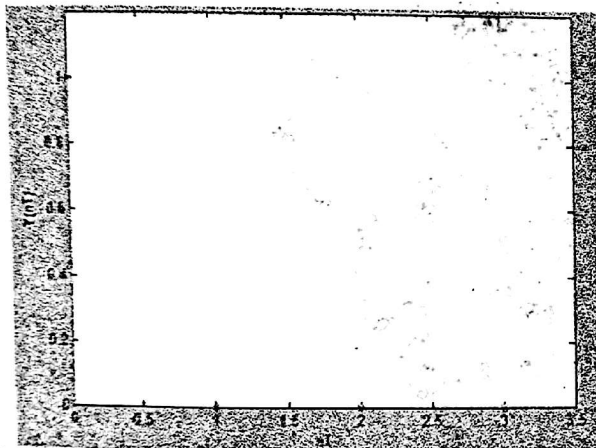
المطلوب:

1- رسم العينات للدخل والخرج.

2- تحويل z للدخل والخرج.

الحل:

-1



-2

$$X(Z) = \sum_{n=0}^{\infty} X(n) Z^{-n}$$

$$X(Z) = 1 \cdot Z^{-0} + 1 \cdot Z^{-1} + 0 \cdot Z^{-2} + 0 \cdot Z^{-3}$$

$$X(Z) = 1 + Z^{-1}$$

$$Y(Z) = 1 \cdot Z^{-0} + 0 + 0 + 0 = 1$$

$$H(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{1}{1 + Z^{-1}}$$

ويمكن الحصول على المطالية والطورية من خلال تعويض $Z = e^{j\omega t}$.

*-القوانين الأساسية لتحويل Z:

	$X(n)$	$X(z)$
1	$\delta(n)$	1
2	$a.u(n)$	$\frac{a.z}{(z-1)}$
3	$n.u(n)$	$\frac{z}{(z-1)^2}$
4	$n^2.u(n)$	$\frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$
5	$a^n.u(n)$	$\frac{z}{(z-a)}$
6	$e^{-na}.u(n)$	$\frac{z}{(z-e^{-a})}$
7	$n.a^n.u(n)$	$\frac{a.z}{(z-a)^2}$
8	$X(n-M)$	$z^{-M}X(z)$

*-تحويل Z العكسي:

لانتقال من المجال الترددي إلى المجال الزمني.

$$X(n) = Z^{-1}\{X(Z)\}$$

أمثلة:

1-

$$X(z) = 2 + \frac{4z}{z-1} + \frac{z}{z-0.5}$$

$$X(n) = 2\delta(n) + 4.u(n) + (0.5)^n.u(n)$$

3-

ملاحظة:

أي تابع نقل (كسر) يمكن أن يعبر عنه بالشكل:

$$H(Z) = \frac{k(Z - Z_1)(Z - Z_2)}{(Z - p_1)(Z - p_2)}$$

أصفار

Zeros

أقطاب

Poles

الربح

Gain

Z_1

Z_2

P_1

P_2

k

مثال:

$$H = \frac{7.5(Z - 1)(Z + 2)}{(Z + 3)(Z + 4)(Z + 5)}$$

$Z = \{ 1 \quad -2 \quad \}$

$P = \{ -3 \quad -4 \quad -5 \}$

$K = 7.5$

2-

$$X(Z) = \frac{1}{1 - 0.5Z^{-1}} = \frac{Z}{Z - 0.5}$$

$$X(n) = (0.5)^n \rightarrow n \geq 0$$

$$0 \rightarrow n < 0$$

الماتلاب

مطابقة تحويل Z هي: (اسم التابع) z trans

مطابقة تحويل Z العكسي هي: (اسم التابع) iz trans

z trans

iz trans

الماتلاب

الماتلاب Ztrans :

مثال 1 :

أوجد تحويل (Z) للتتابع التالية:

$$f = a^n$$

الحل:

Syms a n

$$f = a^n;$$

$$f = \text{Ztrans}(f)$$

أمثلة أخرى:

$$f = \sin(an) , f = n^4 , f = (1)^n$$

مثال 2 :

أوجد تحويل Z العكسي:

$$f(Z) = \frac{2}{Z-1}$$

Syms Z

$$f = Z / (Z - 1);$$

$$f = \text{iZtrans}(f);$$

أمثلة:

$$f = 1^z , f = \frac{z+3}{(z-1)(z-2)}$$

قاعدة أولى:

طريقة إدخال تابع النقل:

$$H(Z) = \frac{bz^2 + 5z + b}{5z^4 + 6z^3 + 7z^2 + 8z + 100}$$

$$\text{Num} = \{10 \quad 5 \quad 6\};$$

$$\text{Den} = \{5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 100\};$$

$$H = +F(\text{Num}, \text{Den}, 0.001)$$

تطبيق (2):

حساب الأقطاب والجذور والربح في تابع النقل.

$$[Z \ P \ K] = +f \ 2 \ z \ p \ k(\text{num}, \text{Den})$$

فنحصل على: $P = \dots$ $K = \dots$ $Z = \dots$

ثم نطبق التعليمة $Z\text{plane}(z, p)$ لرسم الأقطاب والأصفار بالنسبة للدائرة الواحدة وذلك لمعرفة استقرار النظام.

مثال:

$$H(Z) = \frac{10Z^2 + 5Z + b}{5Z^4 + 6Z^3 + 7Z^2 + 8Z + 100}$$

$$\text{Num} = [10 \quad 5 \quad 6];$$

$$\text{Den} = [5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 100];$$

$$H = +f \ 2 \ Z \ P \ K(\text{num}, \text{Den});$$

التطبيق (3):

إدخال تابع النقل من خلال إدخال الأقطاب والاصفار والربح:

مثال:

$$D = \frac{7.5(Z - 1)(Z + 2)}{(Z + 3)(Z + 4)(Z + 5)}$$

$$Z = [1 \quad -2]$$

$$P = [-3 \quad -4 \quad -5]$$

$$K = 7.5;$$

$$D = ZPK(Z, P, K, 0.001)$$

التطبيق (4):

إيجاد معاملات البسط والمقام لتابع النقل من خلال إدخال الاصفار و الأقطاب والربح.

مثال:

$$H = \frac{7.5(Z - 1)(Z + 2)}{(Z + 3)(Z + 4)(Z + 5)}$$

$$Z = [1 \quad -2]$$

$$P = [-3 \quad -4 \quad -5]$$

$$K = 7.5;$$

$$[a \quad b] = Zb2 + f(Z, P, K)$$

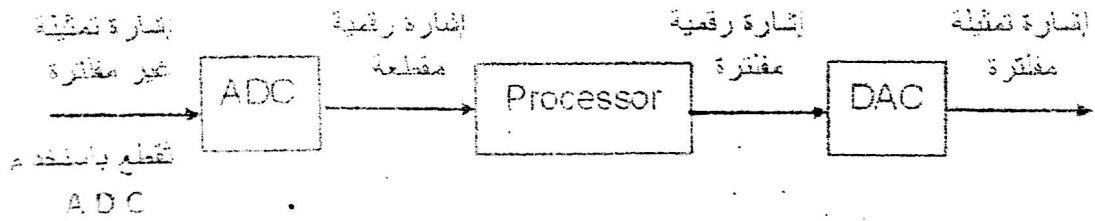
رابعة علي

المرشحات الرقمية

- في معالجة الإشارة، وظيفة المرشح هي استخراج الأجزاء غير المرغوبة من الإشارة مثل: الضجيج، أو استخراج أجزاء مفيدة في الإشارة مثل المكونات الموجودة في مجال ترددي محدد.
- يوجد نوعين أساسيين للمرشحات: 1- تماثلية 2- رقمية
- يختلفان بتركيبيهما الفيزيائي وبكيفية عملهما.

تستخدم المرشحات التماثلية دارات الكترونية تمثلية مكونة من عناصر فعالة وغير فعالة مثل المقاومات، المكثفات، الملفات، والمضخات.

تستخدم المرشحات الرقمية معالج رقمي ليقوم بحسابات عديدة على قيم العينات.



مميزات المرشحات الرقمية

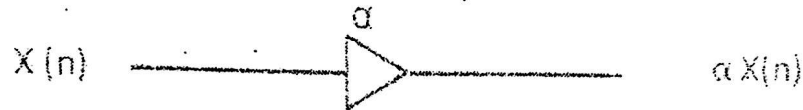
- 1- قابلية للبرمجة.
- 2- سهولة التصميم والاختبار.
- 3- مستقرة بالنسبة للزمن ودرجة الحرارة.
- 4- يمكن أن تتعامل مع الإشارات ذات الترددات المنخفضة بدقة.
- 5- المرشحات الرقمية لها القدرة على التكيف مع التغيرات في خصائص الإشارة.
- 6- يمكن دمج هذه المرشحات على الترانزستور مما يجعل متطلبات ال Hardware بسيطة نسبياً.

*-المرشحات الرقمية:
تتعامل هذه المرشحات مع إشارات رقمية وبالتالي عناصر المرشحات الرقمية هي دارات منطقية وهي:

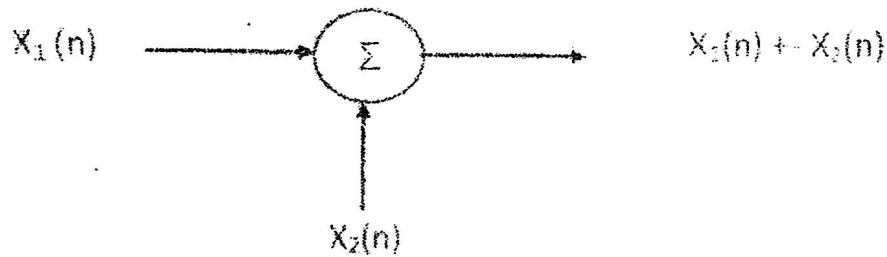
1-عنصر التأخير الزمني (سجل إزاحة).



2-الضارب.



3-الجامع أو الطرح.

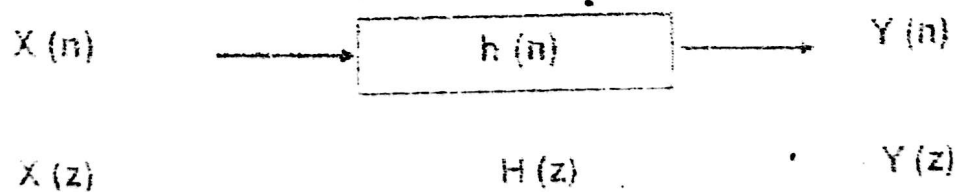


تقسم المرشحات الرقمية إلى نوعين:

1-المرشح المباشر FIR.

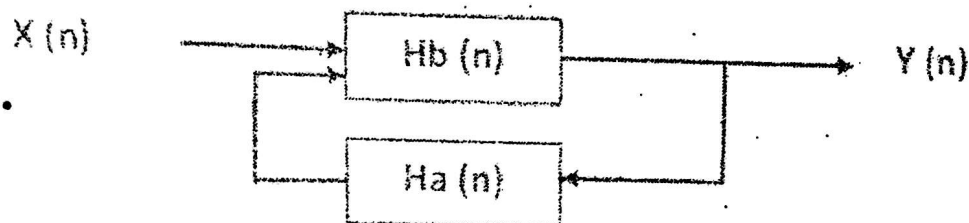
2-المرشح غير المباشر IIR.

*-المرشح المباشر (المرشح ذو الاستجابة النبضية المحددة) FIR:
له استجابة نبضية محددة أي عدد محدد من المعاملات ولا يحتوي على تغذية عكسية، وبالتالي الخرج يتعلق بالدخل فقط.



FIR. Filter

* المرشح غير المباشر (المرشح ذو الاستجابة النبضية غير المحددة) IIR: استجابته النبضية مكونة من عدد غير محدد من المعاملات وله تغذية عكسية، وبالتالي الخرج يتعلق بالمدخل والخرج السابق.



IIR. Filter

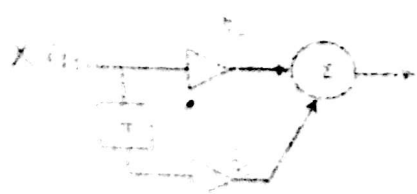
- بالمقارنة بين المرشحين FIR و IIR نجد أن:

- 1- IIR له استجابة ترددية أفضل بكثير من الاستجابة الترددية للمرشح FIR الذي له نفس المرتبة.
- 2- IIR له مميزة طور غير خطية على عكس FIR الذي يمتلك مميزة طورية خطية.

لذلك نستخدم FIR عندما يكون من الضروري الحصول على إزاحة خطية.

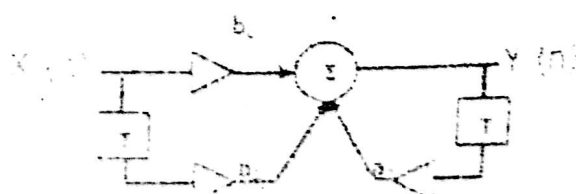
يبين الشكل التالي المرشح الرقمي FIR والمرشح IIR مع معادلات الفرق الخاصة بكل منهما:

FIR Filter



$$Y(n) = b_0 X(n) + b_1 X(n-1)$$

IIR Filter



$$Y(n) = b_0 X(n) + b_1 X(n-1) + a_1 Y(n-1)$$

- لكل مرشح الاستجابات التالية:

* استجابة نبضية Impulus response

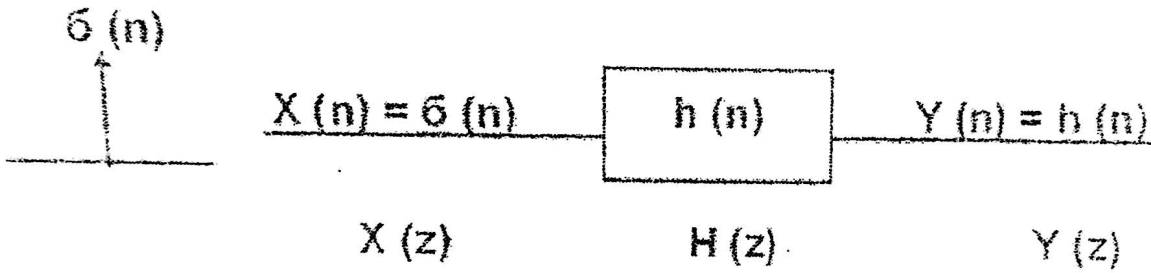
* استجابة الخطوة Step response

* استجابة ترددية Frequency response

وكل هذه الاستجابات تحوي معلومات كاملة عن المرشح كن بشكل مختلف، وإذا حددت إحداها يمكن حساب الاستجابتين الباقيتين مباشرة.

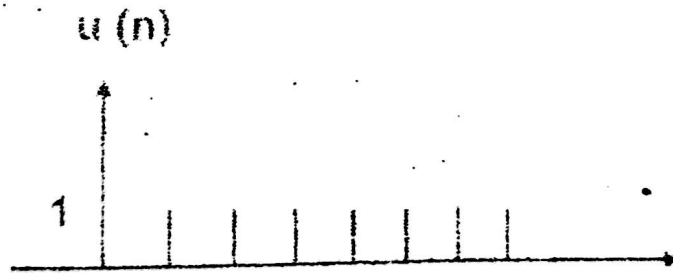
* الاستجابة النبضية:

هي خرج النظام عندما يكون الدخل النبضة الواحدية (نبضة ديراك).



* استجابة الخطوة:

هي خرج النظام عندما يكون الدخل تابع الخطوة الواحدية.



* الاستجابة الترددية:

وهي الاستجابة في المجال الترددي.

ملاحظة: استجابة الخطوة هي تكامل استجابة النبضية.

* مخرج المرشح بالمجال الزماني:
هو طي إشارة الدخل مع الاستجابة النبضية للمرشح.

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} X(M).h(n-M)$$

* مخرج النظام بالمجال الترددي:
هو جداء إشارة الدخل بالمجال الترددي $X(z)$ بالاستجابة الترددية.

$$Y(z) = X(z).H(z)$$

$$Y(n) = X(n).h(n) \xrightarrow{\text{تحويل Z}} Y(z) = X(z) * H(z)$$

$$H(Z) = \frac{y(z)}{X(Z)} \quad \text{وهو تابع النقل للمرشح}$$

ملاحظة: عملية الطي في المقلاب هي conv.

مثال:

1) $x = [1 \ 2 \ 1];$

دخل المرشح

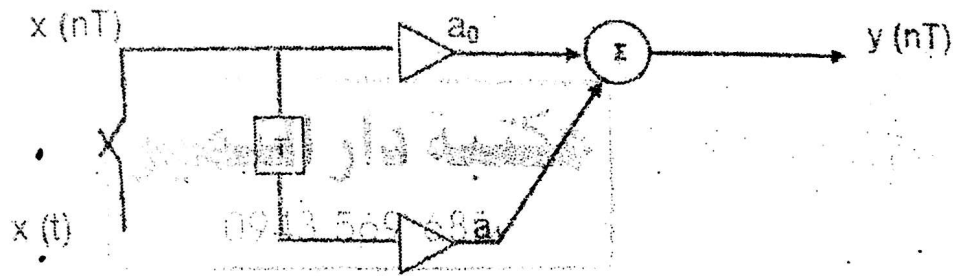
2) $h = [1 \ 1 \ 1];$

الاستجابة النبضية للمرشح

3) $y = \text{conv}(h, x);$

خرج المرشح

مثال: أوجد تابع النقل للمرشح المباشر المبين بالشكل:



من الشكل السابق نجد أن معادلة الفروق من الشكل:

$$y(n) = a_0 X(n) + a_1 X(n-1)$$

$$\Rightarrow y(z) = a_0 X(z) + a_1 X(z) \cdot Z^{-1}$$

$$\Rightarrow H(Z) = \frac{y(z)}{X(z)} = a_0 + a_1 Z^{-1}$$

- لإيجاد المميزات المطالية والمميزة والطورية نضع $Z = e^{j\omega T}$

$$\Rightarrow H(\omega) = H(e^{j\omega T}) = a_0 + a_1 e^{-j\omega T} = a_0 + a_1 \cos \omega T - a_1 j \sin \omega T$$

- المميزات المطالية:

$$|H(\omega)| = \sqrt{(a_0 + a_1 \cos \omega T)^2 + (a_1 \sin \omega T)^2}$$

- المميزات الطورية:

$$= \arctg \frac{-a_1 \sin \omega T}{a_0 + a_1 \cos \omega T}$$

ملاحظة:

إذا كان لدينا تابع نقل من الشكل:

(جذور البسط) أصفار

$$H(Z) = \frac{a_0 Z + a_1}{Z}$$

(جذور المقام) أقطاب

- الأصفار هي القيم التي تعدم البسط.

- الأقطاب هي القيم التي تعدم المقام.

مثال:

إذا كان لدينا مرشح ذو تابع النقل التالي:

$$H(Z) = \frac{2.2 Z^2 + 2.4 Z + 2.2}{Z^2 - 0.4 Z + 0.75}$$

أوجد الخرج للاستجابة النبضية و ارسمها باستخدام الماتلاب

الحل :

```
N=40;  
num=[2.2 2.4 2.2];  
den=[1 -0.4 0.75];  
y=impz(num,den,N);  
stem(y);  
xlabel('time index n');  
ylabel('amplitude');  
title('impulse response');  
grid;
```

*تعليمة Filter:

تقوم بترشيح البيانات في الشعاع x (إشارة الدخل) بواسطة مرشح مورسوف بالأنسجة A, B لتوليد بيانات مرشحة y (خرج المرشح).

0943 500 7001

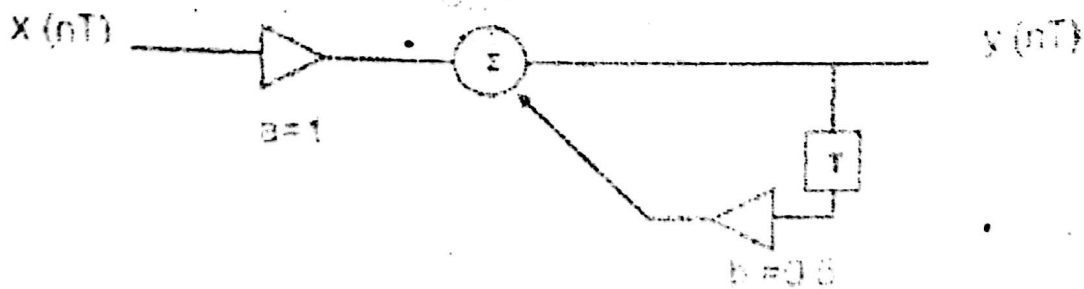
حيث:

A: شعاع ثوابت الدخل.

B: شعاع ثوابت الخرج.

مثال (1):

ليكن لدينا المرشح الرقمي:



أوجد خرج هذا المرشح لإشارة الخطوة الواحدة $u(n)$.

الحل:

معادلة الفروق الخطية للمرشح:

$$y(n) = a X(n) + b y(n-1)$$

$$y(n) = X(n) + 0.5 y(n-1)$$

$$y(n) - 0.5 y(n-1) = X(n)$$

برمجة الماتلاب

```
a=[1];  
b=[1 -0.5];  
N=10;  
n=0:N-1;  
x=ones(1,N);  
y=filter(a,b,x);  
stem(n,x);  
hold on;  
stem(n,y,'r');  
axis([0 N 0 2.5]);
```

مثال (2):

$$X(n) = \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)$$

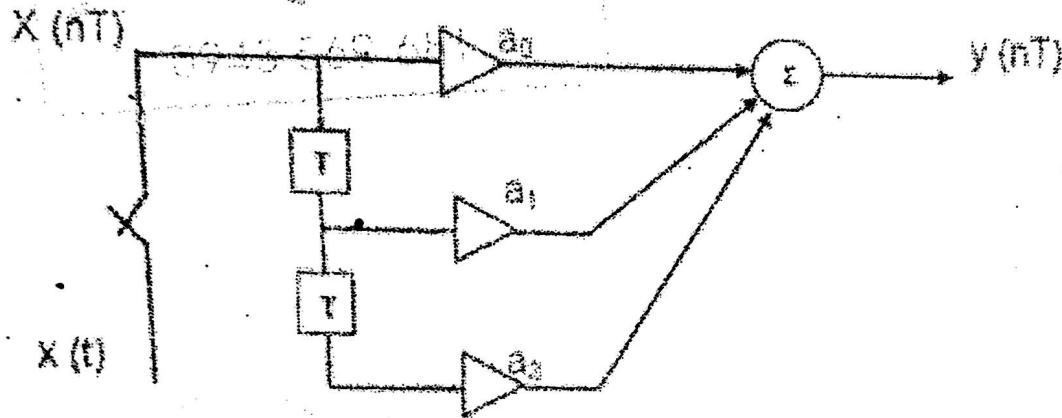
أوجد خرج المرشح للإشارة

الحل:

```
a=[1];  
b=[1 -0.5];  
N=10;  
n=0:0.1:N;  
x=cos((pi/4)*n);  
y=filter(a,b,x);  
plot(n,x);  
hold on;  
plot(n,y,'r');
```

$$X(n) = \cos(0.08\pi n)$$

مثال (3):
اكتب برنامج يعطي خرج المرشح التالي للإشارة



حيث أن:

$$y(nT) = a_0 X(nT) + a_1 X(nT - T) + a_2 X(nT - 2T)$$

$$a_0 = a_1 = a_2 = \frac{1}{3}$$

الحل:

بما أن المرشح مباشر FIR فإننا نستطيع استخدام التعليمة Filter (a, 1, x) أو نستخدم Filter (a, b, x) ونضع $b = [1]$.

البرنامج:

```
a=[1/3 1/3 1/3];
N=100;
n=0:N-1;
x=cos(0.08*pi*n);
y=filter(a,1,x);
stem(n,y)
```

سادسة عشر

0943 569 681

تطبيق

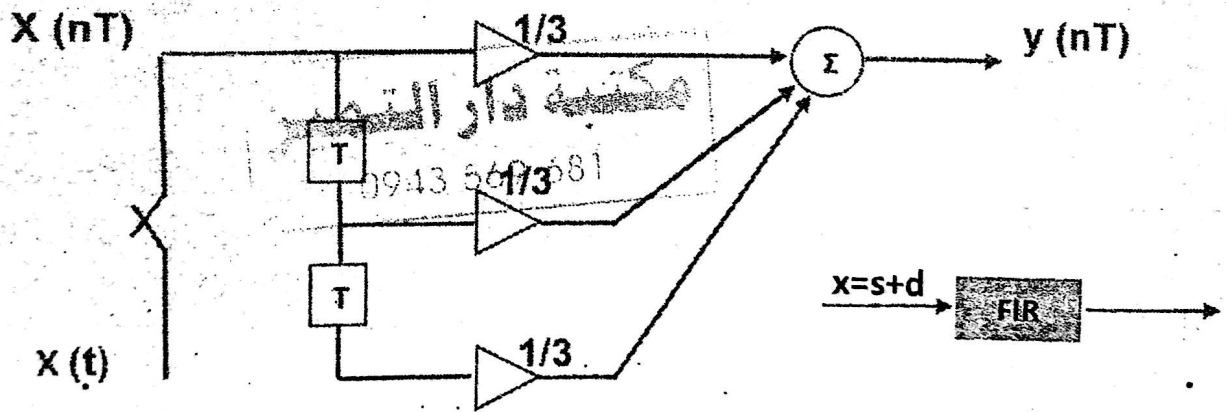
- استخدام المرشح الرقمي في تنقية الإشارة من الضجيج.
- لتكن $\delta[n]$ إشارة نقية أصيف لها إشارة ضجيج عشوائي $d[n]$ ، نتج إشارة مشوهة $X(n) = \delta[n] + d[n]$

- يقوم البرنامج التالي بتوليد الإشارات الثلاث السابقة ثم يقوم بترشيح الإشارة $X(n)$ للتخلص إلى حد ما من الضجيج وذلك باستخدام ما يسمى بالمرشح ذو المتوسط المتحرك المعروف بمعادلة الفروق التالية:

0943 569 681

$$y(n) = \frac{1}{3} [x(n) + x(n-1) + x(n-2)]$$

أي أن عينة الخرج الحالية هي المتوسط الحسابي لعينات الدخل الحالية والسابقة وما قبل السابقة. ولتكن الإشارة النقية مثلاً $\delta[n] = 2n \times 0.9^n$



وهذا مرشح FIR من المرتبة الثانية.

مكتبة دار التميز

البرنامج المطلوب :

0943 569 681

```
R=51;
d=rand(1,R);
n=0:R-1;
s=2*n.*(0.9.^n);
x=s+d;
subplot(2,1,1);
```

0943 569 681

مكتبة دار التميز

```

plot(n,d,'r',n,s,'g--',n,x,'b-');
ylabel('amplitude');
legend('d[n]','s[n]','x[n]');
subplot(2,1,2);
y=filter(a,1,x);
subplot(2,1,2);
plot(n,y,'r--',n,s,'g-');
legend('y[n]','s[n]');

```

*حساب الاستجابة الترددية في الماتلاب:

نستخدم التعليمة Freq Z.

-البرنامج التالي يبين كيفية استخدام Freq Z لحساب ورسم مطال الاستجابة الترددية كتابع لـ $-\pi \leq W \leq \pi$ للمرشح المعرف بمعادلة الفروق.

$$y(n) = x(n) - x(n-1)$$

الحل:

```

w=-pi:pi/100:pi;
a=[1 -1];
H=freqz(a,1,w);
plot(w,abs(H));
figure;
plot(w,angle(H));

```

مثال:

أوجد الاستجابة الترددية للمرشح المعرف بمعادلة الفروق التالية وأوجد الأصفار والأقطاب.

$$y(n) = 0.08 X(n) + 0.34 X(n-1) + 0.34 X(n-2) + 0.34 X(n-3) + 0.08 X(n-4)$$

الحل:

```
a=[0.08 0.34 0.34 0.34 0.08];  
figure(1);  
freqz(a,1);  
figure(2);  
zplane(a,1);  
legend('zeros','poles');
```

مثال:

لتكن معادلة الفروق التالية لمرشح غير مباشر:

$$y(n) - 1.11y(n-1) + 0.5y(n-2) = X(n) + 2X(n-1) + X(n-2)$$

أوجد الاستجابة الترددية.

الحل:

```
a=[1 2 1];  
b=[1 -1.11 0.57 1];  
figure(1);  
freqz(a,b);  
figure(2);  
zplane(a,b);  
legend('zeros','poles')
```

ملاحظة:

يمكن إيجاد الاستجابة الترددية بدلالة الاستجابة النبضية من خلال التعليمة:

$$H = \text{freqz}(h, 1, w)$$

الاستجابة النبضية

التردد

وهذه التعليمة تعطي قيم الاستجابة الترددية بدلالة التردد

plot(w, abs, (H))

لرسم المطال

plot(w, angle, (H))

لرسم الطور