الأكاديمية العربية الدولية

الأكاديمية العربية الدولية

المقررات الجامعية

www.aiacademy.info | care@aiacademy.info

وزارة التعليم العالي
الكليات التكنولوجية المصرية

تحليـــل الإنشـــاءات

الصف الأول
قســـم مدنـــي
الفصل الدراسي الثاني

د./ أحمـــد السيـد السكـــري

٢٠١١

www.prof-eng.net

www.prof-eng.net

بسم الله الرحمن الرحيم

(الحمد الله الذي هدانا لهذا وما كنا لنهتدي لولا أن هدانا الله)

وبعد فلقد وفقني الله في إعداد هذا الكتاب الذي أتمنى أن يكون سهلا يسيرا ومحببا إلى نفس الطالب لكي يغريه بالاستزادة والمعرفة بهذه المادة الهامة لكل المشتغلين بالأعمال المدنية والمعمارية فتحليل الإنشاءات هو العلم القائم على دراسة السلوك الإنشائي لأي منشأ من حيث تأثير القوى الخارجية عليه مهما كان شكلها وطريقة تحميلها على المنشأ وذلك لإيجاد مؤثرات الجهود الداخلية ومنها يمكن حساب وتصميم قطاعات المنشأ المختلفة لتحمل القوى المؤثرة عليه وبالتالي إعطاء منشأ متزن تماما من الجهة الاستاتيكية. وقد زود هذا الكتاب بعدد وفير من الأمثلة المحلولة مع الإفاضة في شرحها بحيث يسهل على الطالب تتبعها في يسر والاستفادة بها إلى ابعد حد وأخيرا أقدم وافر الشكر والعرفان لجميع أساتذتي الذين علموني في جميع المراحل ووهبوا أنفسهم للعلم والبحث العلمي جزاهم الله كل خير وأمدهم بالصحة والعافية .

(ربنا لا تؤاخذنا إن نسينا أو أخطأنا)

د.م / أحمد السيد السكري

ديسمبر ٢٠١٠

www.prof-eng.net

المحتويات (Contents)

صفحة

الباب الأول :- القوى المستوية

١-١- تعريف القوى ٦

١-٢- أنواع مجموعات القوى ٦

١-٣- تحليل القوى ٨

١-٤- إيجاد محصلة مجموعة من القوى بالطريقة التحليلية ٩

١-٥- إيجاد محصلة مجموعة من القوى بالطريقة البيانية ١١

١-٦- إيجاد محصلة قوى مستوية غير متلاقية في نقطة محددة ١٣

١-٧- عزوم القوى وعزوم الازدواج ١٥

١-٨- اتزان القوى ١٦

١-٩- • تمارين (١) ٢١

الباب الثاني :- الأحمال وردود الأفعال

٢-١- الأحمال وأنواعها ٢٥

٢-٢-الركائز ٢٧

٢-٣-أنواع الإنشاءات ٢٩

٢-٤-مركبات ردود الأفعال ٣٣

٢-٥-أمثلة محلولة لإيجاد ردود الأفعال ٣٤

• تمارين (٢) ٤٨

الباب الثالث :- القوى الداخلية في المنشآت

٣-١- القوى الداخلية في المنشآت ٥٢

www.prof-eng.net

٣-٢-رسم أشكال القوى الداخلية (البيانيات الثلاثة)(N.F.D , S.F.D. &B.M.D) ٥٤
٣-٣-أمثلة محولة على رسم البيانيات الثلاثة للكوابيل ٥٥
• تمارين (٣) ٦٥
٣-٤-أمثلة محولة على رسم البيانيات الثلاثة للكمرات البسيطة ٦٧
٣-٥- أمثلة محولة على رسم البيانيات الثلاثة للكمرات الممتدة الأطراف ٧٩
• تمارين (٤) ٨٥
الباب الرابع :- الكمرات المفصلية المركبة
٤-١- مقدمة ٩١
٤-٢- حل الكمرات المفصلية المركبة حسابيا (طريقة معادلات الاتزان) ٩٣
٤-٣- حل الكمرات المفصلية المركبة حسابيا (طريقة الأجزاء الإنشائية) ٩٤
٤-٤-أمثلة محولة على إيجاد ردود الأفعال للكمرات المفصلية..... ٩٤
٤-٥- أمثلة محولة على رسم البيانيات الثلاثة للكمرات المفصلية..... ١٠٠
• تمارين (٥) ١٠٤
الباب الخامس:- الإطارات
٥-١- مقدمة ١٠٦
٥-٢- الإطارات البسيطة..... ١٠٩
٥-٣- أمثلة محولة على رسم البيانيات الثلاثة للإطارات البسيطة ... ١١٠

www.prof-eng.net

- تمارين(٦) ١٣٢

٥-٤- الإطارات المفصلية ١٣٧

٥-٥- أمثلة محلولة على رسم البيانيات الثلاثة للإطارات المفصلية.. ١٣٨

- تمارين(٧) ١٥٢

الباب السادس :- الجمالونات (الشبكيات)

٦-١-مقدمة ١٥٧

٦-٢- بعض أشكال الجمالونات ١٥٧

٦-٣- الأحمال المؤثرة علي الجمالونات ١٦٠

٦-٤- طرق حل الجمالونات ١٦١

٦-٤-١-الطرق التحليلية لحل الجمالونات ١٦١

٦-٤-٢- الطريقة البيانية لحل الجمالونات ١٦٣

٦-٥- أمثلة محلولة على إيجاد القوى الداخلية في الأعضاء ١٦٤

- تمارين(٨) ١٧٦

الباب السابع:- الخواص الهندسية للقطاع (خواص المساحات المستوية)

٧-١-مقدمة ١٨٣

٧-٢- إيجاد مركز ثقل الشكل ١٨٣

٧-٣- عزم القصور الذاتي ١٨٦

٧-٤- عزم القصور الذاتي لبعض القطاعات الهندسية..... ١٨٧

٧-٥-نصف قطر القصور الذاتي ١٩٣

- تمارين (٩) ١٩٥
- المراجع..... ١٩٨

www.prof-eng.net

الباب الأول

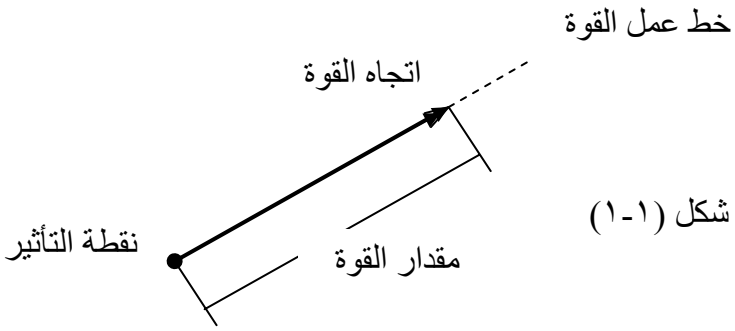
القوى المستوية

www.prof-eng.net

القوى المستوية

١-١- تعريف القوة :- (The Force)

تعرف القوة بأنها أي فعل يغير أو يحاول أن يغير حالة جسم ما من السكون إلى الحركة أو العكس وتعرف القوة بواسطة أربع معاملات وهي :-(خط العمل – الاتجاه –المقدار –نقطة التأثير) كما هو موضح بالشكل (١-١) ولتحديد القوة بالكامل فلابد من تحديد مقدارها واتجاهها وخط عملها



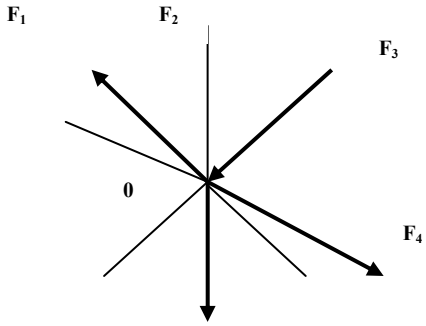
شكل (١-١)

١-٢- أنواع مجموعات القوى (Types Of Forces Groups)

إن دراسة سلوك المنشآت والتصميم الإنشائي يعتمد على دراسة وتحليل القوى المؤثرة على المنشآت بحيث تسمى القوى التي تؤثر على المنشآت أحمال (Loads) وتنقسم أنواع القوى إلى نوعين :- قوى استاتيكية (ساكنة) وقوى ديناميكية (متغيرة مع الزمن) ويمكن تصنيف مجموعات القوى إلى قوى مستوية (Planar Forces) أي واقعة في نفس المستوى ،وقوى غير مستوية (Non Planar Forces) أي لا تقع في نفس المستوى ثم يمكن تصنيفها بعد ذلك حسب أوضاع خطوط عمل قوى المجموعة إلى :-

www.prof-eng.net

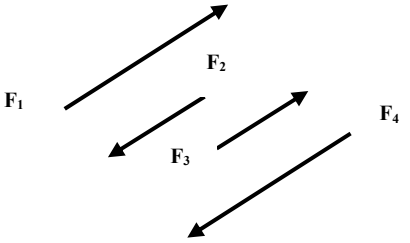
١-٢-١- قوى متلاقية (Concurrent Forces):-وهي التي تكون فيها خطوط عمل جميع قوى المجموعة متلاقية في نقطة مشتركة كما في الشكل (١-٢)



شكل (١-٢)

١-٢-٢- قوى متوازية (Parallel Forces):-

وهي التي تكون فيها خطوط عمل جميع قوى المجموعة متوازية كما في الشكل (١-٣)٠

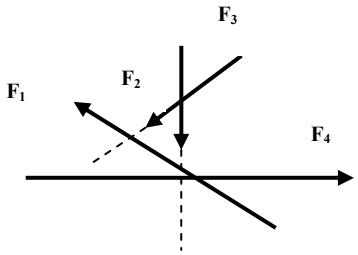


شكل (١-٣)

١-٢-٣- قوى غير متلاقية (Non Concurrent Forces):-

وهي التي تكون فيها خطوط عمل جميع قوى المجموعة لا تتلاقى في نقطة واحدة مشتركة كما في الشكل (١-٤)

www.prof-eng.net



شكل (١-٤)

وكذلك يمكننا أيضا تقسيم القوى المؤثرة على المنشآت إلى نوعين من القوى :-

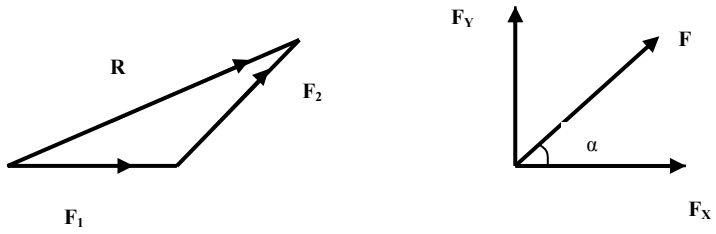
١- قوى خارجية (External Forces):- وهي الأحمال الخارجية المؤثرة على المنشآت

٢- قوى داخلية (Internal Forces):-وهي القوى الداخلية بين جزيئات المنشأ والتي تنشأ نتيجة وجود الأحمال الخارجية المؤثرة على المنشأ.

١-٣- تحليل القوة (Resolution Of Forces)

يمكن تحليل أي قوة مائلة (F) إلى مركبتين في أي اتجاهين محددين بواسطة مثلث القوى كما هو موضح بالشكل(١-٥) ويلاحظ انه عند تحليل القوة المائلة على الأفقي بزاوية (α) إلى مركبتين فان :-

المركبة الأفقية $F_X = F\cos\alpha$ & المركبة الراسية $F_Y = F\sin\alpha$



شكل (١- ٥)

www.prof-eng.net

١-٤- إيجاد محصلة مجموعة من القوى بالطريقة التحليلية

(Analytical Method)

لإيجاد (R) كمحصلة مجموعة قوى متلاقية (F_1 , F_2 , F_3 ٠٠٠٠٠٠) بالطريقة التحليلية يلزم إتباع الخطوات التالية :-

١- تحليل كل قوة على حده إلى مركبتين في الاتجاه الأفقي F Cosα وفي الاتجاه الراسي F Sinα

٢- جمع مركبات القوى في كل اتجاه على حده لإيجاد مقدار مركبتي المحصلة.

$R_X=F_{1X}+F_{2X}+F_{3X}+\ldots\ldots\ldots$

$R_Y=F_{1Y}+F_{2Y}+F_{3Y}+\ldots\ldots\ldots$

٣- لإيجاد مقدار المحصلة

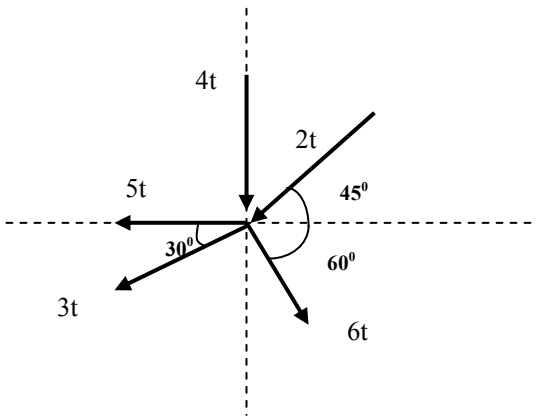
$$R=\sqrt{R_X^2+R_Y^2}$$

٤- لحساب الزاوية المحصورة بين خط عمل المحصلة والمحور الأفقي

$$\text{Tan}\,\alpha=\left(\frac{R_Y}{R_X}\right)\Rightarrow\quad\therefore\ \alpha=\text{Tan}^{-1}\left(\frac{R_Y}{R_X}\right)$$

Example (1):-

أوجد مقدار واتجاه محصلة القوى الموضحة في شكل (١-٦)



شكل (١-٦)

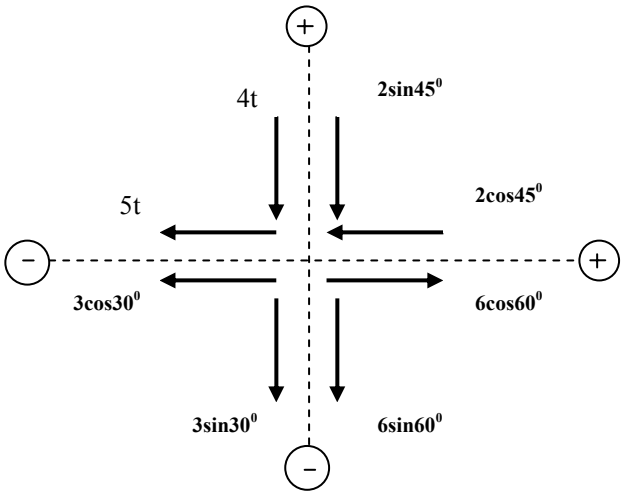
www.prof-eng.net

الحل:

١- يتم تحليل القوى المائلة إلى مركبتين أحدهما في الاتجاه الأفقي (F Cox α) والأخرى في الاتجاه الرأسي (F sinα).(شكل ١-٧)

٢- يتم حساب مجموع المركبات الأفقية ولتكن R_x والرأسية و لتكن R_Y لجميع القوى التي تم تحليلها بالإضافة إلى القوى الأفقية والرأسية الموجودة أصلا مع مراعاة الإشارات الموجبة والسالبة

٣- يتم حساب مقدار محصلة جميع القوى وكذلك اتجاهها كما هو موضح. (شكل ١-٨)



شكل (١-٧)

$R_x=\sum F_x \quad \Rightarrow \quad \therefore R_x=6\cos60^0 - 2\cos45^0 - 3\cos30^0-5$

$\therefore \quad R_x=-6.0123 \ t.$

$R_y=\sum F_y \quad \Rightarrow \quad \therefore R_y=-4-2\sin45-3\sin30-6\sin60$

$\therefore \quad R_y= -12.11 \ t$

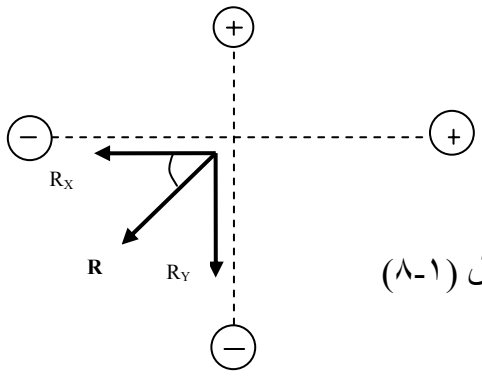
www.prof-eng.net

$$R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2} \quad \Rightarrow$$

$$\therefore\ R = \sqrt{(-6.012)^2 + (-12.11)^2}$$

$$\therefore\ R = 13.52\ t$$

$$\tan\alpha\ \frac{R_Y}{R_X} = \quad \Rightarrow \quad \therefore\ \tan\alpha = \frac{-12.11}{-6.012} \quad \Rightarrow \therefore\ \alpha = 63.6^0$$



شكل (١-٨)

١-٥- إيجاد محصلة مجموعة من القوى بالطريقة البيانية

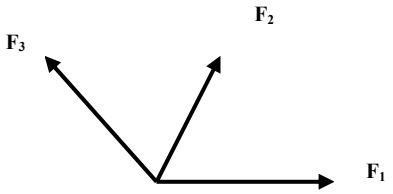
(Graphical Method)

لإيجاد محصلة مجموعة من القوى المتلاقية (F_1, F_2, F_3, F_4.....) يتم رسم مضلع القوى بمقياس رسم مناسب ونصل نقطة البداية بنقطة النهاية للحصول على المحصلة (R)مقدارا واتجاها أما خط عمل المحصلة فانه يمر بنقطة تلاقي القوى .

www.prof-eng.net

Example (2):-

أوجد محصلة القوى F_3,F_2,F_1 الموضحة بالشكل (١-٩) باستخدام الطريقة البيانية



شكل (١-٩)

الحل:

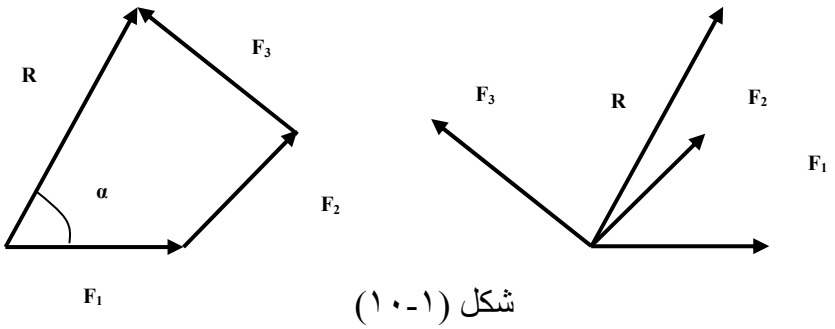
باستخدام طريقة مضلع القوى نتبع الآتي :-

١- يتم تحديد مقياس رسم مناسب لرسم جميع القوى مقدارا واتجاها ٠

٢- من نقطة البداية (0) يتم رسم خط موازي للقوة (F_1) ويؤخذ طول الخط حسب مقياس الرسم ثم من نهاية الخط يرسم خط موازي للقوة (F_2) وبنفس قيمتها ثم من نهاية الخط الذي يمثل قيمة(F_2) يتم رسم خط موازي للقوة (F_3)وبمقدارها ٠

٣- يتم رسم الخط الذي يصل بين نقطة البداية (0) وآخر نقطة والتي تمثل نهاية القوة الثالثة للحصول على محصلة القوى الثلاثة (R)٠

٤- يتم قياس طول الخط الأخير ليكون هو قيمة محصلة القوى الثلاثة كذلك يمكن قياس الزاوية المحصورة بين المحصلة والمحور الأفقي (شكل١- ١٠)



شكل (١-١٠)

www.prof-eng.net

١-٦ – إيجاد محصلة قوى مستوية غير متلاقية في نقطة محددة٠

لإيجاد محصلة القوى الغير متلاقية في نقطة نتبع خطوات إيجاد محصلة القوى المتلاقية في نقطة بالإضافة إلى خطوة أخيرة كالآتي:-

١- تحليل القوى المائلة إلى مركبتين أحدهما في الاتجاه الأفقي ($F \cos \alpha$) والأخرى في الاتجاه الرأسي ($F \sin \alpha$)٠

٢- حساب مجموع المركبات الأفقية (R_x) وكذلك مجموع المركبات الرأسية (R_Y)

$$R_X = \sum F_x \quad \& \quad R_Y = \sum F_Y$$

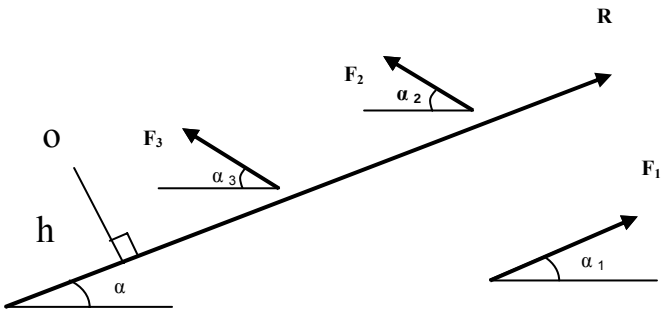
٣- حساب محصلة جميع القوى (R) = $R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2}$

وكذلك اتجاهها $\tan \alpha = \frac{Ry}{Rx}$

٤- حساب البعد العمودي بين المحصلة والنقطة (0) كالآتي:-

$$R \times h = \sum F \times d \quad \therefore \quad h = \frac{\sum F \times d}{R}$$

حيث (h) هي المسافة العمودية بين محصلة جميع القوى والنقطة (0) كما هو موضح بالشكل (١-١١)

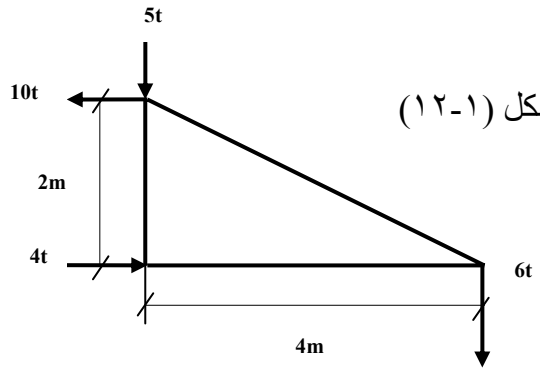


شكل (١-١١)

www.prof-eng.net

Example (3):-

أوجد مقدار واتجاه محصلة القوى الموضحة بالشكل (١-١٢)



شكل (١-١٢)

الحل : شكل (١-١٣)

لا يوجد أي قوة مائلة لتحليلها

∴ يمكننا إيجاد (R_Y, R_x) مباشرة كالآتي:-

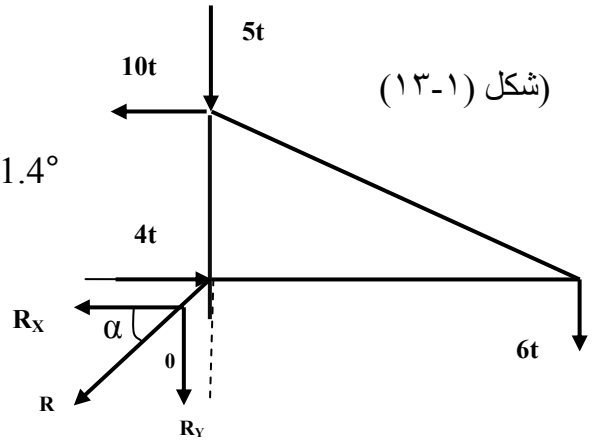
$R_X = 4-10 = -6$ t & $R_Y = -6-5 = -11$ t

$R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2} = \sqrt{(-6)^2 + (11)^2} = 12.53$ t

$\tan \alpha = \frac{Ry}{Rx} = \frac{-11}{-6}$

$\therefore \quad \alpha = \tan^{-1}(\frac{-11}{-6}) = 61.4°$

$\sum M_O = R \times h$



(شكل (١-١٣)

$(5\times0)+(4\times0)-(10\times2)+(6\times4) = 12.53\ h$

$\therefore \quad h = 0.32$ m

www.prof-eng.net

١-٧- عزوم القوى وعزوم الازدواج

١-٧- ١- العزم الناتج عن قوة (Moment Of Force)

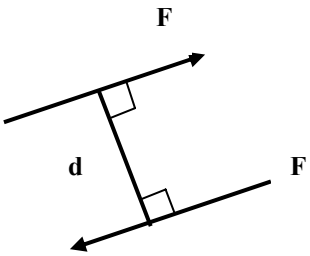
إذا أثرت قوة على جسم صلب وقامت بتدويره حول محور لا يقطع خط عملها ولا يوازيه ،يسمى هذا التأثير بعزم القوة (M=Moment of Force) حول المحور المقصود كذلك يطلق على عزم القوة بعزم الدوران Moment Of (Rotation) وتتناسب قيمة العزم مع مقدار القوة وذراع العزم (d) (Moment Arm) وهي المسافة العمودية من محور الدوران إلى خط عمل القوة وعليه فان مقدار عزم القوة (F) حول أي نقطة تقع في نفس مستوى القوة =حاصل ضرب مقدار القوة × ذراع العزم٠

Moment =Force × Perpendicular Distance

M=F×d t.m or kg.com

١-٧-٢- عزم الازدواج (Moment Of Couple)

يطلق على العزم الناتج من تأثير قوتين متساويتين في المقدار ومتضادين في الاتجاه ولا تقعان على خط واحد بعزم الازدواج كما في شكل (١-١٤)



M=F×d t.m

شكل (١-١٤)

d = هي المسافة العمودية بين القوتين

أي أن عزم الازدواج حول أي نقطة في مستوى قوتيه ثابت ويساوى حاصل ضرب إحدى القوتين والبعد العمودي بين خطي عمل القوتين ٠

www.prof-eng.net

١-٨-اتزان القوى

إذا وقعت نقطة النهاية في مضلع القوى على نقطة البداية قيل أن مضلع القوى مقفل وتتلاشى في هذه الحالة محصلة القوى (R) فالشرط البياني لتلاشي محصلة مجموعة من القوى المتلاقية هو أن يكون مضلع القوى مقفلا وهذا هو شرط اتزان هذه القوى ٠

١-٨-١ شروط اتزان مجموعة قوى مستوية متلاقية في نقطة محددة

لمعرفة أن المنشأ متزن أم غير متزن يجب دراسة جميع القوى (الأحمال) المؤثرة عليه في الاتجاهين الأفقي والراسي والتحقق من أن مجموع جميع القوى المؤثرة في الاتجاه الأفقي =صفر وكذلك في الاتجاه الراسي = صفر ،ذلك شرطان أساسيان لعملية الاتزان

ويسمى هذان الشرطان بمعادلتي الاتزان والتي يمكن التعبير عنهما كالآتي

$$\sum F_x=0 \quad \& \quad \sum F_Y=0$$

وقد تأخذ معادلتي الاتزان صورة أخرى كالآتي:-

$$\sum F_x=0 \quad \& \quad \sum M=0$$

$$\text{OR} \quad \sum F_Y=0 \quad \& \quad \sum M=0$$

$$\text{OR} \quad \sum M_A=0 \quad \& \quad \sum M_B=0$$

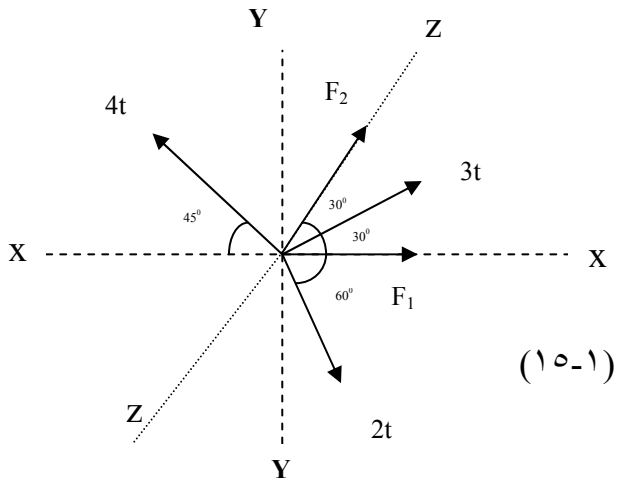
Example (4):-

الشكل رقم (١-١٥) يوضح مجموعة قوى متلاقية في نقطة والمطلوب :-

حساب قيمة القوى (F_1, F_2) المؤثرتين على المحورين (X-X) (Z-Z) بالترتيب لتكون جميع القوى في حالة اتـزان.

www.prof-eng.net

:



شكل (١-١٥)

الحل: يجب فرض اتجاهات للقوى المجهولة ثم تحليل جميع القوى المائلة إلى مركبتين أحدهما في الاتجاه الأفقي (X-X) والأخرى في الاتجاه الرأسي (Y-Y).

ثم تطبيق شرطي الاتزان لهذه القوى كالآتي:-

$\sum F_X=0 \quad \Rightarrow$

$\therefore \quad F_1+F_2 \cos 60°+ 3 \cos 30°+2 \cos 60°- 4 \cos 45°= 0$

$F_1+0.5F_2 = - 0.77 \qquad (1).$

$\sum Fy = 0 \quad \Rightarrow$

$\therefore \quad F_2 \sin 60° +3 \sin 30°+ 4 \sin 45°- 2\sin 60 °=0$

$\therefore F_2 = - 3 \text{ t} \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad F_2 = 3\text{t}$ ↙

$\therefore F_1 = \overrightarrow{0.73}\text{ t}$ بالتعويض في المعادلة رقم (١)

www.prof-eng.net

والإشارة الموجبة تعني أن فرض اتجاه القوة كان صحيحا والإشارة السالبة تعني أن فرض اتجاه القوة كان غير صحيحا ويكون تأثيرها في عكس الاتجاه المفروض مسبقا .

١ـ ٨ ـ ٢ شروط اتزان مجموعة قوى غير متلاقية

حيث أن مجموع القوى (الأحمال) المؤثرة على المنشأ غير متلاقية في نقطة فان استخدام شرطي الاتزان السابقين (في حالة القوى المتلاقية) , $\sum F_X=0$ $\sum F_Y = 0$غير كاف ويجب أن يتحقق الشروط الثلاثة للاتزان ولكي تكون هذه القوى الغير متلاقية متزنة تعتبر هذه الشروط هي المعادلات الأساسية لاتزان أي منشأ.

$$\sum F_X=0 \quad , \quad \sum F_Y =0 \quad \& \quad \sum M=0$$

وقد تأخذ معادلات الاتزان هذه صورة أخرى كالآتي

$$\sum F_X=0 \quad , \quad \sum M_A =0 \quad \& \quad \sum M_B =0$$

OR $$\sum F_Y=0 \quad , \quad \sum M_A =0 \quad \& \quad \sum M_B =0$$

OR $$\sum M_A=0 \quad , \quad \sum M_B =0 \quad \& \quad \sum M_C =0$$

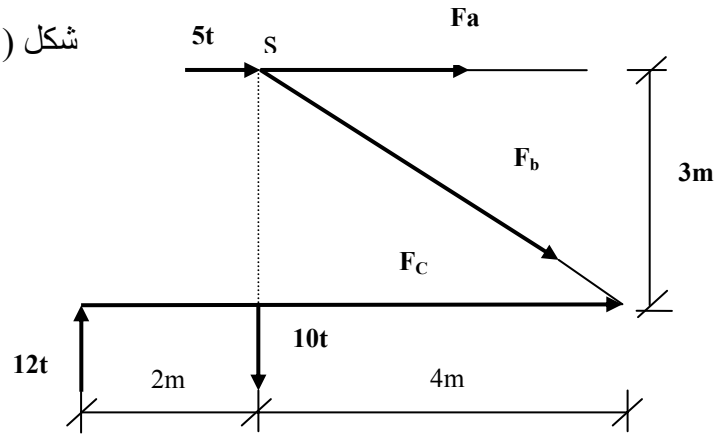
بشرط أن النقط (A, B, C) لا تقع على خط واحد

Example (5): -

للشكل الموضح رقم (١-١٦) أوجد القوى $(F_c)(F_b)(F_a)$ لكي تكون جميع هذه القوى متزنة

www.prof-eng.net

شكل (١-١٦)



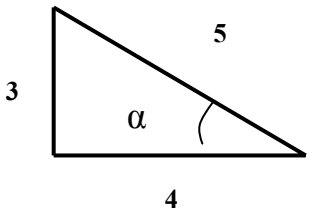
الحل :- في هذا المثال يجب أولا أن نبحث عن نقطة تلاقي أي قوتين مجهولتين من المجاهيل الثلاثة لكي يؤخذ عندها مجموع العزوم ويساوى بالصفر للحصول على المجهول الأول وذلك كالآتي:-

$\sum M_o=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad F_a(3)+5(3)+12(6)-10(4)=0$

$F_a(3)+47=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad F_a=\frac{-47}{3}=-15.67\ t$

والإشارة السالبة هنا تعني أن اتجاه (F_a) غير صحيح وعلى هذا يكون

$\therefore F_a=\overleftarrow{15.67}\ t$



$\sum F_y=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad 12-10-F_b \sin\alpha=0 \quad \Rightarrow \quad \text{Sin } \alpha=\frac{3}{5}=0.6$

$\therefore \quad F_b=\frac{2}{0.6}=3.33t$

ولإيجاد القوة (F_c) يمكنا أخذ العزوم حول النقطة (S)

$\sum M_s=0$

$12\times2-F_c(3)=0$

$\therefore \quad F_c=\frac{24}{8}=8t$

www.prof-eng.net

ويمكننا التأكد من الحل كالآتي :

Check

بحساب مجموع جميع القوى في الاتجاه الأفقي

$$\sum F_x = 5 + F_c + F_b \cos\alpha + F_a$$

$$= 5 + 8 + 3.33 \times 4/5 - 15.67 = 13 + 2.67 - 15.67 = 0$$

$$\therefore \sum F_X = 0$$

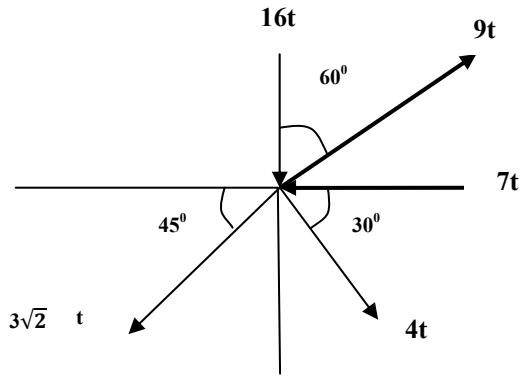
∴ القوى اللازمة لعمل الاتزان (F_c, F_b, F_a) صحيحة ٠

www.prof-eng.net

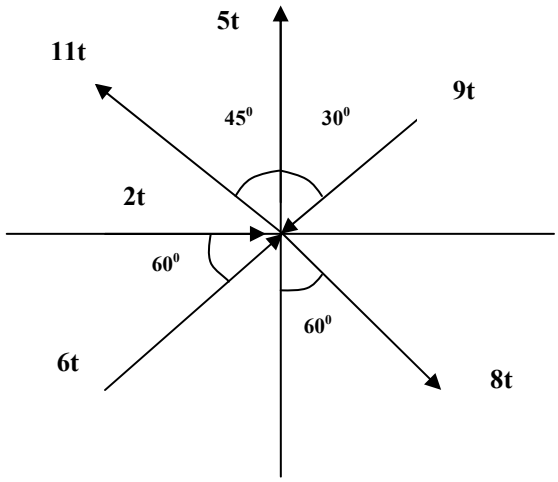
تمارين (١)

١- المطلوب إيجاد مقدار واتجاه محصلة القوى الموضحة بالأشكال الآتية:

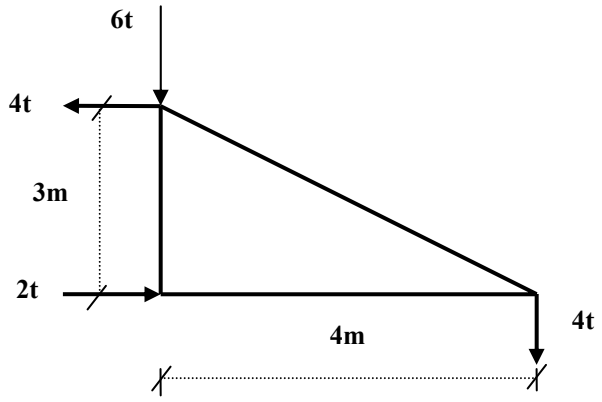
(1)



(2)

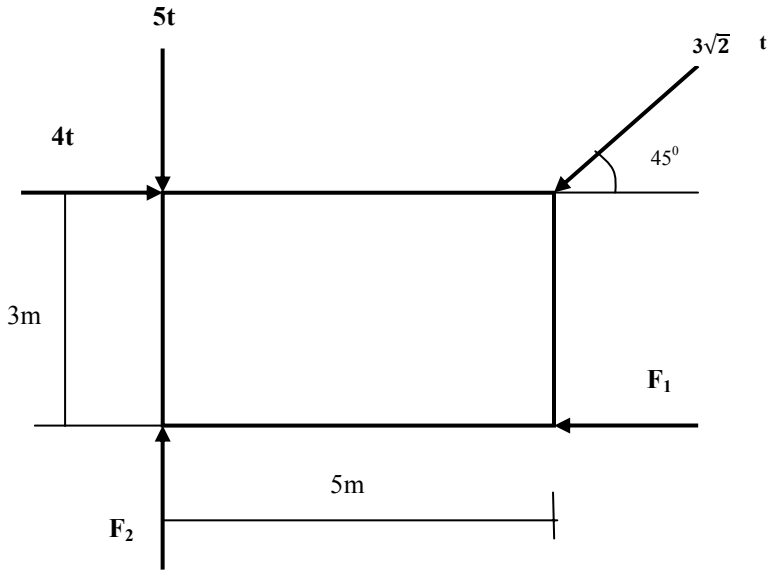


(3)

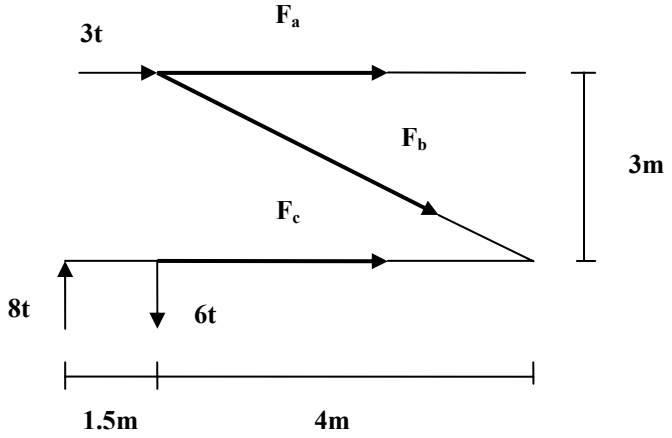


www.prof-eng.net

4- ما قيمة القوتين (F_2 ,F_1) اللازمتين لاتزان جميع القوى الموضحة بالشكل

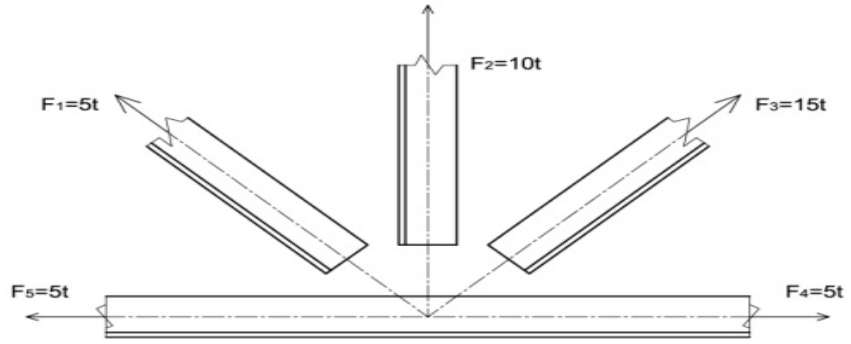


5- للشكل الموضح أوجد القوى (Fc ,Fb ,Fa) لكي تكون جميع هذه القوى متزنة

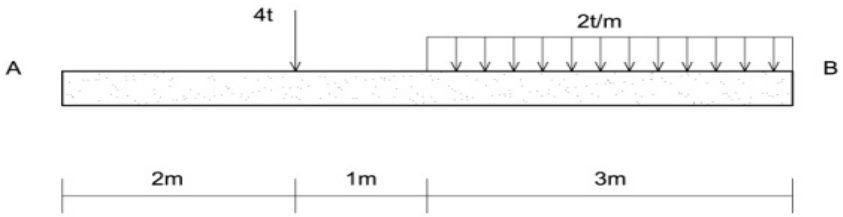


www.prof-eng.net

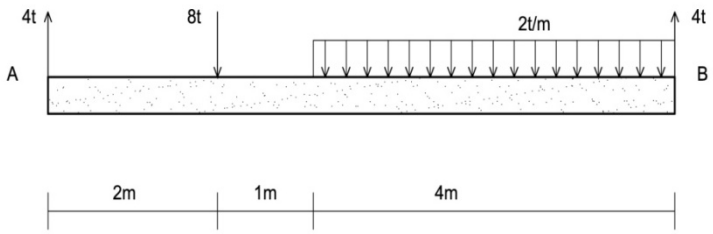
6- المطلوب إيجاد المحصلة (R) للقوى الخمسة المؤثرة على لوح التقوية المبين بالشكل وذلك باستعمال الطريقة البيانية وكذلك أوجد زاوية ميل هذه المحصلة على المحور الأفقي ثم تحقق من النتيجة باستخدام الطريقة التحليلية.



7 - أوجد محصلة القوى (R) المؤثرة على الكمرة كما هو موضح بالشكل باستعمال الطريقة البيانية مع تحديد خط عملها .



8- الكمرة المبينة بالشكل واقعة تحت تأثير مجموعة قوى أوجد قيمة محصلة مجموعة القوى مع تحديد خط عملها بالطريقة البيانية



www.prof-eng.net

الباب الثاني

الأحمال وردود الأفعال

www.prof-eng.net

٢-١- الأحمال وأنواعها:-

الأحمال هي القوى الخارجية التي تؤثر على المنشآت و تختلف من حيث طبيعة عملها ومن حيث نوعها ولذلك سيتم تقسيمها على النحو التالي:-

٢-١-١- تقسيم الأحمال من حيث طبيعة عملها:-

أ- أحمال ثابتة (ميتة) Dead Loads (D.L)

هي أحمال ثابتة لا تتحرك ولا تتغير قيمتها و مثال لذلك وزن المنشأ نفسه + وزن الأحمال الثابتة عليه مثل أحمال التغطيات (الأرضيات)٠

ب- أحمال متحركة أو (حية) Live Loads (L.L)

وهي عموما الأحمال التي تنتقل أو تغير مواضعها على المنشأ ومثال لذلك تحرك وزن الأفراد على الأسقف ووزن العربات على الكباري

٢-١-٢ - تقسيم الأحمال من حيث نوعها:-

أ- أحمال مركزة Concentrated Loads

وهي الأحمال التي يكون تأثيرها على المنشأ عند نقطة معينة تسمى نقط التحميل ونلاحظ أنها تختلف في طريقة تحميلها من حيث أن تكون إما راسية لأسفل أو راسية لأعلى ومائلة على المنشأ.وفي جميع الحالات هي تؤثر عند نقطة معلومة وجدير بالذكر هنا انه يوجد أحمال مركزة ميتة وأحمال مركزة حية.

ب- أحمال موزعة Distributed Loads

وهي الأحمال التي تؤثر على مسافة معينة من المنشأ أو على مساحة معينة وكأنها عبارة عن عدة أحمال مركزة تم تجميعها في مساحة محددة ويتم تجميعها على طول محور الكمرة كما بالأشكال التالية وتنقسم الأحمال الموزعة إلى عدة أنواع :-

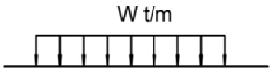
www.prof-eng.net

ب ـ ١ـ أحمال موزعة بانتظام:

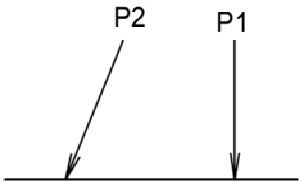
وهي الأحمال التي يكون فيها قيمة توزيع الحمل متساوي على طول الكمرة.

ب-٢ـ أحمال موزعة بغير انتظام:

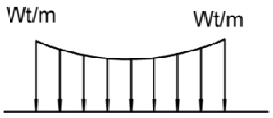
وهي تأخذ أشكال مختلفة (مثلثية- منحنية)وقيمة توزيع الحمل غير متساوي على طول الكمرة

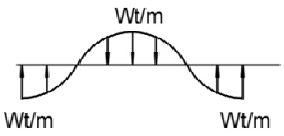


حمل موزع بانتظام

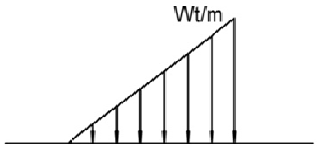


حمل مركز





حمل موزع على شكل منحنى



حمل موزع مثلثي

www.prof-eng.net

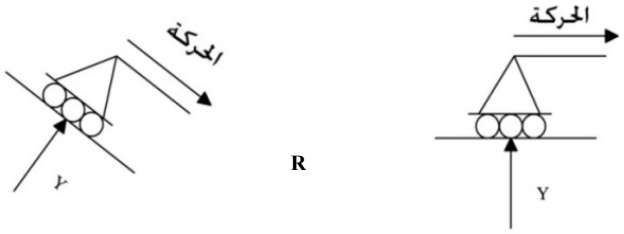
٢-٢- الركائز Supports

الركائز هي نقط ارتكاز المنشأ عند أماكن تثبيته أي هي ما يرتكز عليه الإنشاء وهي تمنع المنشأ من الحركة وينتج لذلك قوى عند تلك الركائز لمقاومة أي حركة محتملة نتيجة للأحمال الخارجية والقوى عند الركائز تسمى ردود أفعال (Reactions) وتتنوع الركائز حسب المقاومات والقيود التي تفرضها على الحركة طبقا لما يلي :-

٢-٢-١- ركيزة مفصلية متحركة :-

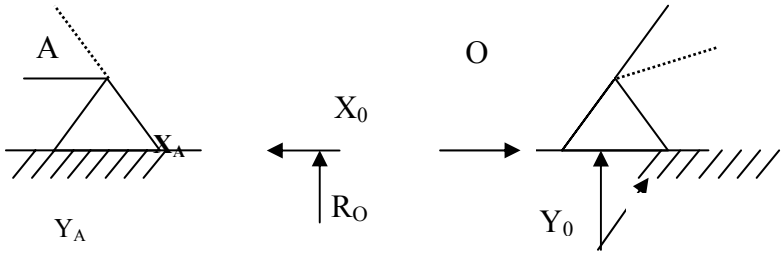
Roller Support Or Movable Support

وهي ركيزة تسمح بالدوران وتسمح أيضا بالحركة الانتقالية في اتجاه ما ويكون رد الفعل لها واحد فقط وهو عمودي على الحركة المسموح بها كما بالشكل

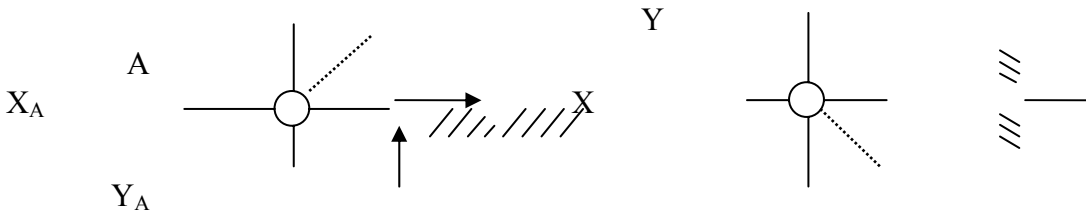


٢-٢-٢ -ركيزة مفصلية ثابتة : - Hinged Supports

وهي ركيزة تسمح بالدوران فقط ولا تسمح لها بالحركة الانتقالية في أي اتجاه وتكون مركبات القوى لرد الفعل عندها هي المركبة الرأسية (Y) والمركبة الأفقية (X)



www.prof-eng.net



٢-٢-٣- ركيزة مثبتة تثبيتا تاما :- Fixed Support

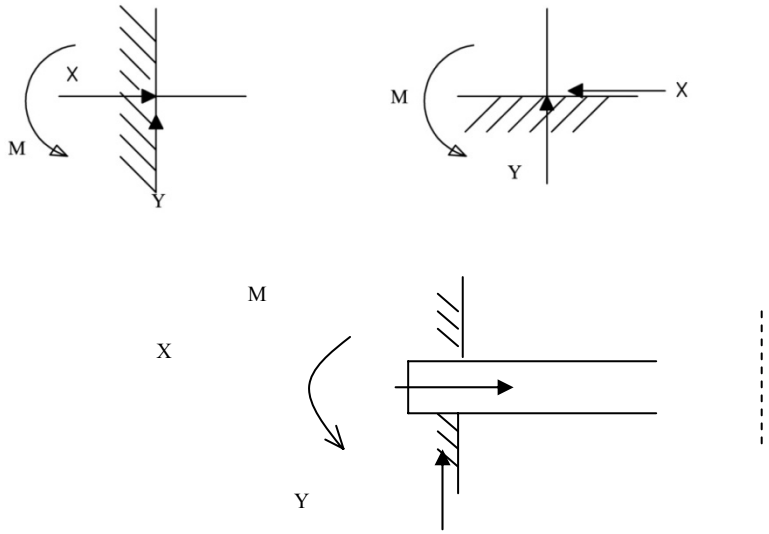
وهي ركيزة غير قابلة للحركة ولا الدوران وهي التي لا يسمح عندها بالحركة من أي نوع وتكون عندها ثلاث ردود أفعال M, Y, X

حيث

X = رد الفعل في الاتجاه الأفقي

Y = رد الفعل في الاتجاه الراسي

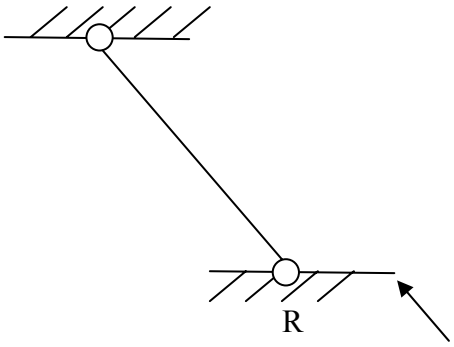
M = مجموع العزوم الناتجة عن القوى المسببة للدوران



www.prof-eng.net

٢-٢-٤- ركيزة بندولية :- Pendulum Support

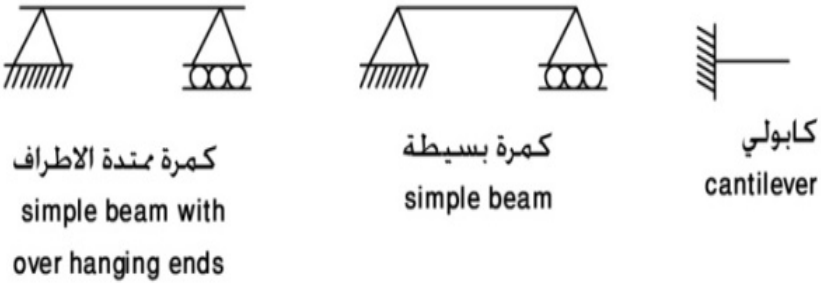
وهي تستند مفصليا عند نقطة ثابتة وهذه الركيزة تسمح بالدوران عند اتصالها بالمنشأ وهنا يكون رد الفعل هو القوة الداخلية في العضو فقط كما هو موضح بالشكل



٢-٣- أنواع الإنشاءات :- Types Of Structures

٢-٣-١- الكمرات Beams

هي أبسط أنواع الإنشاءات وأشكال هذه الكمرات كالآتي:-



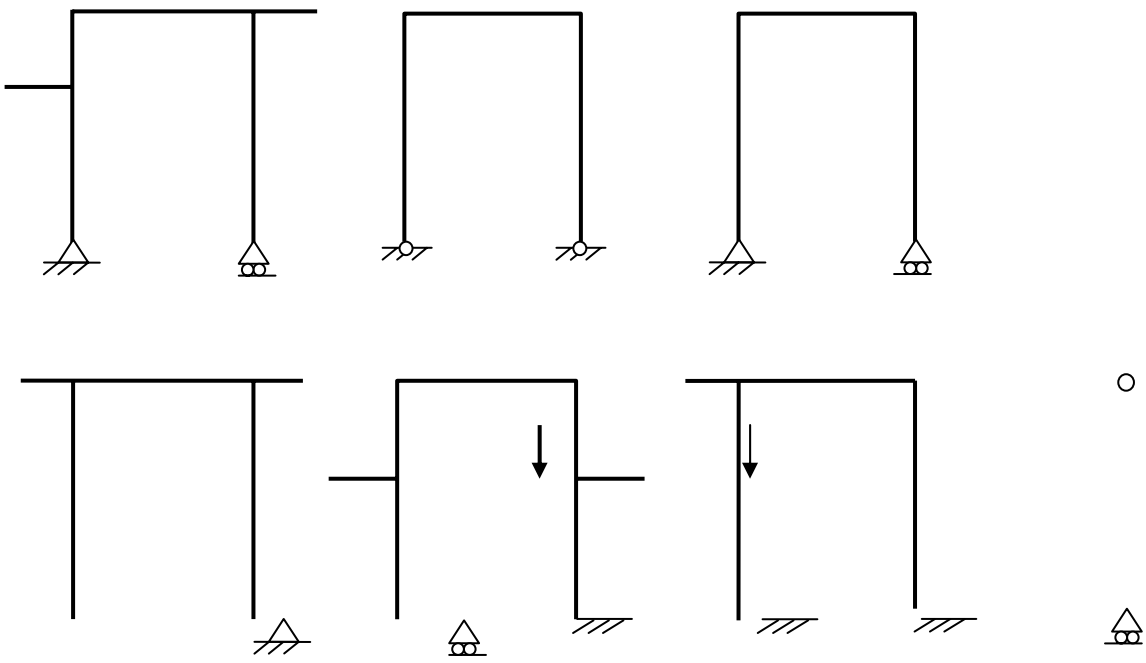
www.prof-eng.net

كمرة مستمرة(محددة استاتيكيا)
compound beams

كمرة مستمرة (غير محددة استاتيكيا)
continuous beams

fixed beams

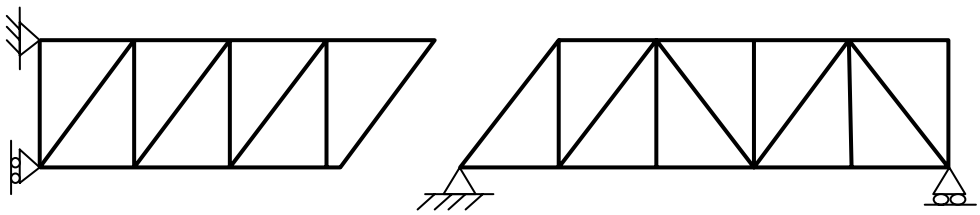
٢-٣-٢- الإطارات Frames



www.prof-eng.net

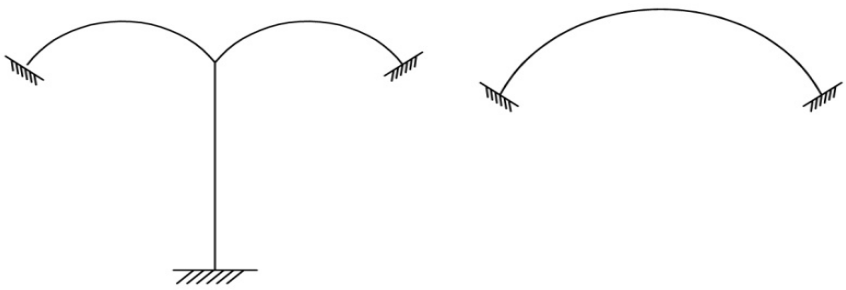
٢-٣-٣- الجمالونات Trusses

هي عبارة عن منشات تتكون من عدة أعضاء تتصل ببعضها عند نقط تثبيت تسمى(Joints) ويثبت المنشأ كله على ركائز تختلف حسب نوعها



٢-٣-٤-القشريات Shells

هي عبارة عن أسطح مقوسة بمنحنيات خاصة للغرض الذي تستخدم له

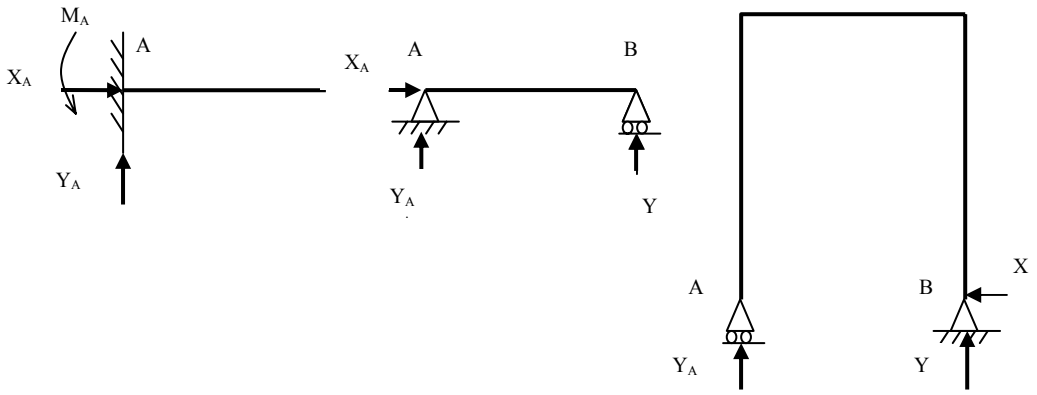


وتنقسم جميع المنشآت السابقة إلى:-

١. منشآت محددة استاتيكيا:-

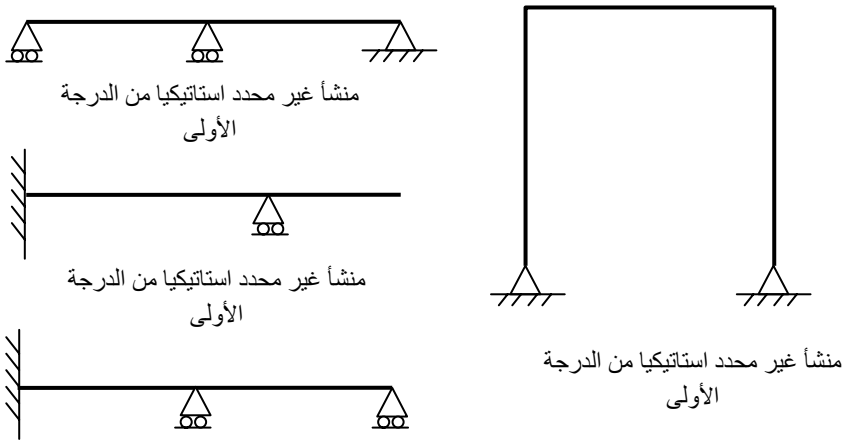
وهي المنشآت التي يمكن إيجاد جميع مركبات ردود الأفعال وكذلك القوى الداخلية عند أي قطاع باستخدام شروط الاتزان الاستاتيكى فقط ومثال لذلك الآتي:-

www.prof-eng.net



٢. منشات غير محددة استاتيكيا:-

وهي المنشآت التي لا يمكن حلها باستخدام شروط الاتزان الاستاتيكي فقط ولكن يجب في هذه المنشات دراسة بعض التغيرات من ركائز المنشأ.أو في المنشأ ذاته لإيجاد شروط استاتيكية إضافية تساعد على حساب مركبات ردود الأفعال ومثال لذلك الآتي :-



منشأ غير محدد استاتيكيا من الدرجة الأولى

منشأ غير محدد استاتيكيا من الدرجة الأولى

منشأ غير محدد استاتيكيا من الدرجة الأولى

منشأ غير محدد استاتيكيا من الدرجة الثانية

www.prof-eng.net

٢ـ٤ـ مركبات ردود الأفعال

عند بداية دراسة القوى الداخلية للمنشأ يجب إيجاد ردود الأفعال عند الركائز وهي نتيجة للأحمال الخارجية المؤثرة على المنشأ ففي حالة المنشات المحددة استاتيكيا يوجد ثلاث شروط اتزان تسمى بمعادلات الاتزان الثلاثة وهي:-

١- مجموع المركبات الأفقية = صفر $\sum F_X = 0$

٢- مجموع المركبات الراسية = صفر $\sum F_Y = 0$

٣- مجموع عزوم القوي حول أي نقطة= صفر $\sum M = 0$

ومن هذه المعادلات يمكن حل أي منشأ بشرط أن يكون محدد استاتيكيا وردود أفعاله عند الركائز مساوية لثلاث ردود فقط.

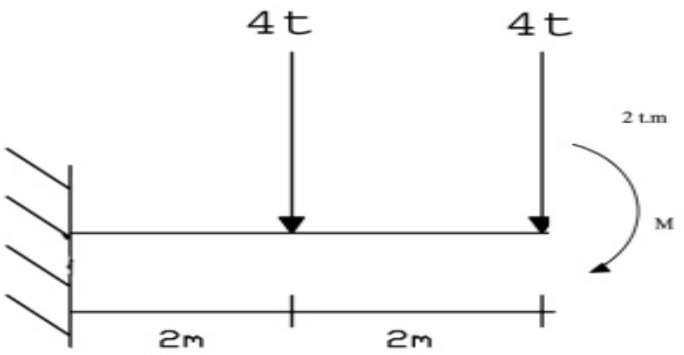
وفي حالة المنشآت الغير محددة استاتيكيا توجد شروط إضافية أخرى كما سيوضح فيما بعد ويجب مراعاة انه قبل البدء في تطبيق شروط الاتزان يجب تحليل القوى المائلة إلى مركبتين في الاتجاه الأفقي والاتجاه الراسي وكذلك يجب تركيز الأحمال الموزعة في مركز الثقل حسب شكل الحمل ٠

www.prof-eng.net

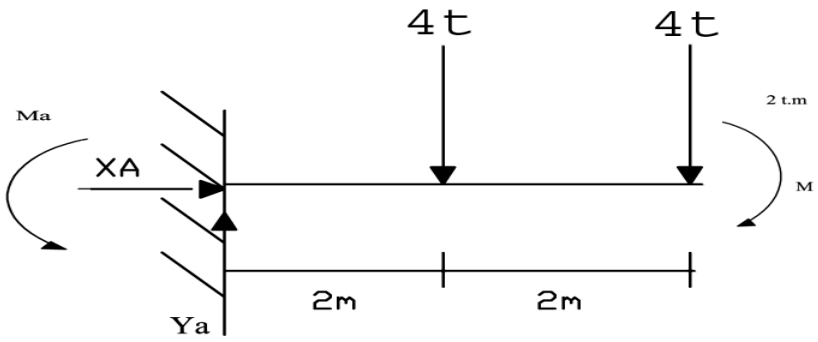
٢-٥ - أمثلة محلولة لإيجاد ردود الأفعال

Example(1):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للكابولي الموضح بالشكل



الحل :



إيجاد ردود الأفعال:- بتطبيق شروط الاتزان

$\sum F_X=0 \Rightarrow \therefore \quad X_A=0$

$\sum F_Y=0 \Rightarrow \therefore \quad Y_A= 4+4=8t\uparrow$

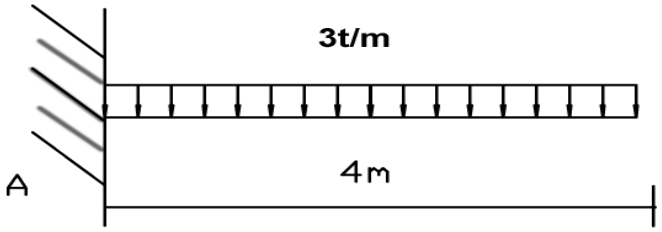
$\sum M=0 \Rightarrow \therefore \quad \sum M_A=0 \quad \therefore - M_A+4\times2+4\times4+2=0$

$\therefore \quad M_A = 26\ t.m$

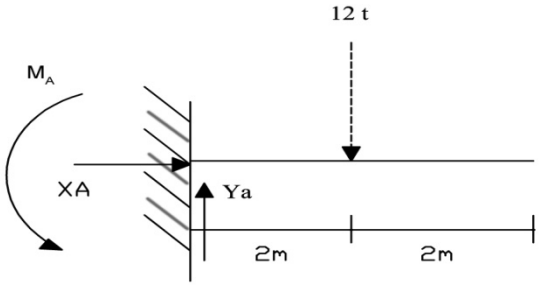
www.prof-eng.net

Example(2):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للكابولي الموضح بالشكل



الحل: في هذا المثال نلاحظ انه يجب تركيز الحمل الموزع أولا وقبل إيجاد ردود الأفعال



إيجاد ردود الأفعال:- بتطبيق شروط الاتزان

$\sum F_X=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad X_A=0$

$\sum F_Y=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad Y_A= 12 \ t \uparrow$

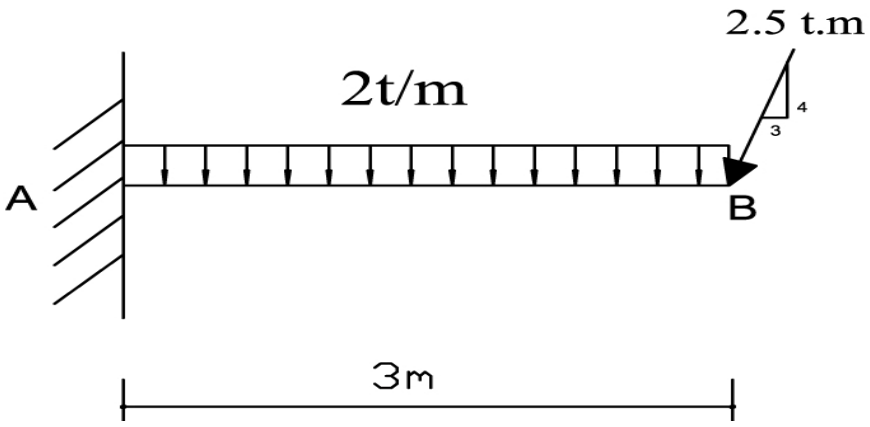
$\sum M=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad \sum M_A = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad - M_A+12\times 2= 0$

$\therefore \ M_A=24 \ t.m$

www.prof-eng.net

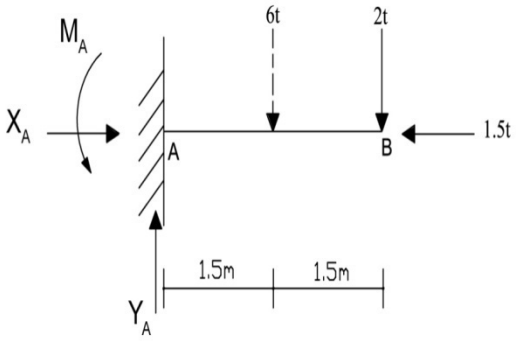
Example (3):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للكابولي الموضح بالشكل



الحل:

أولا يجب تركيز الحمل الموزع في منتصف المسافة ($2\times3=6t$) وتحليل القوى المائلة إلى مركبتين



في الاتجاه الأفقي ($2.5\times\frac{3}{5}= 1.5t$)

وفي الاتجاه الرأسي ($2.5\times\frac{4}{5}= 2t$)

١- إيجاد ردود الأفعال:-

بتطبيق شروط الاتزان

$$\sum F_X = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad X_A = \overrightarrow{1.5t}$$

www.prof-eng.net

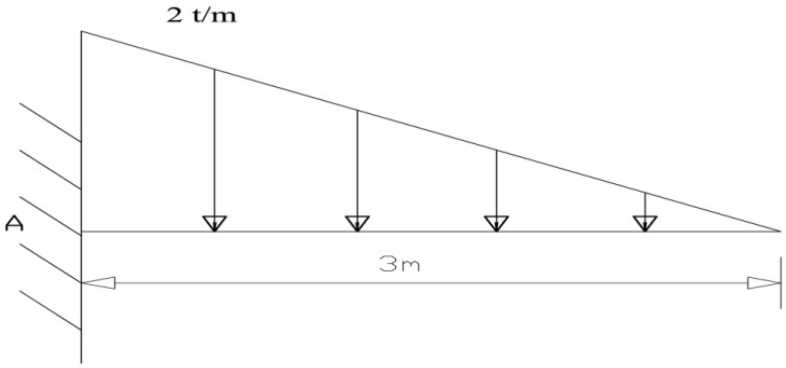
$\sum F_Y=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad Y_A= 6+2 \ = 8\ t \ \uparrow$

$\sum M=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad \sum M_A=0$

$\therefore \ - M_A+6\times1.5+2\times3=0 \ \therefore \ M_A=15\ t.\ m$

Example(4):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للكابولي الموضح بالشكل



الحل:

في هذا المثال نلاحظ انه يجب تركيز الحمل المثلثي $(\frac{1}{2}\times 3\times 2=3t)$

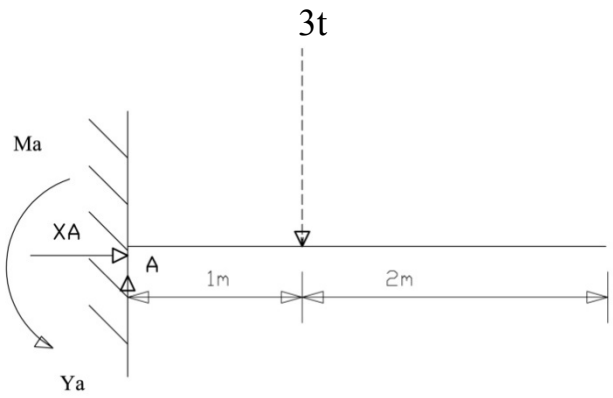
وعلى بعد يساوي $\frac{1}{3}$ المسافة من الطرف A

إيجاد ردود الأفعال:-

بتطبيق شروط الاتزان

$\sum F_X=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \ X_A=0$

www.prof-eng.net



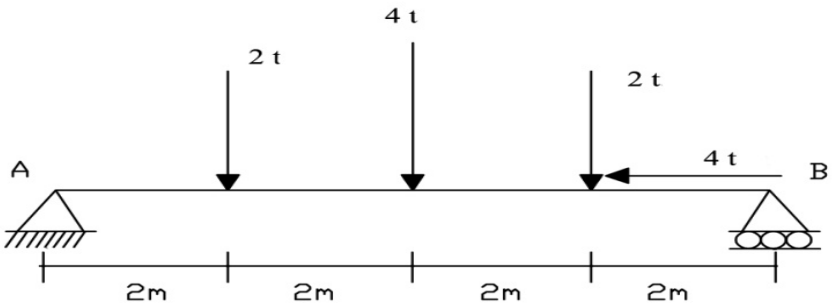
$\sum F_Y=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \; Y_A=0$

$\sum M=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad \sum M_A=0 \quad \therefore \quad -M_A+3\times1=0$

$\therefore \; M_A = 3t.m$

Example (5):-

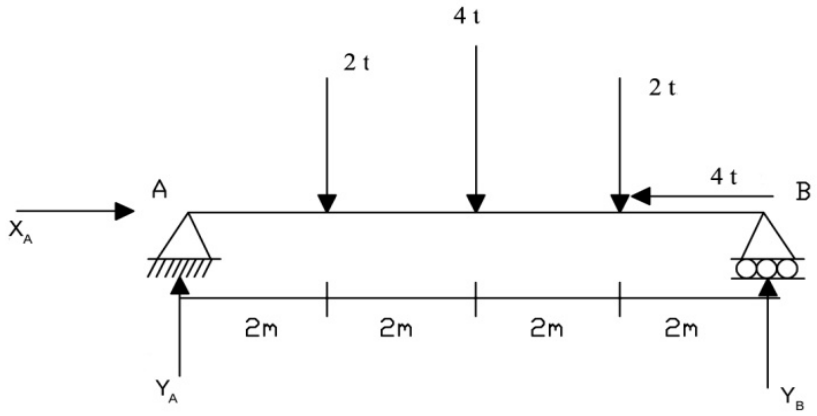
المطلوب إيجاد ردود الأفعال للكمرة البسيطة الموضحة بالشكل



www.prof-eng.net

الحل :

إيجاد ردود الأفعال:- بتطبيق شروط الاتزان



$\sum F_X = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad X_A = \overrightarrow{4}\ t$

$\sum M = 0 \ \Rightarrow \quad \therefore \ \sum M_A = 2\times2+4\times4+2\times6-8\ Y_B = 0$

$\therefore \ 4+16+12-8Y_B = 0$

$\therefore Y_B = \frac{32}{8} = 4\ t \uparrow$

$\sum F_Y = 0 \quad \Rightarrow \ \therefore \ Y_A+Y_B == 2+4+2 = 8\ t \uparrow \ \therefore Y_A = 8 - 4 = 4\ t \uparrow$

Check

$\sum M = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \ \sum M_B = 8Y_A - 2\times6 - 4\times4 - 2\times2 = 0$

$8Y_A = 32 \ \Rightarrow \ \therefore Y_A = \frac{32}{8} = 4\ t \uparrow \quad \therefore$ OK

www.prof-eng.net

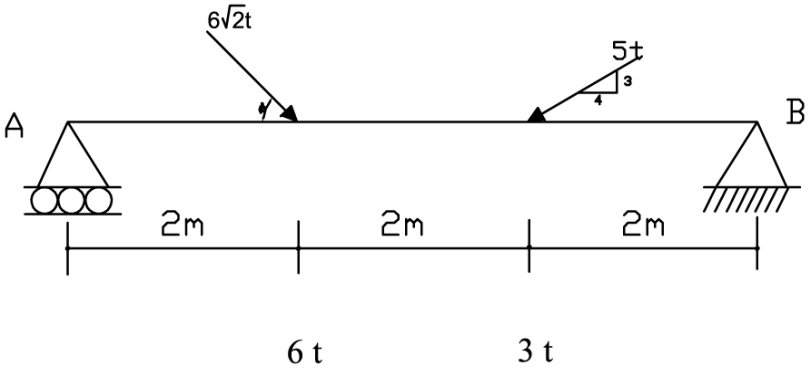
حل آخر:- الكمرة متماثلة (بالنسبة للأحمال والمسافات) ∴ يمكننا إيجاد ردود الأفعال كالآتي :-

$$Y_A = Y_B = \frac{\in LOADS}{2} = \frac{\text{مجموعالاحمالالراسية}}{2} \Rightarrow$$

$$\therefore \quad YA = YB = \frac{2+4+2}{2} = 4t \uparrow$$

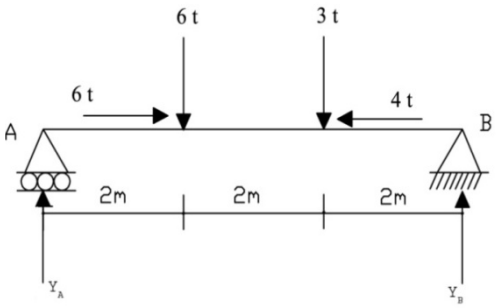
Example(6):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للكمرة البسيطة الموضحة بالشكل



6 t 3 t

الحل :



إيجاد ردود الأفعال:-

بتطبيق شروط الاتزان

يجب تحليل القوى المائلة إلى مركبتين في الاتجاه الأفقي والراسي

ثم بتطبيق شروط الاتزان

www.prof-eng.net

$\sum F_X = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore X_B = 6-4 = \overleftarrow{2}\,t$

$\sum M_A=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \sum M_A = 6\times2+3\times4-Y_B(6) = 0$

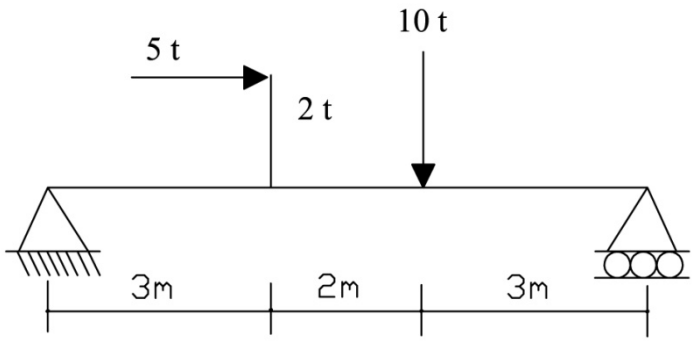
$\therefore \quad Y_B = \frac{24}{6} = 4t\uparrow$

$\sum F_Y=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore Y_A+Y_B = 6+3 = 9t$

$\therefore Y_A = 9 - 4 = 5\,t\uparrow$

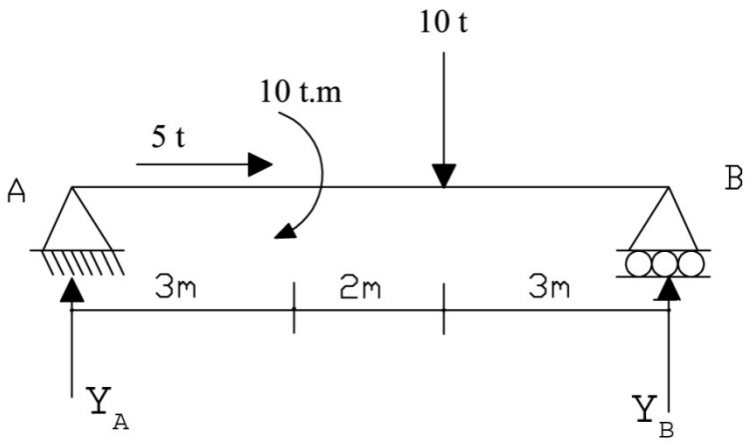
Example(7):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للكمرة البسيطة الموضحة بالشكل



www.prof-eng.net

الحل :



إيجاد ردود الأفعال:-

بتطبيق شروط الاتزان

$\sum F_X = 0 \Rightarrow \therefore \quad X_A = \overleftarrow{5}\ t$

$\sum M=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad \sum M_A = 10+10\times5 - Y_B(8) = 0$

$\therefore\ Y_B = \frac{60}{8} = 7.5\ t\uparrow$

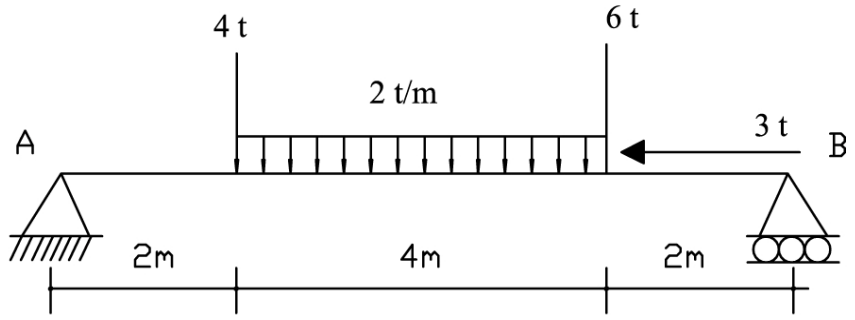
$\sum F_Y=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad Y_A+Y_B = 10\ t \quad \Rightarrow$

$\therefore\ Y_A=10-7.5 \quad =2.5\ t\uparrow$

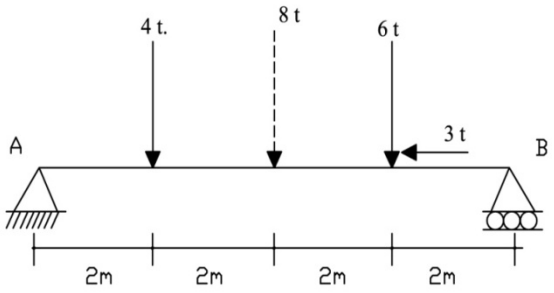
www.prof-eng.net

Example (8):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للكمرة البسيطة الموضحة بالشكل



الحل :



إيجاد ردود الأفعال:-

بتطبيق شروط الاتزان

$\sum F_X=0 \Rightarrow \therefore X_A=\vec{3}t$

$\sum M=0 \Rightarrow \therefore \sum M_A=4\times2+8\times4+6\times6-8-Y_B(8)=0$

$\sum M_A= 8+32+36-8Y_B = 0 \Rightarrow \therefore Y_B =\frac{76}{8} = 9.5\ t\uparrow$

$\sum F_Y=0 \Rightarrow \therefore Y_A+Y_B=4+8+6 = 18\ t$

$\therefore Y_A=18-9.5=8.5\ t\uparrow$

www.prof-eng.net

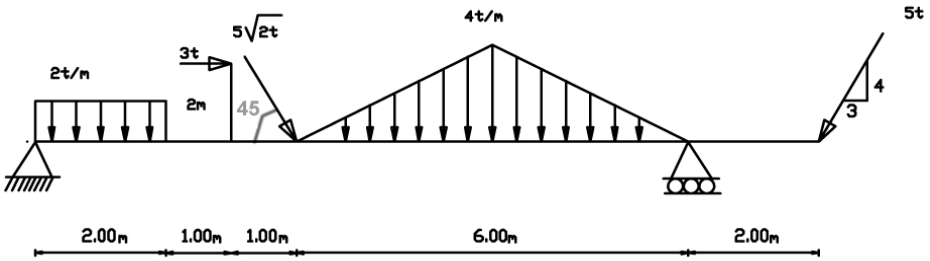
Check

$\sum M=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad \sum M_B = 8Y_A - 4\times6 - 8\times4 - 6\times2 = 0$

$\therefore \quad Y_A = \frac{68}{6} = 8.5\ t \uparrow$

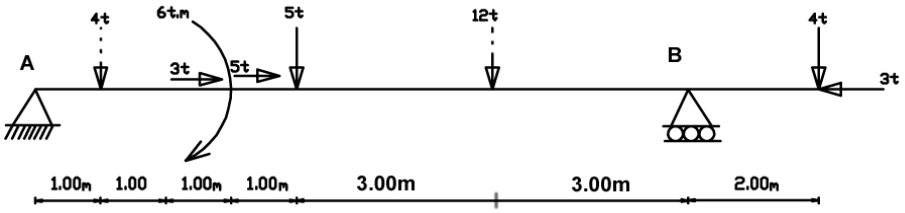
Example(9):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للكمرة البسيطة الموضحة بالشكل



الحـل

الحل:



إيجاد ردود الأفعال:-

بتطبيق شروط الاتزان

$\sum F_X = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad X_A = 3+5-3 = \overleftarrow{5}\ t$

$\sum M = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad \sum M_A = 0 \quad \Rightarrow$

www.prof-eng.net

$\therefore\ 4\times1+6+5\times4+12\times7+4\times12 - Y_B(10) = 0$

$\Rightarrow\ \therefore\ 4+6+20+84+48 = Y_B(10)$

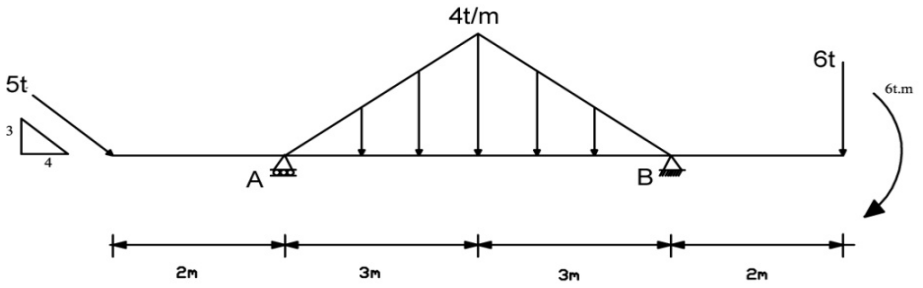
$\therefore\ Y_B = \frac{162}{10} = 16.2\ t\ \uparrow$

$\sum F_Y = 0 \quad \Rightarrow\ \therefore \quad Y_A+Y_B = 4+5+12+4 = 25\ t$

$\therefore\ Y_A = 25-16.2 = 8.8\ t\ \uparrow$

Example (10):-

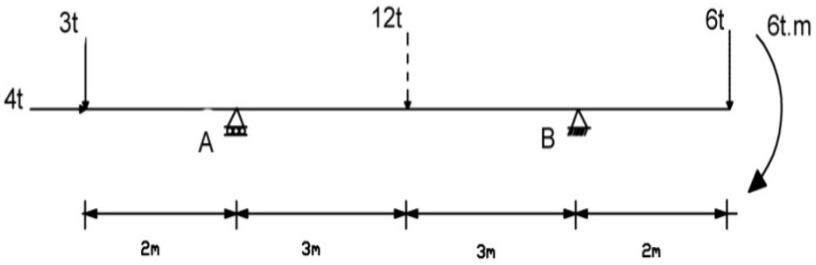
المطلوب إيجاد ردود الأفعال للكمرة الموضحة بالشكل



الحل :

في هذا المثال نلاحظ تركيز الحمل المثلثي في منتصف المسافة (6m) بين الركيزتين لأنه متماثل وقيمته ($=\frac{1}{2}\times6\times4=12t$)

www.prof-eng.net



ثم إيجاد ردود الأفعال :-

بتطبيق شروط الاتزان

$\sum F_X=0 \Rightarrow \quad \therefore \quad X_B=\overleftarrow{4}\ t$

$\sum M=0 \Rightarrow \therefore \sum M_A=0 \quad \therefore \sum M_A=-3\times2+12\times3+6\times8+6-Y_B(6)=0$

$\therefore \ Y_B = \frac{84}{6} = 14\ t \uparrow$

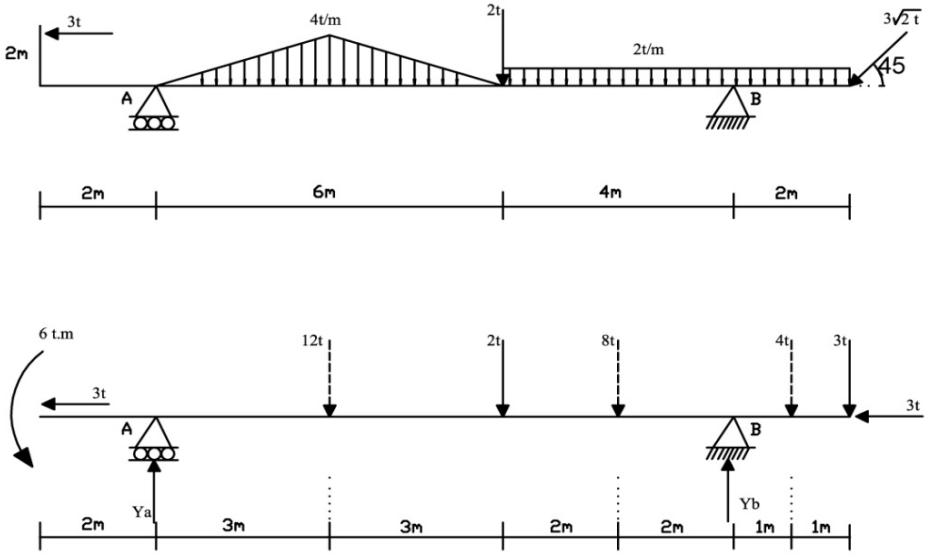
$\sum F_Y=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad Y_A+Y_B=3+12+6 \quad =21\ t$

$\therefore Y_A=21-14 \ = \ 7t \uparrow$

www.prof-eng.net

Example (11):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للكمرة الموضحة بالشكل



الحل :

إيجاد ردود الأفعال:-

بتطبيق شروط الاتزان

$\sum F_X = 0 \Rightarrow \therefore X_B = 3+3 = \vec{6}\ t$

$\sum M_A = 0 \Rightarrow \therefore -6+12\times3+2\times6+8\times8+4\times11+3\times12-Y_B(10)= 0$

$\therefore \quad -6+36+12+64+44+36 = Y_B(10)$

$\therefore \quad Y_B = \frac{186}{10} = 18.6\ t \uparrow$

$\sum F_Y = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad Y_A+Y_B = 29\ t$

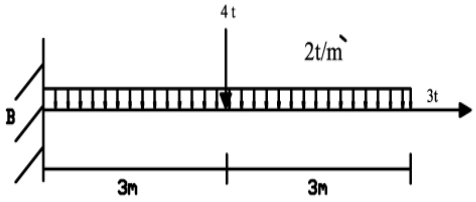
$Y_A = 29-18.6 = 10.4\ t \uparrow$

www.prof-eng.net

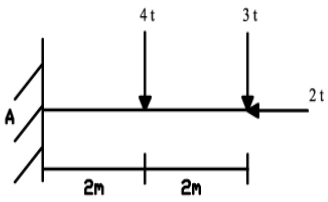
تمارين (٢)

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للكوابيل والكمرات الموضحة بالشكل:

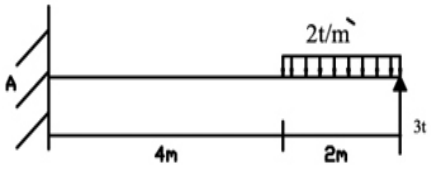
(1)



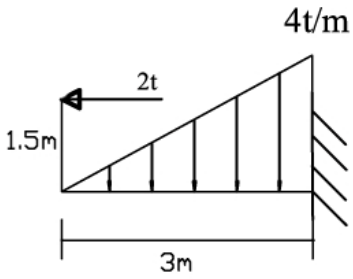
(2)



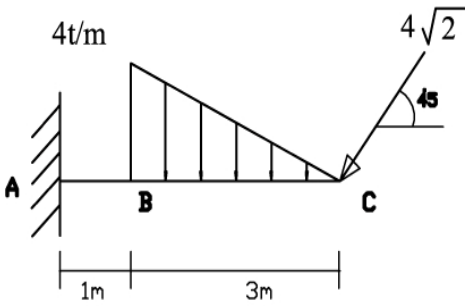
(3)



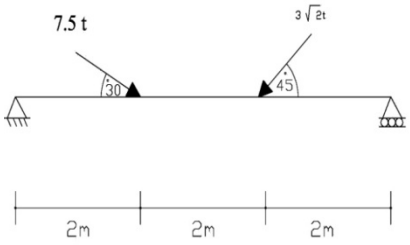
(4)



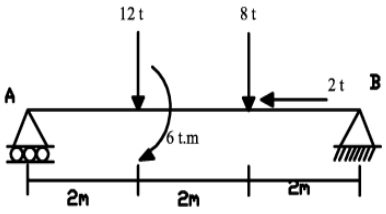
(5)



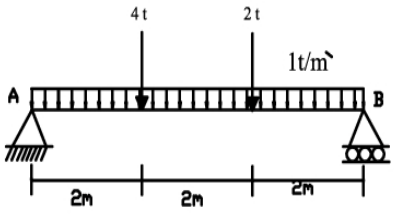
(6)



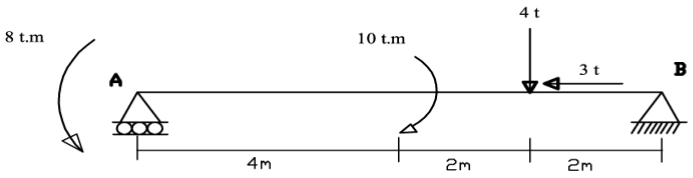
www.prof-eng.net



(7)

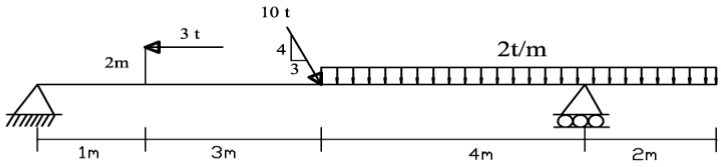


(8)



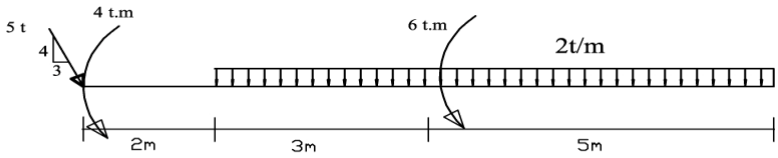
(9)

(9)



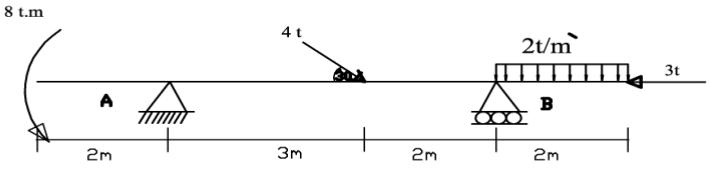
(10)

(10)



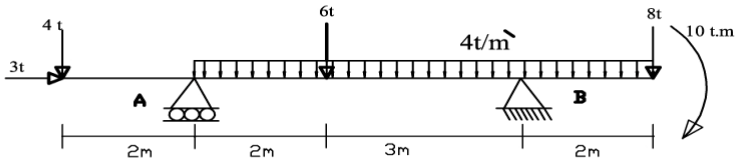
(11)

(11)



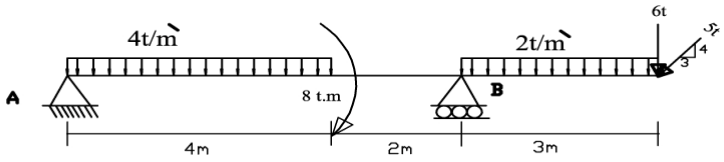
(12)

(12)



(13)

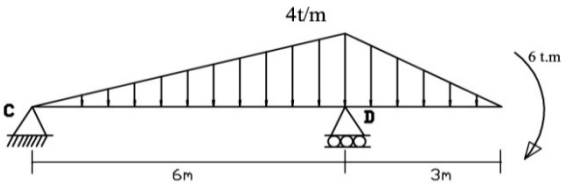
(14)



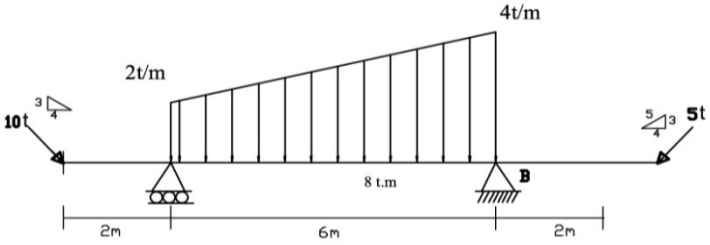
(13)

www.prof-eng.net

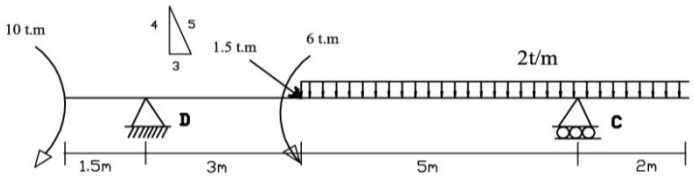
(14)



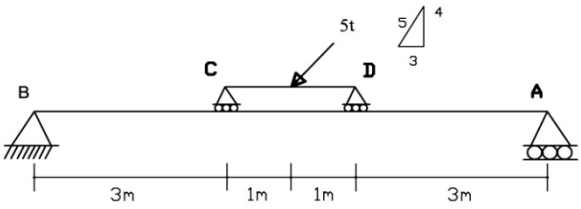
(15)



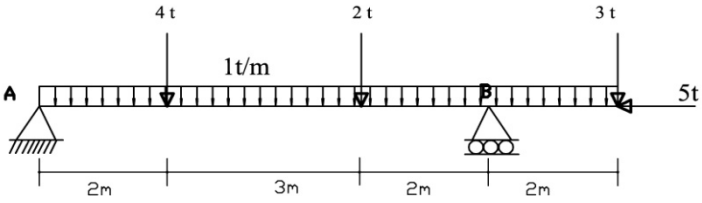
(16)



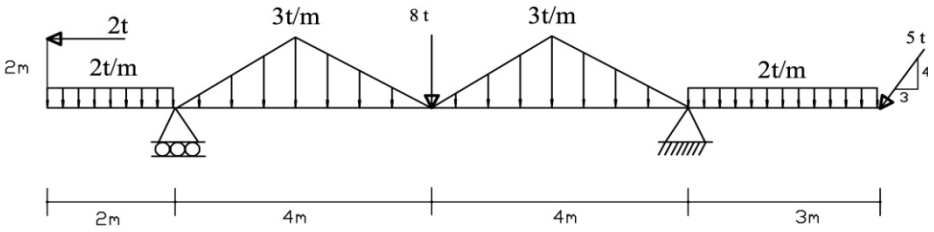
(17)



(18)



(19)



(20)

www.prof-eng.net

الباب الثالث

القـوى الداخليـة

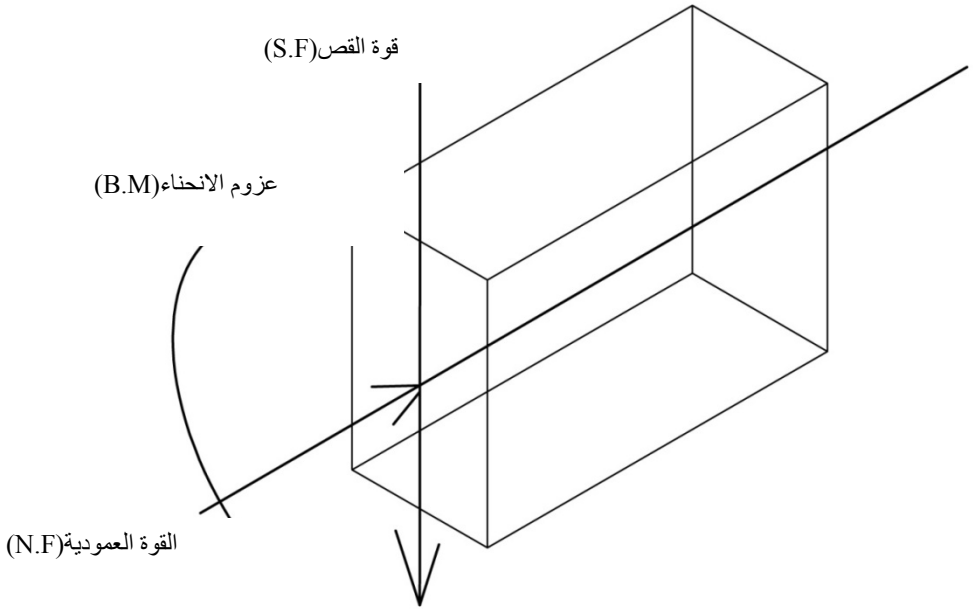
في المنشآت

(17)

www.prof-eng.net

القوى الداخلية في المنشآت

٣-١- القوى الداخلية في المنشآت :- عند تحميل أي منشأ بأحمال خارجية تتولد قوى داخلية تؤثر على قطاع المنشأ ولذا يجب دراسة هذه القوى لمعرفة مدى تأثيرها على القطاع ومن ثم يتم تصميم هذا القطاع طبقا لما يتحمله من مؤثرات الإجهادات الداخلية الناشئة عن هذه القوى وقد تسمى هذه المؤثرات (Straining Actions)

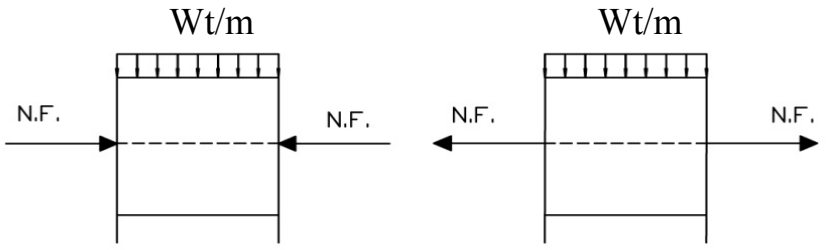


ومن الشكل السابق يتضح إن مؤثرات الإجهاد الداخلي هي القوة العمودية على القطاع وقوة القص الموازية لمستوى القطاع وعزم الانحناء المؤثرة في انحناء العنصر الإنشائي ويمكن توضيح ذلك كما يلي:-

www.prof-eng.net

١- القوة العمودية:- (Normal Force)(N.F.)

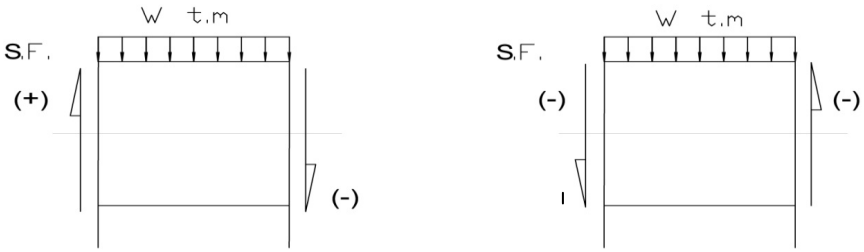
وهي قوة تأثر عموديا على مقطع الكمرة أي في اتجاه محور الكمرة وتأخذ إشارتها حسب المقاطع التالية:



قوة ضغط سالبة(-)　　قوة شد موجبة(+)

٢- قوة القص:- (Shear Force) (S.F.)

وهي قوة تأثر موازية لمقطع الكمرة أي في مستوى القطاع وتكون عمودية على محور الكمرة ويرمز لإشارتها حسب اتجاه قوة القص من اليسار.

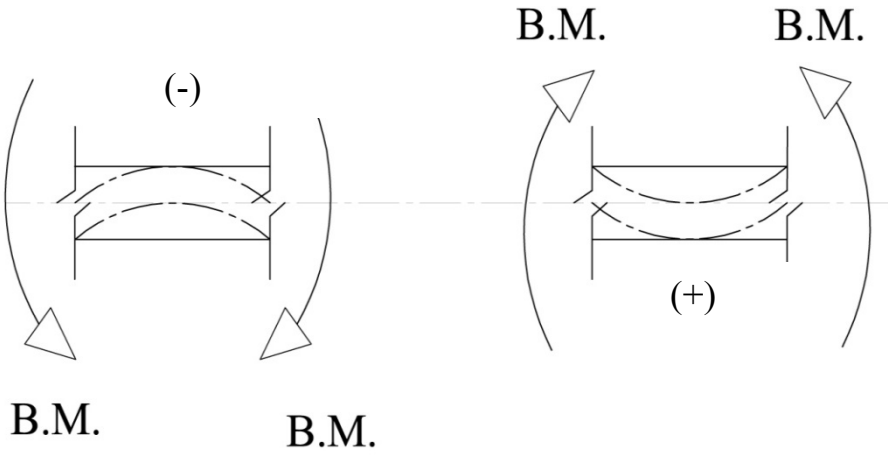


قوة قص موجبة　　قوة قص سالبة (-)

٣- عزوم الانحناء:- (Bending Moment)(B.M.)

وهو مقدار العزوم عند أي قطاع وتأخذ إشارته حسب تقوس شكل العزوم على هذا القطاع

www.prof-eng.net



تقوس لأسفل(عزم موجب)　　تقوس لأعلى(عزم سالب)

٣-٢- رسم أشكال القوى الداخلية (البيانيات الثلاثة)

(N.F.D, S.F.D, & B.M.D)

لرسم أشكال القوى الداخلية (البيانيات الثلاثة) (N.F.D, S.F.D, & B.M.D)

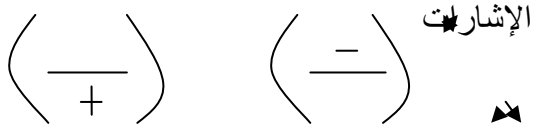
يجب مراعاة الخطوات الآتية:-

١. إيجاد ردود الأفعال عن طريق تطبيق شروط الاتزان كما سبق٠

٢. حساب قيم العزوم عند النقط المختلفة (الأطراف – الركائز – نقطة تأثير أي حمل مركز – نقطة تأثير العزم المركز – بداية ونهاية الحمل الموزع).

وطبقا للقواعد الآتية:-

- قاعدة الإشارات



- العزوم عند الأطراف =Zero ما لم يكن هناك عزم مركز فيؤخذ كما هو وحسب الإشارات
- العزم عند أي نقطة يتم حسابه لجميع القوى يمين النقطة أو يسارها أيهما أقرب وطبقا لقاعدة الإشارات ٠

www.prof-eng.net

- في حالة وجود عزم داخلي على المنشأ يتم حساب قيمة العزم عند نقطة تأثير هذا العزم مرتين يمين ويسار النقطة ويكون فرق الناتجين أو مجموعها = قيمة العزم المركز .

٣. رسم البيانيات الثلاثة بمقياس رسم مناسب وطبقا للإشارات الآتية :-

إشارات N.F.D (+) / (−)

إشارات S.F.D (+) / (−)

إشارات B.M.D (−) / (+)

٣-٣- أمثلة محلولة على رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D , S.F.D & B.M.D) للكوابيل

I. حالة الأحمال المركزة

Example (1):-

المطلوب رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D, S.F.D& B.M.D) للكابولي الموضح بالشكل

www.prof-eng.net

الحل :-

١- إيجاد ردود الأفعال:-

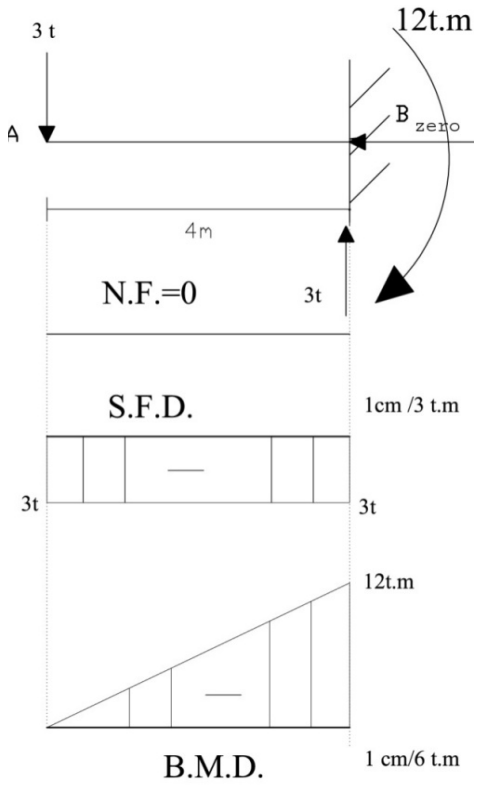
بتطبيق شروط الاتزان

$\sum F_X=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \; X_B=0$

$\sum F_Y=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \; Y_B=3\ t \uparrow$

$\sum M=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \; \sum M_B = 0 \; \therefore$

$M_B-3\times4=0 \quad \therefore \quad M_B = 12\ t.m$



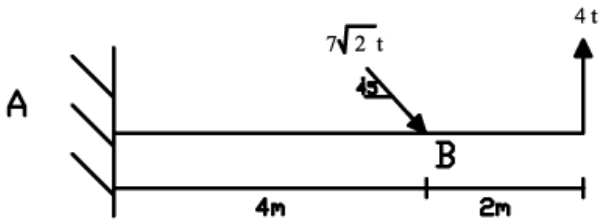
٢- حساب العزوم عند النقط المختلفة :-

$M_A=0 \qquad M_B= -12t.m$

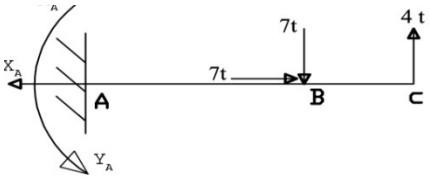
www.prof-eng.net

Example (2):-

المطلوب رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D, S.F.D & B.M.D) للكابولي الموضح بالشكل



الحل :



١- إيجاد ردود الأفعال :-

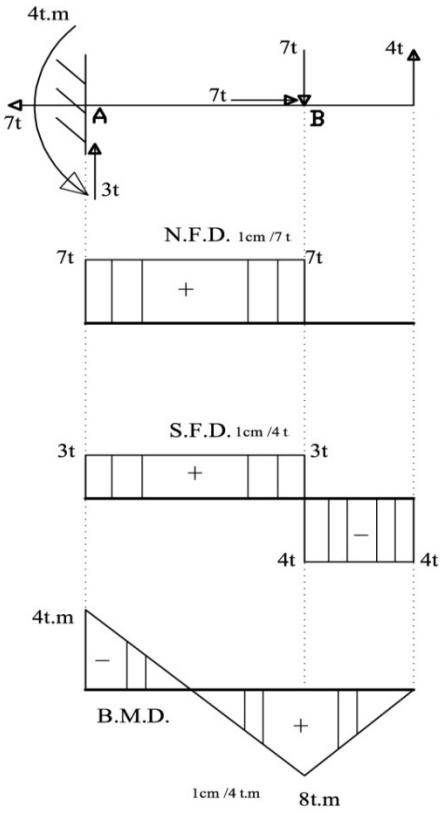
$\sum F_X=0 \Rightarrow \therefore X_A=\overleftarrow{7}t$

$\sum F_Y=0 \Rightarrow \therefore Y_A=7-4=3\ t\uparrow$

$\sum M=0 \Rightarrow \therefore \sum M_A = 0$

$\therefore -M_A+7\times4-4\times6 = 0$

$\therefore M_A= 4\ t.m$



٢- العزوم عند النقط المختلفة :-

$\therefore M_A = -4\ t.m$

$\therefore M_B = 4\times2 = 8\ t.m$

OR

$M_B = -4+3\times4 = 8t.m$

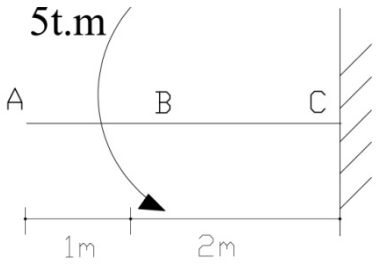
$M_C = 0$

٣-الرسم بمقياس رسم مناسب :-

www.prof-eng.net

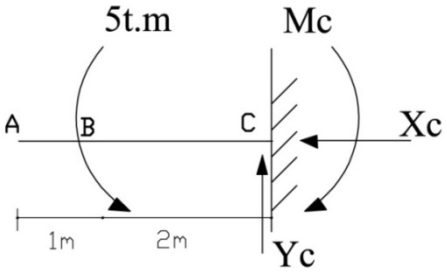
Example (3):-

المطلوب رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D, S.F.D & B.M.D) للكابولي الموضح بالشكل



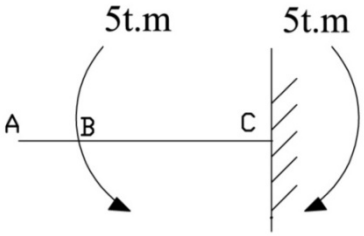
الحل :

١- إيجاد ردود الأفعال :-



$\sum X=0 \Rightarrow \therefore \quad X_C=0$

$\sum Y=0 \Rightarrow \therefore \quad Y_C=0$



$\sum M=0 \Rightarrow \therefore \sum M_C=0$

$M_C-5=0 \quad \therefore \quad M_C = 5 \ t.m$

٢- العزوم عند النقط المختلفة :-

N.F.=0

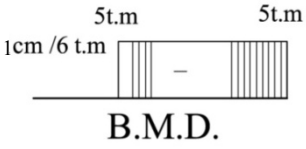
$M_A=0$

$M_{BL}=0$

S.F.=0

$M_{Br}=-5t.m$

$M_C=-5t.m$



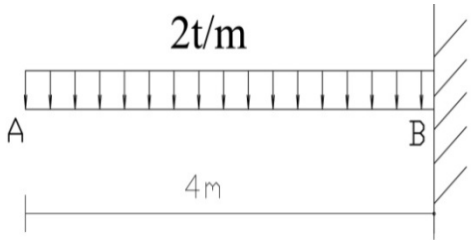
٣- الرسم بمقياس رسم مناسب :-

www.prof-eng.net

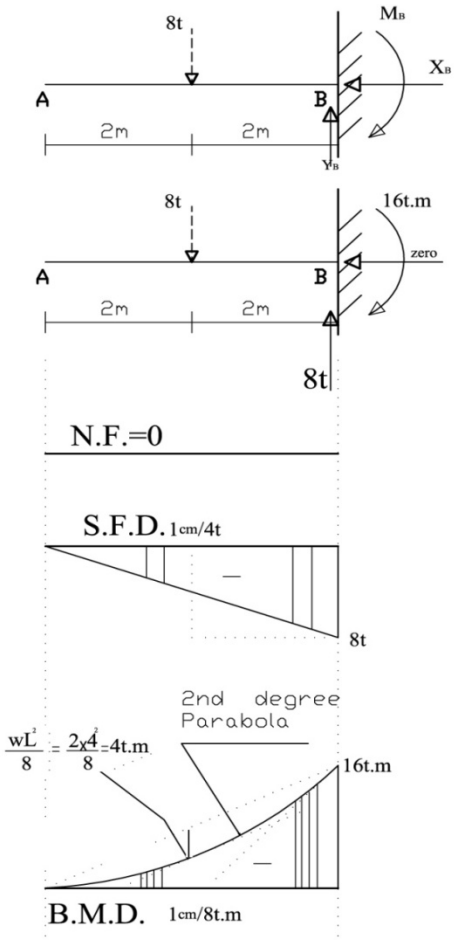
II. حالة الأحمال الموزعة بانتظام

Example (4):-

المطلوب رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D, S.F.D & B.M.D) للكابولي الموضح بالشكل.



الحل :



١- إيجاد ردود الأفعال :-

$\sum F_X=0 \Rightarrow \therefore X_b=0$

$\sum F_Y=0 \Rightarrow \therefore Y_B=8t$

$\sum M=0 \Rightarrow \therefore$

$\therefore M_B= -8\times2 = -16\ t.m$

٢- العزوم عند النقط المختلفة:-

$M_A=0 \quad \& \quad M_B= -16t.m$

لرسم منحنى العزوم في هذه الحالة يمكننا حساب قيمة التعليق حيث إنها

$WL^2/8=2(4)^2/8=4t.m$

وتؤخذ من منتصف الخط الواصل بين طرفي عزوم الحمل الموزع.

٣-الرسم بمقياس رسم مناسب .

www.prof-eng.net

ومن المثال السابق يتبين الفرق بين أشكال البيانيات الثلاثة في حالة الحمل المركز والحمل الموزع حيث:

١- **في حالة الحمل المركز**: شكل قوى القص (S.F.D)عبارة عن أشكال مستطيله ومربعة وشكل العزوم (B.M.D)عبارة عن خطوط مستقيمة مائلة.

٢- **في حالة الحمل الموزع المنتظم:** يكون شكل قوى القص(S.F.D) عبارة عن خط مستقيم مائل وشكل عزوم الانحناء (B.M.D) عبارة عن منحنيات من الدرجة الثانية له.

قيمة تعليق=$\frac{WL^2}{8}$ حيث W= أصل الحمل الموزع

L = طول الحمل الموزع

وتؤخذ هذه القيمة من منتصف الخط الواصل بين طرفي العزوم وتكون لأسفل دائما

- ويكون شكل القوى العمودية (N.F.D) عبارة عن أشكال مستطيله ومربعة في الحالتين للأحمال المركزة والموزعة بانتظام ماعدا حالات خاصة للحمل الموزع المنتظم يكون فيها شكل القوى العمودية خطوط مائلة وسيتم دراستها لاحقا.

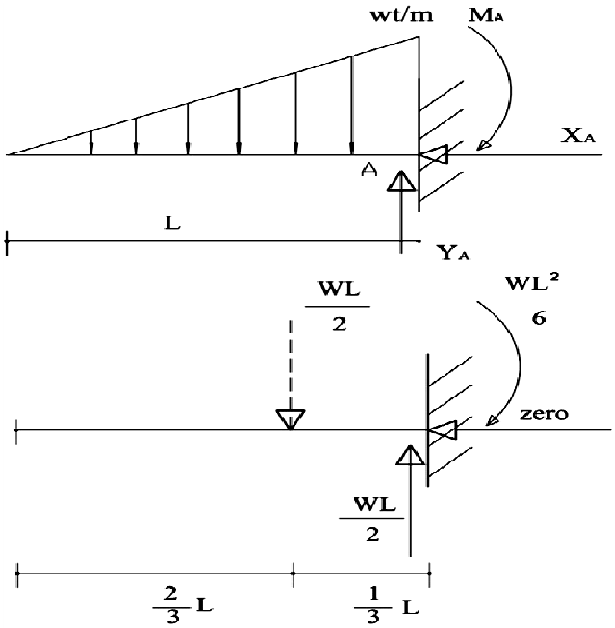
www.prof-eng.net

III. حالة الأحمال الموزعة توزيعا غير منتظم

وسنقتصر هنا على دراسة شكل الحمل المثلثي فقط (حمل من الدرجة الأولى) ويمثل الشكل الموضح هذه الحالة وتكون محصلة الأحمال الموزعة على الكابولي مساوية مساحة المثلث = $\frac{WL}{2}$ وتؤثر هذه المحصلة على بعد يساوى ثلث بحر الكابولي من الطرف A حيث أنها لابد وان تمر بمركز ثقل الحمل المثلثي الشكل وتصبح مركبات ردود الأفعال عند الركيزة A هي :-

$$X_A=0 \quad , \quad Y_A=\frac{WL}{2} \quad \& \quad M_A= -\frac{WL}{2}\times\frac{L}{3} = \frac{-WL^2}{6} \text{ t .m}$$

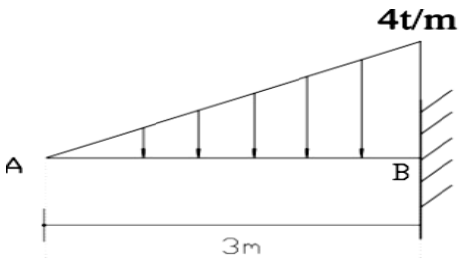
ومن العلاقات التفاضلية بين الحمل والقص وعزوم الانحناء نجد أنه في هذه الحالة تصبح شكل قوى القص قطع مكافئ من الدرجة الثانية يشبه في شكله منحنى العزوم في حالة الحمل الموزع بانتظام كما يصبح شكل عزوم الانحناء قطع مكافئ من الدرجة بالشكل: يمر مما سه بثلث خط القاعدة كما سيوضح في المثال التالي:-

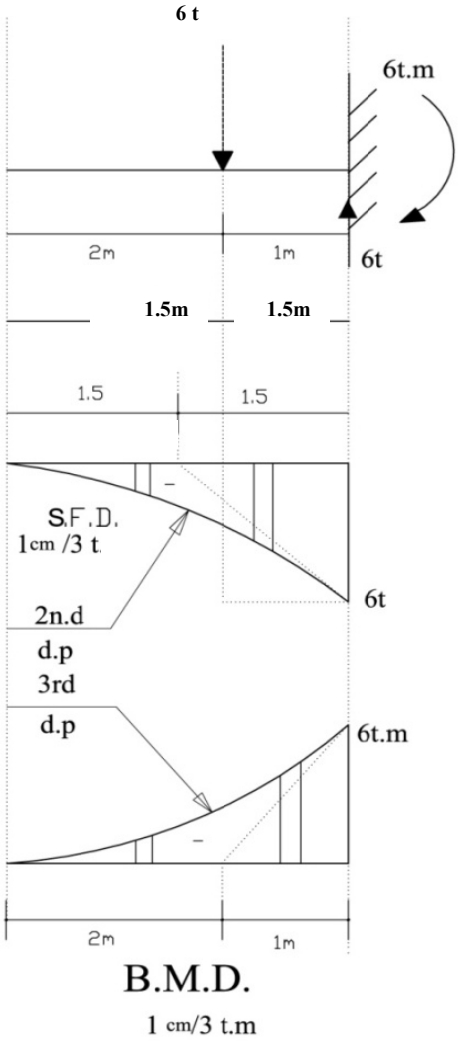


www.prof-eng.net

Example (5):-

المطلوب رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D, S.F.D& B.M.D) للكابولي الموضح بالشكل





B.M.D.

1 cm/3 t.m

الحل :

إيجاد ردود الأفعال :-

$\sum F_X=0 \Rightarrow \therefore X_B=0$

$\sum F_Y=0 \Rightarrow \therefore Y_B=6t$

$\sum M=0 \Rightarrow \therefore \sum M_B=0$

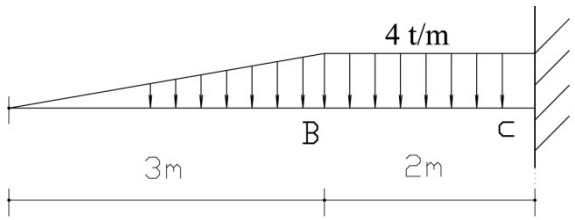
$-6\times1+M_B=0$

$\therefore M_B=6$ t.m ↻

www.prof-eng.net

Example (6):-

المطلوب رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D, S.F.D& B.M.D) للكابولي الموضح بالشكل



الحل :

١- إيجاد ردود الأفعال :-

$\sum F_X=0 \Rightarrow \therefore X_C=0$

$\sum F_Y=0 \Rightarrow \therefore$

$Y_C=6+8=14t\uparrow$

$\sum M=0 \Rightarrow \therefore \sum M_C=0$

$\therefore M_C= - 6\times3-8\times1$

$\therefore M_C= -26t.m$

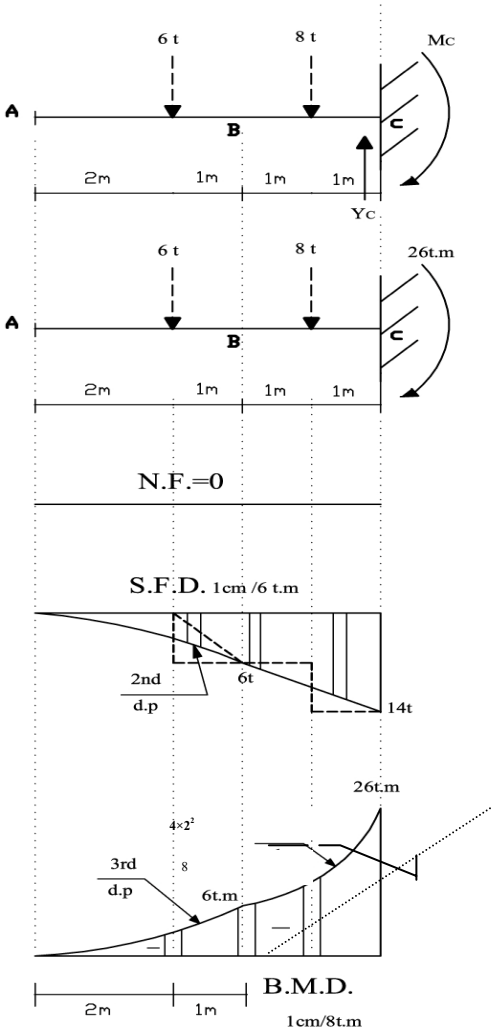
٢- العزوم عند النقط المختلفة:-

$M_A=0$

$M_B=-6\times1=-6t.m$

$M_C=-26t.m$

٣- الرسم بمقياس رسم مناسب :-

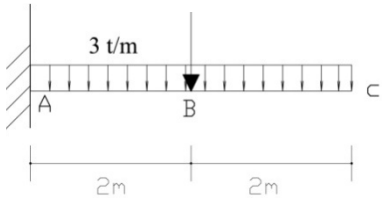


www.prof-eng.net

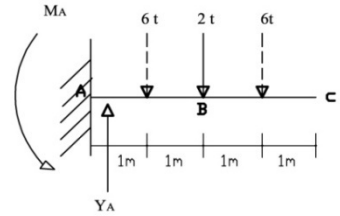
IV. حالة أحمال مركزة + أحمال موزعة

Example (7):-

المطلوب رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D, S.F.D& B.M.D) للكابولي الموضح بالشكل :



الحل :- ١- إيجاد ردود الأفعال



$\sum F_X=0 \quad \Rightarrow \therefore \quad X_A=0$

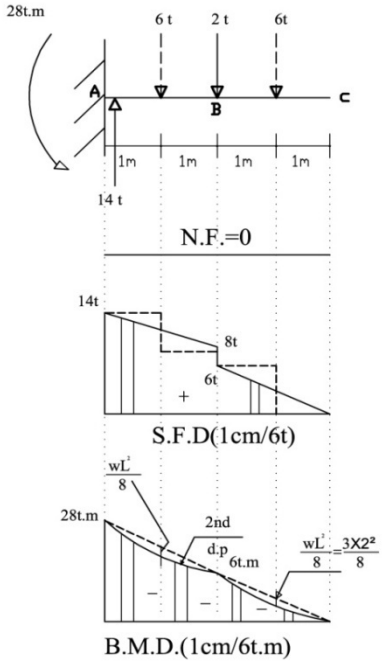
$\sum F_Y=0 \Rightarrow \therefore Y_A=6+2+6=14\uparrow$

$\sum M=0 \Rightarrow \therefore \sum M_A=0$

$\therefore -M_A+6\times1-2\times2-6\times3=0$

$\therefore M_A=28$ t.m

٢-العزوم عند النقط المختلفة



$M_A=-28$ t.m

$M_{BR}=-6\times1=-6$ t.m

OR

$M_{BL}=-28+14\times2-6\times1$

$=-28+28-6=-6$ t.m

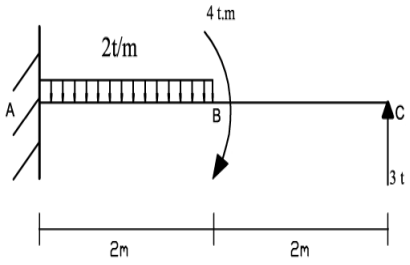
$M_C=0$

٣- الرسم بمقياس الرسم :-

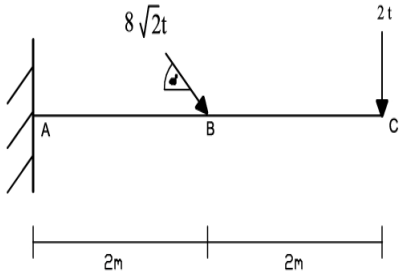
www.prof-eng.net

تمارين (٣)

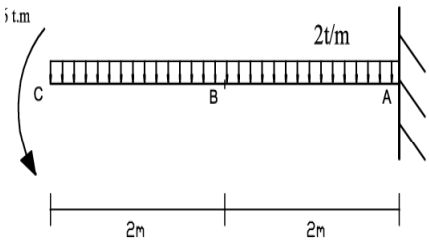
المطلوب رسم البيانيات الثلاثة(N.F.D, S.F.D& B.M.D) للكوابيل الموضحة بالشكل :



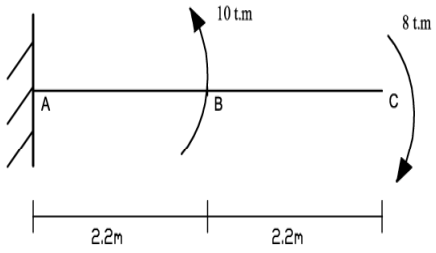
(1)



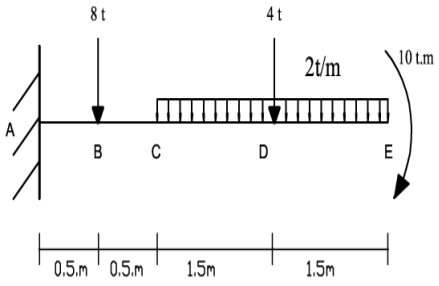
(2)



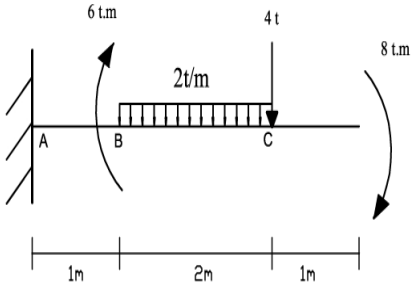
(3)



(4)

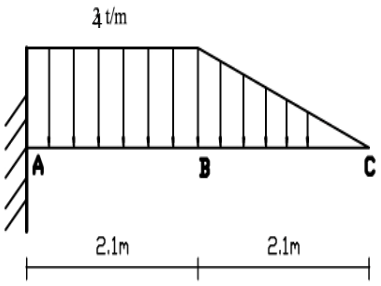


(5)

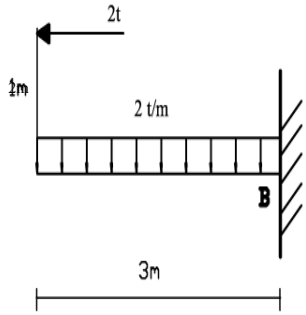


(6)

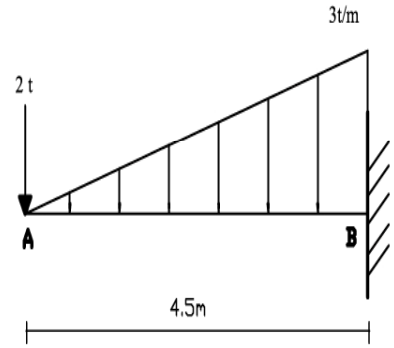
www.prof-eng.net



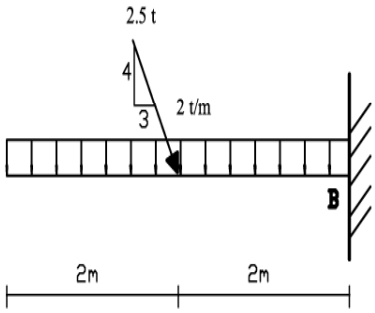
(7)



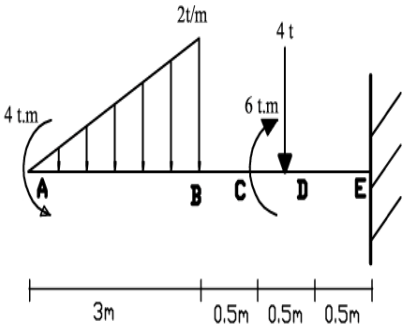
(8)



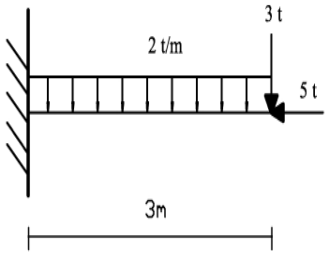
(9)



(10)



(11)



(12)

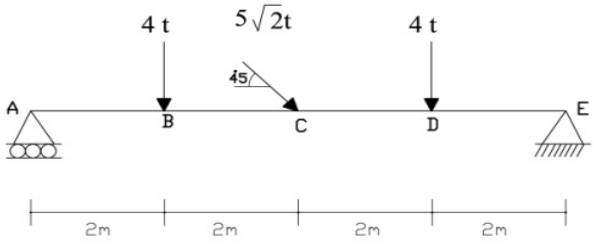
www.prof-eng.net

٣-٤- أمثلة محلولة على رسم البيانيات الثلاثة للكمرات البسيطة

I. حالة الأحمال المركزة فقط

Example (1):-

المطلوب رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D, S.F.D& B.M.D) للكمرة البسيطة الموضحة بالشكل



الحل :

الحـل

١- إيجاد ردود الأفعال:-

$\sum F_X=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad X_E=\overleftarrow{5}t$

$\sum M=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \sum M_E=0 \quad \therefore \quad 8Y_A- 4\times6-5\times4-4\times2 = 0$

$\therefore \quad 8Y_A =24+20+8=52 \qquad \therefore Y_A = \frac{52}{8} = 6.50 \ t \uparrow$

$\sum F_Y=0 \qquad \therefore Y_A+Y_E =4+5+4 =13 \ t$

$\therefore Y_E = 13-6.5 =6.5 \ t \uparrow$

<u>Check</u>

$\sum M_A = - 8Y_E+4\times6+5\times4+4\times2=0 \quad \therefore \quad Y_E= \frac{52}{8} = 6.50 \ t \uparrow$

٢- العزوم عند النقط المختلفة:-

$M_A=0$

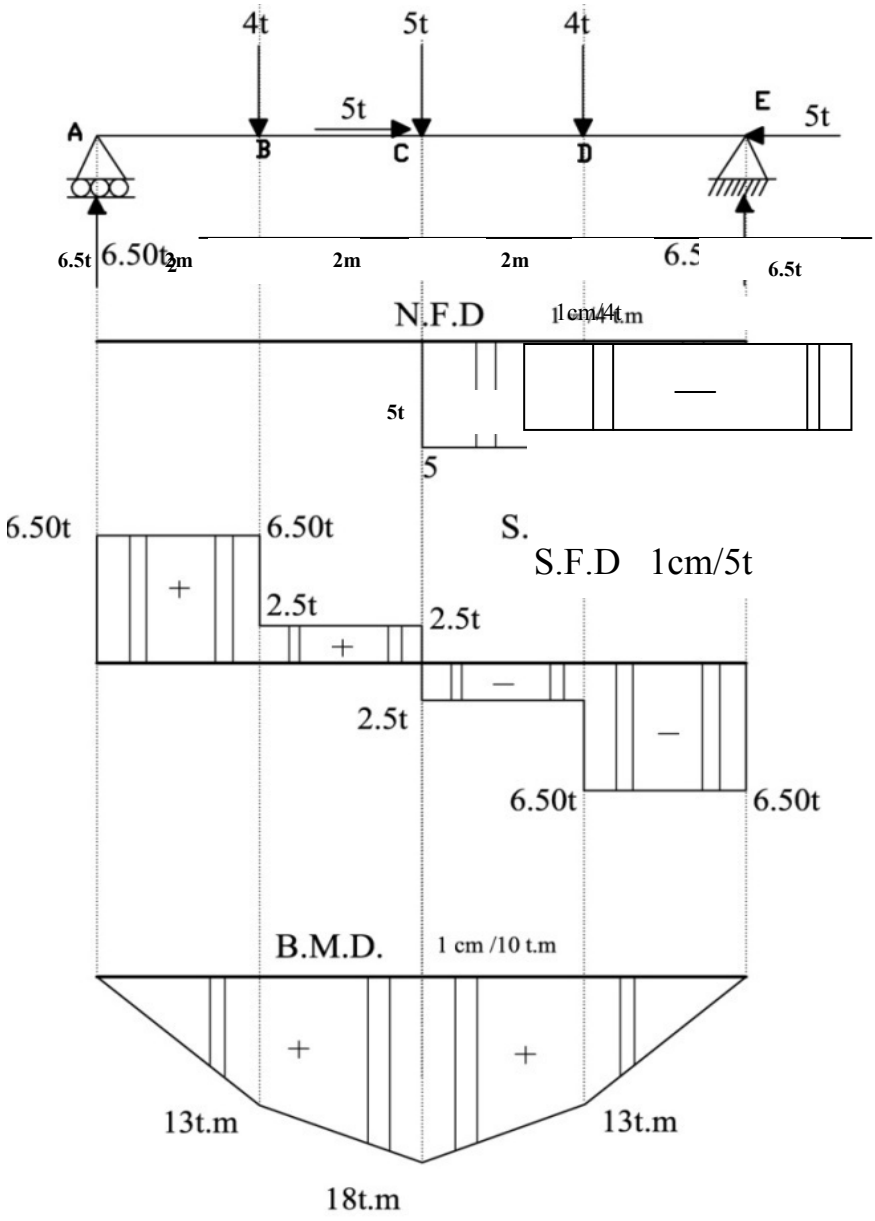
$M_{BL}=6.5\times2=13 \ t.m$

www.prof-eng.net

$M_{CR}=6.5\times4-4\times2=18$ t.m

$M_{DR}=6.5\times2=13$t.m $\quad\quad$ $M_E=0$

٣- الرسم بمقياس رسم مناسب:-

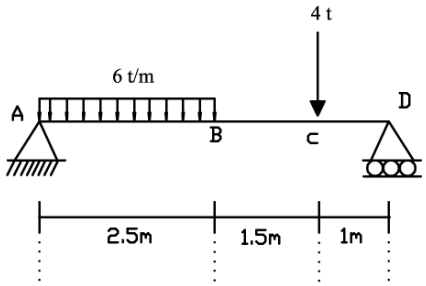


www.prof-eng.net

II. حالة (حمل مركز + حمل موزع) معا

Example(2):-

المطلوب رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D, S.F.D& B.M.D) للكمرة البسيطة الموضحة بالشكل



الحل :- ١-إيجاد ردود الأفعال :-

بتطبيق شروط الاتزان

$\sum F_X=0 \quad \Rightarrow \therefore \; X_A=0$

$\sum M=0 \quad \Rightarrow \therefore \; \sum M_D = 0 \quad \therefore 5Y_A-15\times3.75-4\times1=0$

$\therefore 5Y_A=56.25+4 = 60.25 \quad \Rightarrow \therefore \; Y_A=\frac{60.25}{5}=12.05t\uparrow$

$\sum F_Y=0 \quad \Rightarrow \therefore \; Y_A+Y_D=15+4=19t$

$\therefore Y_D = 19-12.05=6.95t\uparrow$

Check

$\sum M_A= -5Y_D+4\times4+15\times1.25=0$

$5Y_D=16+18.75 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad Y_D = \frac{34.75}{5}=6.95 \text{ t} \uparrow \therefore \text{OK}$

www.prof-eng.net

٢- العزوم عند النقط المختلفة :-

$M_A = 0$ & $M_D=0$

M_B =12.05×2.5-15×1.25 =11.375t.m

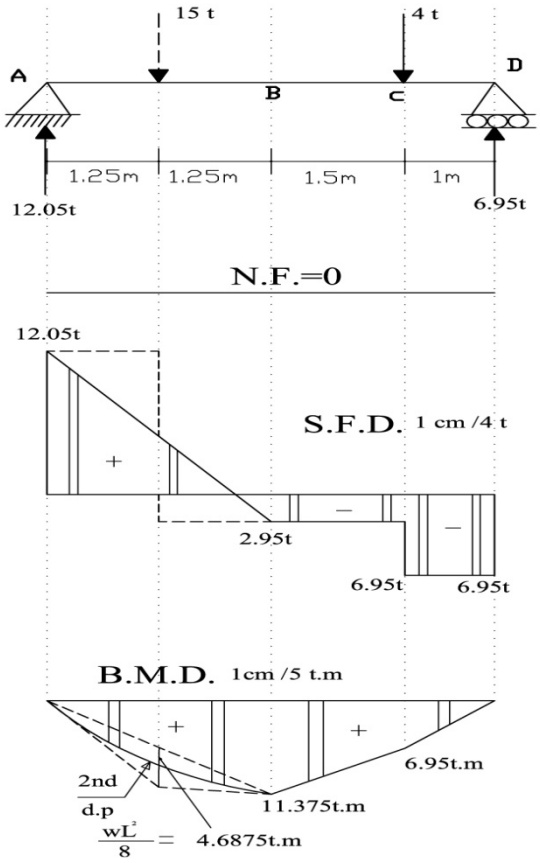
M_C=6.95×1=6.95t.m

٣-الرسم بمقياس رسم مناسب :-

قيمة التعليق= $\frac{WL^2}{8} = \frac{6\times2.5^2}{8} = 4.6875\ t.m$

ملحوظة: يمكننا حساب قيمة العزم الفعلي عند نقطة منتصف الحمل الموزع كالآتي :

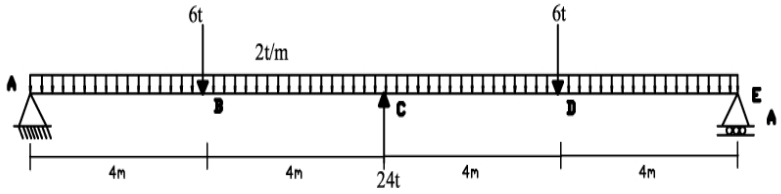
$\left(\frac{11.375+0}{2}\right) + 4.6875 = 10.375\ t.m$



www.prof-eng.net

Example(3):-

المطلوب رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D, S.F.D & B.M.D) للكمرة البسيطة الموضحة بالشكل



الحل:-

١-إيجاد ردود الأفعال بتطبيق شروط الاتزان:-

$\sum F_X=0 \quad \Rightarrow \therefore \quad X_A=0$

$\sum M=0 \quad \Rightarrow \therefore \quad \sum M_E=0 \quad \Rightarrow$

$\therefore \quad 16\ Y_A-8\times14-6\times12-8\times10+24\times8-8\times6-6\times4-8\times2 = 0$

$\therefore \quad 16Y_A-112-72-80+192-48-24-16 = 0$

$Y_A= \frac{160}{16} = 10\ t \uparrow$

$\sum F_Y = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad Y_A+Y_E=2\times16+6+6-24 = 20\ t$

$\therefore \quad Y_E = 20-10 = 10\ t \uparrow$

٢-العزوم عند النقط المختلفة:-

$M_A = M_E = 0$

$M_B = 10\times4-8\times2 = 24\ t.m$

$M_C = 10\times8-8\times6-6\times4-8\times2 = -8t.m$

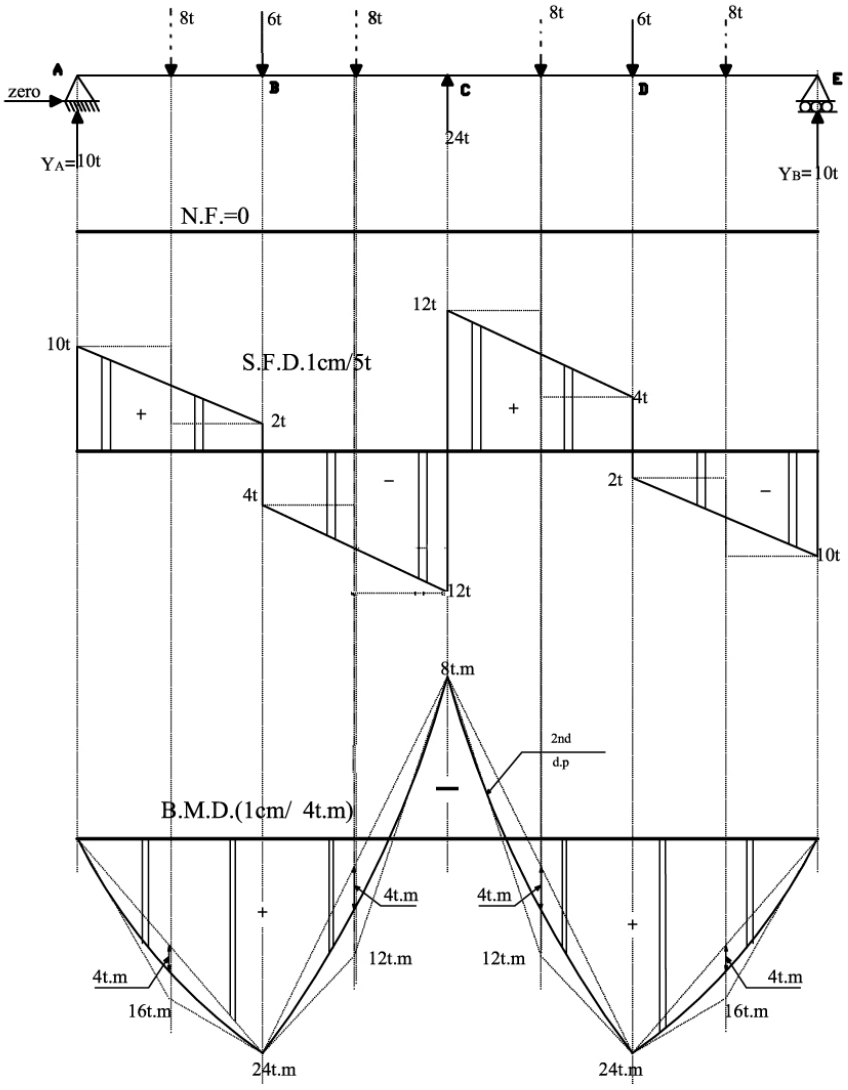
$M_D = 10\times4-8\times2=40-16 = 24t.m$

www.prof-eng.net

ملحوظة: كان يمكن إيجاد ردود الأفعال بطريقة بسيطة جدا نظرا لتماثل الأحمال والمسافات على الكمرة حيث يمكن حسابها كالآتي:-

$$Y_A = Y_E = \frac{2\times16+6+6-24}{2} = \frac{20}{2} = 10\ t$$

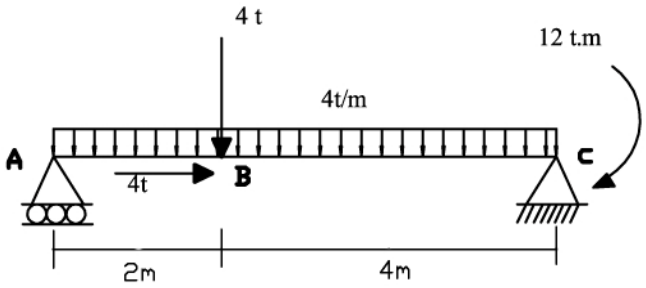
٣-الرسم بمقياس رسم مناسب :-



www.prof-eng.net

Example(4):-

المطلوب رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D, S.F.D& B.M.D) للكمرة البسيطة الموضحة بالشكل



الحل:-

١-إيجاد ردود الأفعال :- بتطبيق شروط الاتزان

$\sum F_X = 0 \Rightarrow \therefore \quad X_C = \overleftarrow{4}\ t$

$\sum M = 0 \Rightarrow \therefore \sum M_C = 0 \therefore 6Y_A - 8\times5 - 4\times4 - 16\times2 + 12 = 0$

$6Y_A - 40 - 16 - 32 + 12 = 0 \Rightarrow \therefore Y_A = \frac{76}{6} = 12.67\ t \uparrow$

$\sum F_Y = 0 \Rightarrow \therefore Y_A + Y_C = 8 + 4 + 16 = 28t$

$\therefore Y_C = 28 - 12.67 = 15.33t \uparrow$

Check

$\sum M_A = 0$

$-6Y_C + 12 + 16\times4 + 4\times2 + 8\times1 = 0 \quad \therefore \quad 6Y_C = 12 + 64 + 8 + 8 = 92$

$\therefore \quad Y_C = \frac{92}{6} = 15.33\ t \uparrow \quad \therefore OK$

٢-العزوم عند النقط المختلفة :-

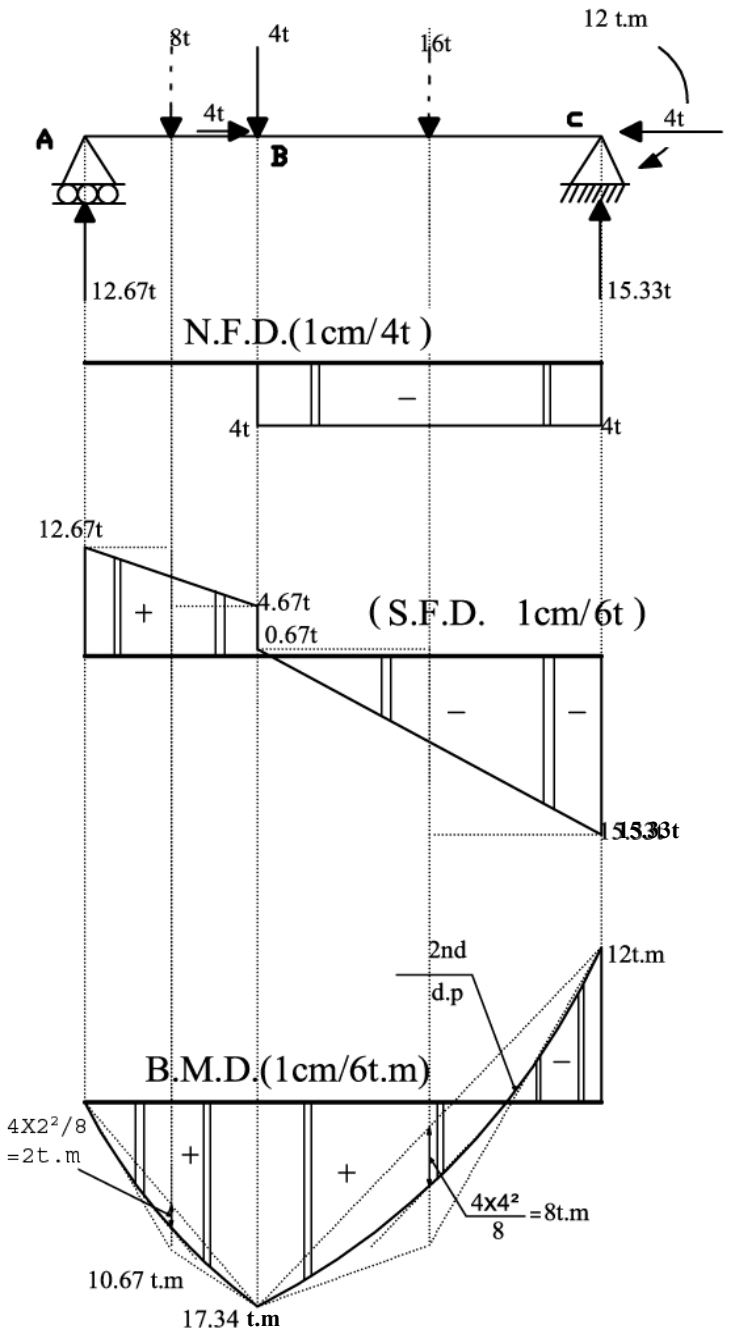
$M_A = 0$

$M_B = 12.67\times2 - 8\times1 = 17.34 \quad t.m$

$M_C = -12\ t.m$

www.prof-eng.net

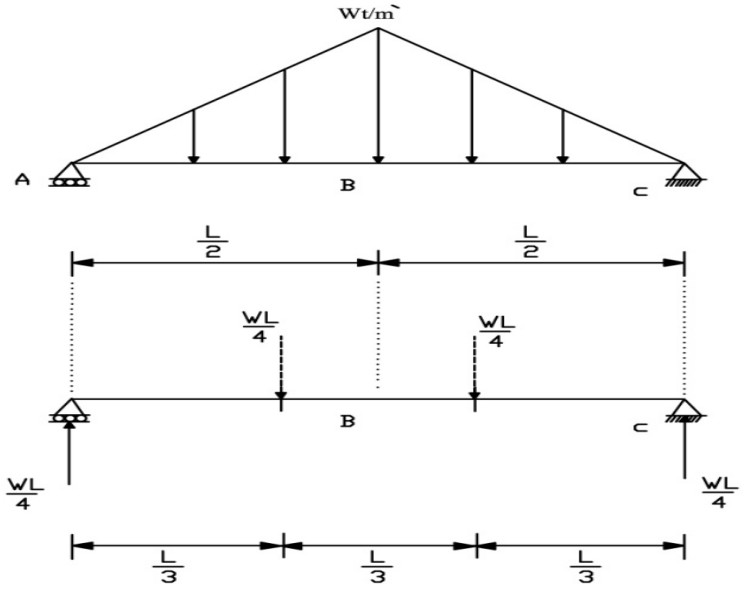
٣- الرسم بمقياس رسم مناسب :-



www.prof-eng.net

III. حالة حمل موزع توزيعا غير منتظما

١- حالة حمل مثلثي متماثل



يمثل الشكل الموضح حالة حمل مثلثي متماثل والحمل هنا متماثل حول منتصف الكمرة في B حيث تبلغ الكثافة حدها الاقصى ويكون الحمل المركز على الكمرة مساويا مساحة المثلث $= \frac{wl}{2}$ ورد الفعل عند كل ركيزة $= \frac{wl}{4}$ ويكون شكل القص عبارة عن منحنى من الدرجة الثانية له مماسان أحدهما موازي لخط القاعدة الافقي والآخر يمر بمنتصف القاعدة ومار بنقطة B ويكون شكل عزوم الانحناء عبارة عن منحنى من الدرجة الثالثة ويبلغ عزم الانحناء نهايته العظمى عند نقطة B ويكون مساويا :-

$$M_B = \frac{WL}{4} \times \frac{L}{2} - \frac{WL}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{L}{2}$$

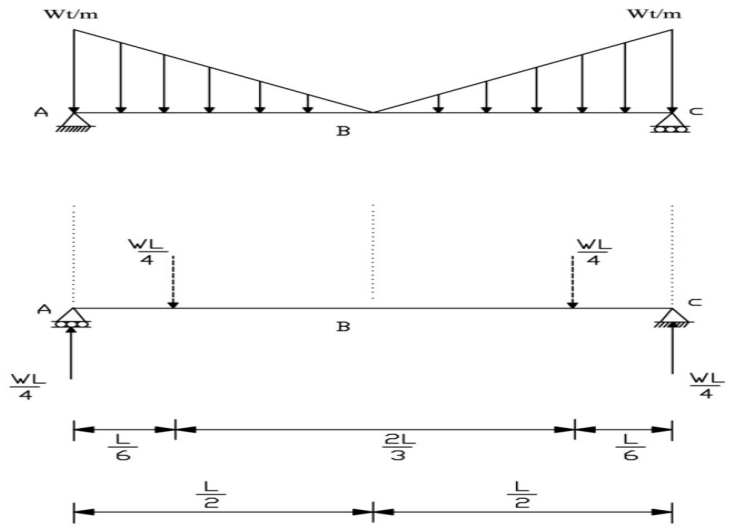
$$\therefore M_B = \frac{WL^2}{8} - \frac{WL^2}{24} = \frac{2WL^2}{24} \quad \therefore \quad M_B = \frac{WL^2}{12}$$

$$\boldsymbol{Mmax} = \frac{\boldsymbol{WL^2}}{\boldsymbol{12}}$$

www.prof-eng.net

وتكون اشكال قوى القص وعزوم الانحناء متماثلة حول نقطة B (منتصف الحمل) كما سيوضح في المثال القادم.

٢- حالة حمل مثلثي متماثل مقلوب



يمثل الشكل الموضح حالة هذا الحمل وهو متماثل حول منتصف الكمرة في Bوتبلغ كثافة الحمل حدها الاقصى عند A,C ويكون الحمل المركزعلى الكمرة= $\frac{WL}{2}$ ورد الفعل عند كل ركيزة $\{\frac{1}{2}\times\frac{WL}{2}=\frac{WL}{4}\}$ ويكون شكل القص عبارة عن منحنى من الدرجة الثانية لكنه يختلف عن شكل القص في الحالة السابقة حيث اختلفت بعد مراكز الثقل لكل مثلث بالنسبة للركيزة في كل حالة اما منحنى عزوم الانحناء فهو من الدرجة الثالثة أيضا لكنه يختلف عن منحنى العزوم في الحالة السابقة في أن المماس له عند الركيزة يمر بالثلث الخارجي للقاعدة بدلا من الثلث الداخلي كما في الحالة السابقة وتكون قيمة العزوم عندنقطة B (في نقطة المنتصف) =

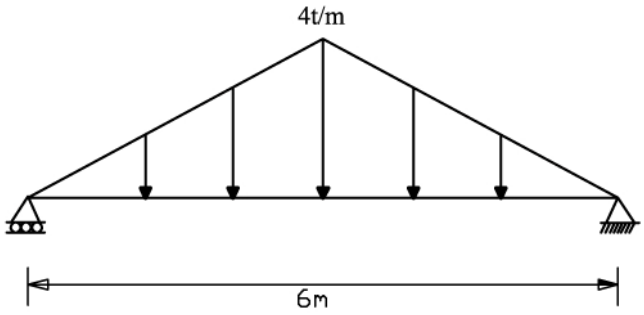
$$M_B=\frac{WL}{4}\times\frac{L}{2}-\frac{WL}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{L}{2}=\frac{WL^2}{8}-\frac{WL^2}{12}=\frac{WL^2}{24}$$

$$M_{max}=\frac{WL^2}{24}$$

www.prof-eng.net

Example (5) : -

المطلوب رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D, S.F.D& B.M.D) للكمرة الموضحة بالشكل :



الحل:-

١- إيجاد ردود الأفعال:-

$\sum F_X=0 \quad \Rightarrow \therefore X_C=0$

$\sum F_Y=0 \qquad \therefore Y_A+Y_C = \frac{4\times6}{2} = 12\ t$ ∴ الاحمال متماثلة

$\therefore Y_A=Y_C=\frac{12}{2}=6t \uparrow$

٢- العزوم عند النقط المختلفة :-

$M_A = 0$

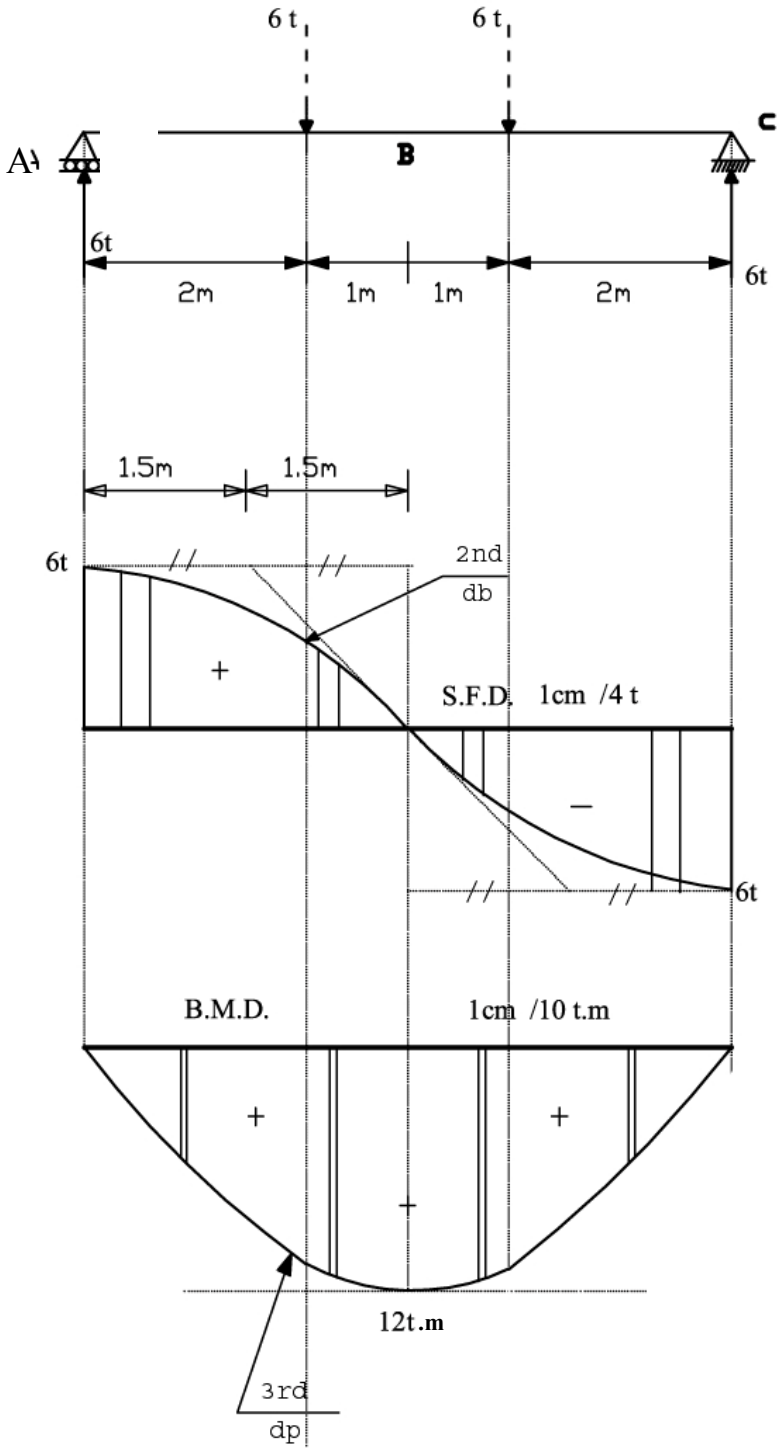
$M_B = 6\times3-6\times1 = 18-6 = 12\ \ t.m$

$M_C = 0$

$M_{max} = \frac{wl^2}{12} = \frac{4\times6^2}{12} = 12\ t.m$

٣- الرسم بمقياس رسم مناسب :-

www.prof-eng.net



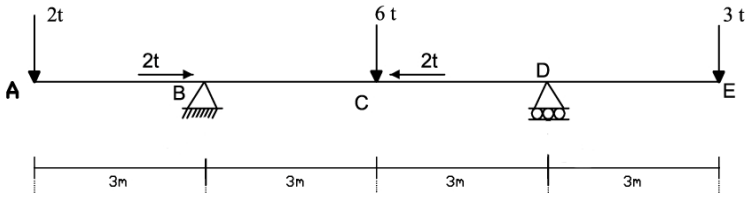
www.prof-eng.net

٣-٥- أمثلة محلولة على رسم البيانيات الثلاثة

للكمرات الممتدة الاطراف (N.F.D, S.F.D & B.M.D)

Example (1):-

المطلوب رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D, S.F.D& B.M.D) للكمرة الموضحة بالشكل



الحل:-

١-إيجاد ردود الأفعال :-

$\sum F_X = 0 \Rightarrow \therefore X_B = \overrightarrow{2}\ t$

$\sum M = 0 \Rightarrow \therefore \sum M_D = 0 \quad \therefore -2\times9+6Y_B-6\times3+3\times3 = 0$

$-18+6Y_B-18+9=0 \quad \therefore 6Y_B=27 \quad \therefore Y_B = \frac{27}{6} = 4.50\ t \uparrow$

$\sum F_Y=0 \quad \therefore Y_B+Y_D=2+6+3= 11\ t$

$\therefore Y_D=11-4.50=6.5\ t\uparrow$

<u>Check</u>

$\sum M_B=0 \Rightarrow \therefore 3\times9-6Y_D+6\times3-2\times3 = 0$

$6Y_D = 27+18-6 = 39$

$\therefore Y_D = \frac{39}{6} = 6.50\ t \uparrow \quad \therefore$ ok

www.prof-eng.net

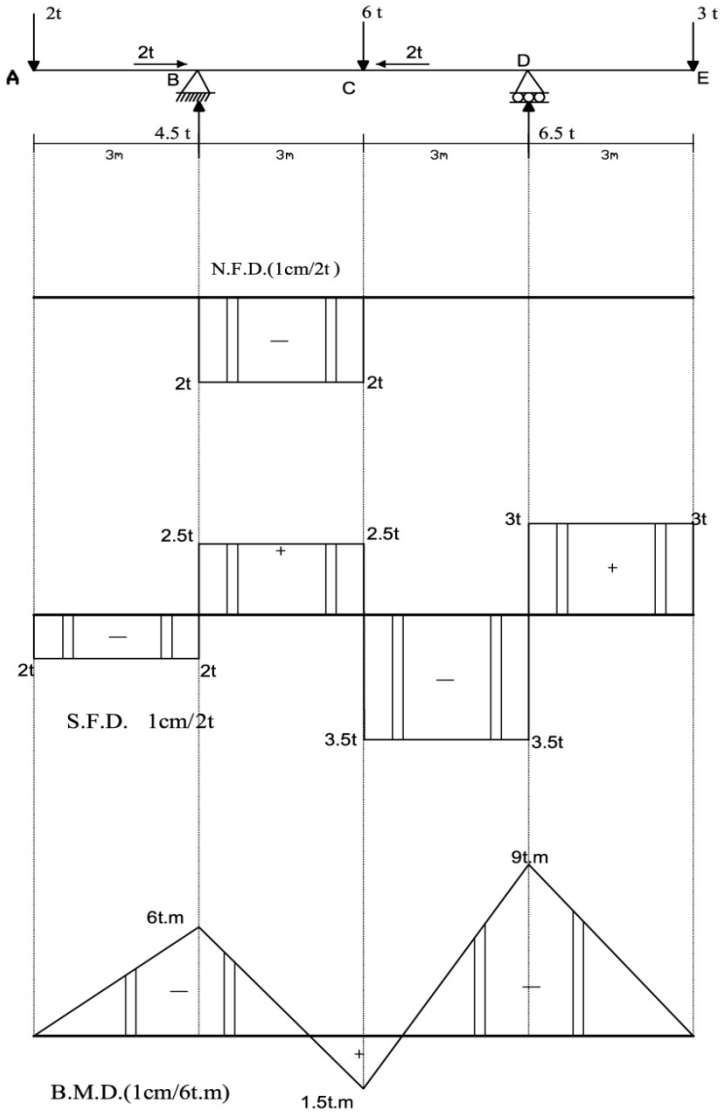
٢- العزوم عند النقط المختلفة :-

$M_A = M_E = 0$ & $M_B = -2\times3 = -6t.m$

$M_C = -2\times6+4.5\times3=-12+13.5=1.50\ t.m$

$M_D = -3\times3 = -9\ t.m$

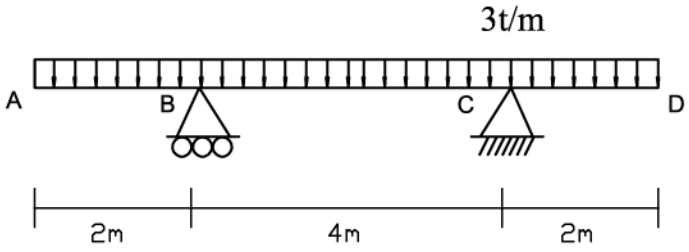
٣-الرسم بمقياس رسم مناسب :-



www.prof-eng.net

Example (2):-

المطلوب رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D, S.F.D& B.M.D) للكمرة الموضحة بالشكل



الحل:-

١- إيجاد ردود الأفعال :-

$$\sum F_X = 0 \quad \Rightarrow\therefore \ X_C = 0$$

∴ الأحمال متماثلة

يمكننا حساب ردود الأفعال كالآتي :-

$$Y_B + Y_C = 3\times 8 = 24 \ t \quad \Rightarrow\therefore Y_B = Y_C = \frac{24}{2} = 12t \uparrow$$

٢- العزوم عند النقط المختلفة:-

$$M_A = M_D = 0$$

$$M_B = -6\times 1 = -6 \ t.m$$

$$M_C = -6\times 1 = -6 \ t.m$$

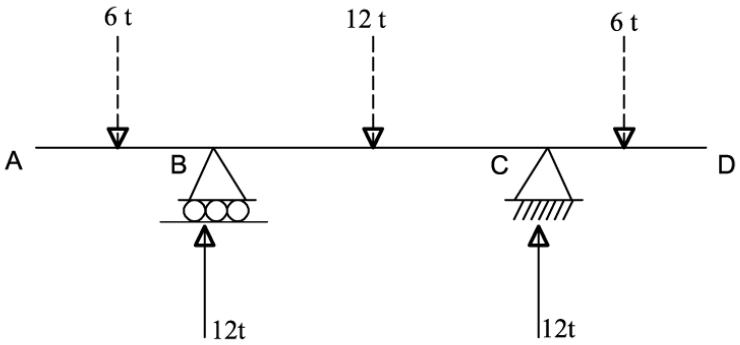
قيم التعليق

$$\frac{wl^2}{8} = \frac{3\times 2^2}{8} = 1.5 \ t.m$$

$$\frac{wl^2}{8} = \frac{3\times 4^2}{8} = 6t.m$$

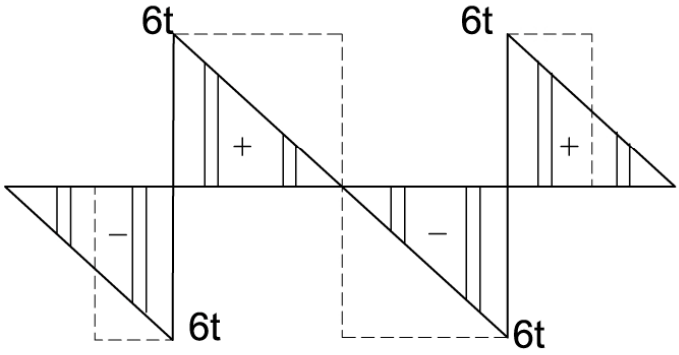
٣- الرسم بمقياس رسم مناسب:-

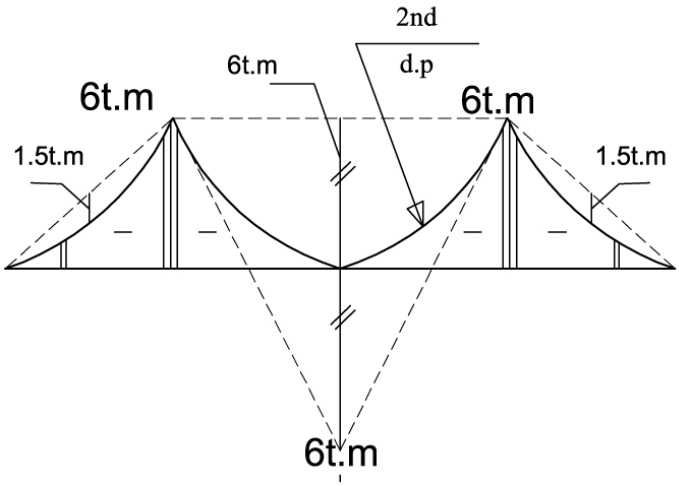
www.prof-eng.net



N.F.=0

S.F.D. 1cm/6t



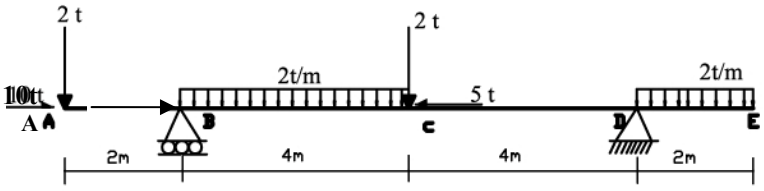


B.M.D.(1cm/6t.m)

www.prof-eng.net

Example (3):-

المطلوب رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D, S.F.D& B.M.D) للكمرة الموضحة بالشكل



الحل:- ١-إيجاد ردود الأفعال:- بتطبيق شروط الاتزان

$\sum F_X=0 \Rightarrow \therefore X_D = 10-5 = \overleftarrow{5}t$

$\sum M=0 \Rightarrow \therefore \sum M_D=0 \therefore -2\times10+8Y_B-8\times6-2\times4+4\times1=0$

$\therefore -20+8Y_B-48-8+4 = 0$

$\therefore 8Y_B = 72 \quad \therefore Y_B = \frac{72}{8} = 9t \uparrow$

$\sum F_Y=0 \Rightarrow \therefore Y_B+Y_D=2+8+2+4=16t$

$\therefore Y_D=16-9 \quad =7 \ t \uparrow$

Check

$\sum M_B = 0 \Rightarrow \therefore \quad 4\times9-8Y_D+2\times4+8\times2-2\times2=0$

$\therefore 36-8Y_D+8+16-4=0$

$\therefore Y_D = \frac{56}{8} = 7t \uparrow$

٢-العزوم عند النقط المختلفة :-

$M_A=M_E=0$

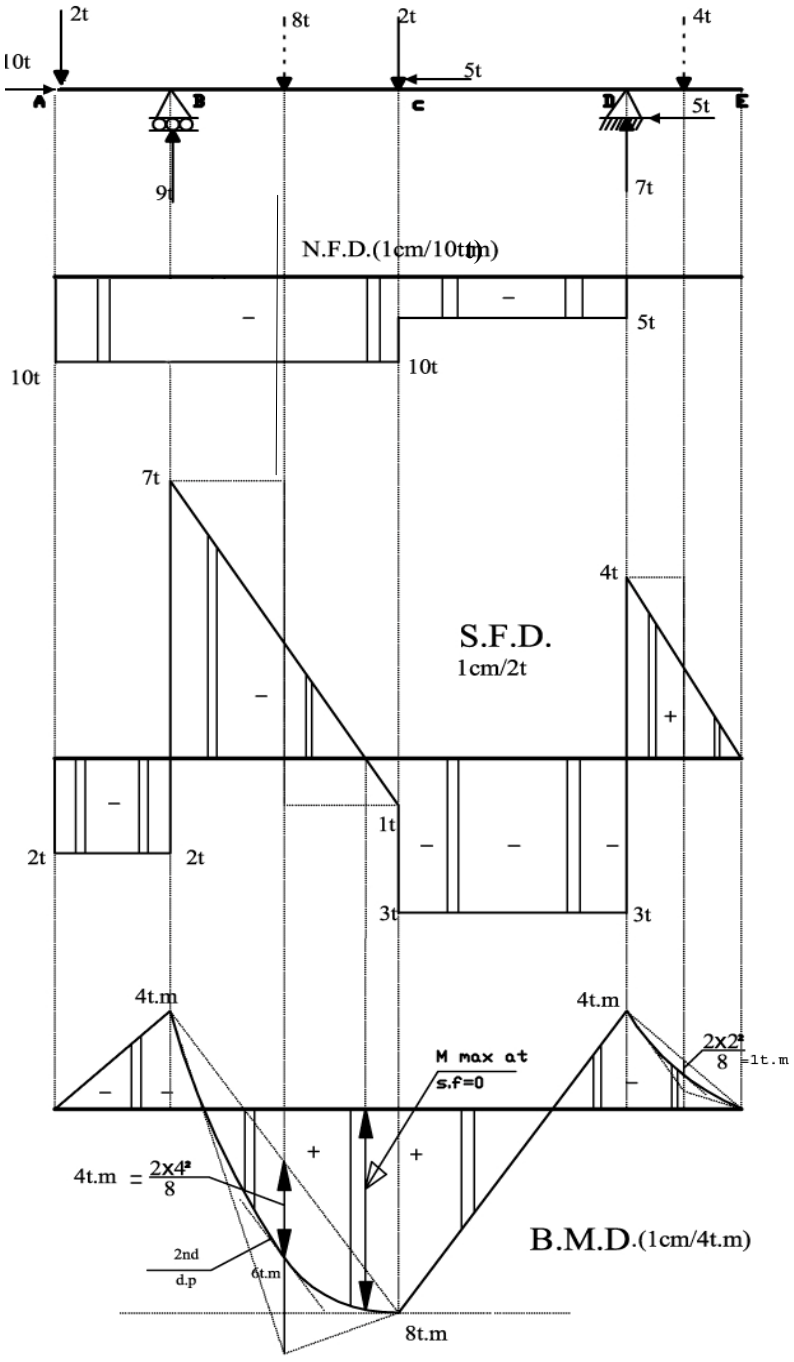
$M_B=-2\times2= \ -4t.m$

$M_C=-2\times6+9\times4-8\times2=-12+36-16 \ = 8t.m$

$M_D=-4\times1= -4t.m$

www.prof-eng.net

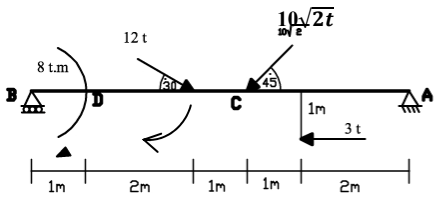
٣- الرسم بمقياس رسم مناسب:-



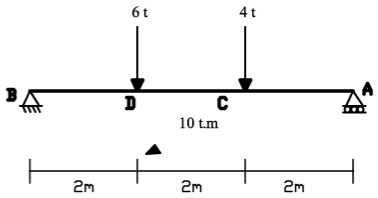
www.prof-eng.net

تمارين (٤)

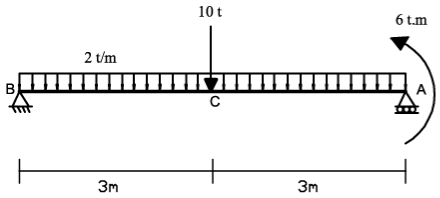
المطلوب رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D, S.F.D& B.M.D) للكمرات البسيطة والممتدة الموضحة بالشكل :-



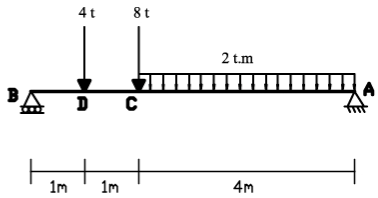
(1)



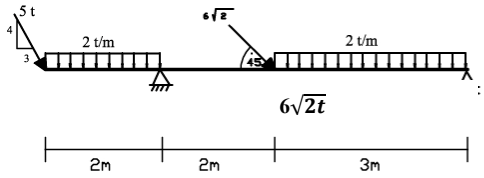
(2)



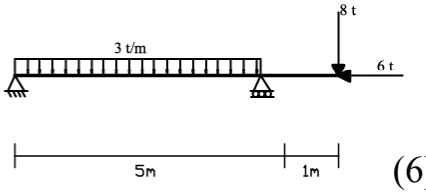
(3)



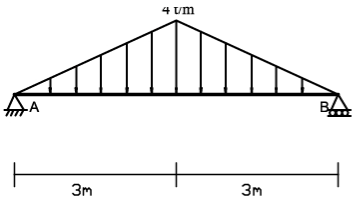
(4)



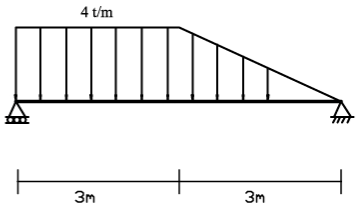
(5)



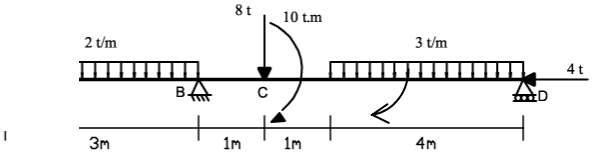
(6)



(7)

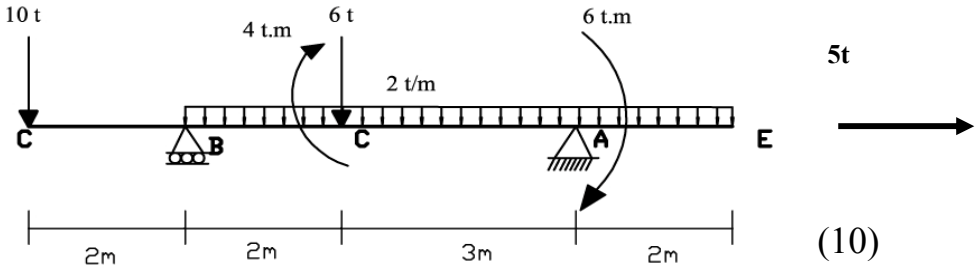


(8)

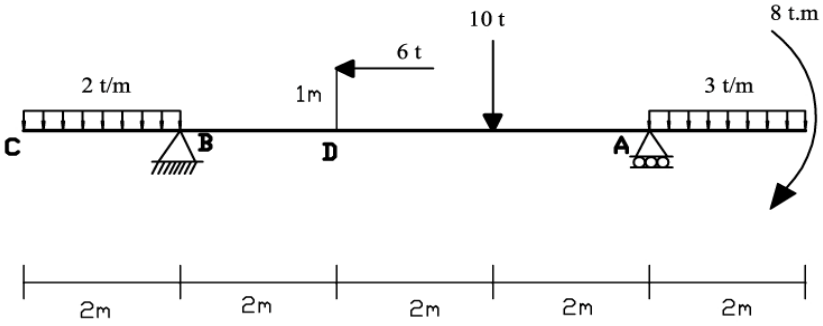


(9)

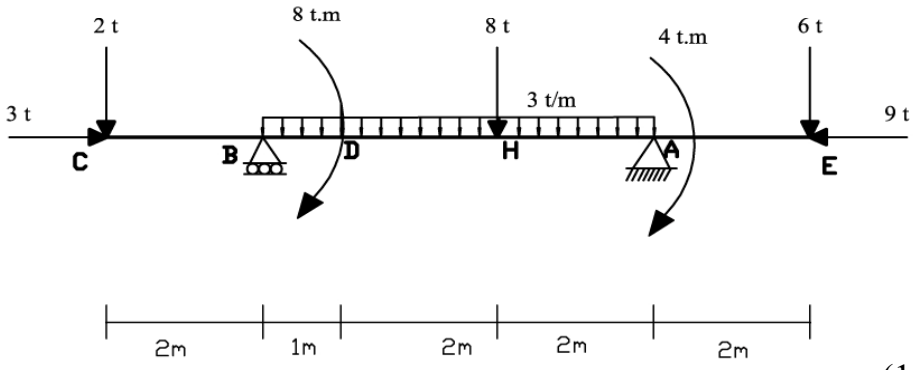
www.prof-eng.net



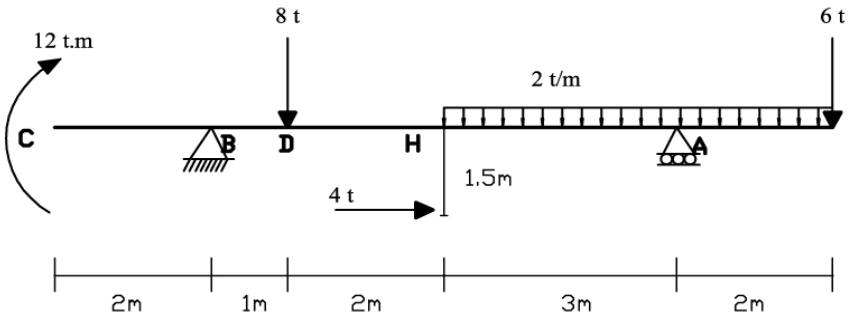
(10)



(11)



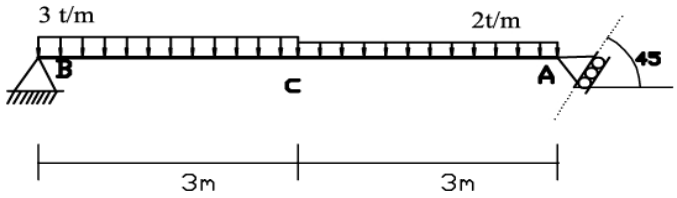
(12)



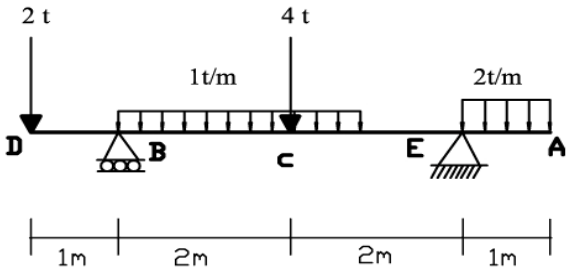
(13)

www.prof-eng.net

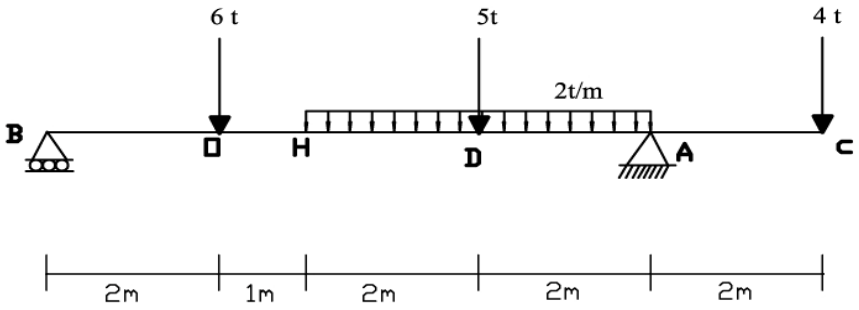
(13)



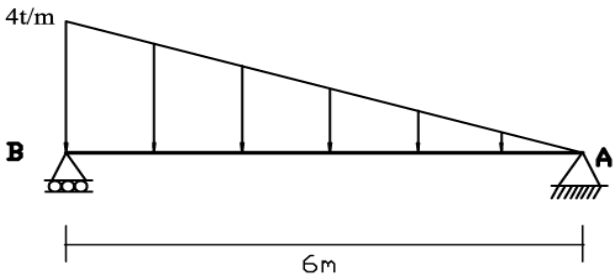
(14)



(15)

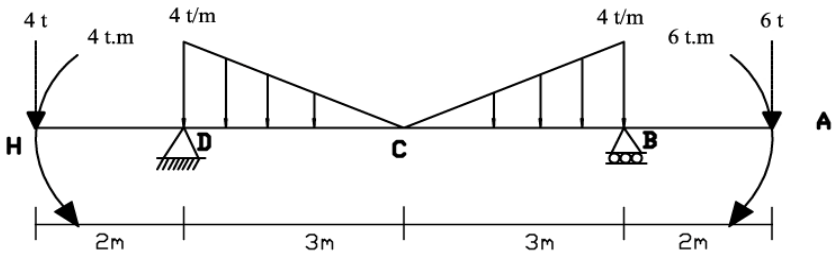


(16)

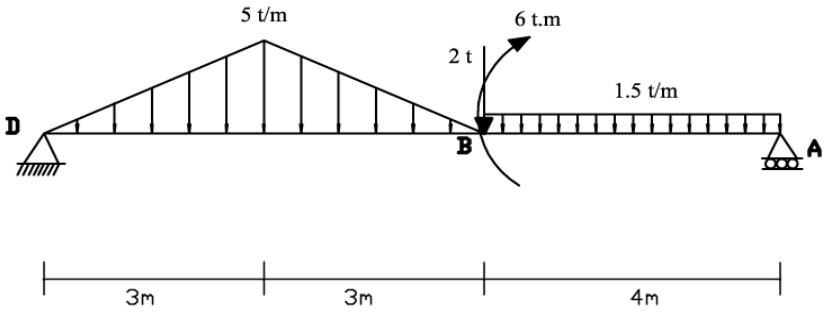


(17)

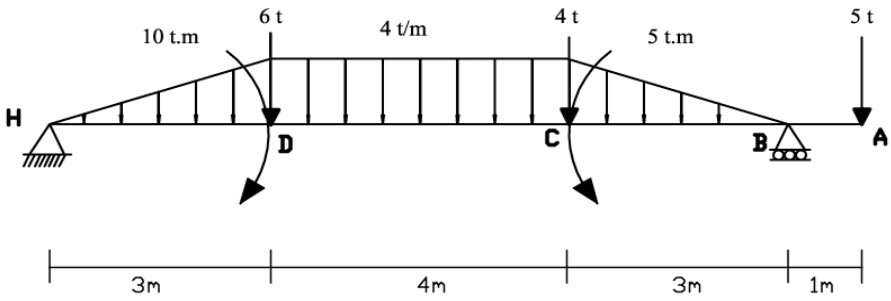
www.prof-eng.net



(18)

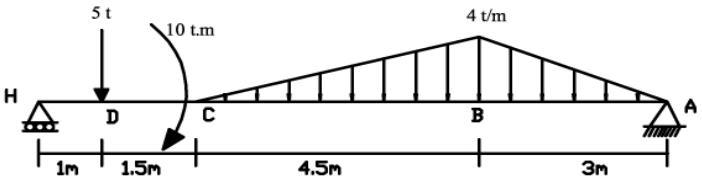


(19)

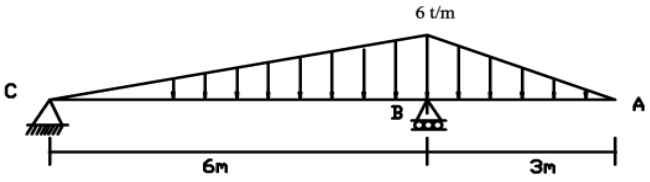


(20)

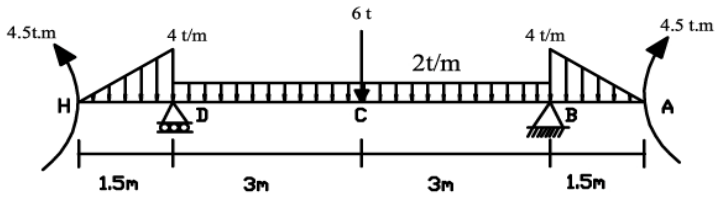
www.prof-eng.net



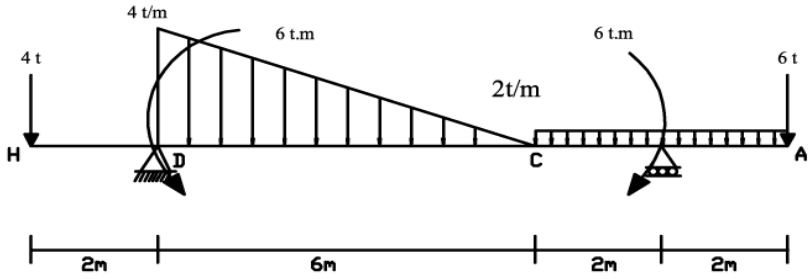
(21)



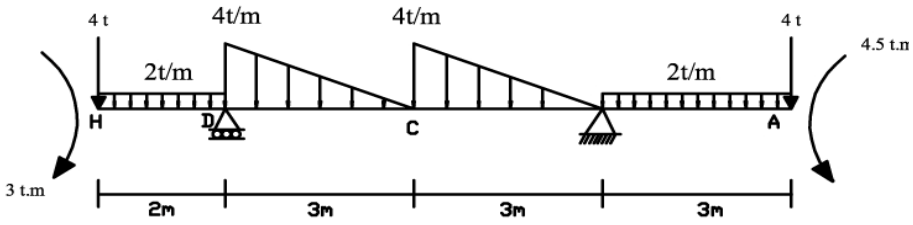
(22)



(23)



(24)



www.prof-eng.net

الباب الرابع

الكمرات المفصلية المركبة

www.prof-eng.net

الكمرات المفصلية المركبة

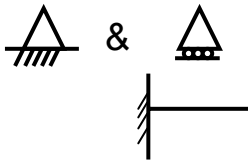
Compound Beams

٤-١- مقدمة

يمكن تعريف الكمرات المفصلية بأنها الكمرات التي يوجد بها عدد من المفاصل الداخلية يكفي لان يجعل الكمرة في مجموعها محددة استاتيكيا ويتم حلها بواسطة معادلات الاتزان الثلاثة بالإضافة إلى شرط جديد وهو عزم الانحناء في موضع المفصل الداخلي يمينا أو يسارا =صفر ونأتي بعدد المفاصل المطلوبة لكل كمرة من العلاقة

$$n=(s+2f)-2$$

حيث n = العدد اللازم من المفاصل الداخلية

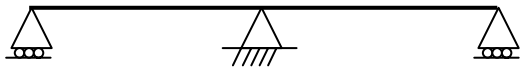


S = عدد الركائز البسيطة الخارجية في الكمرة

f = عدد الركائز الخارجية التامة التثبيت

أمثلة توضيحية

Example (1):-



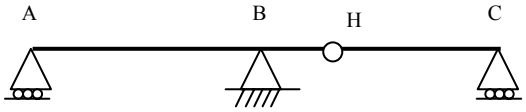
الشكل يوضح كمرة غير محددة من الدرجة الأولى

وبتطبيق العلاقة السابقة نجد أن

$f=0,\ s=3$

$n= (3+0) -2=1$

.:المطلوب مفصل داخلي واحد لتكون الكمرة محددة استاتيكا



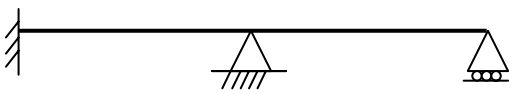
www.prof-eng.net

وتصبح معادلات الاتزان لهذه الكمرة كالتالي:

$\sum F_X=0$, $\sum F_Y=0$ & $\sum M=O$ & $\sum M_H$ (R.OR.L.)=0

Example (2):-

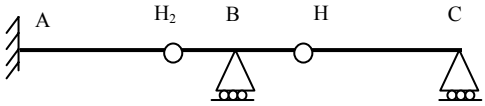
الشكل يوضح كمرة غير محددة استاتيكيا من الدرجة



وبتطبيق العلاقة السابقة نجد أن f=1 , s=2

$\therefore$ n= (2+2×1) -2=2

$\therefore$ المطلوب مفصلين داخليين لتصبح الكمرة محددة استاتيكا



وتكون معادلات الاتزان لهذه الكمرة كالتالي:

$\sum F_X=0$, $\sum F_Y=0$ & $\sum M=O$ & $\sum M_{H1}$ (R.OR.L.)=0 & $\sum M_{H2}$ (R.OR.L.)=0

ويجب أن نلاحظ عند تحديد مواضع هذه المفاصل الداخلية ما يلي:

١. لا يجوز آن يوجد في فتحة خارجية أكثر من مفصل داخلي واحد ولا يجوز أيضا في هذه الحالة أن يوجد في الفتحة الداخلية التي تليها أكثر من مفصل واحد أيضا.

٢. لا يجوز أن يوجد في فتحة داخلية أكثر من مفصلين داخليين على ألا يزيد عدد المفاصل الداخلية في فتحتين داخليتين عن ثلاثة مفاصل.

٣. إذا كانت الركيزة الطرفية (الخارجية)للكمرة من النوع المثبت تثبيت تام اعتبرت الفتحة الأخيرة عند تطبيق العلاقات السابقة فتحة داخلية.

٤. لا يجوز أن يقل عدد المفاصل الداخلية في فتحتين متجاورتين عن مفصل واحد.

www.prof-eng.net

طرق حل الكمرات المفصلية المركبة حسابيا

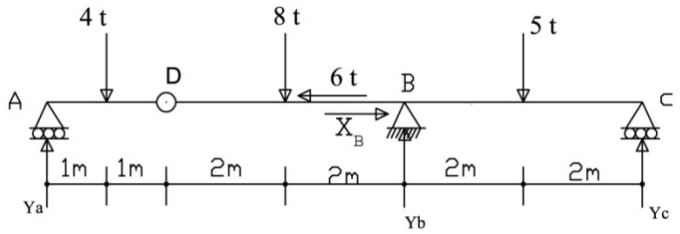
٤-٢- طريقة معادلات الاتزان

وفيها يتم الحل باستعمال شروط الاتزان الثلاثة مع الشروط الإضافية الناتجة عن وجود المفاصل الداخلية ثم رسم أشكال القوى العمودية وقوى القص وعزوم الانحناء بنفس القواعد السابقة وتكون معادلات الاتزان المستخدمة في الحل هي:

$\{\sum F_X=0 \quad , \sum F_Y=0 \quad , \sum M=O \quad , \sum M_H\,(R.OR.L.)=0\}$

Example (1):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للكمرة المفصلية المركبة الموضحة بالشكل



الحل :

بتطبيق شروط الاتزان

$\sum F_X=0 \quad \Rightarrow \therefore X_B=\vec{6}t$

$\sum M_{DL}=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad 2Y_A-4\times1=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad Y_A=\frac{4}{2}=2t\uparrow$

$\sum M_C=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore Y_A\,(10)-4\times9-8\times6+Y_B(4)-5\times2=0$

$\therefore 2\times10-36-48+4Y_B-10=0$

$\therefore Y_B=74/4=18.5\ t\ \uparrow$

$\sum F_Y=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore Y_A+Y_B+Y_C=4+8+5=17\ t$

$\therefore Y_C=17-Y_A-Y_B=17-2-18.5=-3.5\ t=3.5\ t\ \downarrow$

www.prof-eng.net

وهذا يعني أن اتجاه رد الفعل عند (C) لأسفل ويمكن عمل تحقيق (check) بآخذ $\sum M_B$ مثلا آو $\sum M_{DR}$. ومساوتهم بالصفر وذلك للتأكد من صحة ردود الأفعال.

٤-٣- طريقة الأجزاء الإنشائية

وفيها يتم الحل بتقسيم الكمرة إلى أجزاء إنشائية ثم دراسة القوى المؤثرة على كل جزء (على حدة) وإيجاد ردود الأفعال وأشكال القص وعزوم الانحناء له من هذه القوى.

ويجب إن يراعي الآتي عند تقسيم الكمرة :-

١- يتم تقسيم الكمرة إلى أجزاء إنشائية حاملة وأجزاء محمولة.

٢- تكون الأجزاء الإنشائية الحاملة عبارة عن كمرة يجب إن تكون متزنة بمفردها أو بمعنى أخر جزء إنشائي متكامل.

٣- تكون الأجزاء الإنشائية المحمولة عبارة عن جزء كمرة مرتكزة على الكمرة الحاملة فيتم حله أولا ثم نأتي برد فعله على الكمرة الحاملة ويتم بالتالي حل الكمرة الحاملة أيضا.

٤-٤- أمثلة محلولة على إيجاد ردود الأفعال للكمرات المفصلية

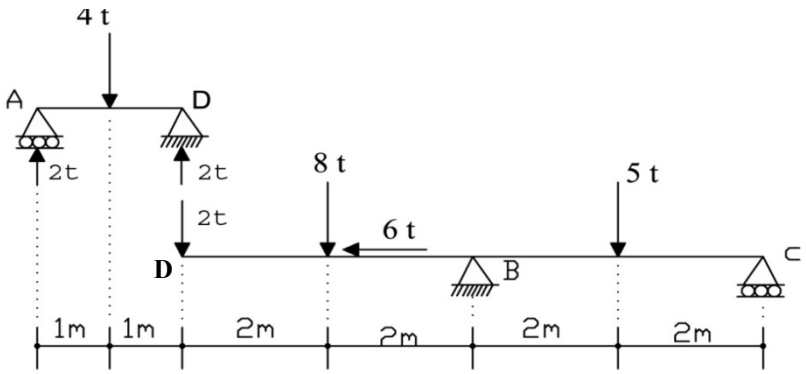
Example(1):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للكمرة السابقة في EX(1) وذلك بعد تقسيمها إلى أجزاء إنشائية

الحل:

الكمرة السابقة ADBC تنقسم إنشائيا إلى الجزئيين DBC, AD

www.prof-eng.net



وبدراسة الجزء AD أولا نجد أن الحمل متماثل على هذا الجزء وعلى هذا الأساس فإن :

$Y_A=Y_D=4/2=2t \uparrow$

ثم بعكس رد الفعل DBC نجد (2t) على الجزء DBC

وبدراسة الجزء DBC نجد أن

$\sum F_X=0 \Rightarrow \therefore X_B=\vec{6}t$

$\sum M=0 \Rightarrow \therefore \sum M_C=0 \Rightarrow \therefore -2\times8-8\times6+Y_B(4)-5\times2=0$

$\therefore -16-48+4Y_B-(10)=0 \Rightarrow \therefore Y_B=\frac{74}{4}=18.5\ t$

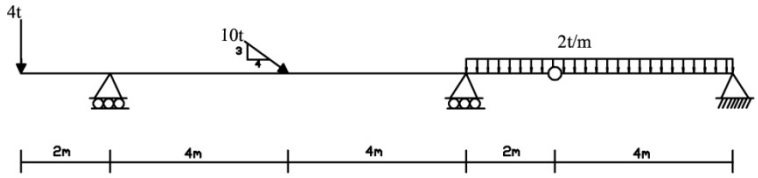
$\sum F_Y=0 \ \therefore Y_B+Y_C=2+8+5=15 \Rightarrow \therefore Y_C=15-18.5=-3.50\ t$

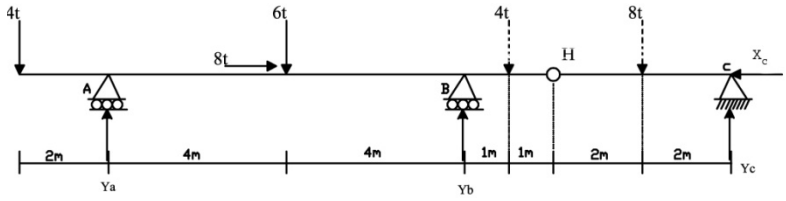
$\therefore Y_C=3.5\ t \downarrow$

www.prof-eng.net

Example (3):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للكمرة المفصلية الموضحة بالشكل





الحل: - بتطبيق شروط الاتزان :

$\sum F_X = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \; X_C = 8t \leftarrow$

$\sum M_{HR} = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \; 8\times2 - Y_C(4) = 0 \Rightarrow \therefore \; Y_C = \frac{16}{4} = 4\,t \uparrow$

$\sum M_A = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \; -4\times2 + 6\times4 + 4\times9 + 8\times12 - 4(14) - Y_B(8) = 0$

$\therefore \quad Y_B = \frac{92}{8} = 11.5\,t \uparrow$

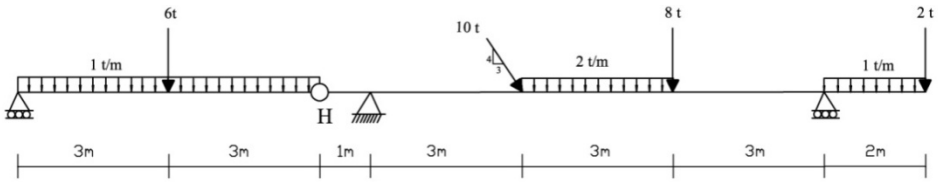
$\sum F_Y = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad Y_A + Y_B + Y_C = 22 \text{ t}$

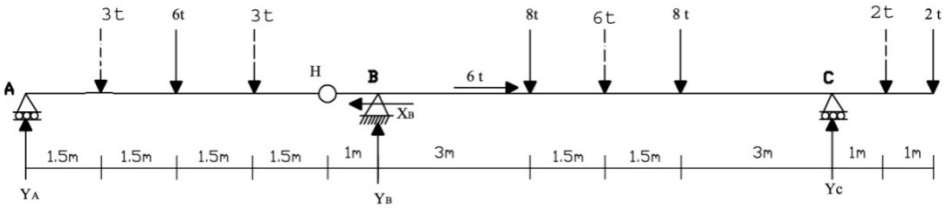
$\therefore \; Y_A = 22 - 4 - 11.5 = 6.5 \text{ t} \uparrow$

www.prof-eng.net

Example (4):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للكمرة المفصلية الموضحة بالشكل





الحل :-

بتطبيق شروط الاتزان :

$\sum F_X = 0 \Rightarrow\therefore X_B = \overleftarrow{6}\ t$

$\sum M_{HL} = 0 \Rightarrow\therefore Y_A(6) - 3 \times 4.5 - 6\times3 - 3\times1.5 = 0$

$\Rightarrow\therefore Y_A = \frac{36}{6} = 6\ t \uparrow$

$\sum M_C = 0 \Rightarrow\therefore 6\times16 - 3\times14.5 - 6\times13 - 3\times11.5 - 8\times6 - 6\times4.5$

$-8\times3+2\times1+2\times2+ Y_B\,(9)=0$

$\Rightarrow\therefore \quad Y_B = \frac{153}{9} = 17\ t \uparrow$

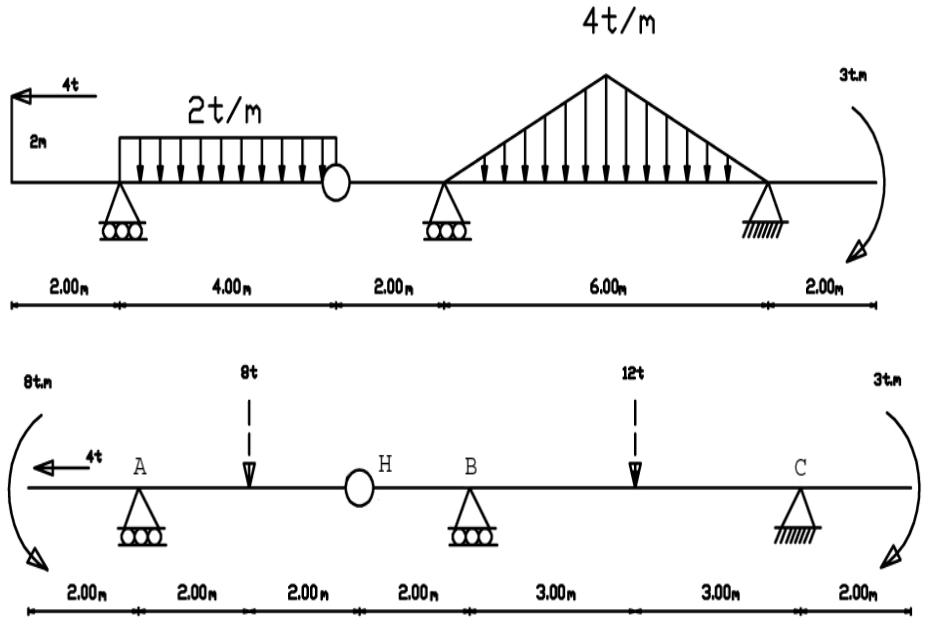
$\sum F_Y = 0 \Rightarrow\therefore \quad Y_A+Y_B + Y_C = 38\ t$

$\therefore Y_C = 38 - 6 - 17 = 15\ t \uparrow$

www.prof-eng.net

Example (5):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للكمرة المفصلية الموضحة بالشكل



الحل :- بتطبيق شروط الاتزان :

$\sum F_X = 0 \quad \Rightarrow\therefore \quad X_c = \vec{4}\ t$

$\sum M_{HL} = 0 \quad \Rightarrow\therefore \quad Y_A(4) - 8 \times 2 - 8 = 0$

$\Rightarrow\therefore \quad Y_A = \frac{24}{4} = 6\ t \uparrow$

$\sum M_C = 0 \quad \Rightarrow\therefore \quad -8\times-8\times10-12\times3+3+Y_A\times12+Y_B(6) = 0$

$\therefore -8-80-36+3+6\times12+6Y_B = 0$

$\Rightarrow \therefore \quad Y_B = \frac{49}{6} = 8.17\ t \uparrow$

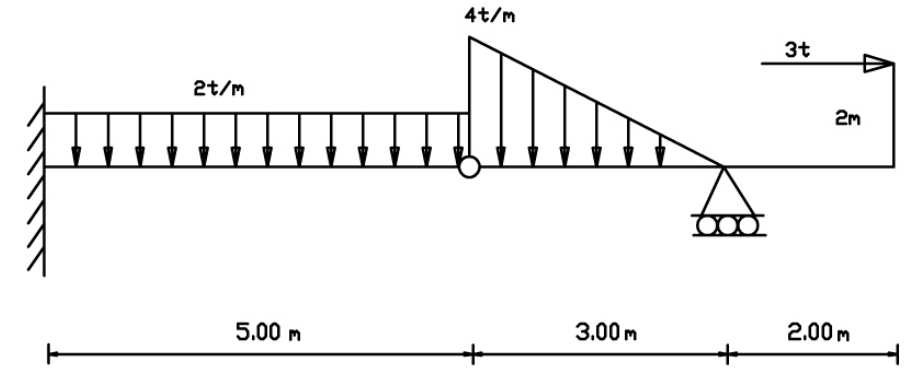
$\sum F_Y = 0 \quad \Rightarrow \therefore \quad Y_A+Y_B + Y_C = 20\ t$

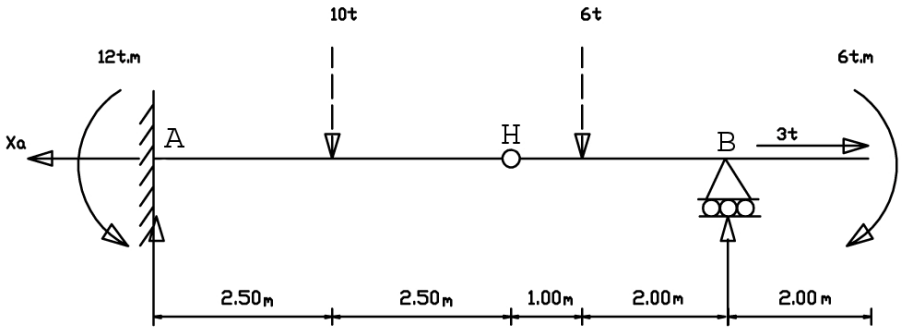
$\therefore Y_C = 20 - 6 - 8.17 = 5.83\ t \uparrow$

www.prof-eng.net

Example (6):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للكمرة المفصلية الموضحة بالشكل





الحل :- بتطبيق شروط الاتزان

$\sum F_X = 0 \quad \Rightarrow\therefore \quad X_A = \overleftarrow{3}t$

$\sum M_{HR} = 0 \quad \Rightarrow\therefore \quad 6\times1+6 - Y_B(3) = 0$

$\Rightarrow\therefore \quad Y_B = \frac{12}{3} = 4\ t \uparrow$

$\sum F_Y = 0 \quad \Rightarrow\therefore \quad Y_A+Y_B = 10+6 = 16\ t$

$\Rightarrow\therefore \quad Y_A = 16 - 4 = 12\ t \uparrow$

www.prof-eng.net

$\sum M_{HL}=0 \quad \Rightarrow\therefore \quad -M_A+12\times5-10\times2.5=0$

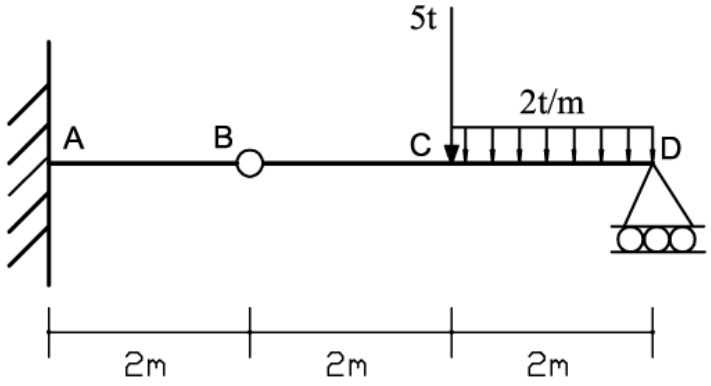
$\Rightarrow\therefore \quad -M_A+60-25=0$

$\Rightarrow\therefore \quad M_A=35$ t.m

٤-٥-أمثلة محلولة على رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D,S.F.D&B.M.D) للكمرات المفصلية

Example (1):-

المطلوب دراسة الكمرة المفصلية المركبة الموضحة مع رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D,S.F.D&B.M.D)



الحل :

١- إيجاد ردود الأفعال

بتطبيق شروط الاتزان

$\sum F_X=0 \quad \Rightarrow \therefore \quad X_A=0$

$\sum M_{BR}=0 \Rightarrow \therefore \ 5\times2+4\times3\times3-Y_D(4)=0 \Rightarrow \therefore Y_D=\frac{22}{4}=5.5t\uparrow$

$\Sigma F_Y=0 \quad \Rightarrow \therefore \quad Y_D+Y_A=9t \quad \Rightarrow \therefore \quad Y_A=9-5.5=3.5\ t\uparrow$

$\Sigma M=0$

$M_{BL}=0 \quad \Rightarrow \therefore \quad -M_A+3.5\times2=0 \quad \Rightarrow \therefore \quad M_A=7$ t.m

www.prof-eng.net

٢- العزوم عند النقط المختلفة

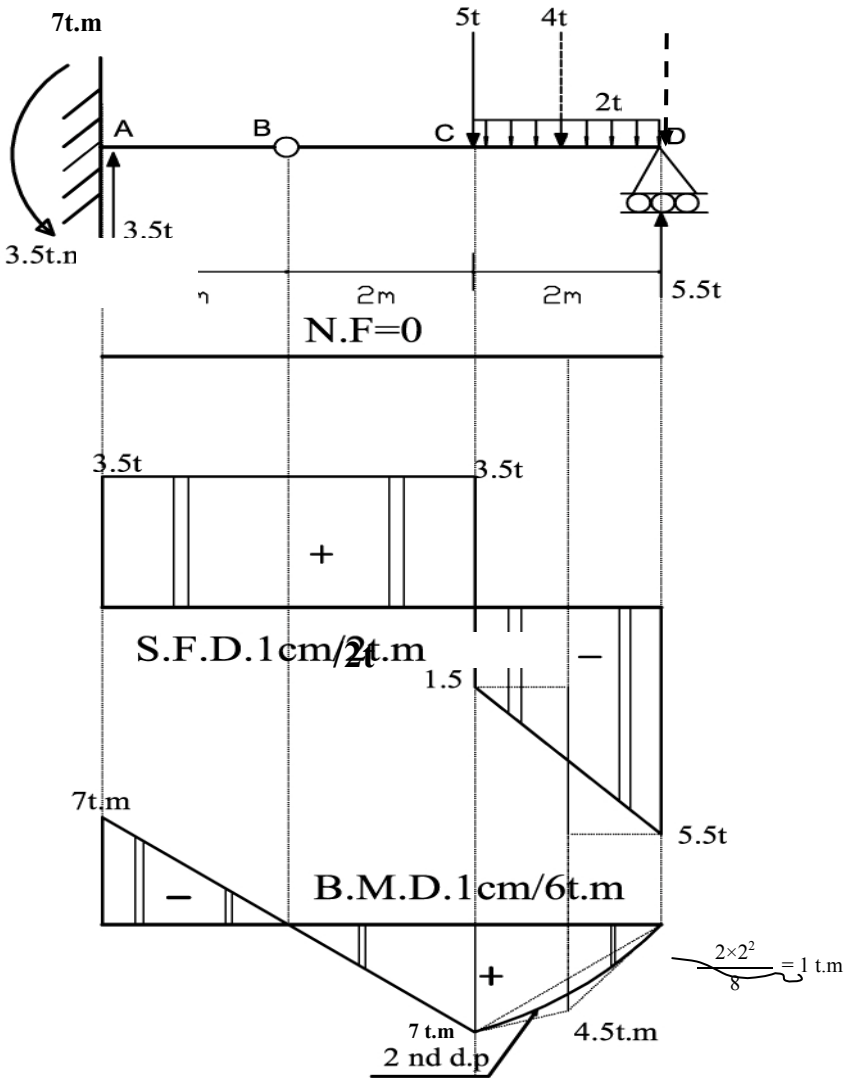
M_A= -7 t.m

M_B=0

M_{CR}=5.5×2-2×2×1=11-4=7 t.m

M_D=0

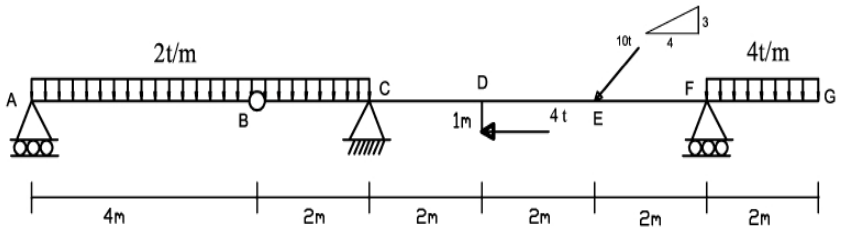
٣- الرسم بمقياس رسم مناسب.



www.prof-eng.net

Example (2) :-

المطلوب دراسة الكمرة المفصلية المركبة الموضحة مع رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D,S.F.D&B.M.D)



الحل:- ١- إيجاد ردود الأفعال

$\Sigma F_X=0 \Rightarrow \therefore X_C=8+4= \overrightarrow{12\ t}$

$\Sigma M_{BL}=0 \Rightarrow \therefore 4Y_A-8\times2=0 \Rightarrow \therefore Y_A=\frac{16}{4} = 4\ t\uparrow$

$\Sigma M_F=0 \Rightarrow \therefore Y_A\ (12)\ -8\times10-4\times7+Y_C\ (6)+4-6\times2+8\times1 = 0$

$\therefore 4\times12-80-28+6Y_C+4-12+8=0$

$\therefore Y_C=\frac{60}{6}=10\ t\uparrow$

$\Sigma F_Y=0 \Rightarrow \therefore Y_A+Y_C+Y_F = 8+4+6+8 = 26\ t\uparrow$

$\therefore Y_F=26-4-10 = 12\ t\uparrow$

Check

$\Sigma M_{BR}=4\times1-10\times2+4+6\times6-12\times8+8\times9=4-20+4+36-96+72=0$

$\therefore \Sigma M_{BR}= 0 \ \therefore$ OK

٢-العزوم عند النقط المختلفة

$M_A= M_B=0$

$M_C=4\times6-8\times4-4\times1 =24-32-4 =-12\ t.m$

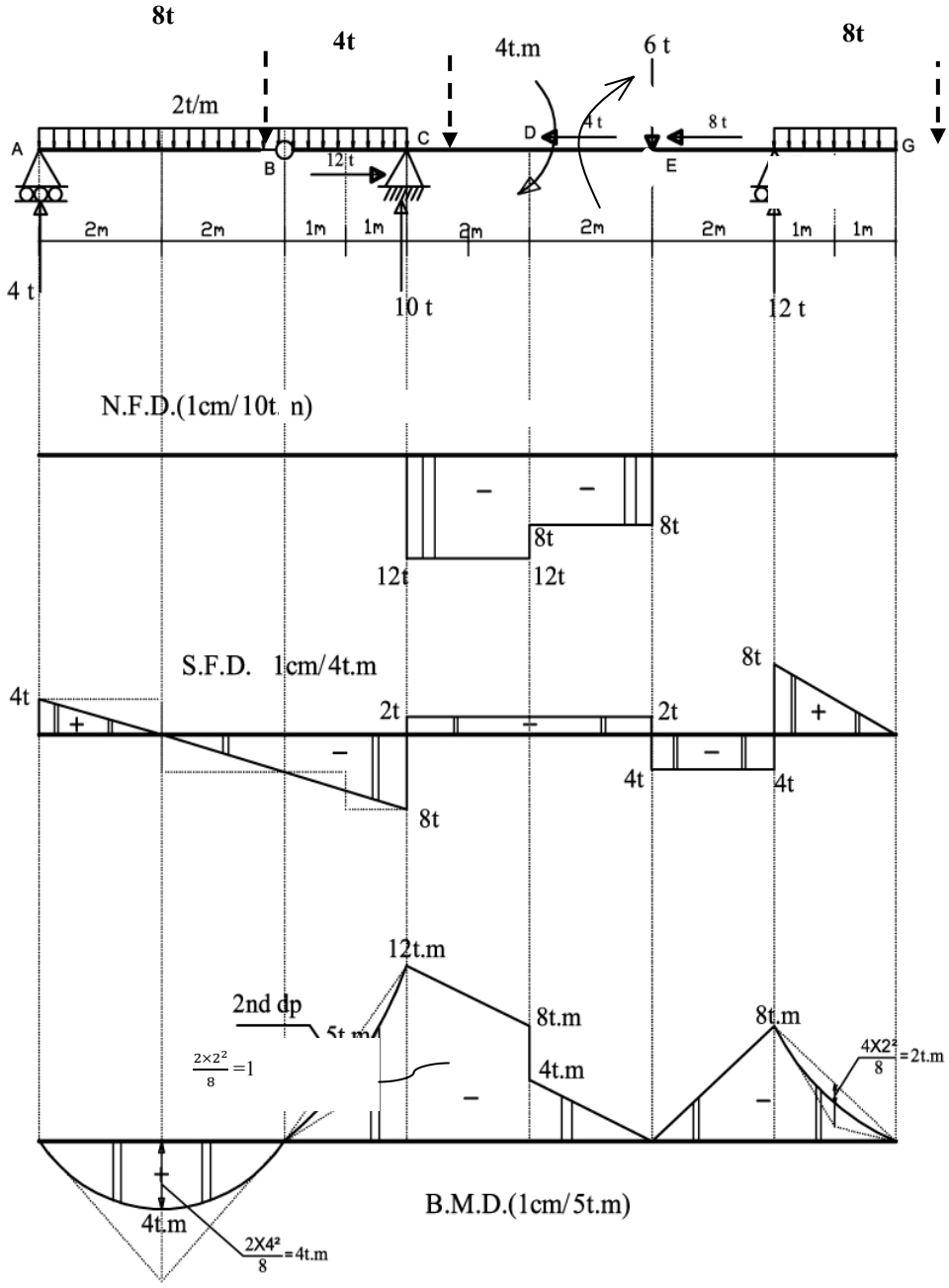
$M_{DR}=-8\times5+12\times4-6\times2=-4\ t.m$

www.prof-eng.net

M_{DL}= - 4 – 4 = – 8 t.m

M_E=-8×3+12×2=-24+24 =0 & M_F = -8 ×1= - 8 t.m

٣- الرسم بمقياس رسم مناسب

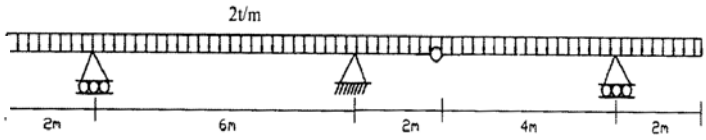


www.prof-eng.net

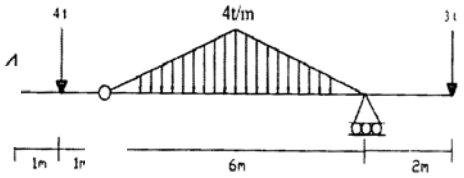
تمارين (٥)

المطلوب رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D,S.F.D & B.M.D.) للكمرات المفصلية الموضحة بالشكل

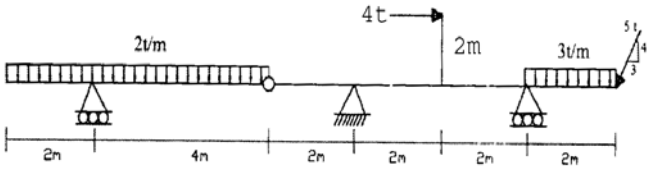
(1)



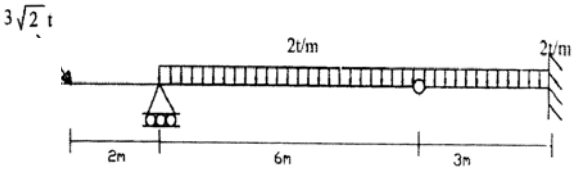
(2)



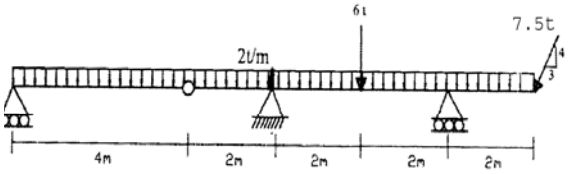
(3)



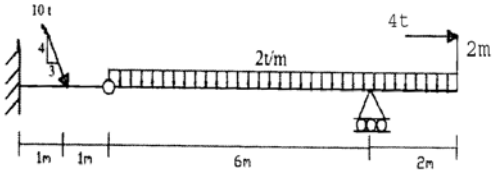
(4)



(5)



(6)



www.prof-eng.net

الباب الخامس

الإطـــارات

www.prof-eng.net

The Frames الإطارات

٥-١- مقدمة

تعتبر الإطارات من أهم المنشآت الهيكلية حيث تستخدم بكثرة في المنشآت الكبرى كالمصانع والمخازن ذات السعة الكبيرة وصالات السينما والمسارح والمدرجات ..... الخ) وذلك للاحتياج لمساحة سطحية كبيرة بدون أعمدة داخلية ويتكون المنشأ من عدة إطارات متراصة خلف بعضها بينها مسافة تسمى التقسيط (space) وتكون في حدود (4-7m) أما فتحة الإطار (Span) فقد تصل إلى(25m) وتحدد أشكال الإطارات طبقا لطريقة استخدامها أي يحدد ارتفاعات وفتحات الإطارات وكذلك التقسيط بينها تبعا لنوع المنشأ المطلوب.

وتنقسم الإطارات من حيث النوعية إلى:

- إطارات معدنية
- إطارات خرسانية

حيث لكل نوع استخدامه .

وتنقسم الإطارات من الجهة الاستاتيكية إلى:

- إطارات محددة استاتيكيا
- إطارات غير محددة استاتيكيا

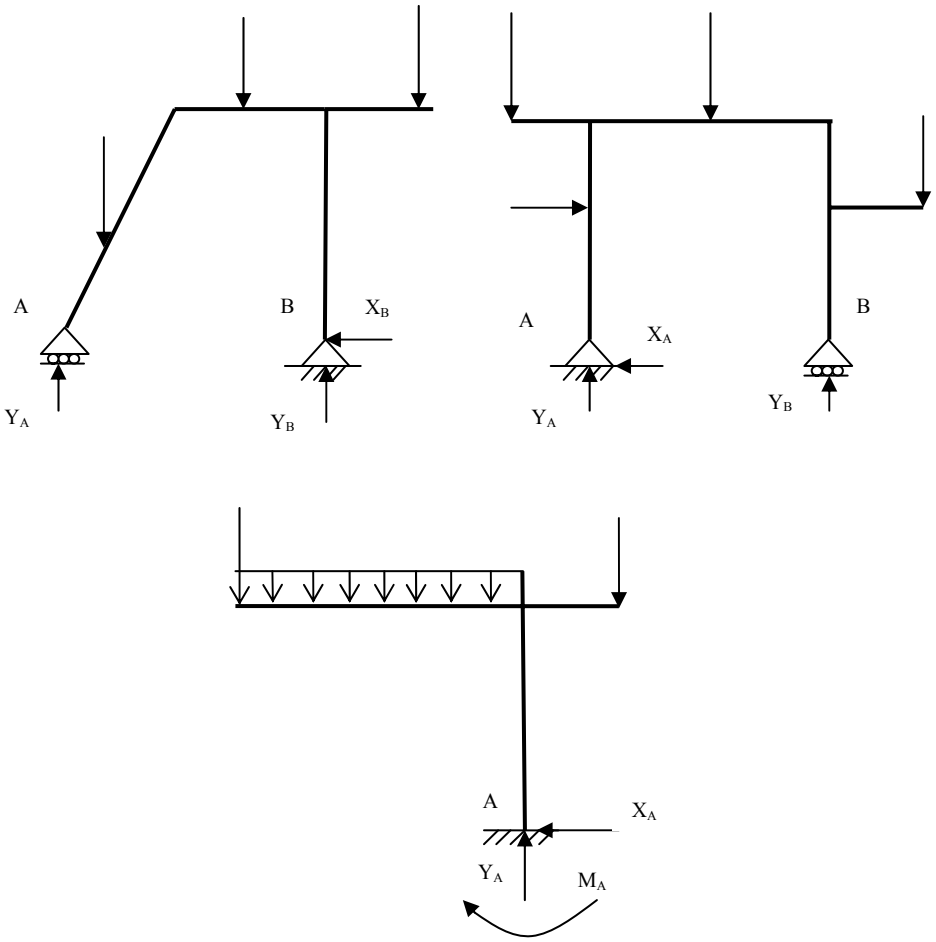
وهذا يتوقف على ركائز الإطارات وكيفية تثبيتها مع الأساسات. وسوف يتم دراسة الإطارات المحددة استاتيكيا في هذا المقرر أما الإطارات الغير محددة استاتيكيا فسيتم دراستها لاحقا كما سيتضح فيما يلي:-

I. الإطارات المحددة استاتيكيا

A- الإطارات البسيطة :- وفيها يكون الإطار مرتكز على ركائز بسيطة منها المفصلية المتحركة أو المفصلية الثابتة أو المثبتة تثبيت تام (كما هو موضح في الأشكال التالية) بحيث يكون مجموع مركبات ردود الأفعال ثلاثة فقط ليتم حلها باستخدام معادلات الاتزان الثلاثة.

www.prof-eng.net

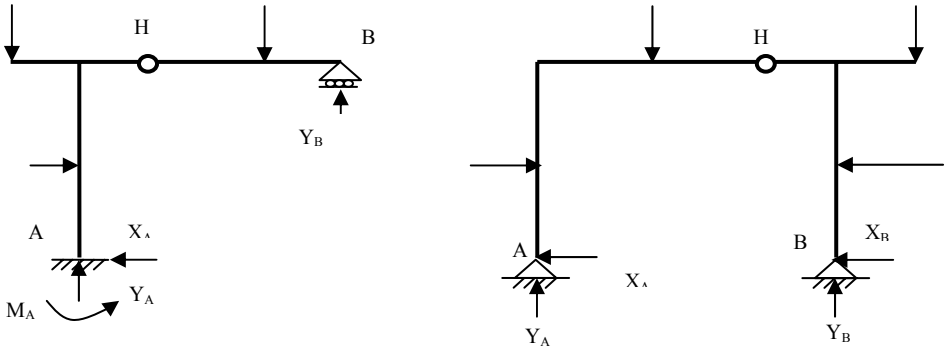
أمثلة على أشكال الإطارات البسيطة



B - إطارات بمفاصل داخلية:-

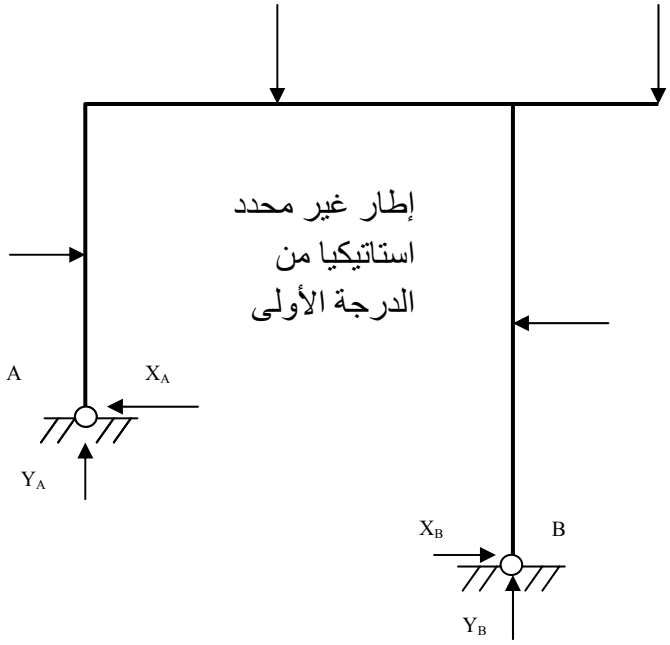
وفيها يكون مركبات ردود الأفعال أكثر من ثلاثة فيتم استخدام مفصل داخلي أو أكثر ليكون الإطار محدد استاتيكيا ٠حيث يتم حله باستخدام معادلات الاتزان الثلاثة بالإضافة إلى المعادلات الإضافية الخاصة بوجود مفاصل داخلية ومن أمثلتها الآتي:-

www.prof-eng.net

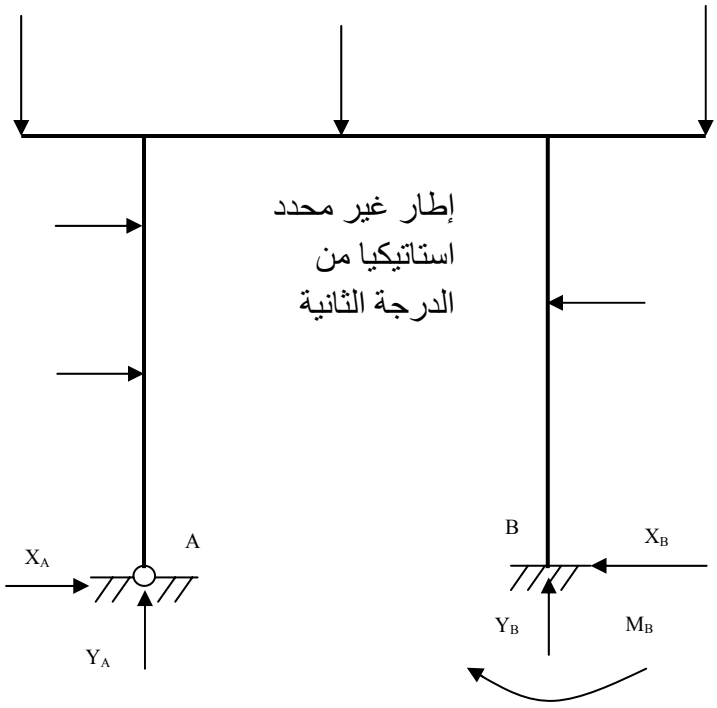


II. الإطارات الغير محددة استاتيكيا :

وفيها يكون مركبات ردود الأفعال أكثر من ثلاثة مع عدم وجود أي مفصل داخلي ولكن يتم حلها باستخدام طرق أخرى للمنشات الغير محددة استاتيكيا



www.prof-eng.net



٥-٢- الإطارات البسيطة

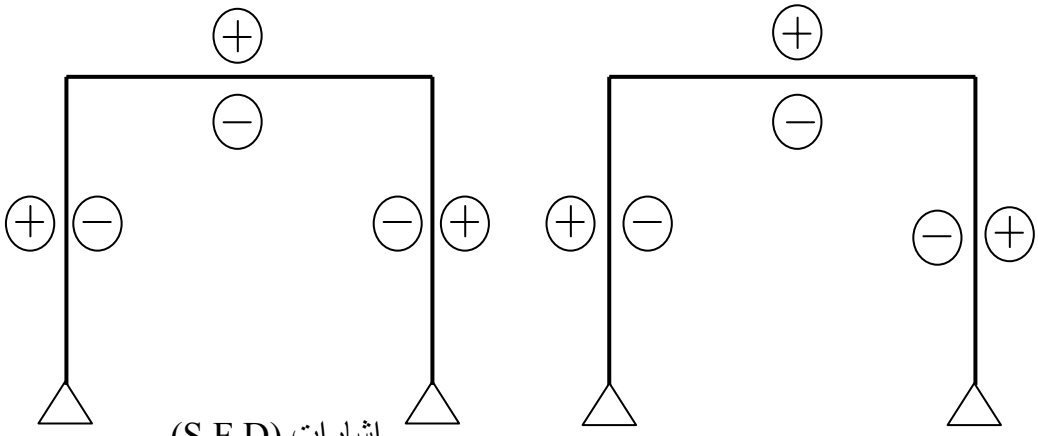
وهو منشأ محدد استاتيكيا أي يمكن حله باستخدام معادلات الاتزان الثلاثة ويتم حله كالتالي:

١. إيجاد مركبات ردود الأفعال للركائز باستخدام معادلات الاتزان الثلاثة

٢. العزوم عند النقط المختلفة وطبقا لقاعدة إشارات العزوم

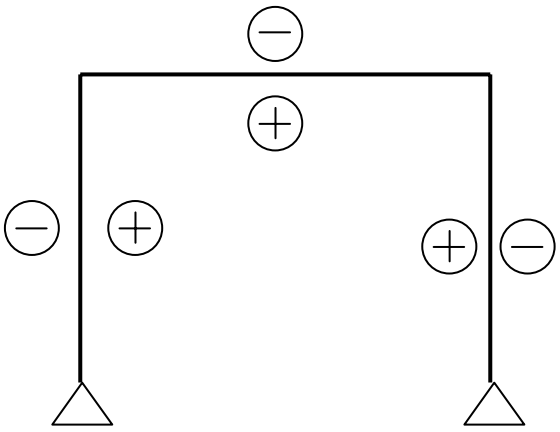
٣. رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D,S.F.D & B.M.D) بمقياس رسم مناسب لأجزاء الإطار وذلك بتطبيق نفس قواعد الرسم السابقة بشرط النظر من الداخل لكل أجزاء الإطار وتطبيق قواعد الإشارات التالية :-

www.prof-eng.net



إشارات (S.F.D)

إشارات (N.F.D)



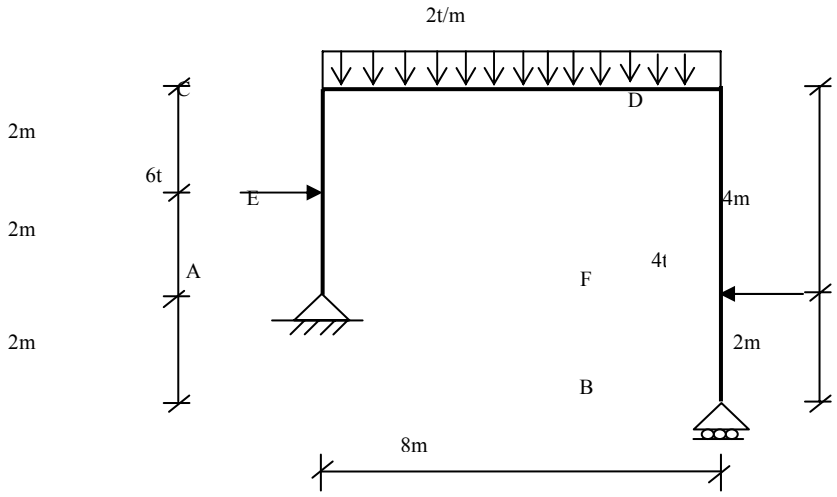
إشارات (B.M.D)

٥-٣- أمثلة محلولة على إيجاد ردود الأفعال ورسم البيانيات الثلاثة (N.F.D, S.F.D & B.M.D) للإطارات البسيطة

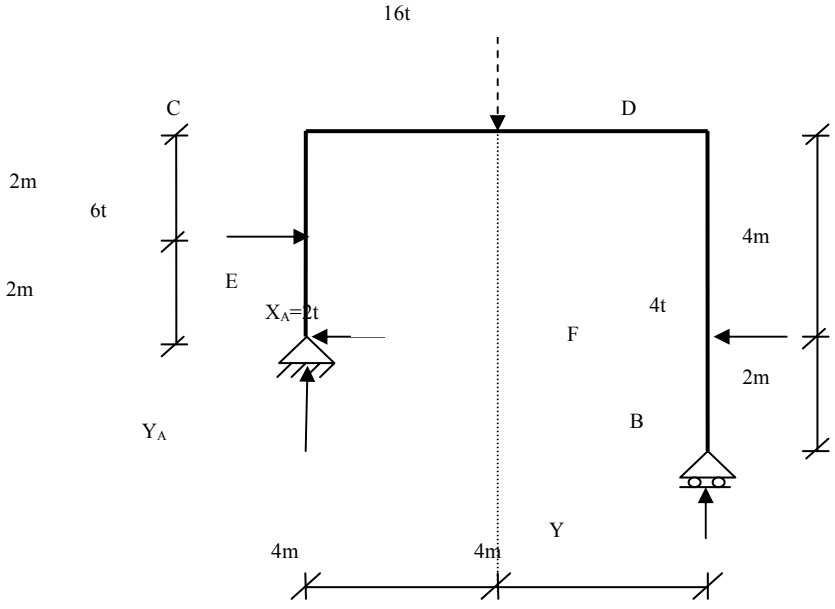
Example (1):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للإطار البسيط الموضح بالشكل وكذلك رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D,S.F.D&B.M.D) بمقياس رسم مناسب.

www.prof-eng.net



الحـــل :-



حل:

١- إيجاد ردود الأفعال:- بتطبيق شروط الاتزان الثلاثة

$\Sigma F_X=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore X_A=6-4=\overleftarrow{2}t$

$\Sigma M=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \Sigma M_B=8Y_A-X_A(2)+6\times4-16\times4-4\times2=0$

www.prof-eng.net

$\therefore 8Y_A-2\times2+24-64-8=0 \Rightarrow \therefore 8Y_A-52=0 \Rightarrow \therefore Y_A=\frac{52}{8}=6.50\ t\uparrow$

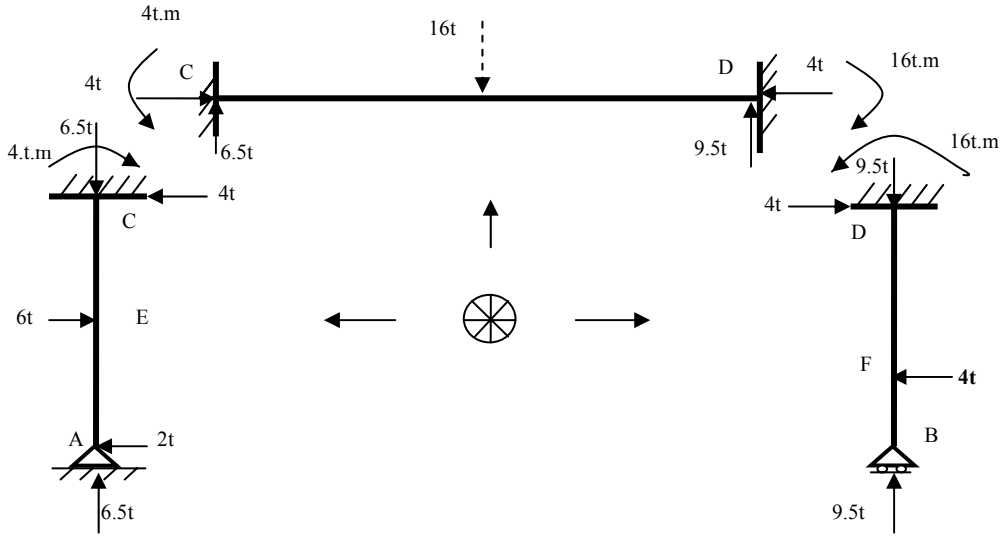
$\Sigma F_Y=0 \Rightarrow \therefore Y_A+Y_B=16t \Rightarrow \therefore Y_B=16-6.50=9.50\ t\uparrow$

Check

$\Sigma M_A=-8Y_B+16\times4+6\times2=0 \Rightarrow \therefore Y_B=\frac{76}{8}=9.5\ t\uparrow \quad \therefore OK$

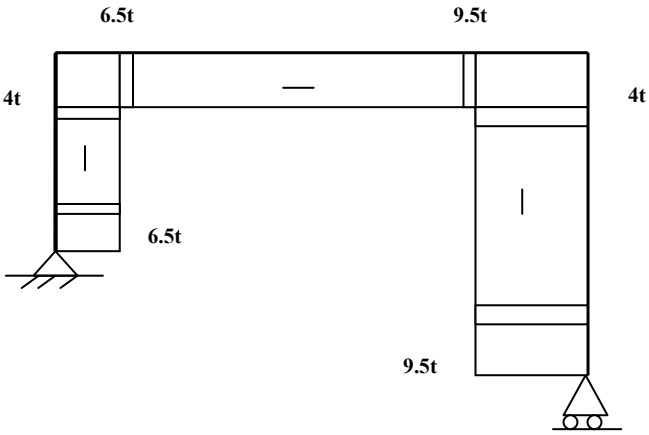
٢- تجزئة الإطار وإيجاد القوى الداخلية المؤثرة على كل جزء .

- ويجب مراعاة عمل اتزان لكل جزء على حده (أي تطبيق شروط الاتزان الثلاثة على كل جزء) مع مراعاة أن القوى الداخلية عند نقطة التجزئة يجب أن تتلاشى أي =صفر.
- وكذلك يمكننا رسم البيانيات الثلاثة بدون فصل أجزاء الإطار وإتباع نفس قواعد الرسم السابقة وكذلك الإشارات .

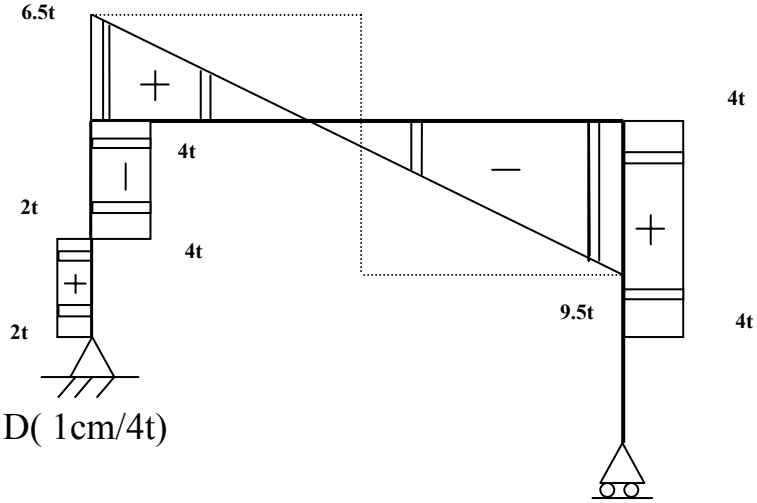


www.prof-eng.net

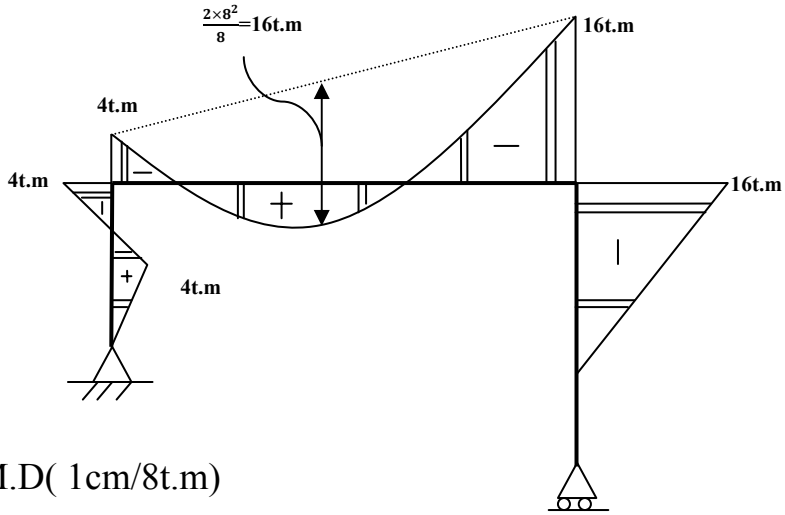
٣- رسم البيانيات الثلاثة بمقياس رسم مناسب



N.F.D(1cm/6t)



S.F.D(1cm/4t)

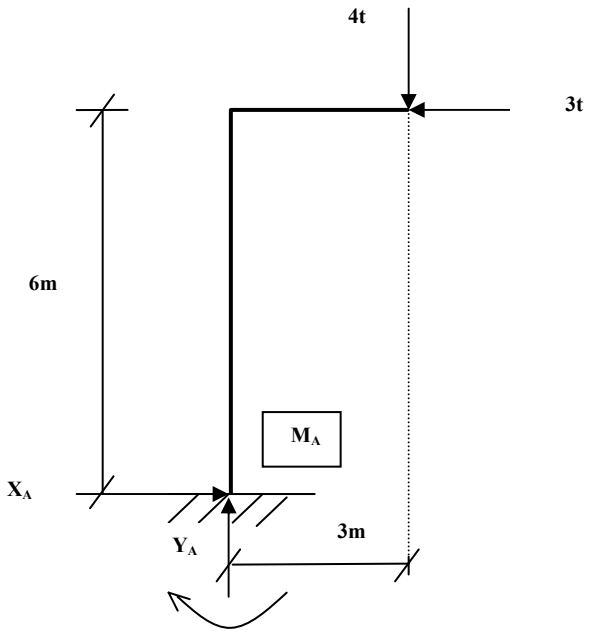


B.M.D(1cm/8t.m)

www.prof-eng.net

Example (2):-

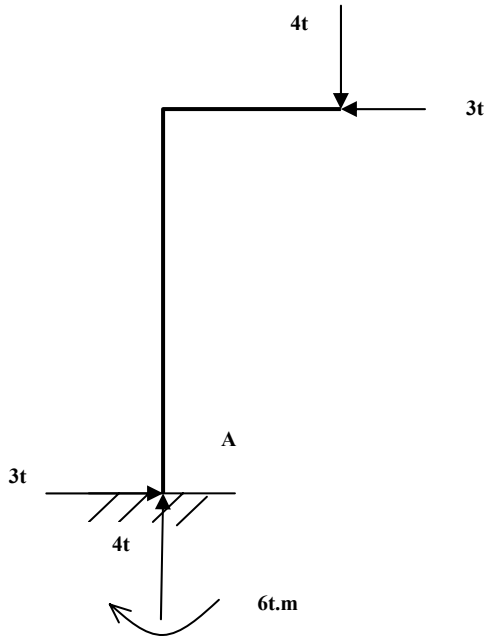
المطلوب إيجاد ردود الأفعال ورسم البيانيات الثلاثة
(N.F.D, S.F.D & B.M.D) للمنشأ الموضح بالشكل



الحل :

١-إيجاد ردود الأفعال

بتطبيق شروط الاتزان



www.prof-eng.net

$\sum F_X=0 \Rightarrow \therefore X_A=\overrightarrow{3}\ t$

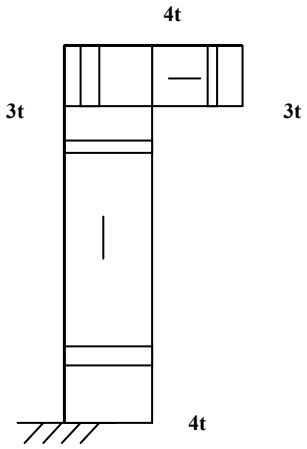
$\sum F_Y=0 \Rightarrow \therefore Y_A=4\ t\uparrow$

$\sum M_A=0 \Rightarrow \therefore M_A+4\times3-3\times6=0$

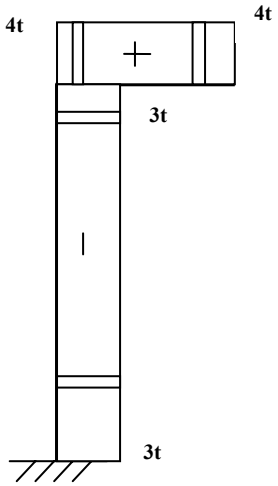
$M_A-6=0$

$\therefore M_A=6t.m$

٢- رسم البيانيات الثلاثة بدون تجزئة (فصل)كالآتي :-

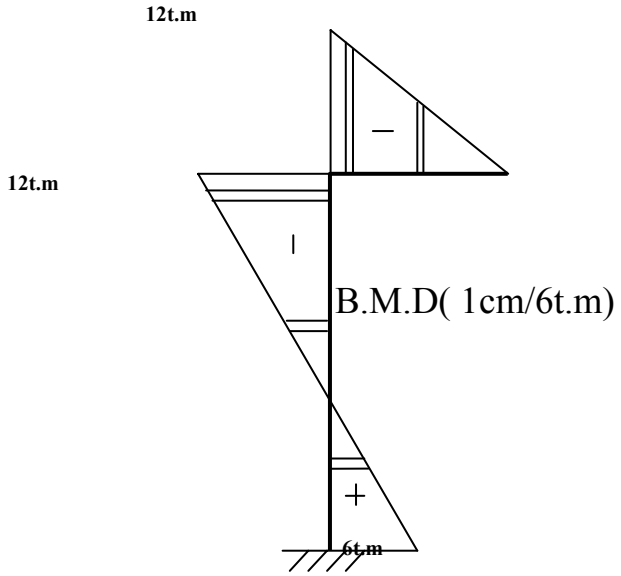


N.F.D(1cm/4t)



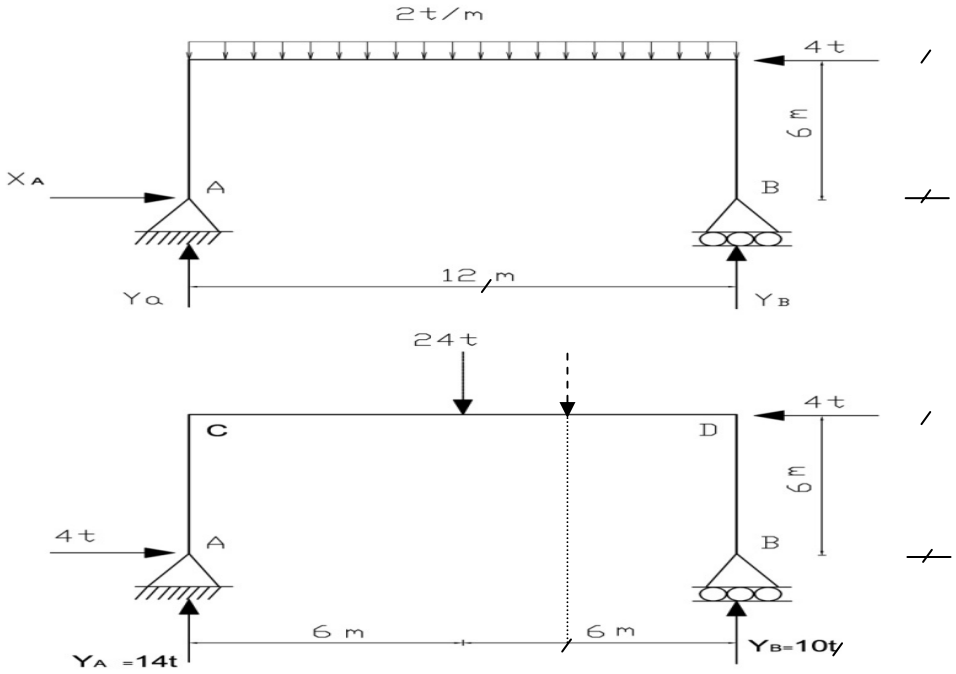
S.F.D (1cm/4t)

www.prof-eng.net



Example (3):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال ورسم البيانيات (N.F.D,S.F.D&B.M.D) للإطار البسيط الموضح بالشكل



www.prof-eng.net

١- إيجاد ردود الأفعال :-

بتطبيق شروط الاتزان

$\sum F_X = 0 \Rightarrow \therefore \quad X_A = \vec{4}\ t$

$\sum M = 0 \Rightarrow \therefore \sum M_B = 0 \Rightarrow \therefore \ Y_A \times 12 - 24 \times 6 - 4 \times 6 = 0$

$\Rightarrow \therefore Y_A = \frac{168}{12} = 14t \uparrow$

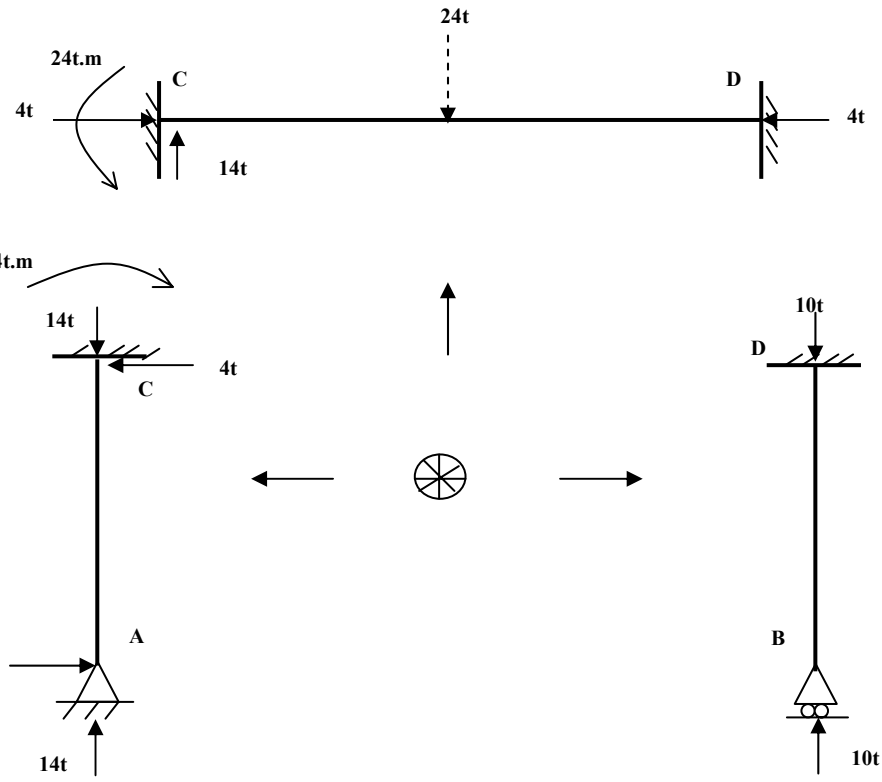
$\sum F_Y = 0 \Rightarrow \therefore \ Y_A + Y_B = 24\ t$

$\therefore Y_B = 24 - 14 = 10\ t \uparrow$

Check

$\sum M_A = 0 \Rightarrow \therefore \ 24 \times 6 - 4 \times 6 - Y_B\ (12) = 0$

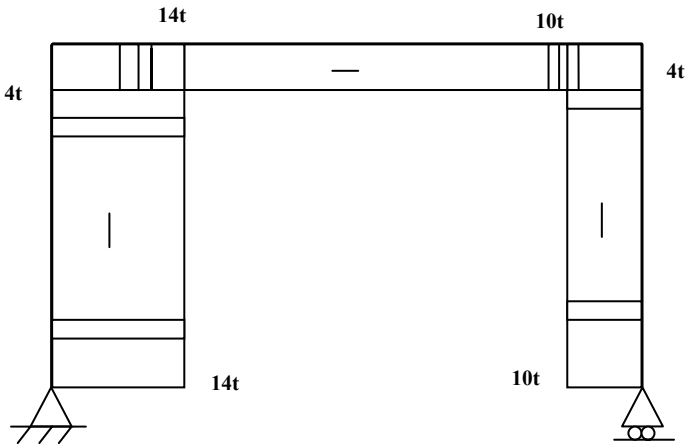
$\Rightarrow \therefore Y_B = \frac{120}{12} = 10\ t \uparrow \quad \therefore \quad ok$



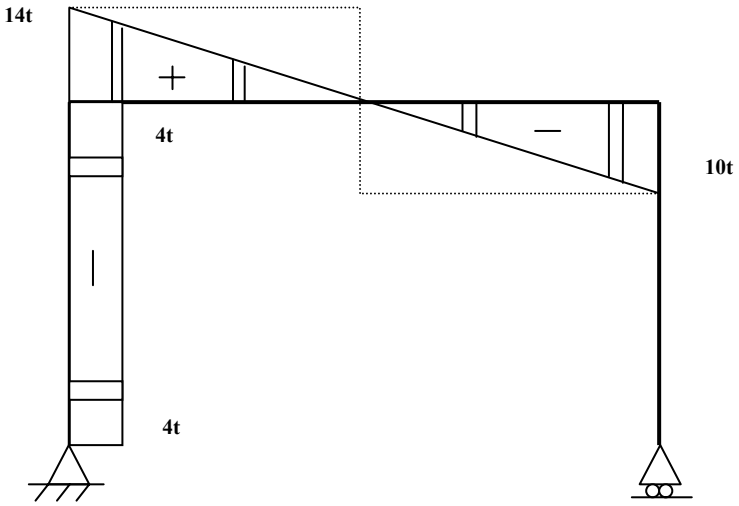
www.prof-eng.net

٣- رسم البيانيات الثلاثة بمقياس رسم مناسب

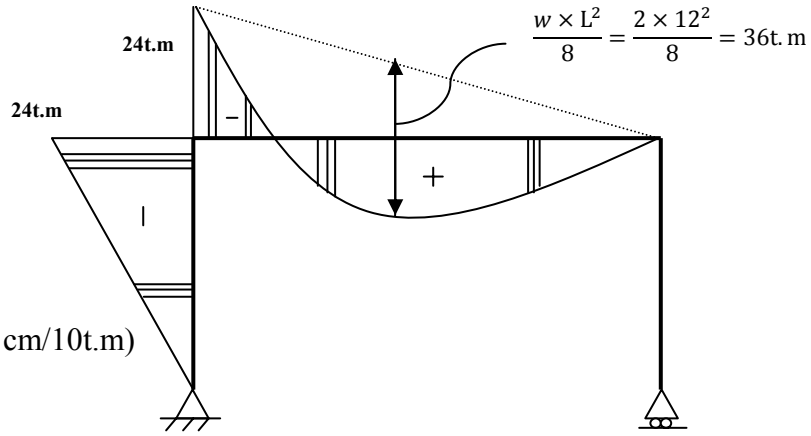
N.F.D(1cm/10t)



S.F.D (1cm/10t)



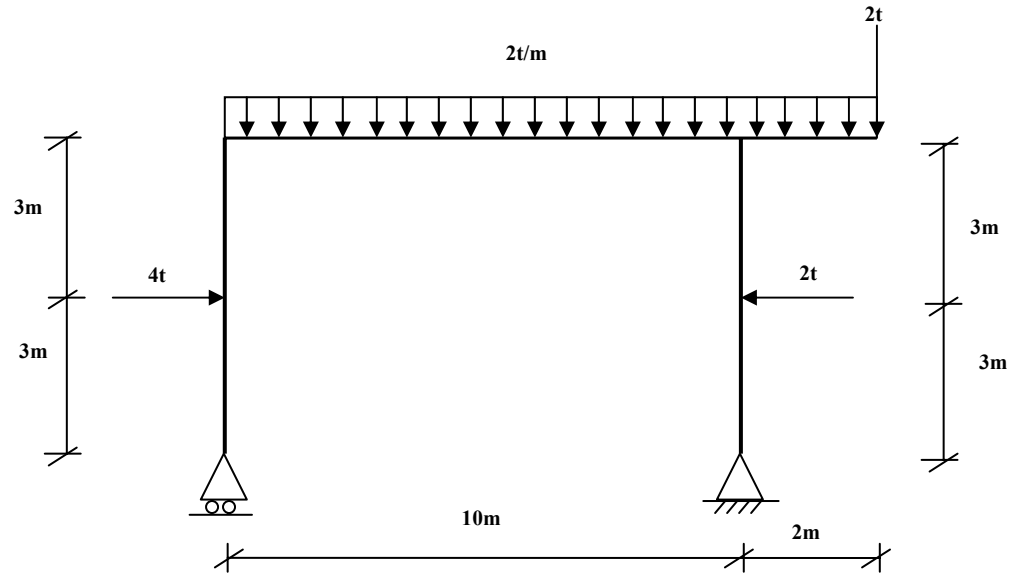
B.M.D (1cm/10t.m)

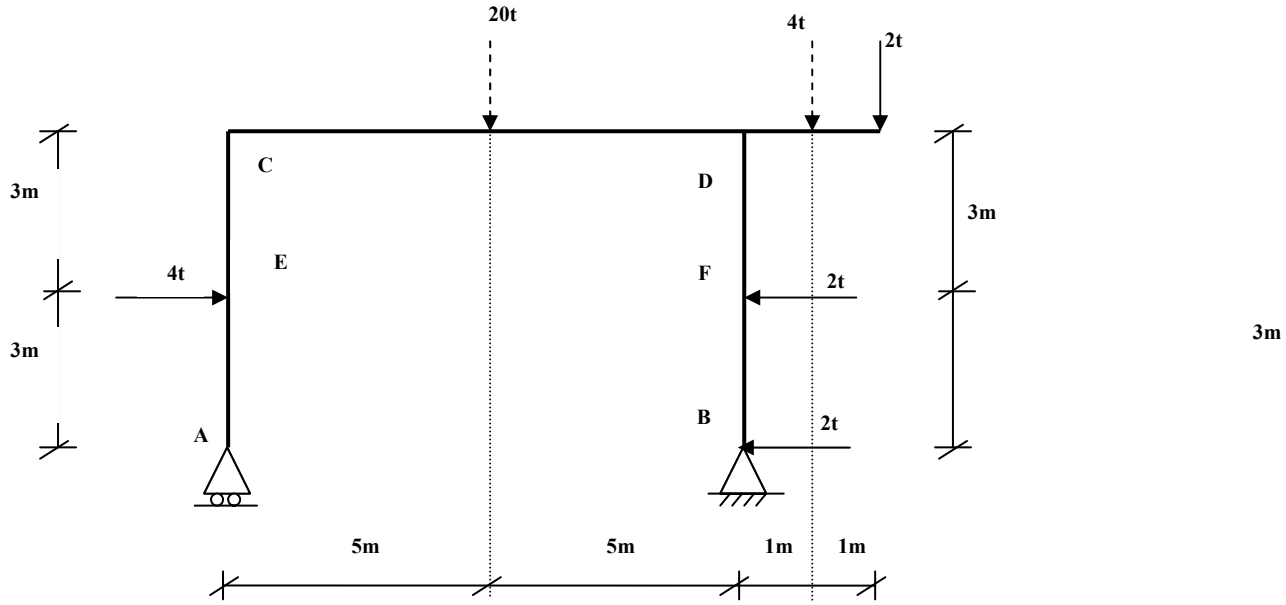


www.prof-eng.net

Example (4):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للإطار البسيط الموضح بالشكل مع رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D , S.F.D & B.M.D)





www.prof-eng.net

الحل :

١- إيجاد ردود الأفعال :-

بتطبيق شروط الاتزان

$\sum F_X = 0 \Rightarrow \therefore X_B = 4-2 = \overleftarrow{2}t$

$\sum M=0 \Rightarrow \therefore \sum M_A=0$

$\therefore 4\times3+20\times5+4\times11+2\times12-2\times3-Y_B(10)=0$

$\therefore 12+100+44+24-6=10Y_B$

$\therefore Y_B=\frac{174}{10}=17.4t\uparrow$

$\sum F_Y=0 \Rightarrow \therefore Y_A+Y_B=20+4+2=26t$

$\therefore Y_A=26-17.4=8.6t\uparrow$

Check

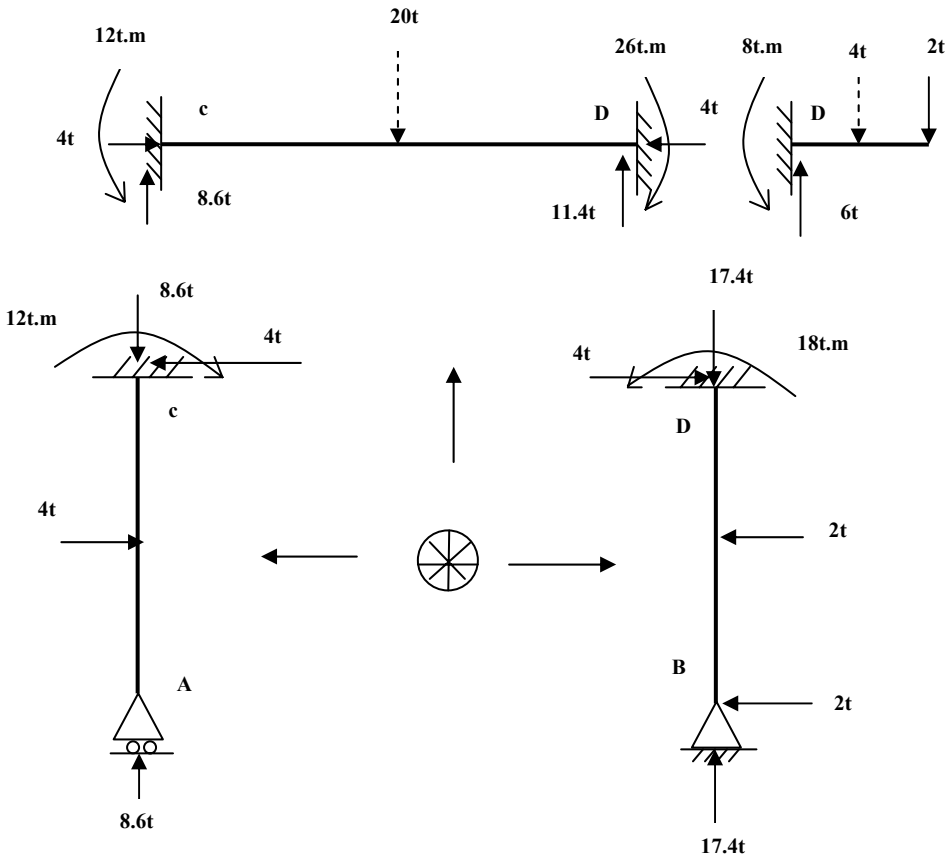
$\sum M_B=0 \Rightarrow \therefore -2\times3+2\times2+4\times1-20\times5+4\times3+Y_A(10)=0$

$-6+4+4-100+12+10Y_A=0$

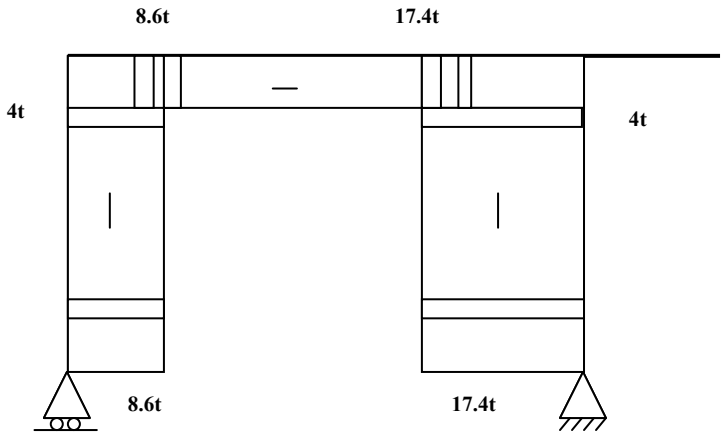
$\therefore Y_A=\frac{86}{10}=8.6\,t\uparrow$ $\quad\quad\quad\quad\quad\quad$ $\therefore$OK

٢- تجزئة الإطار وإيجاد القوى الداخلية المؤثرة على كل جزء

www.prof-eng.net

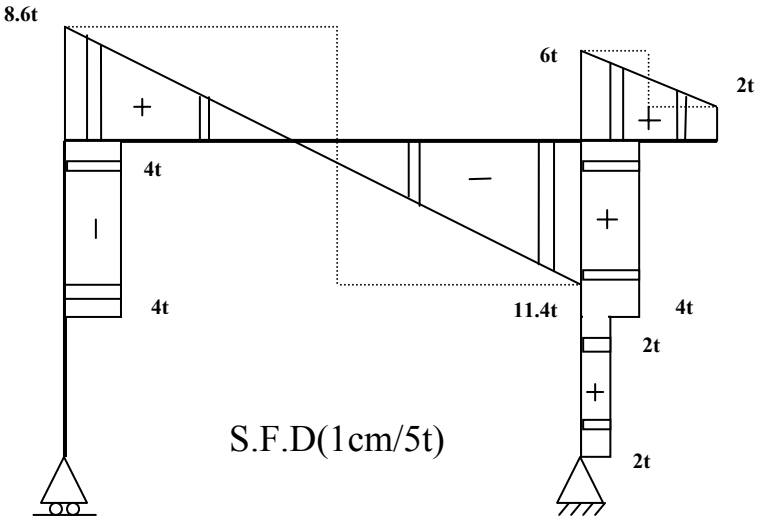


٣- رسم البيانيات الثلاثة بمقياس رسم مناسب



N.F.D (1cm/10t)

www.prof-eng.net

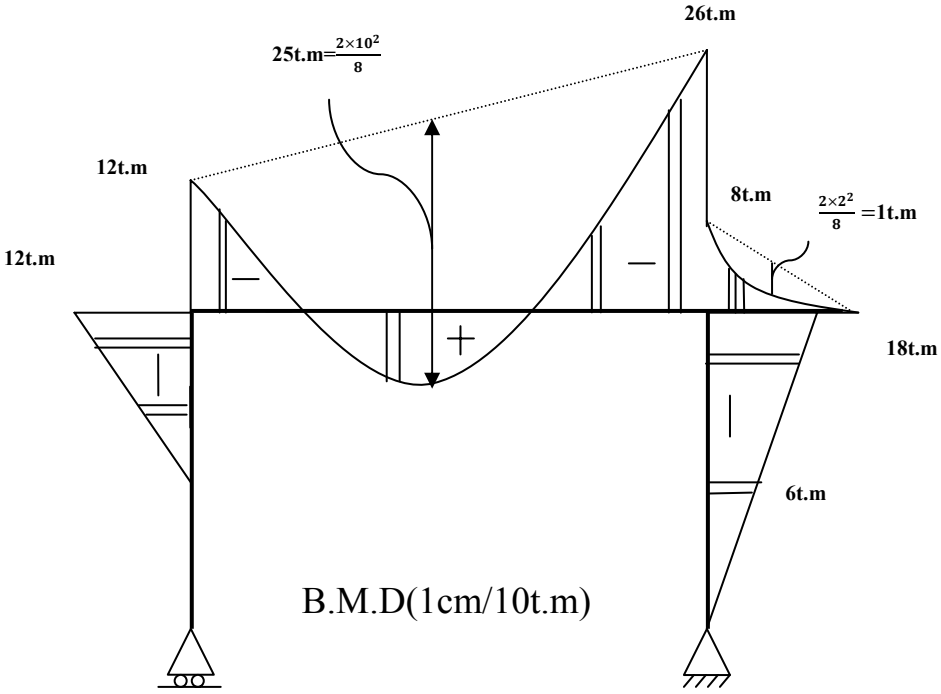


S.F.D(1cm/5t)

$M_A = 0$, $M_E = 0$ & $M_B = 0$ $M_C = -4 \times 3 = -12$ t.m

$M_F = -2 \times 3 = -6$t.m $M_{dcol} = -2 \times 6 - 2 \times 3 = -18$t.m

$M_{dcant.} = -2 \times 2 - 4 \times 1 = -8$t.m $M_{dbeam} = -18 - 8 = -26$t.m

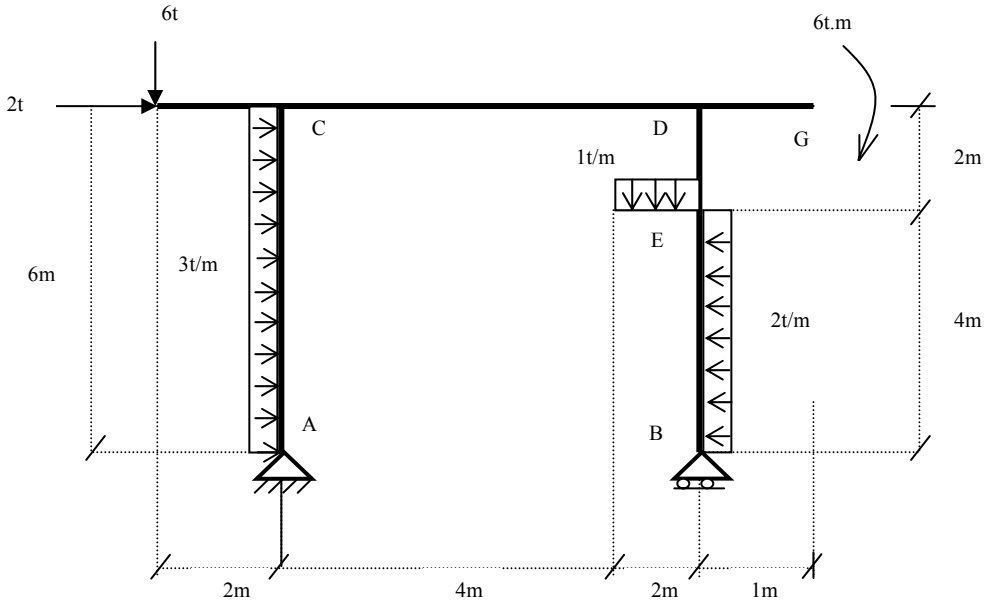


B.M.D(1cm/10t.m)

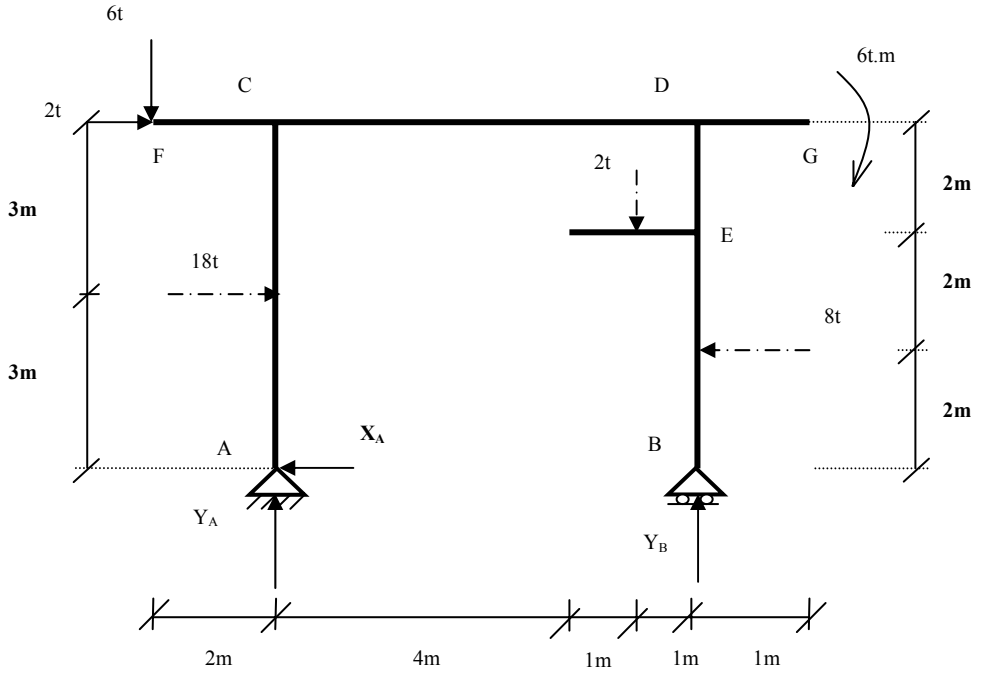
www.prof-eng.net

Example (5):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال ورسم البيانيات (N.F.D,S.F.D & B.M.D) للإطار البسيط الموضح بالشكل



الحل :-



www.prof-eng.net

١- إيجاد ردود الأفعال :- بتطبيق شروط الاتزان الثلاثة

$\sum F_X=0 \quad \Rightarrow \therefore \; X_A = 18+2-8 = \overleftarrow{12}\ t$

$\sum M=0 \quad \Rightarrow \therefore \sum M_B = 6Y_A+18\times3-6\times8+2\times6+6-2\times1-8\times2=0$

$6Y_A+54-48+12+6-2-16 = 0 \Rightarrow \therefore \; 6Y_A+6=0$

$\Rightarrow \therefore \; 6Y_A = -6$

$\therefore Y_A = -\frac{6}{6} = -1t = 1t \downarrow$

والإشارة السالبة تعني عكس الاتجاه المفروض أي أن الاتجاه لأسفل

$\sum F_Y = 0 \Rightarrow \therefore \; Y_A+Y_B=6+2=8\ t$

$\therefore Y_B=8-(-1) = 9t \uparrow$

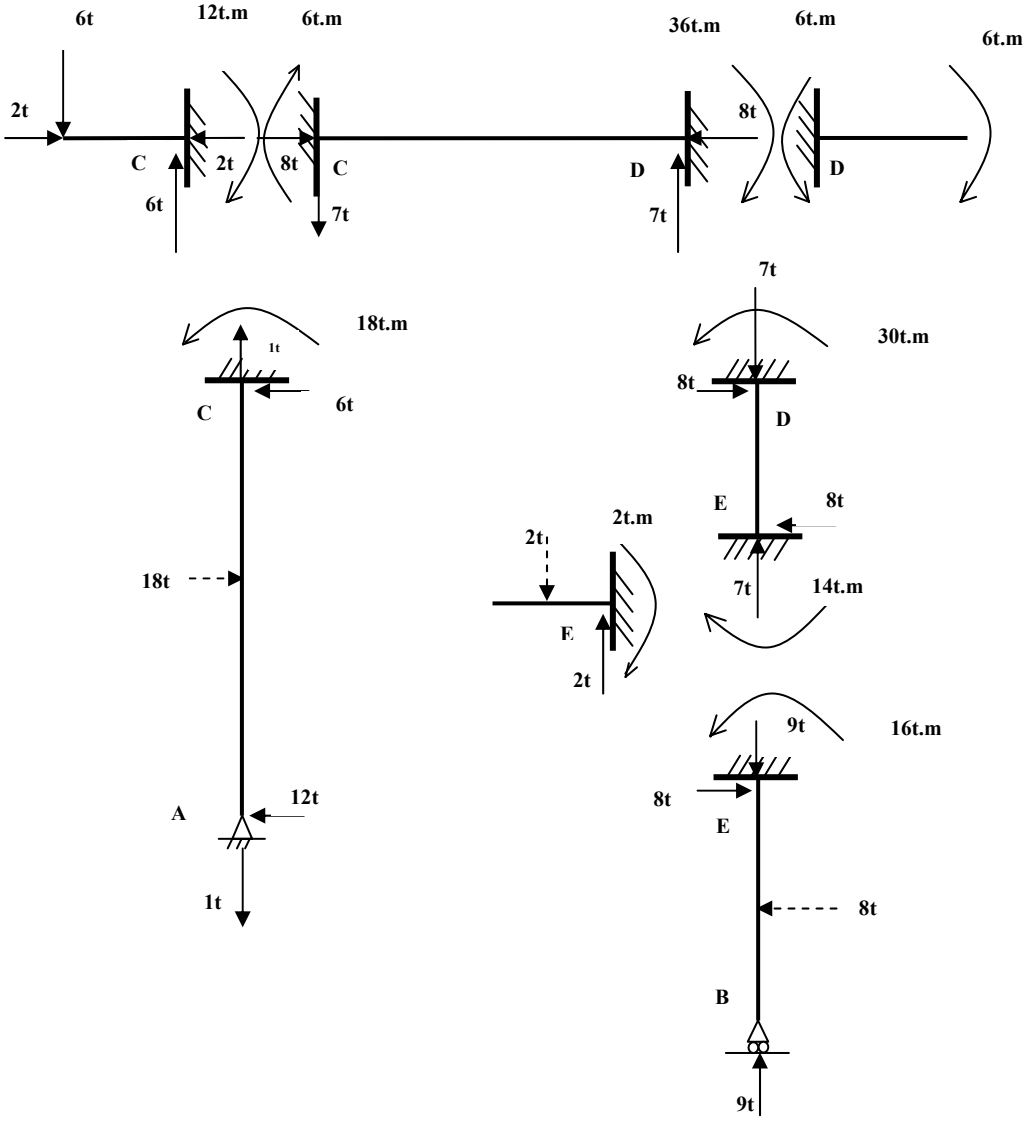
Check

$\sum M_A=-6Y_B-8\times2+2\times5+6-6\times2+2\times6+18\times3=0$

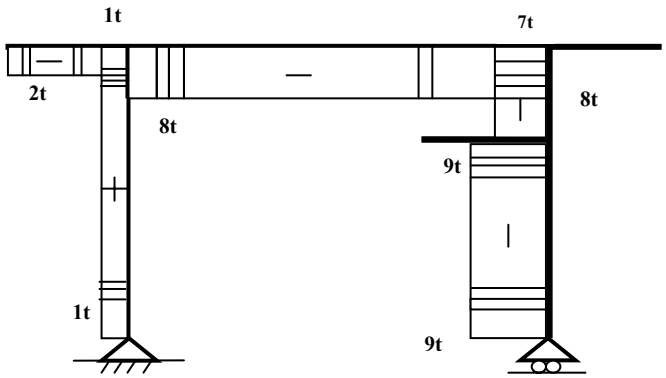
$\therefore \; Y_B=\frac{54}{6} = 9\ t \uparrow \quad \therefore oK$

٢- تجزئة الإطار وإيجاد القوى الداخلية المؤثرة على كل جزء

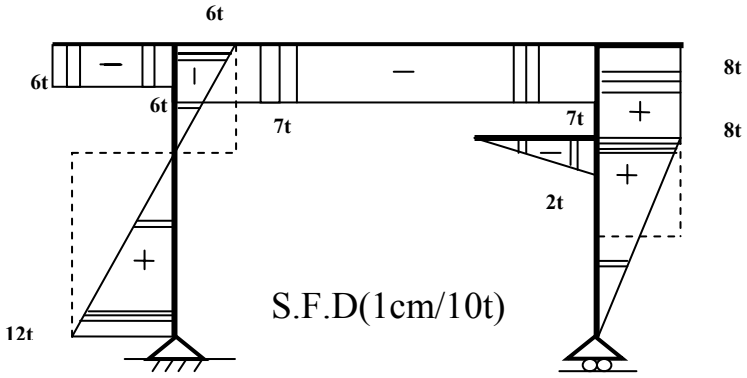
www.prof-eng.net



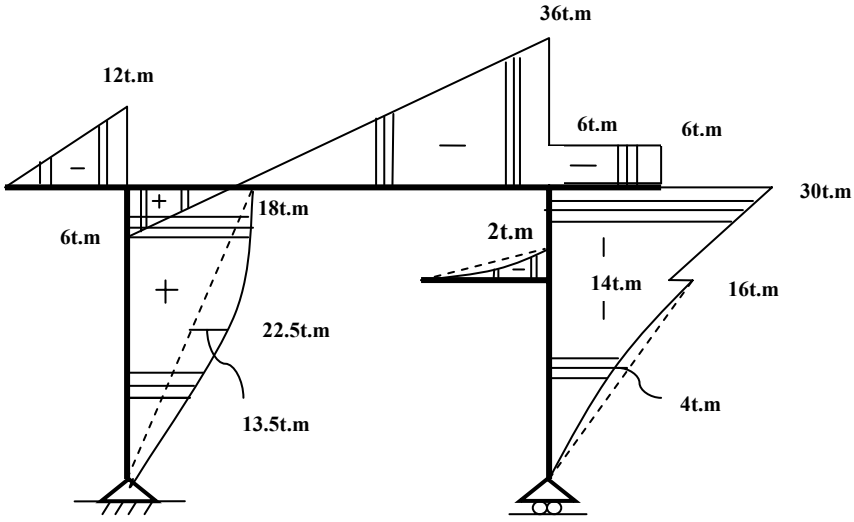
www.prof-eng.net



N.F.D(1cm/5t)



S.F.D(1cm/10t)

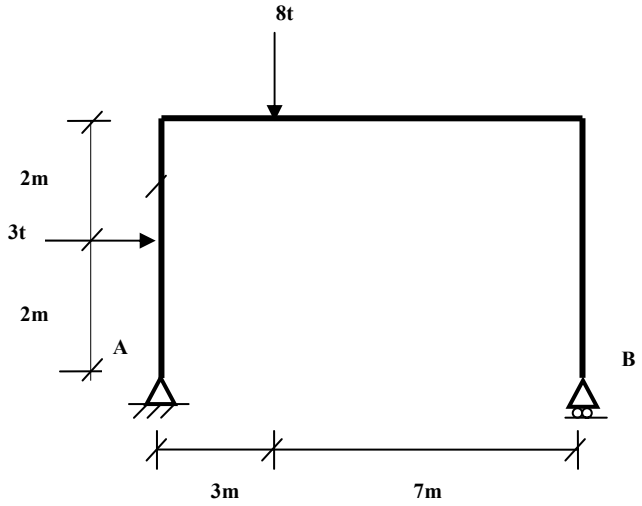


B.M.D(1cm/10t.m)

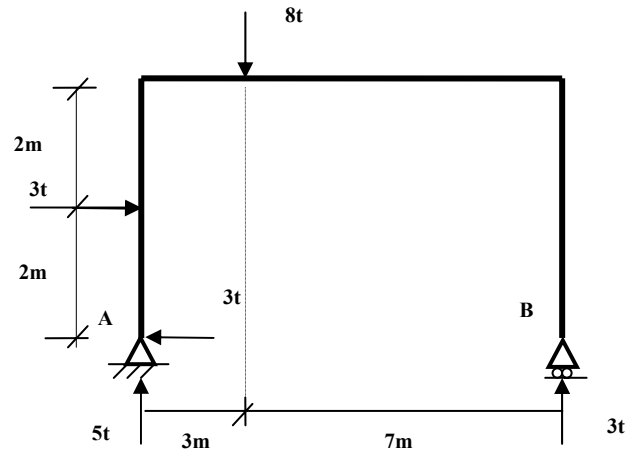
www.prof-eng.net

Example (6):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للإطار البسيط الموضح بالشكل مع رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D,S.F.D&B.M.D)



الحل :



١- إيجاد ردود الأفعال :-

بتطبيق شروط الاتزان $\sum F_X=0 \Rightarrow \therefore X_A= \overleftarrow{3}t$

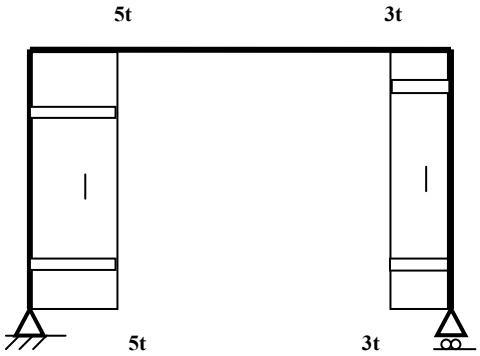
$\sum M=0 \Rightarrow \therefore \sum M_A=0 \Rightarrow \therefore 3\times2+8\times3-Y_B(10)=0$

$\therefore 6+24=Y_B(10)$ $\therefore Y_B=\frac{30}{10}=3\ t\uparrow$

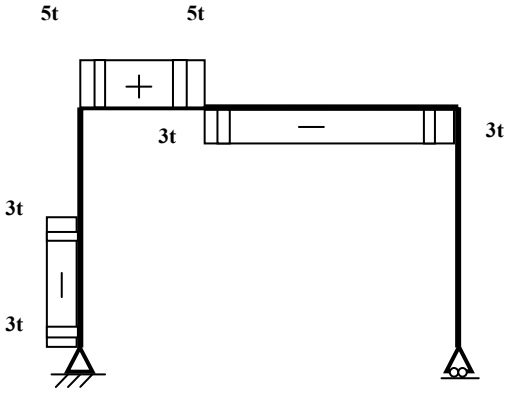
www.prof-eng.net

$\sum F_Y=0 \Rightarrow \therefore Y_A+Y_B=8t \Rightarrow \therefore Y_A=8-3=5\ t\uparrow$

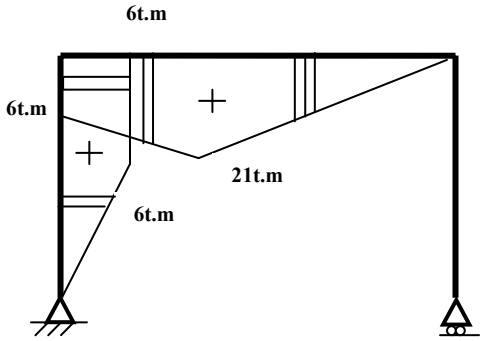
٢- رسم البيانيات الثلاثة بمقياس رسم مناسب (يمكننا الرسم وبدون تجزئة الإطار كالآتي) :-



N.F.D (1cm /5t)



S.F.D(1cm /5t)

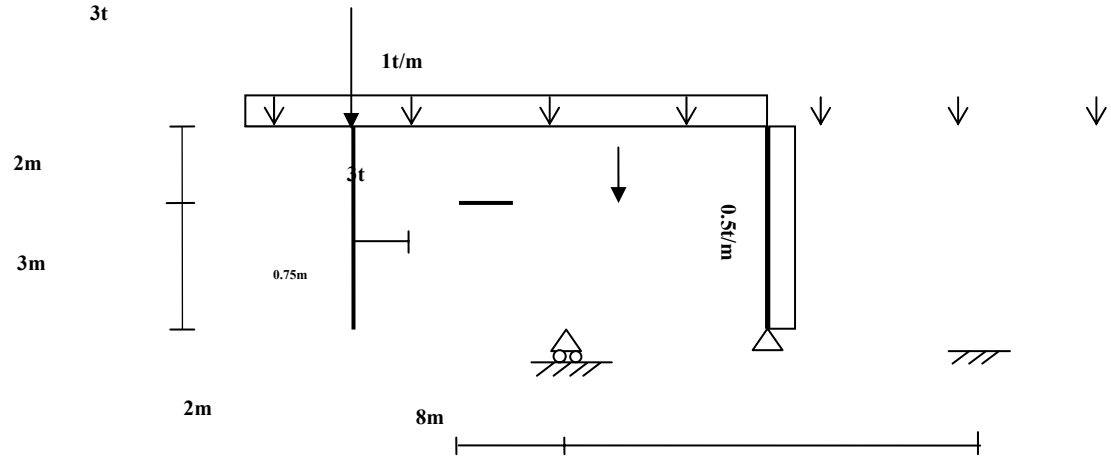


B.M.D(1cm /10t.m)

www.prof-eng.net

Example (7):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للإطار البسيط الموضح بالشكل مع رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D,S.F.D&B.M.D)



١- إيجاد ردود الأفعال:-

بتطبيق شروط الاتزان $\sum F_X = 0 \Rightarrow \therefore X_{B=} \overrightarrow{2.5}\ t$

$\sum M = 0 \Rightarrow \therefore \sum M_A = 0 \Rightarrow$

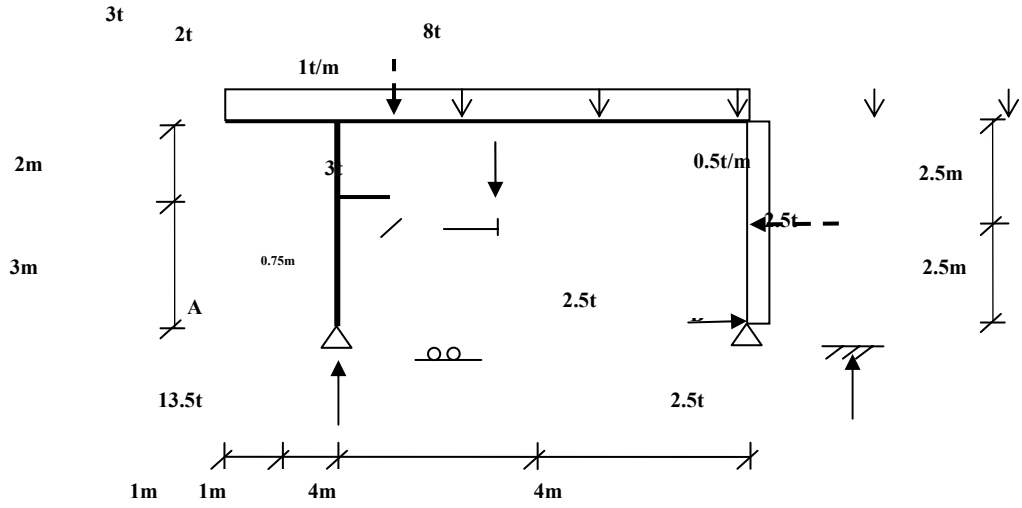
$\therefore 3 \times 0.75 - 3 \times 2 - 2 \times 1 + 8 \times 4 - 2.5 \times 2.5 - Y_B(8) = 0$

$\therefore Y_B = \frac{20}{8} = 2.5\ t \uparrow$

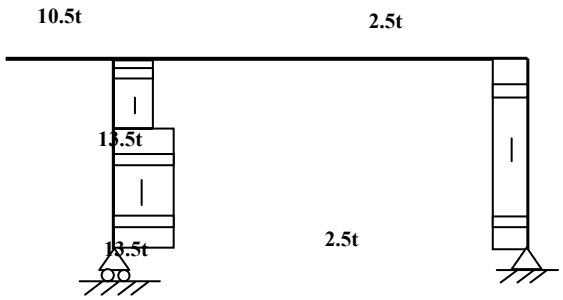
$\sum F_Y = 0 \Rightarrow \therefore Y_A + YB = 8 + 2 + 3 + 3 = 16\ t$

$\therefore Y_A = 16 - 2.5 = 13.5\ t \uparrow$

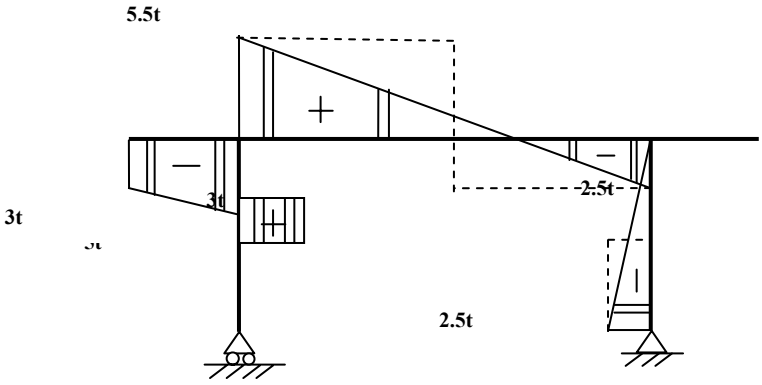
www.prof-eng.net



٢- رسم البيانيات الثلاثة بمقياس رسم مناسب (يمكننا الرسم وبدون تجزئة الإطار كالآتي) :-

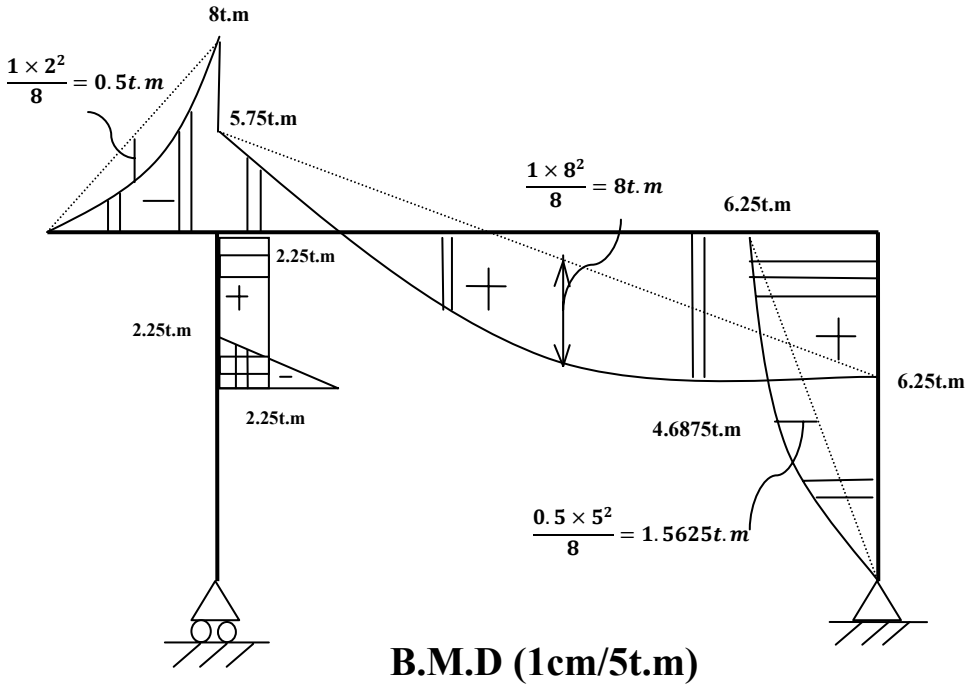


N.F.D(1cm/10t)



S.F.D(1cm/5t)

www.prof-eng.net



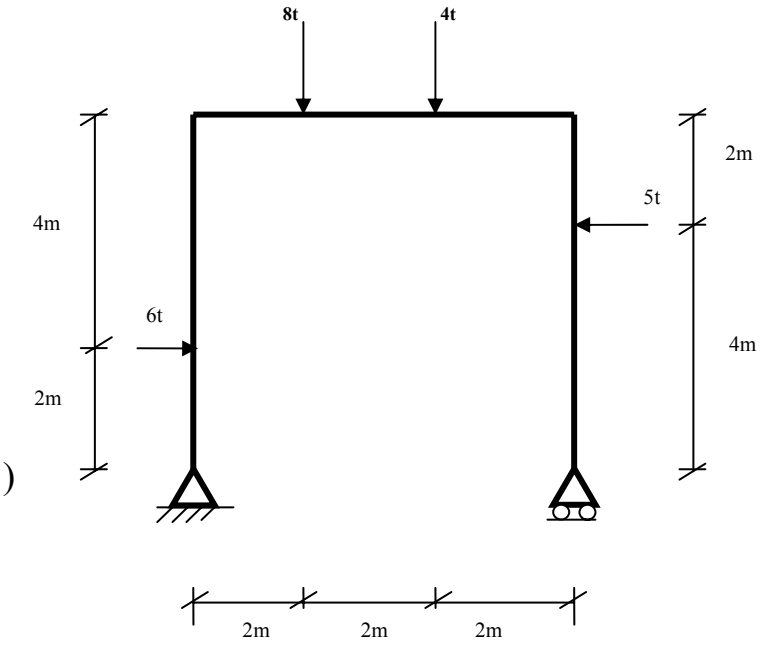
B.M.D (1cm/5t.m)

www.prof-eng.net

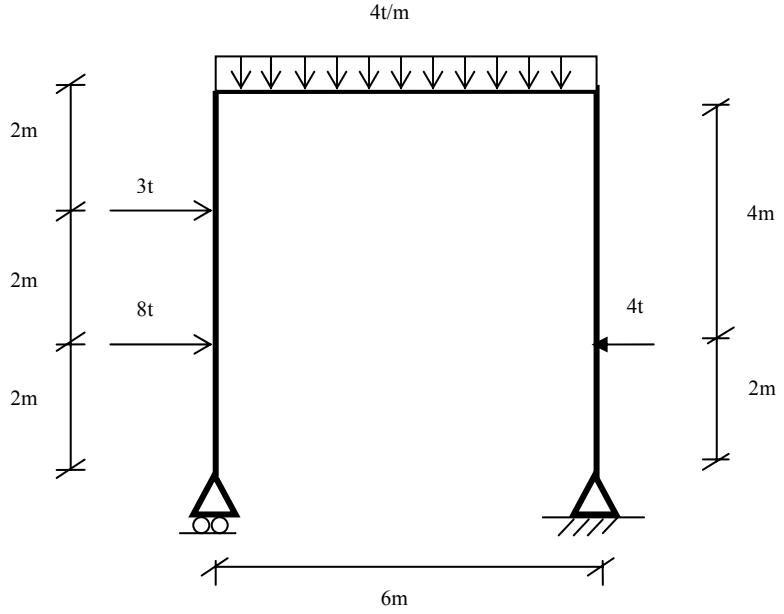
تمارين (٦)

المطلوب : إيجاد ردود الأفعال للإطارات البسيطة الموضحة بالشكل وكذلك رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D, S.F.D&B.M.D) بمقياس رسم مناسب

(1)

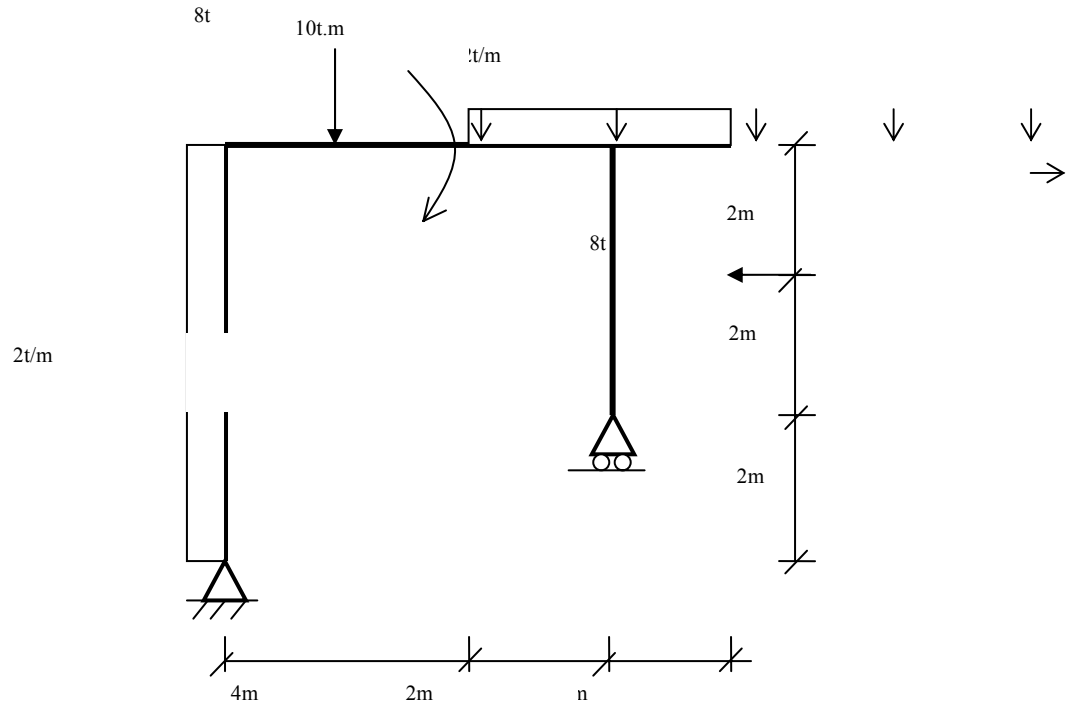


(2)

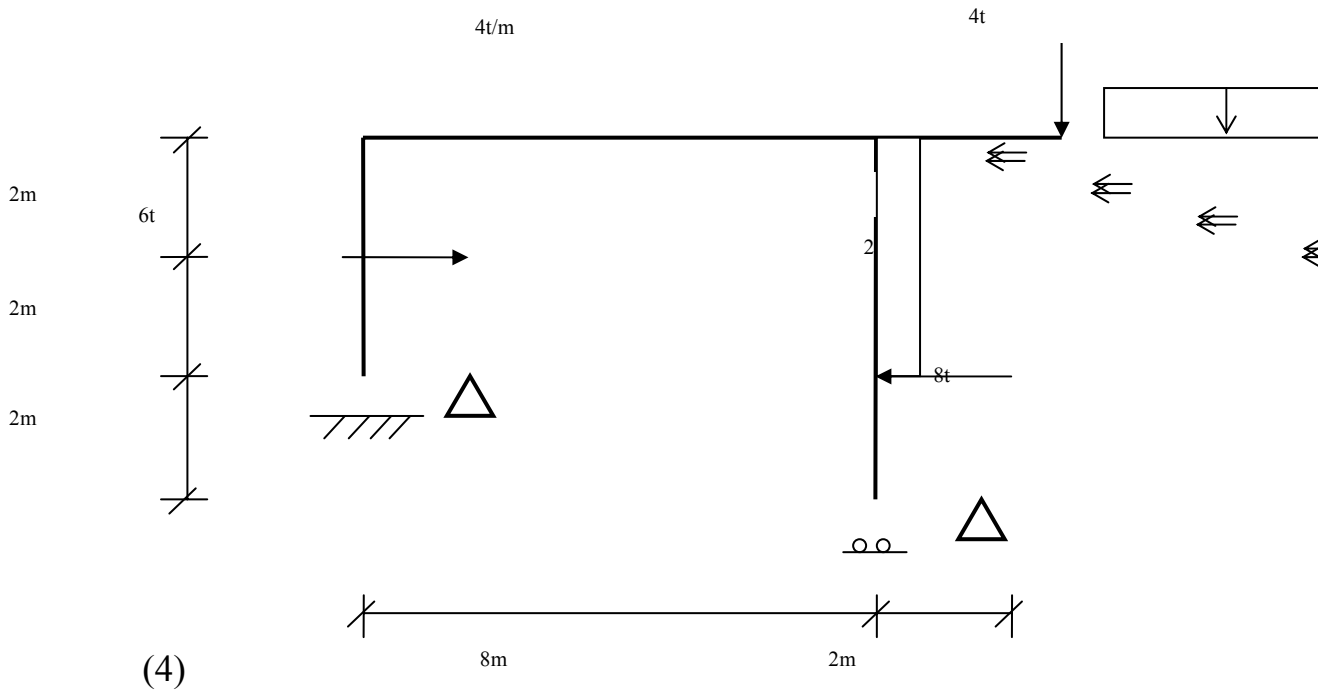


www.prof-eng.net

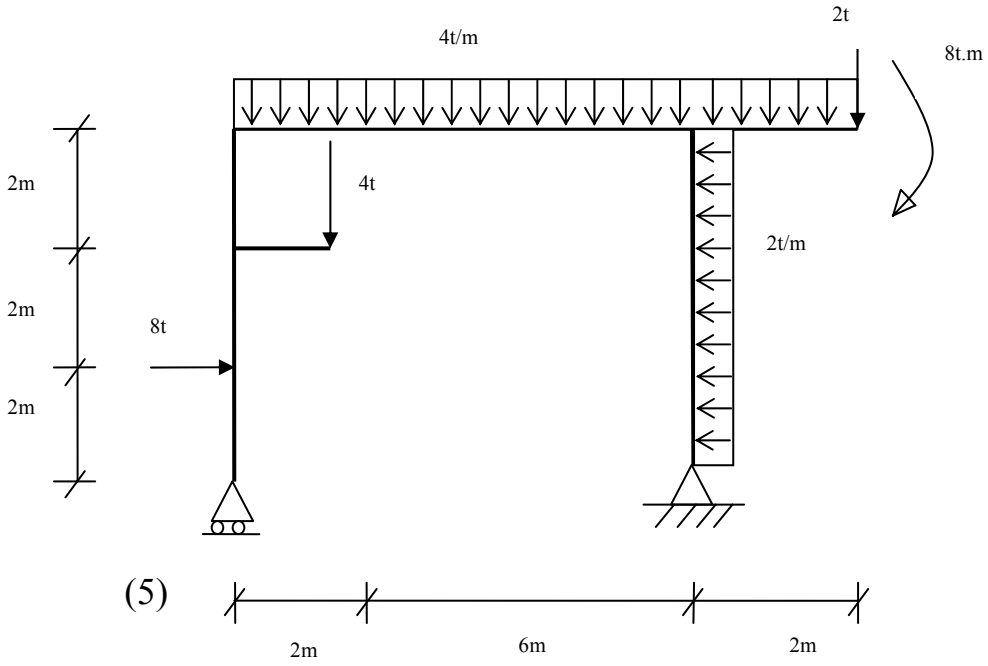
(3)

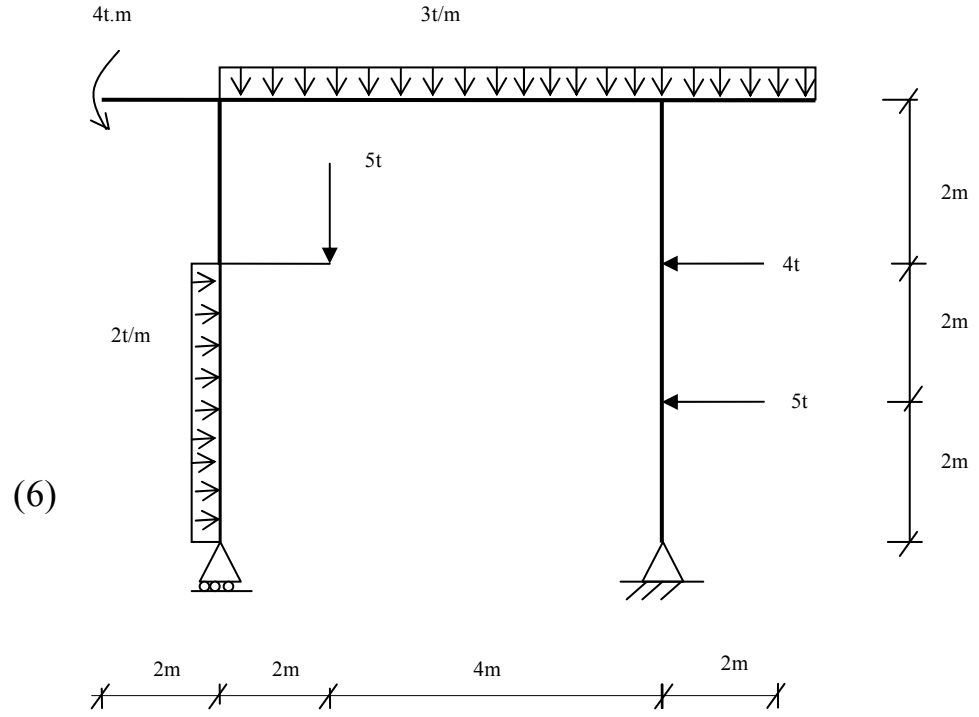


(4)

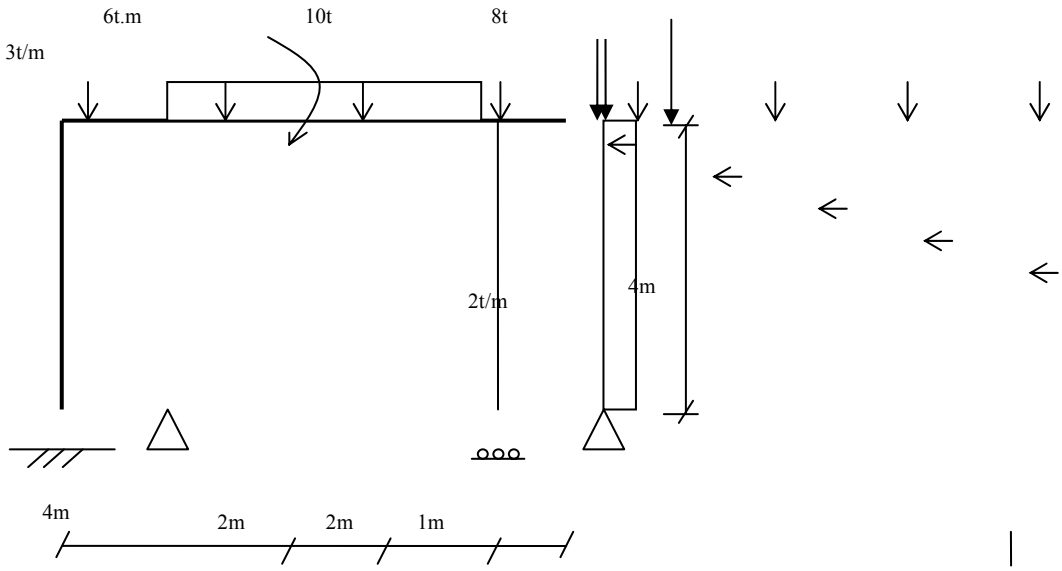


www.prof-eng.net

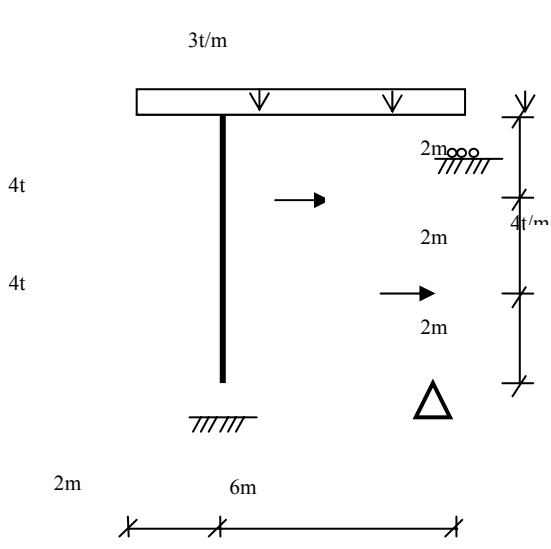




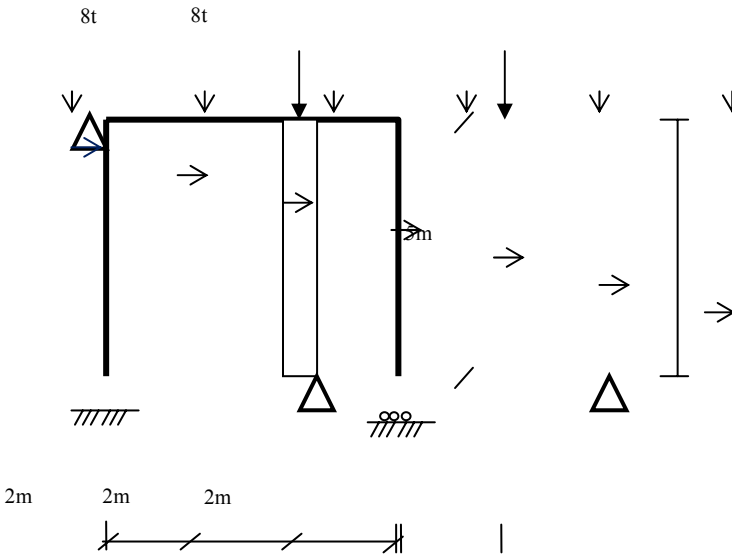
www.prof-eng.net



(7)



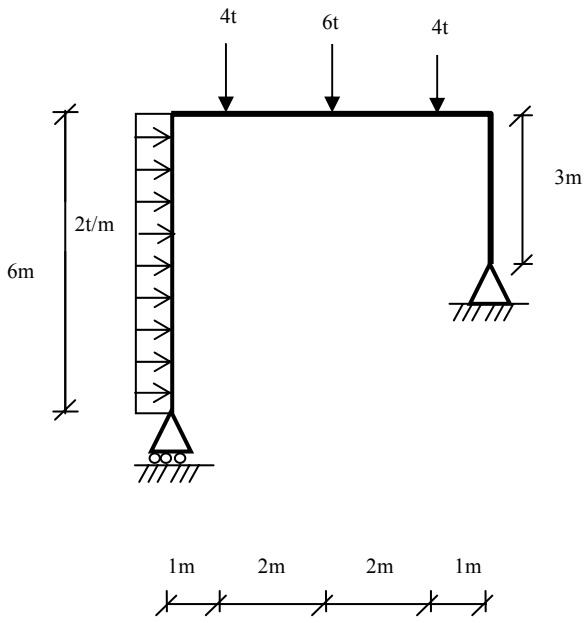
(8)



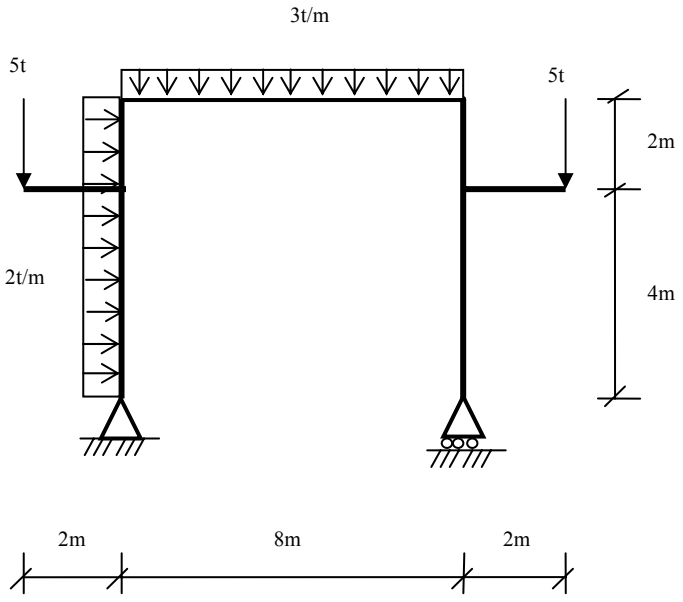
(9)

www.prof-eng.net

(10)



(11)



www.prof-eng.net

٥-٤- الإطارات ذات الثلاثة مفاصل

الإطار المفصلي هو عبارة عن إطار بسيط ولكن تكون ركائزه إما ركيزتين مفصلتين مثبتتين آو ركيزتين أحداهما تامة التثبيت والأخرى ركيزة متحركة أي معنى ذلك يوجد له أربعة ردود أفعال وفي هذه الحالة يعتبر إطار غير محدد استاتيكيا من الدرجة الأولى ولذا لايمكن حله باستخدام معادلات الاتزان الثلاثة ويستخدم مفصل داخلي (كما في الكمرات المفصلية)لإيجاد معادلة رابعة لجعل هذا الإطار محدد استاتيكيا بفضل استخدام المفصل الداخلي.

طريقة الحل:

١- إيجاد مركبات ردود الأفعال باستخدام المعادلات الآتية:

مجموع القوى الأفقية = صفر $\sum F_X=0$

مجموع القوى الراسية = صفر $\sum F_Y=0$

مجموع العزوم حول أي نقطة = صفر $\sum M=0$

مجموع العزوم عند المفصل الداخلي (يمين أو يسار)= صفر

$\sum M_{H.(R.ORL.)} = 0$

٢- تجزئة الإطار وإيجاد القوى الداخلية المؤثرة على كل جزء

٣- إيجاد العزوم عند النقط المختلفة ٠

٤- رسم أشكال القوى العمودية (N.F.D) وقوى القص (S.F.D) وعزوم الانحناء (B.M.D) بمقياس رسم مناسب وطبقا لنفس قواعد الرسم السابقة.

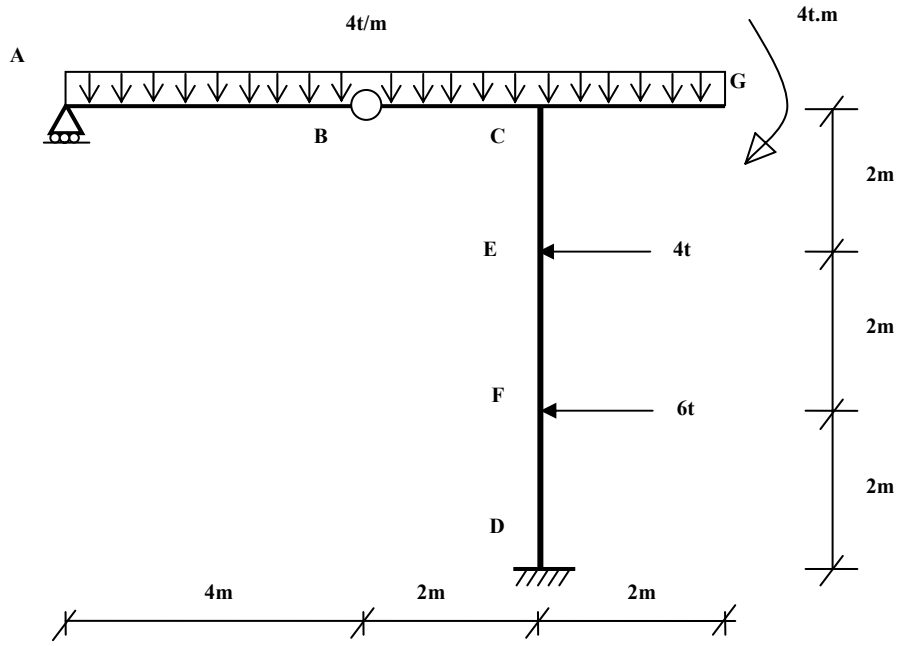
ملحوظة: يمكننا رسم البيانيات الثلاثة (S.F.D, N.F.D& B.M.D) مباشرة وبدون تجزئة الإطار أي بعد إيجاد ردود الأفعال .

www.prof-eng.net

٥-٥- أمثلة محلولة على إيجاد ردود الأفعال ورسم البيانيات الثلاثة (N.F.D,S.F.D&B.M.D) للإطارات المفصلية

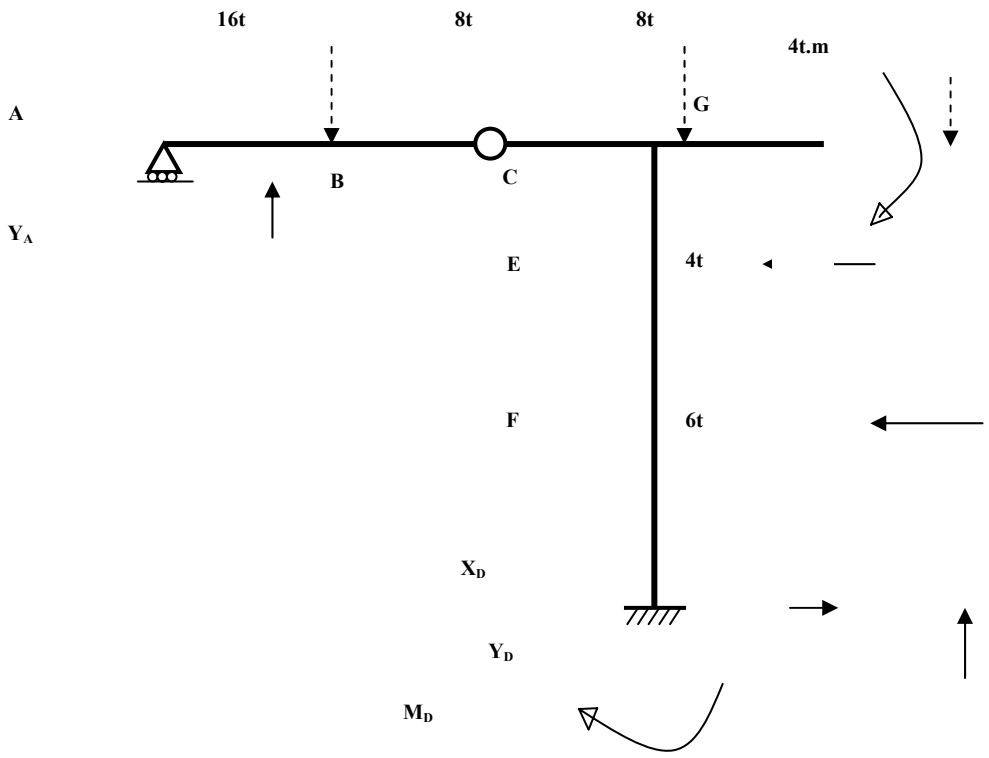
Example (1): -

المطلوب : إيجاد ردود الأفعال للإطار المفصلي الموضح بالشكل وكذلك رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D,S.F.D&B.M.D) بمقياس رسم مناسب



www.prof-eng.net

الحل :



١-إيجاد ردود الأفعال :- بتطبيق شروط الاتزان

$\Sigma F_X=0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad X_D=4+6=\overrightarrow{10}\ t$

$\Sigma M_{BL}=0 \ \Rightarrow \ \therefore \quad 4Y_A-16\times 2=0 \ \therefore Y_A=\frac{32}{4}=8\ t\uparrow$

$\sum F_Y=0 \quad \Rightarrow \therefore Y_A+Y_D=8+8+16=32\ t \ \Rightarrow$

$\therefore Y_D=32-Y_A=32-8=24\ t\uparrow$

$\sum M_{BR}=0 \ \Rightarrow \therefore M_D-2Y_D-6X_D+6\times 4+4\times 2+4+8\times 3+8\times 1=0$

$\therefore M_D-2(24)-6(10)+24+8+4+24+8=0 \ \therefore \ M_D-48-60+68=0$

$\Rightarrow \ \therefore M_D=40t.m$

www.prof-eng.net

Check

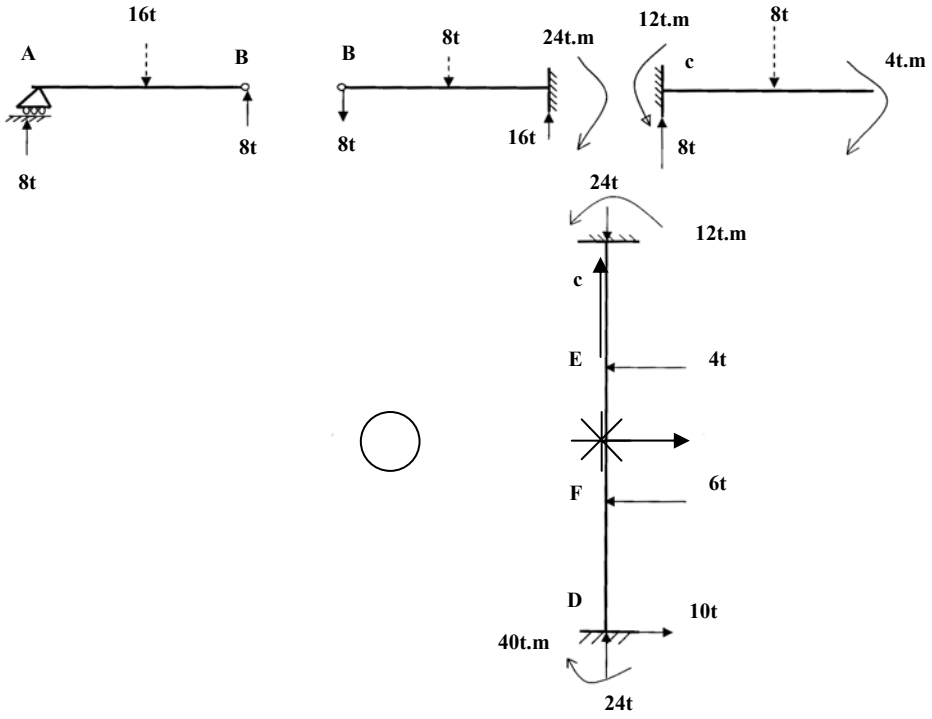
$\sum M=0 \Rightarrow \therefore \sum M_A=0$

$\therefore M_D - 24 \times 6 - 10 \times 6 + 6 \times 4 \times 2 + 4 + 8 \times 7 + 8 \times 5 - 16 \times 2 = 0$

$\therefore M_D - 144 - 60 + 24 + 8 + 4 + 56 + 40 + 32 = 0$

$\therefore M_D - 204 + 164 = 0 \quad \therefore M_D = 40\text{t.m} \quad \therefore$ OK

٢- تجزئة الإطار وإيجاد القوى الداخلية المؤثرة على كل جزء:-



٣- العزوم عند النقط المختلفة :-

$M_D = -40\text{t.m}$

$M_{FR} = -40 + 10 \times 2 = -40 + 20 = -20\text{t.m}$

$M_{EL} = -12\text{t.m}$

www.prof-eng.net

M_{Ccol}=-12t.m

M_{Ccant}=-12t.m

M_{Cbeam}= -12-12= -24t.m

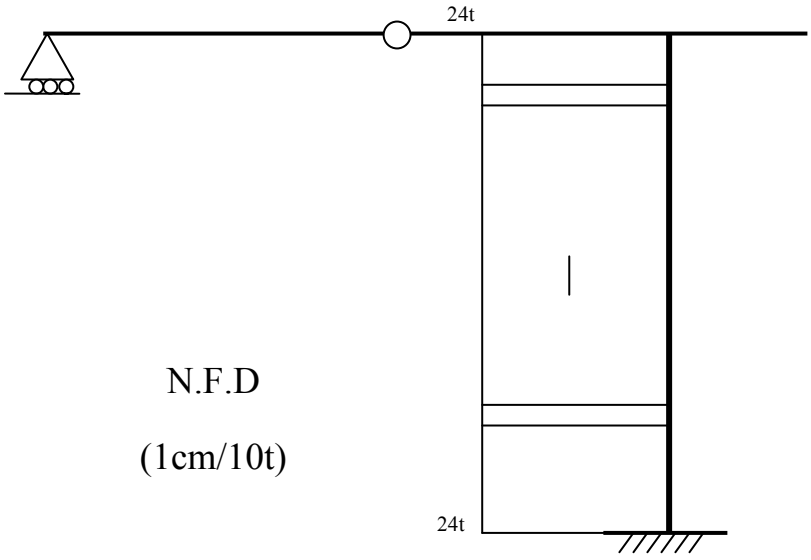
M_{BR}=-24+16×2-8×1=-32+32=0

M_{BL}=8×4-16×2=32-32=0

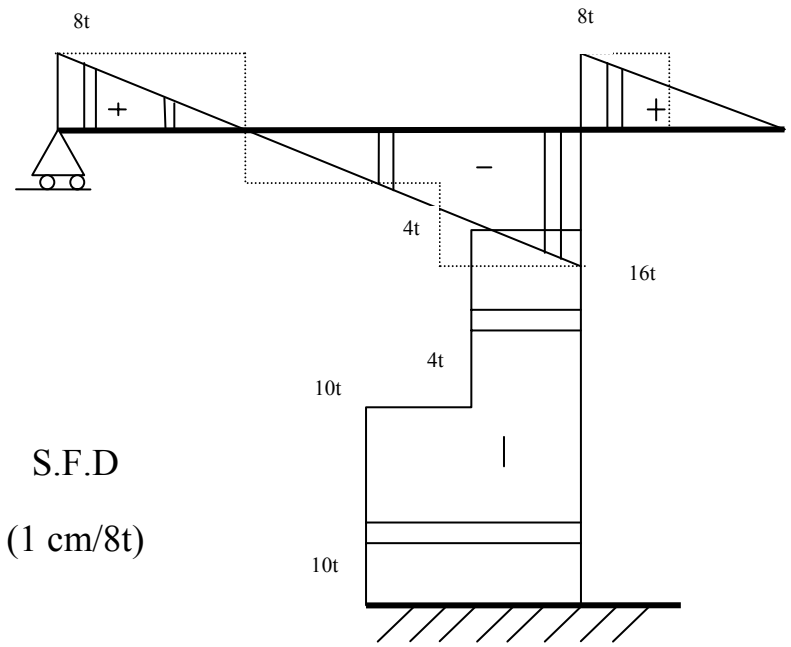
وهذا يعتبر صحيح لان العزوم عند المفصل الداخلي لابد وان تساوى صفر

M_A =0

٤- رسم البيانيات الثلاثة بمقياس رسم مناسب:-

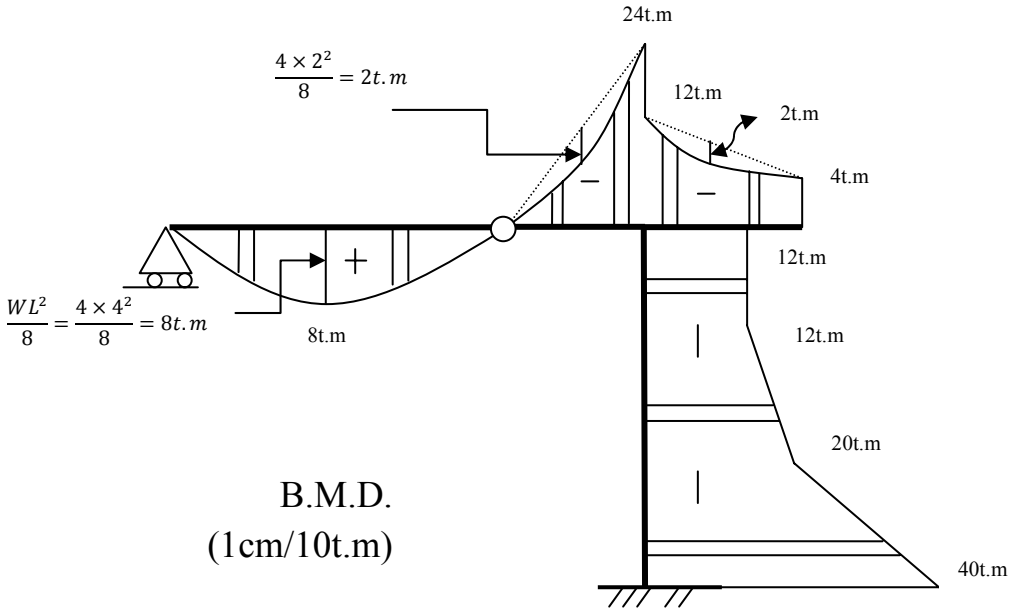


www.prof-eng.net



S.F.D

(1 cm/8t)



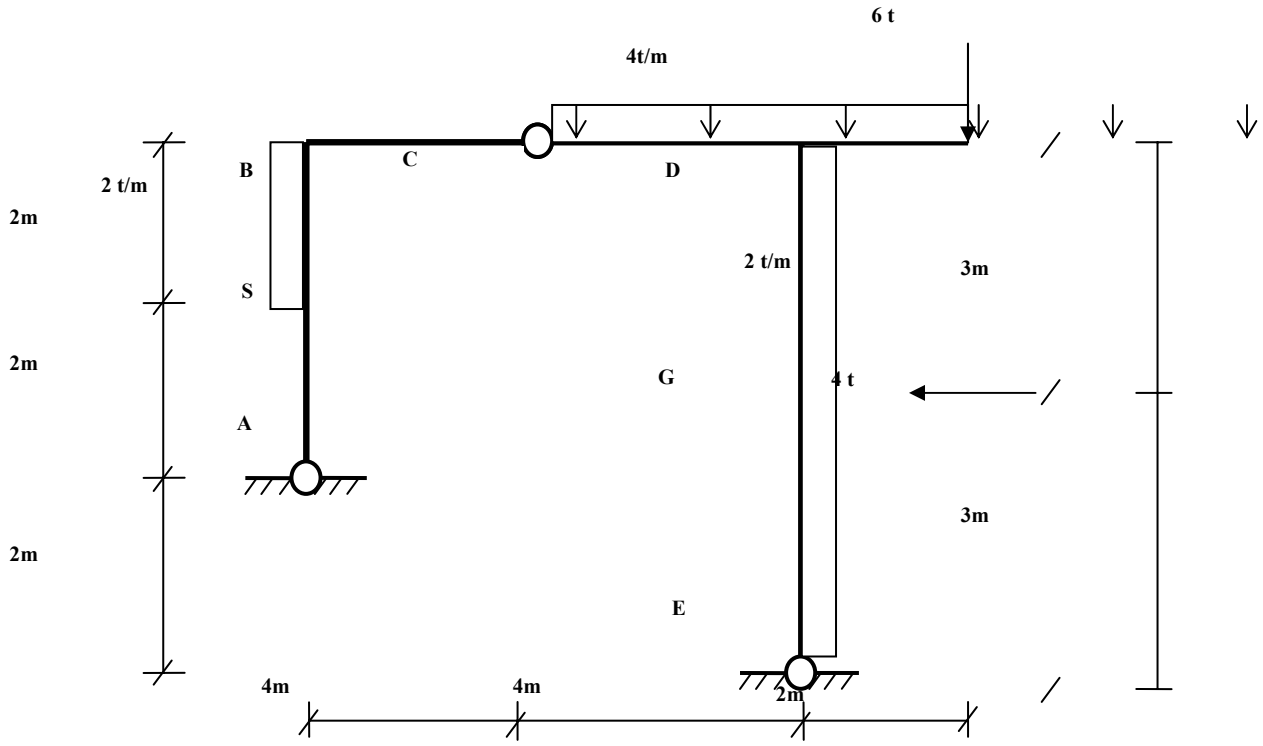
B.M.D.

(1cm/10t.m)

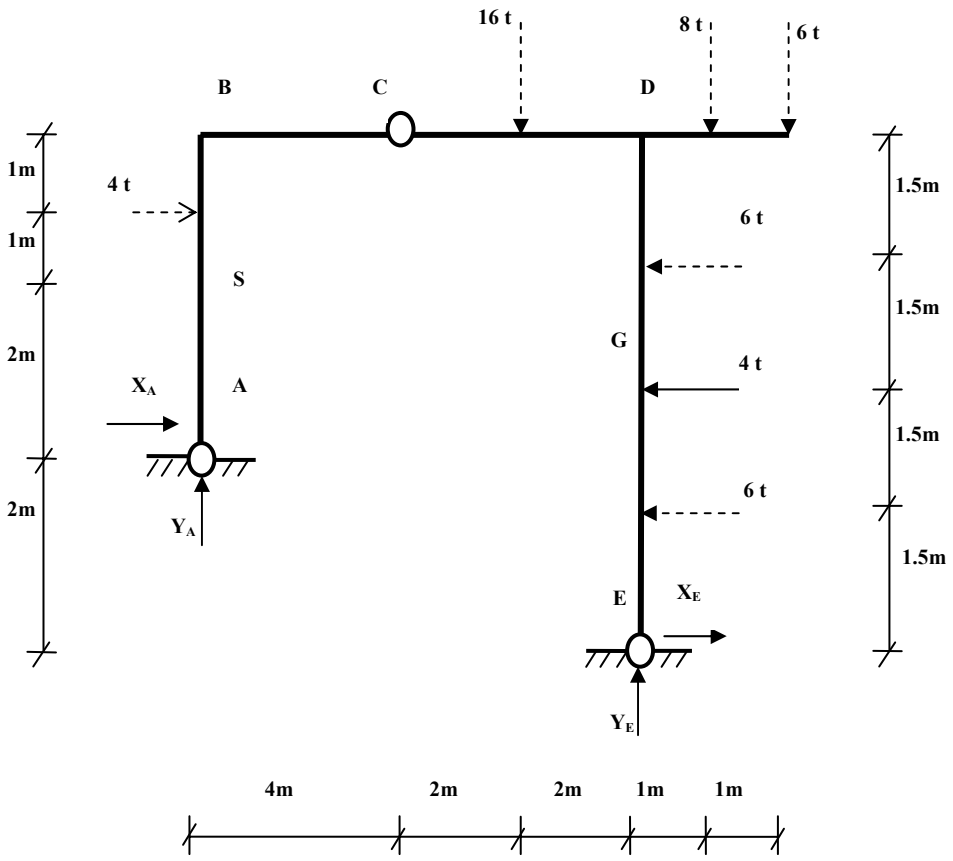
www.prof-eng.net

Example (2) :-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للإطار المفصلي الموضح بالشكل مع رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D,S.F.D&B.M.D) بمقياس رسم مناسب.



www.prof-eng.net



الحل :

١- إيجاد ردود الأفعال:- بتطبيق شروط الاتزان

$$\sum M_{CL}=0 \Rightarrow \therefore \quad 4Y_A-4X_A-4\times1=0 \quad \Rightarrow \therefore \quad 4Y_A-4X_A=4 \rightarrow (1)$$

$$\sum M_E=0$$

$$8Y_A+2X_A+4\times5-16\times2+8\times1+6\times2-6\times4.5-4\times3-6\times1.5=0$$

$$8Y_A+2X_A+20-32+8+12-27-12-9=0$$

$$8Y_A+2X_A=40 \rightarrow (2)$$

بضرب المعادلة رقم (2) × 2 وبالجمع مع المعادلة رقم (١)

www.prof-eng.net

$\therefore$ (16 Y_A +4X_A =80) + (4Y_A-4X_A=4)

$\therefore$ 20Y_A =84 $\Rightarrow$ $\therefore$ $Y_A = \frac{84}{20} = 4.20t \uparrow$

وبالتعويض في المعادلة رقم (١)

$\therefore 4X_A = 4Y_A-4 = 4(4.2)-4 = 16.8-4 = 12.8$

$\therefore X_A = \frac{12.8}{4} = \overrightarrow{3.2}t$

But

$\sum F_Y = 0 \Rightarrow \therefore \quad Y_A+Y_E = 16+8+6=30\ t$

$\therefore Y_E = 30-4.20 = 25.80\ t \uparrow$

$\sum F_X = 0$

$\therefore X_A+X_E = 6+4+6-4 = 12$

$\therefore X_E = 12-3.20 = \overrightarrow{8.80}\ t$

$\therefore$ ردود الأفعال أصبحت كالآتي :-

$\therefore Y_A = 4.2\ t \uparrow$ & $X_A = \overrightarrow{3.2}\ t$

& $Y_E = 25.8t \uparrow$ & $X_E = \overrightarrow{8.8}\ t$

Check (1)

$\sum M_{CR} = -Y_E(4)-X_E(6)+6\times4.5+4\times3+6\times1.5+6\times6+8\times5+16\times2$

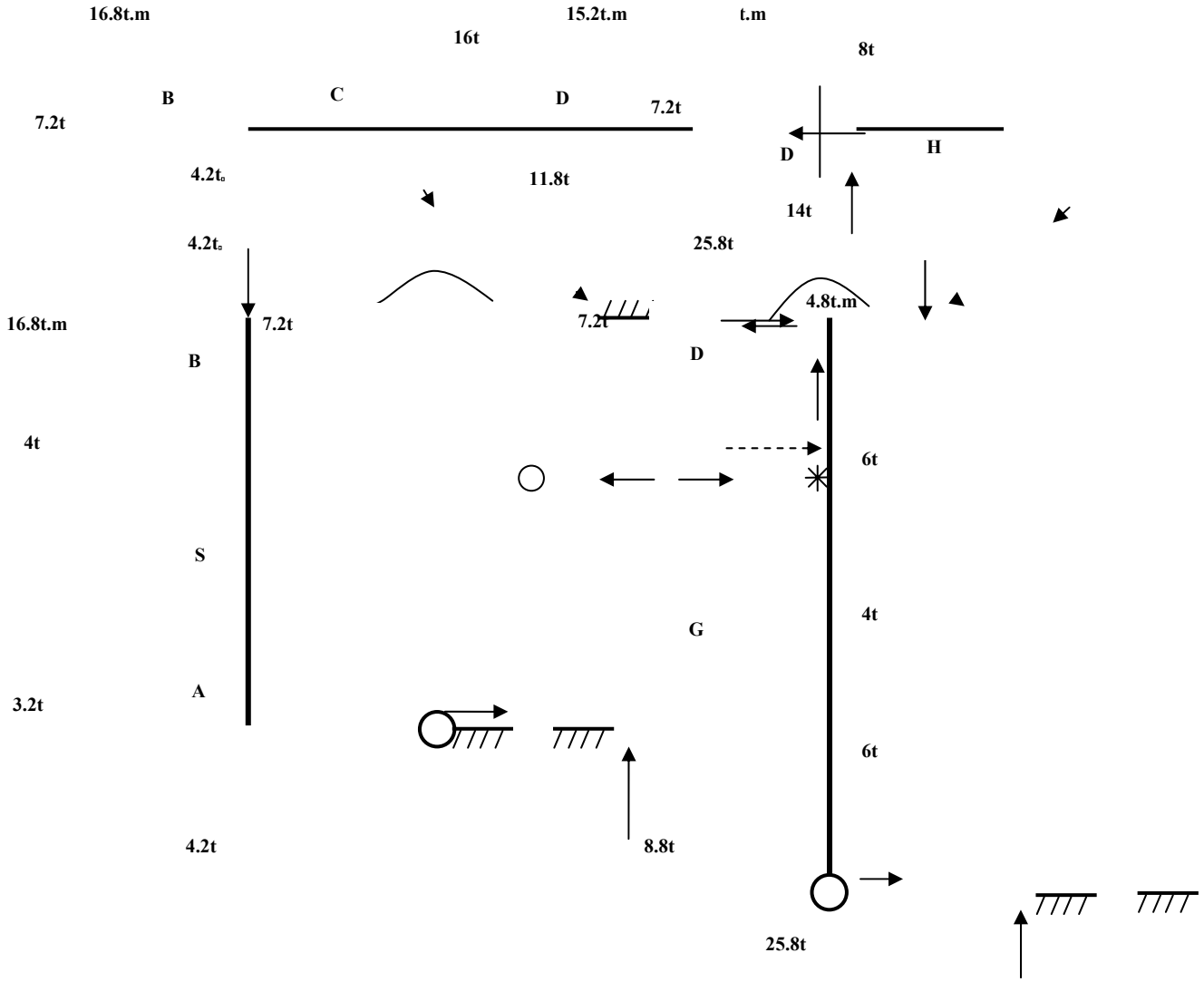
$= -25.8(4)-8.8(6)+27+12+9+36+40+32$

$= -103.2-52.8+156=-156.0+156=0$

$\therefore \sum M_{CR}=0 \quad \therefore$ ok

www.prof-eng.net

٢- تجزئة الإطار المفصلي وإيجاد القوى الداخلية المؤثرة على كل جزء:-



Check (2)

M_{CR}=-15.2+11.8×4-16×2 ∴ M_{CR}=-47.2+47.2=0

M_{CL}=-16.8+4.2×4=-16.8+16.8=0 ∴ OK

www.prof-eng.net

٣- العزوم عند النقط المختلفة :-

$M_A=0$

$M_S=-3.2\times2=-6.4$ t.m

$M_B=-16.8$t.m

$M_E=0$

$M_G=8.8\times3-6\times1.5=26.4-9=17.4$ t.m

$M_{D1col}=4.8$t.m

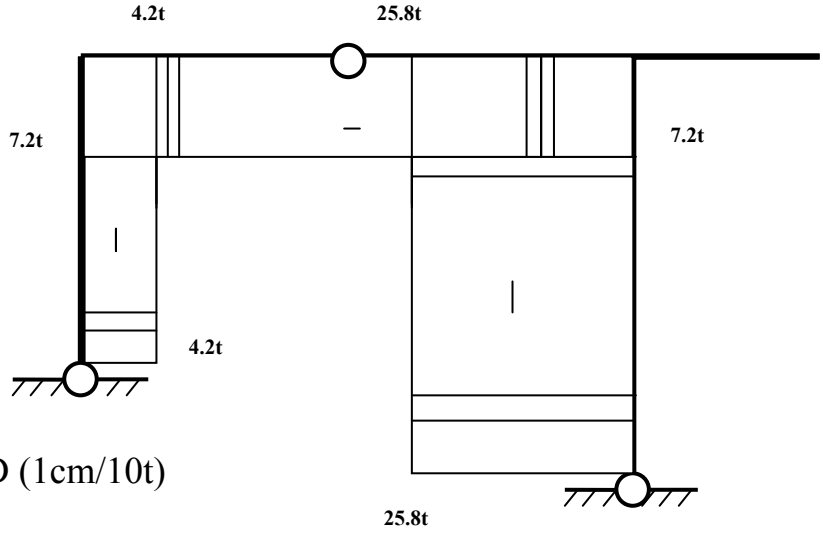
$M_{D2cant}=-20$t.m

$M_{D3beam}=-20+4.8=-15.20$ t.m

$M_H=0$

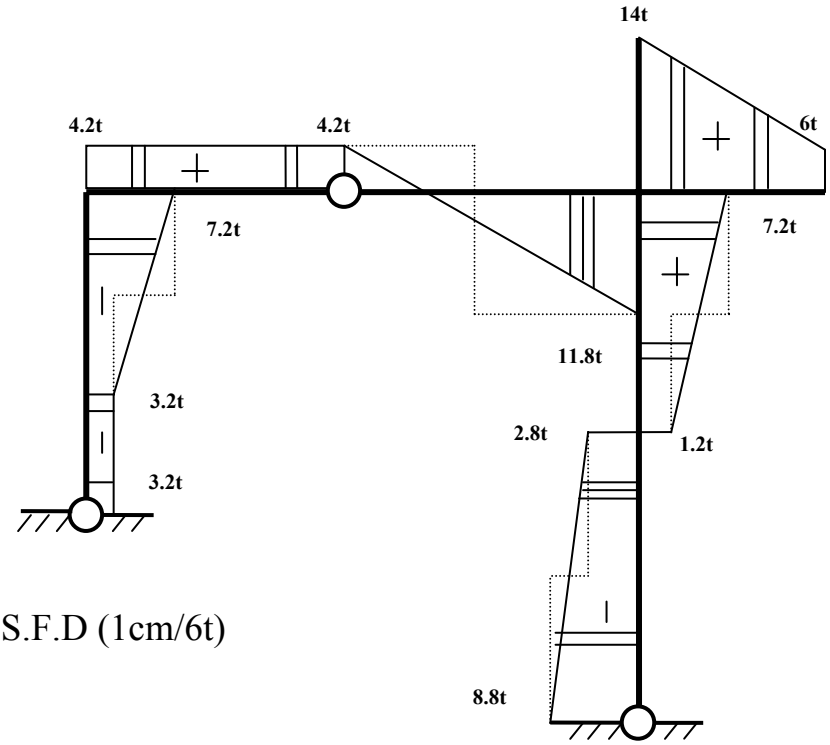
$M_C=0$

٤-رسم البيانيات الثلاثة بمقياس رسم مناسب:-

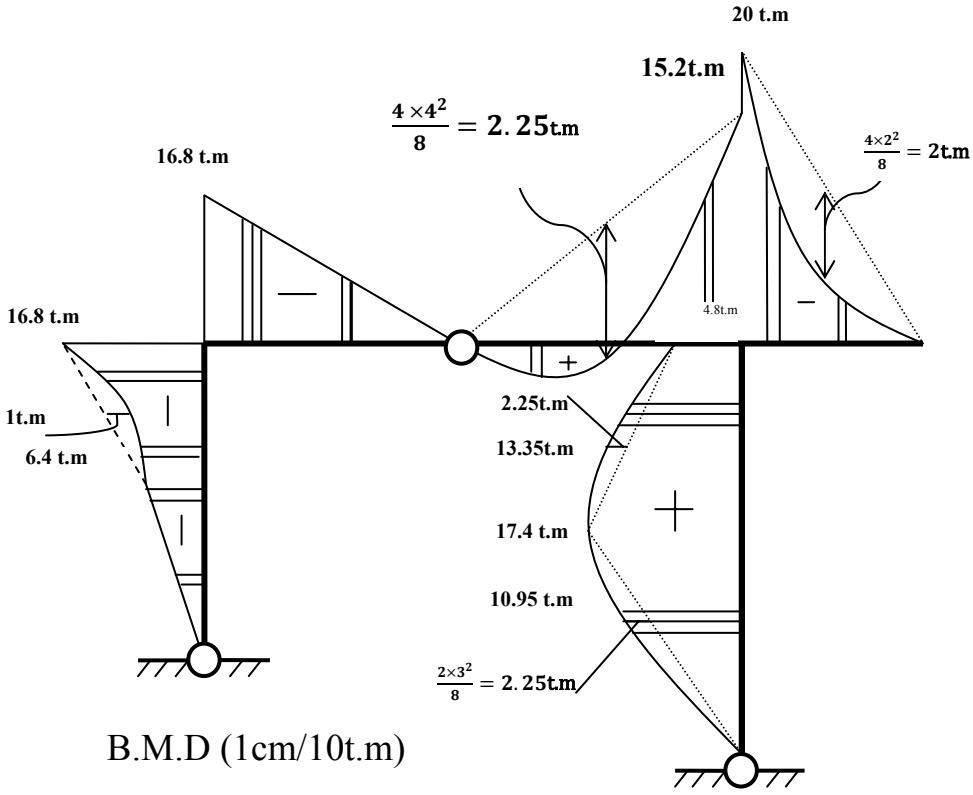


N.F.D (1cm/10t)

www.prof-eng.net



S.F.D (1cm/6t)

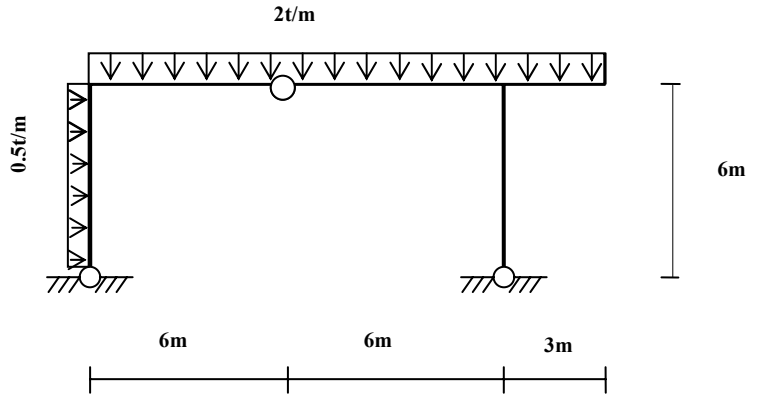


B.M.D (1cm/10t.m)

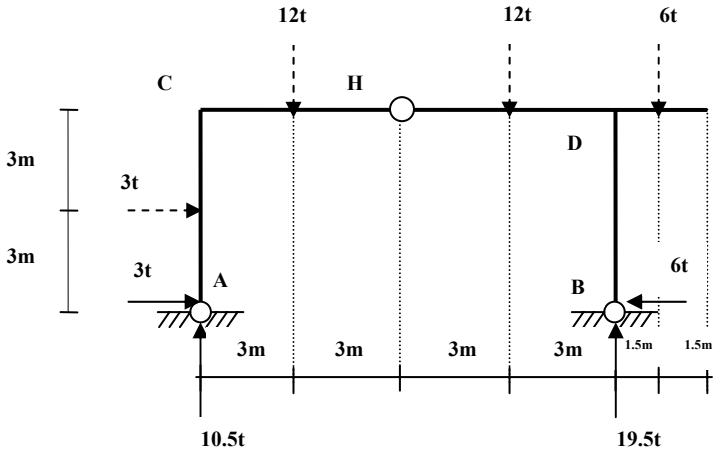
www.prof-eng.net

Example (3):-

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للإطار المفصلي الموضح بالشكل مع رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D,S.F.D&B.M.D) بمقياس رسم مناسب



الحل



١- إيجاد ردود الأفعال:-

بتطبيق شروط الاتزان

$\sum M_A=0 \Rightarrow \therefore 3\times3+12\times3+12\times9+6\times13.5-Y_B\,(12)=0$

www.prof-eng.net

$\therefore\ 9+36+108+81=12Y_B \ \Rightarrow\ \therefore Y_B=\frac{234}{12}=19.5\ t\uparrow$

$\sum F_Y=0 \ \Rightarrow\ \therefore Y_A+Y_B=12+12+6=30\ t\uparrow$

$\therefore\ Y_A=30-19.5=10.5t\uparrow$

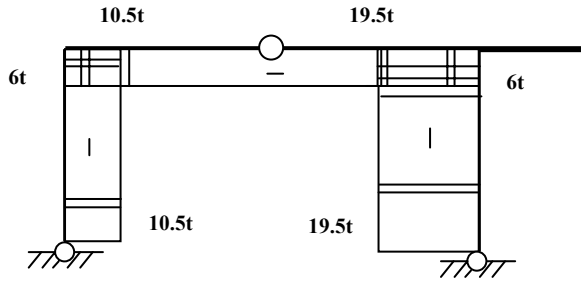
$\sum M_{HR}=0 \ \Rightarrow\ \therefore\ X_B(6)-Y_B(6)+6\times7.5+12\times3=0$

$\therefore\ 6X_B-19.5\times6+45+36=0$

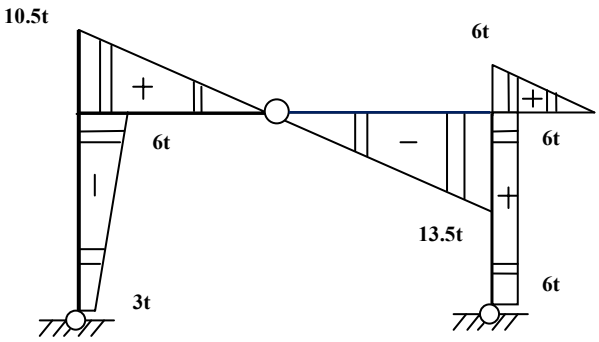
$\therefore\ X_B=\frac{36}{6}=\overleftarrow{6}\ t$

$\sum F_X=0 \ \Rightarrow\ \therefore\ X_A=6-3=\overrightarrow{3}\ t$

٢- الرسم يمكننا الرسم وبدون تجزئة الإطار كالآتي :-

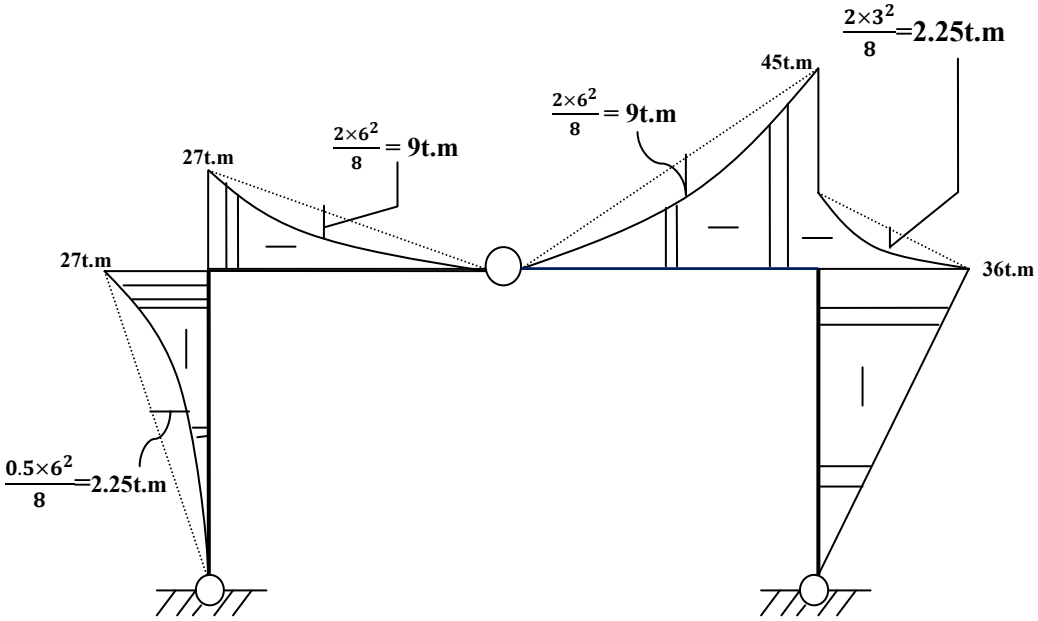


N.F.D(1cm/10t)



S.F.D (1cm/10t)

www.prof-eng.net



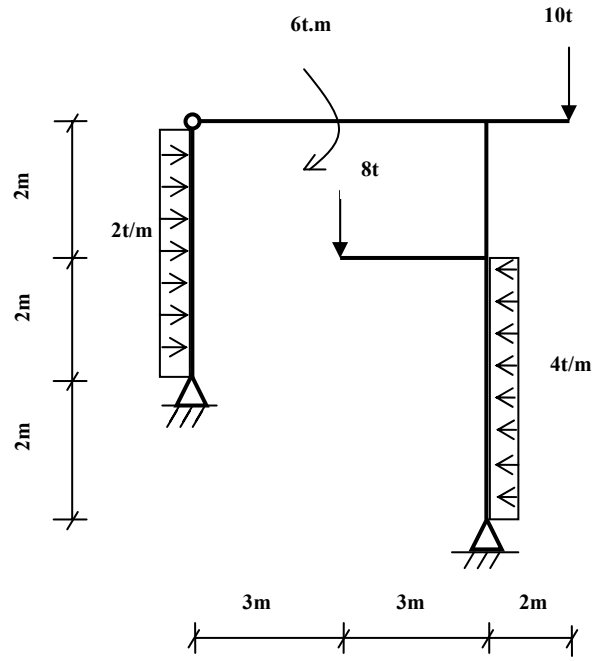
B.M.D (1cm/20t.m)

www.prof-eng.net

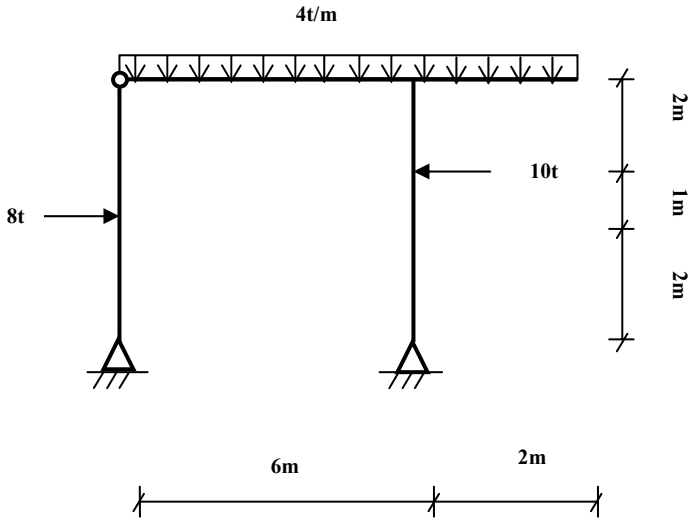
تمارين(٧)

المطلوب إيجاد ردود الأفعال للإطارات المفصلية الموضحة بالشكل مع رسم البيانيات الثلاثة (N.F.D,S.F.D&B.M.D) بمقياس رسم مناسب.

(1)

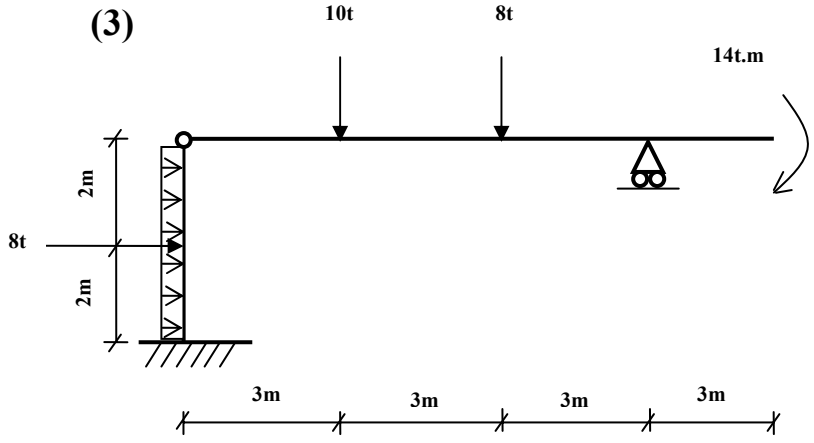


(2)

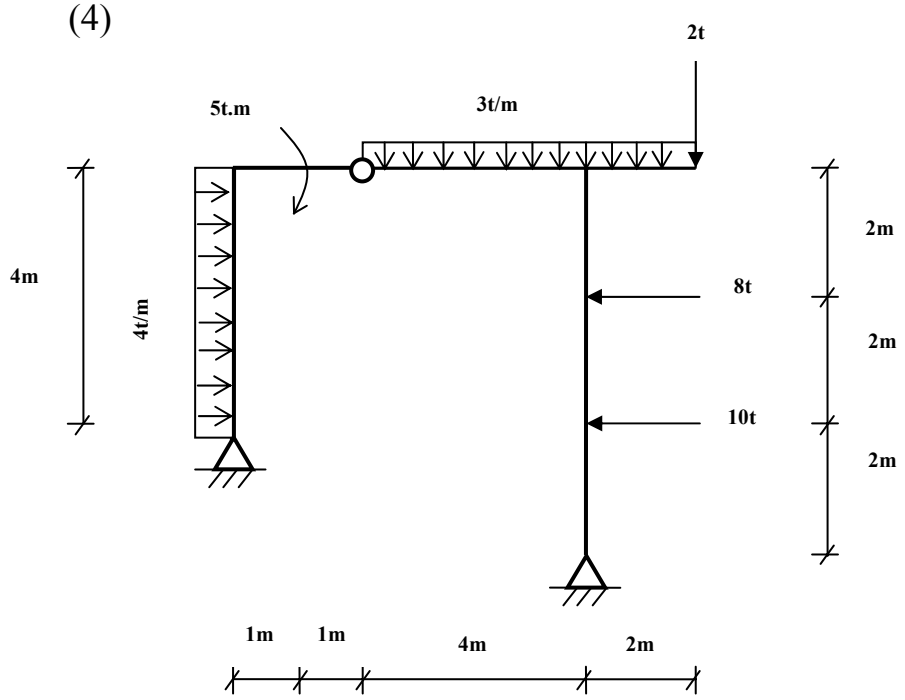


www.prof-eng.net

(3)

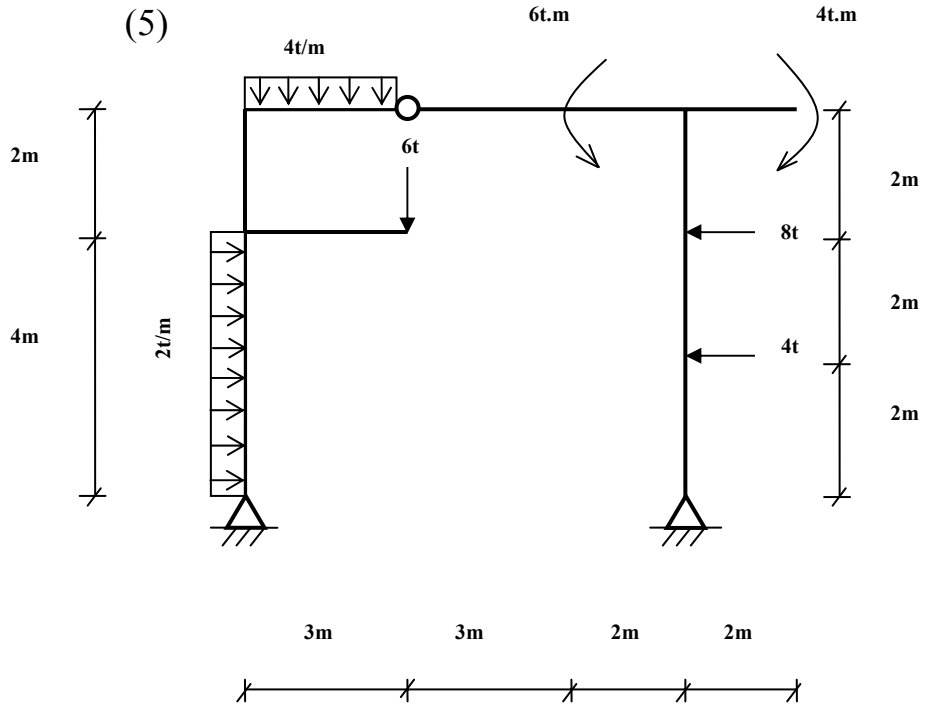


(4)

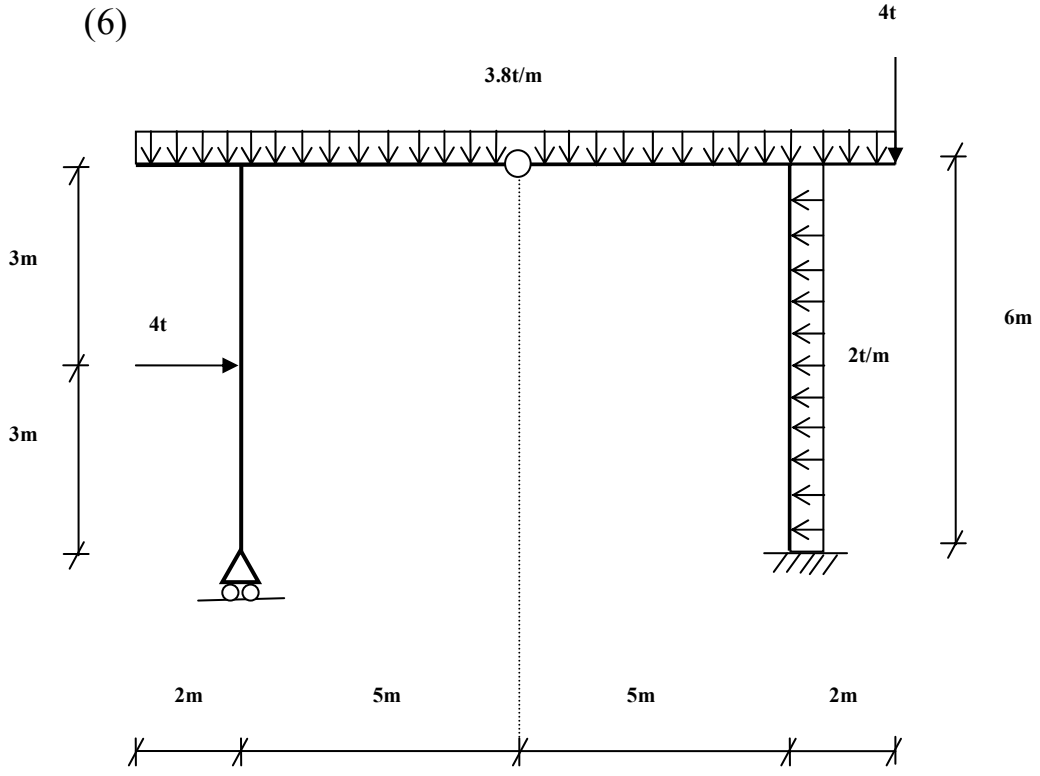


www.prof-eng.net

(5)

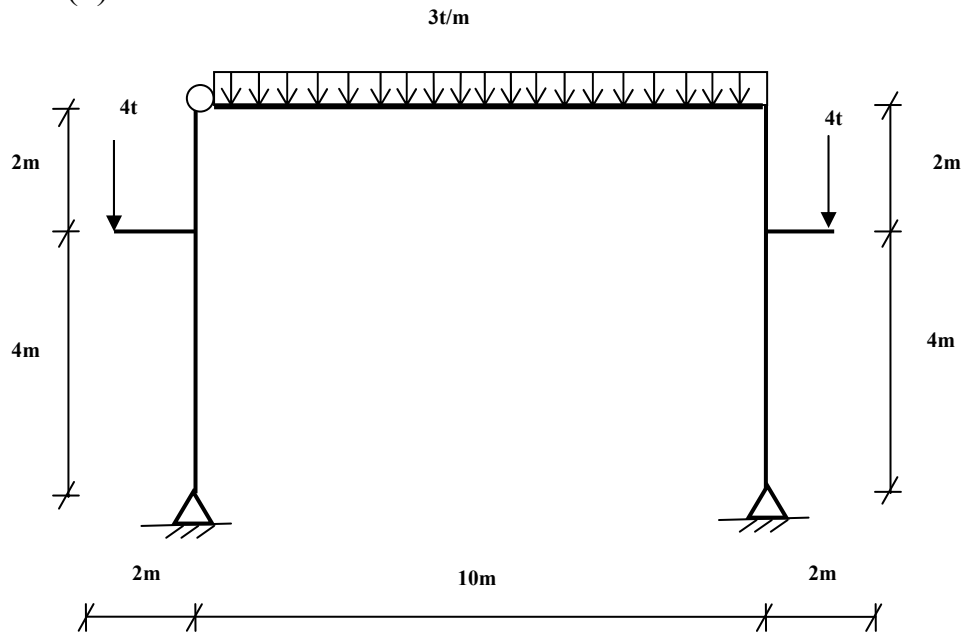


(6)



www.prof-eng.net

(7)



www.prof-eng.net

الباب السادس

الجمالونات

www.prof-eng.net

الجمالونات The Trusses

٦-١- مقدمة : -

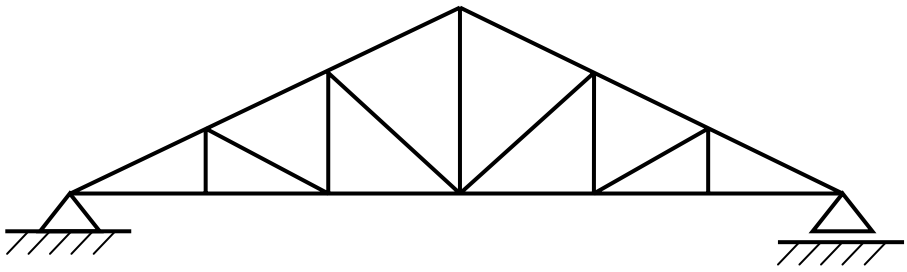
تعرف الجمالونات (الشبكيات)بأنها المنشآت التي تتكون من مجموعة من القضبان المستقيمة (الأعضاء) والتي تتصل فيما بينها اتصالا مفصليا بحيث يتكون منشأ متماسك ومتزن اتزان تام و تتحمل هذه الأعضاء القوى الخارجية من خلال المفاصل وتتولد فيها قوى ضغط أو قوى شد فقط أي أن ما يتحمله القضيب (العضو) من قوى يكون في اتجاه محوره فقط ولذلك فإن أي عضو من أعضاء الجمالون ليست به أي قوى قص أو عزم انحناء لان أعضاء الجمالون هي عبارة عن أعضاء نحيفة لا تتحمل ذلك ٠ويوجد علاقة هامة بين الأعضاء وعدد المفاصل لأي جمالون وهذه العلاقة هي :- $m=2j-3$

حيث m = عدد الأعضاء المكونة للجمالون .

J = عدد الوصلات (نقط تجميع الأعضاء) .

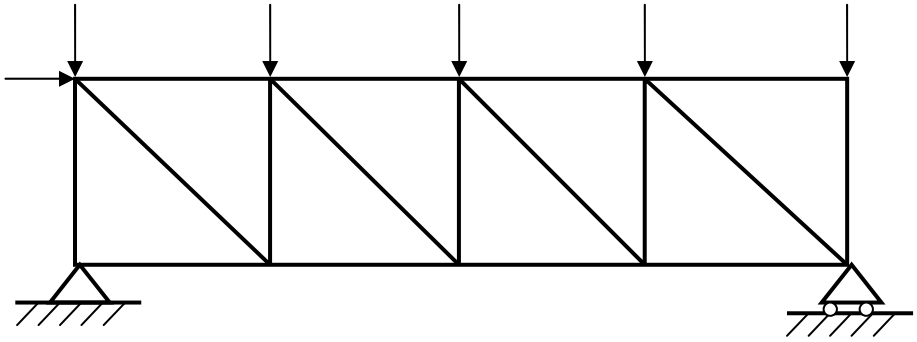
ويجب أن تكون هذه المعادلة صحيحة لأي جمالون حتى يكون هذا الجمالون متزن من الجهة الاستاتيكية أي يكون منشأ قادر على تحمل الأحمال المؤثرة عليه ومتزن معها.

٦-٢- بعض أشكال الجمالونات

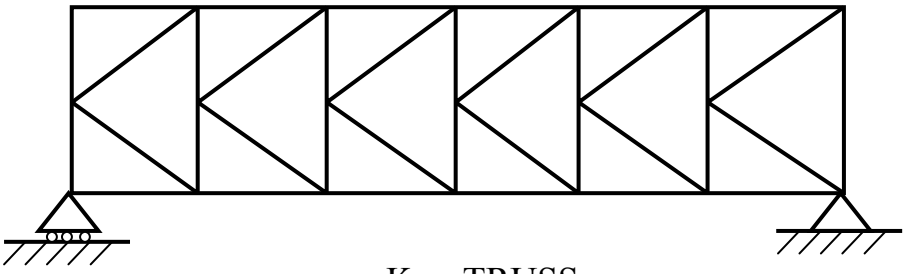


KING TRUSS

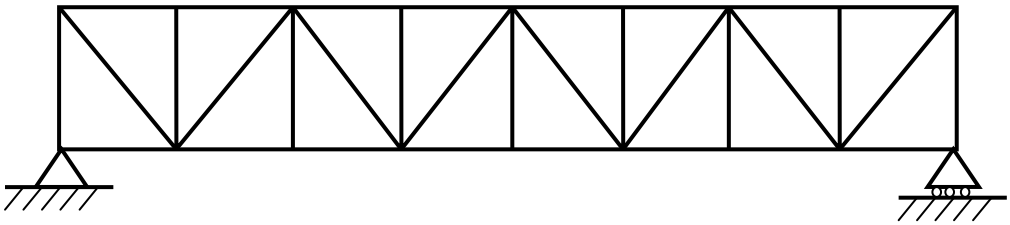
www.prof-eng.net



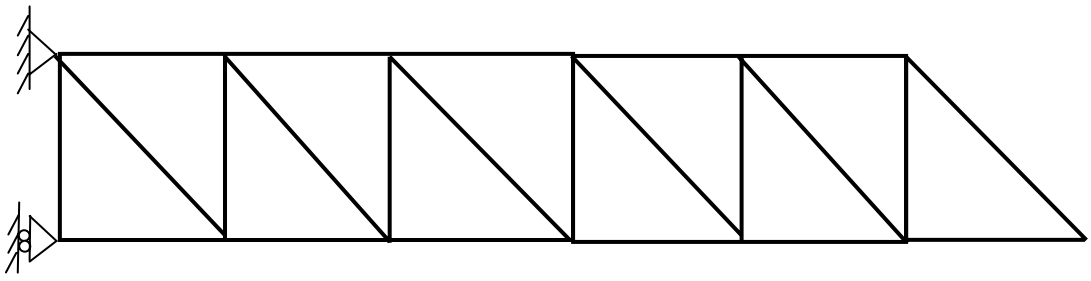
N - TRUSS



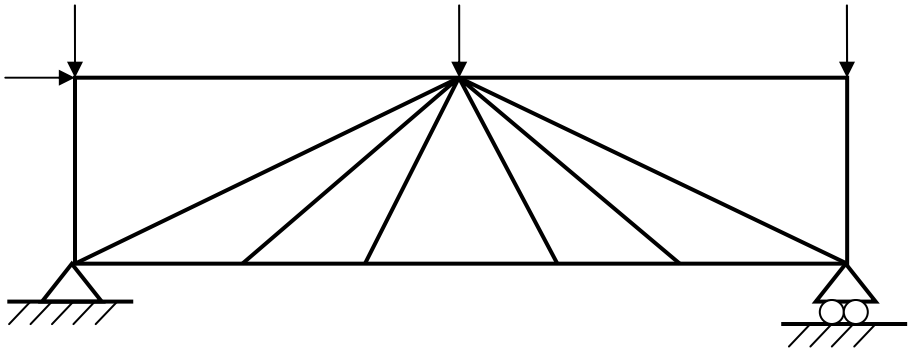
K - TRUSS

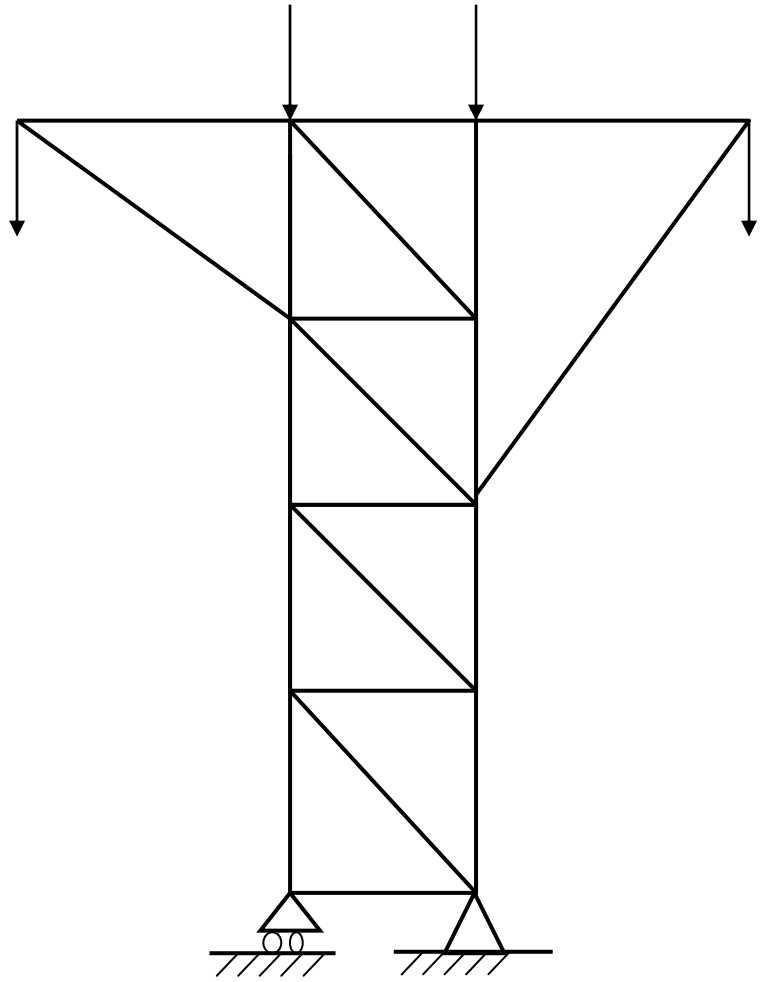


W - TRUSS



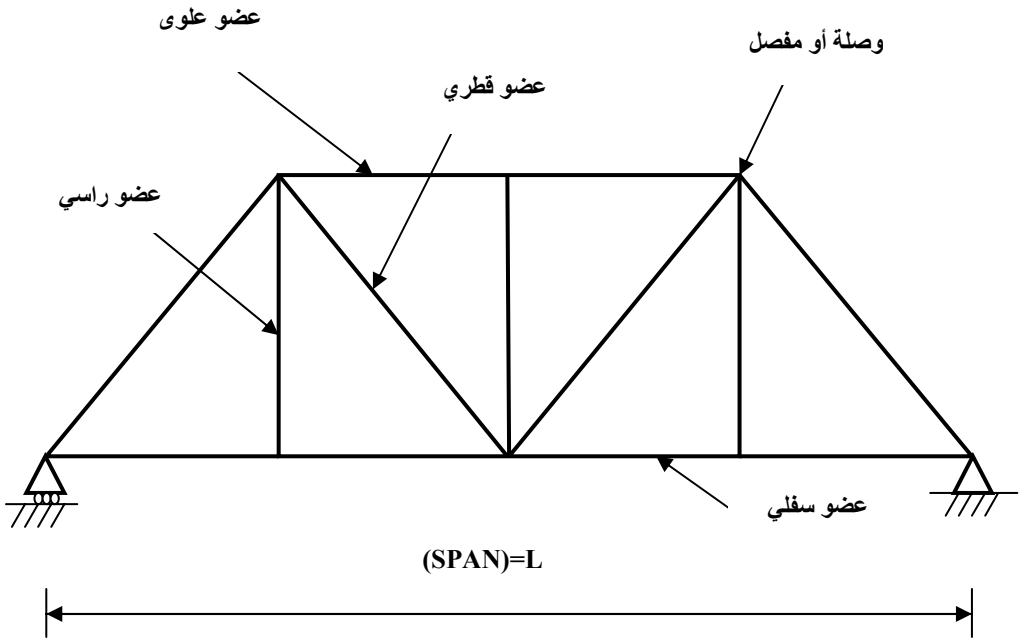
www.prof-eng.net





www.prof-eng.net

والشكل التالي يبين تفاصيل أعضاء جمالون



وبملاحظة هذا الشكل نجد أن:-

عدد الأعضاء =m=(13) عضو، عدد الوصلات = J= (8) وصلات.

وبتطبيق المعادلة m= 2 J -3 نجد أن (13= 3- 8×2= 13)

∴ هذا الجمالون متزن استاتيكيا

٦-٣- الأحمال المؤثرة على الجمالونات:-

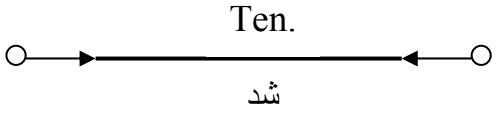
تكون الأحمال المؤثرة على الجمالونات عبارة عن أحمال التغطية أو أحمال متحركة موزعة أو مركزة ولكن يتم في النهاية تركيزها على الجمالون عند أماكن اتصال الأعضاء ببعضها (المفاصل أو الوصلات) وتعتبر هذه الأحمال هي القوى الخارجية المؤثرة على الجمالون وقد تكون هذه القوى إما راسية باستخدام كمرات تسمى مدادات تنقل أي أحمال مؤثرة موزعة إلى أحمال مركزة على الجمالون وتعتبر هذه الأحمال هي القوى الخارجية المؤثرة على الجمالون

www.prof-eng.net

وقد تكون هذه القوى إما رأسية أو أفقية حسب نوعية تأثيرها ومثال ذلك أحمال التغطية أحمال راسية أما أحمال الرياح فتكون أحمال مائلة بزاوية أو أحمال أفقية. وتنشأ عن هذه القوى الخارجية قوى داخلية وهي القوى المؤثرة داخل الأعضاء والتي يتم حسابها بطرق مختلفة ومنها نصمم قطاعات الأعضاء المكون منها الجمالون وتأخذ إشارة القوى الداخلية في العضو تبعا لتأثيرها على المفصل فإذا كانت :-

- قوى شد (Tension)

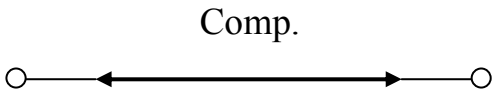
تكون عبارة عن قوتي شد لمفصلي ربط العضو .



شد

- قوى ضغط (Compression)

تكون عبارة عن قوتي ضغط لمفصلي ربط العضو



ضغط

٦-٤- طرق حل الجمالون

٦-٤-١-الطرق التحليلية (Analytical Method)

نعني بالطرق التحليلية هي استخدام المعادلات الجبرية للاتزان لإيجاد القوى الداخلية في كل عضو شد أو ضغط.

خطوات الحل:

١- إيجاد ردود الأفعال

وذلك باستخدام معادلات الاتزان :

$$(\sum F_x = 0 \quad , \sum F_Y = 0 \ \& \ \sum M = 0)$$

www.prof-eng.net

٢- **إيجاد القوى الداخلية في الأعضاء** :- يوجد طريقتان للحل هما

- **طريقة اتزان المفصل (Joint Method):-**

- يتم حل كل مفصل على حده
- يجب أن يكون الأعضاء المتصلة بالمفصل (المختار حله أولا) لا تزيد عن اثنين حتى يمكن حل هذا المفصل .
- أو يمكن أن يكون عدد الأعضاء أكثر من اثنين ولكن معلوم منها بعضها بحيث يتبقى عضوين (قوتين)يمكن حلهما.
- ويتم حل المفصل باستخدام معادلتين من معادلات الاتزان وهما:-

$(\sum F_Y = 0 \quad , \quad \sum F_X = 0)$

وذلك لجميع القوى الخارجية أو الداخلية المؤثرة على المفصل (الوصلة) (Joint) وعند وجود عضو مائل يتم تحليل قوته إلى مركبتين (أفقية، رأسية) حتى يمكننا حله.

- **طريقة اتزان القطاع (Section Method)**

وفيها يتم اختيار قطاع مار بالعضو المطلوب إيجاد القوة فيه بحيث يفضل أن لا يقطع هذا القطاع أكثر من ثلاثة أعضاء منهم اثنين متلاقين في نقطة واحدة .

ويمكن استخدام قطاع مار بأكثر من ثلاثة أعضاء بشرط أن يتلاقى جميع الأعضاء في نقطة واحدة ما عدا عضو واحد فقط يتم حله أو تكون الأعضاء المار بها القطاع معلومة القوة (سابقا) عدا العضو المطلوب إيجاد القوة فيه ، ويفصل القطاع الجمالون إلى جزأين منفصلين و متزنين اتزان تام ويتم استخدام معادلات الاتزان الثلاثة لإحدى الجزءين

$\sum F_X = 0 \quad , \quad \sum F_Y = 0 \quad \& \sum M = 0$

وذلك لجميع القوى الخارجية المؤثرة على هذا الجزء وكذلك القوى في الأضلاع المار بها القطاع (لنفس الجزء).

www.prof-eng.net

٦-٤-٢- الطريقة البيانية (Graphical Method)

وفيها يتم تطبيق نظرية اتزان مجموعة القوى المتلاقية والتي يمكن التعبير عنها بيانيا بان تكون جميع القوى المتلاقية مضلع قوى مغلقا ويتم حل الجمالون بالطريقة البيانية كالتالي :

١- يتم بتقسيم الجمالون إلى فراغات، ونبدأ التحليل برسم مضلع القوى لجميع الأحمال الخارجية بما فيها ردود الأفعال ويجب أن يكون هذا المضلع مغلق أي محصلة جميع الأحمال أو القوى الخارجية مساويا صفر ٠

٢- نبدأ تحليل الوصلات ويجب أن نبدأ التحليل عند وصلة حيث لا يتلاقى أكثر من عضوين (أو فراغ واحد)، وذلك برسم مضلع القوى عند هذه الوصلة والذي يسمى تخطيط القوى الداخلية (Stress Diagram) ويتم ذلك على مضلع القوى لجميع القوى الخارجية.

٣- لتحديد نوع القوى والتي تؤثر على الوصلة شدا أو ضغطا، يتم ذلك بالدوران حول هذه الوصلة في اتجاه عقارب الساعة نوقع الأسهم التي تمثل فعل القوى المؤثرة عليها وينقل السهم الذي تم تحديده إلى الطرف الآخر للجمالون، معاكس، وبالقياس نحدد قيمة تلك القوة حسب مقياس الرسم المستخدم في رسم تخطيط القوى الداخلية(Stress Diagram).

٤- تستمر العملية السابقة بالانتقال إلى وصلة مجاورة لها حيث لا يوجد أكثر من عضوين (أو فراغ واحد) مجهول وهكذا تستمر هذه العملية باعتبار وصلة بعد وصلة أخرى حتى يتم تحديد جميع القوى الداخلية في أعضاء الجمالون ،الأعضاء الموقع عليه أسهم خارجة من الوصلة تكون أعضاء شد (tension members) ، والأعضاء الموقع عليه أسهم داخلة الوصلة تكون أعضاء ضغط (Compression Members) ،ويمكن أن نضع جميع القوى وإشاراتها في جدول ، كما سيوضح في الأمثلة القادمة.

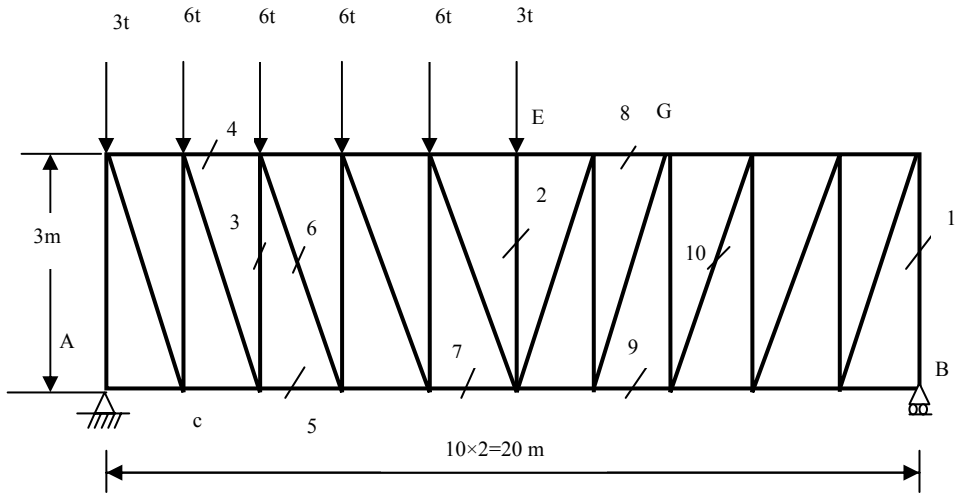
www.prof-eng.net

٦-٥-أمثلة محلولة على إيجاد القوى الداخلية في أضلاع الجمالونات

Example(1):-

المطلوب إيجاد القوى الداخلية في الأعضاء أرقام

(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10) للجمالون الموضح بالشكل



الحل :-

١- إيجاد ردود الأفعال :- بتطبيق شروط الاتزان

$\sum F_X=0 \Rightarrow \therefore X_A=0$

$\sum M=O \Rightarrow \therefore \sum M_B =$

$O \therefore 20Y_A - 3\times 20 - 6\times 18 - 6\times 16 - 6\times 14 - 6\times 12 - 3\times 10 = 0$

$\therefore 20Y_A - 60 - 108 - 96 - 84 - 72 - 30 = 0$

$\Rightarrow \therefore Y_A = \frac{450}{20} = 22.50\ t \uparrow$

$\sum F_Y = 0 \Rightarrow \therefore Y_A + Y_B = 4\times 6 + 2\times 3 = 30$

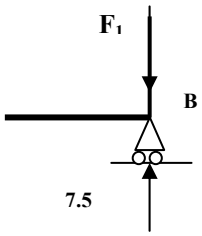
$\therefore Y_B = 30 - 22.5 = 7.5t \uparrow$

www.prof-eng.net

Check

$\sum M_A = -20Y_B + 3\times10 + 6\times8 + 6\times6 + 6\times4 + 6\times2 = 0$

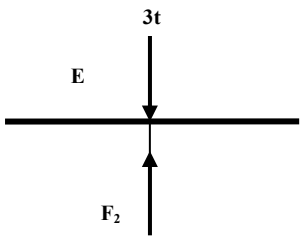
$\therefore Y_B = 150/20 = 7.50t \uparrow \quad \therefore$ OK



٢- إيجاد القوى الداخلية في الأعضاء :-

- اتزان المفصل B

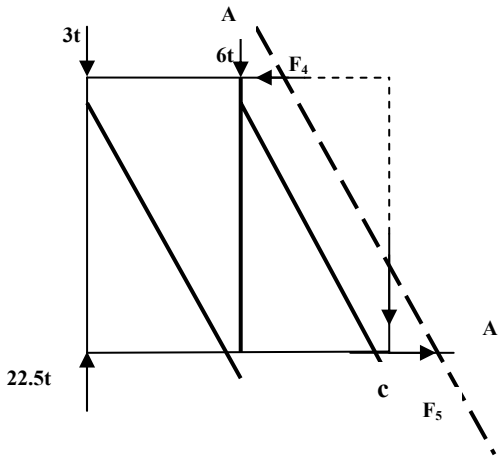
$\sum F_Y = 0 \therefore F_1 = 7.5t$ (Comp)



- اتزان المفصل E

$\sum F_Y = 0 \therefore F_2 = 3$ t (Comp)

- لايجاد(F_5, F_4, F_3) يمكننا اخذ قطاع A-A مائلا ليمر بالأعضاء الثلاثة (F_5, F_4, F_3)



$\sum F_{YL} = 0 \therefore F_3 = 22.5 - 3 - 6 = 13.50$ t (Comp)

www.prof-eng.net

• وبنفس القطاع المائل (A-A) يمكننا إيجاد (F_4)عن طريق

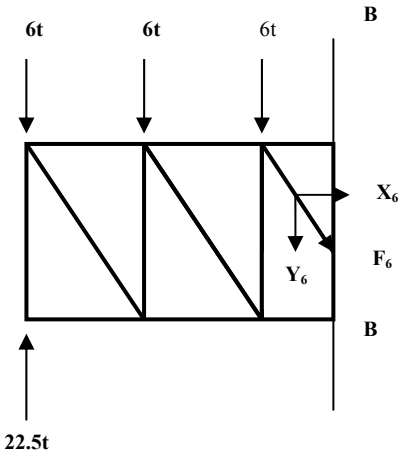
$\sum M_{cL} = 0 \Rightarrow \therefore 22.5\times4-3\times4-6\times2-F_4(3)=0$

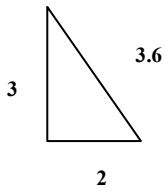
$\therefore F_4 = \frac{66}{3} = 22$ t (Comp)

• ولإيجاد (F_5)

$\sum F_{XL} = 0$

$\therefore F_5 = F_4 = 22$t (Ten)





• ولإيجاد (F_6)

يؤخذ قطاع راسي (B-B) يمر بالعضو المائل نفسه

$\sum F_{YL} = 0 \Rightarrow \therefore Y_6+6+6+3=22.5$

$\therefore Y_6 = 22.5 - 15 = 7.5$ t

$\therefore F_6 = \frac{7.5}{\frac{3}{3.6}} = 9$ t (Ten)

• ولإيجاد (F_7)

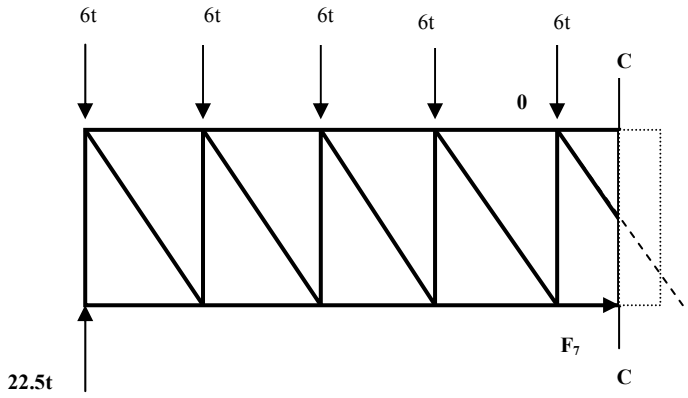
يؤخذ القطاع الرأسي (C-C) يمر بالعضو المطلوب إيجاده :

$\sum M_{OL} = 0$

$\therefore -3F_7 - 6\times2 - 6\times4 - 6\times6 - 3\times8 + 22.5\times8 = 0$

www.prof-eng.net

$\therefore \quad F_7 = \frac{84}{3} = 28$ t (Ten)

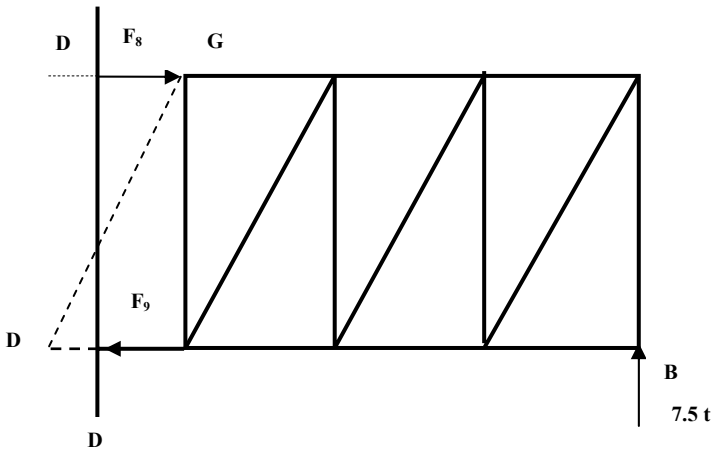


- ولإيجاد (F_9, F_8) يؤخذ القطاع الرأسي (D-D) ليمر بالعضوين المطلوب إيجاد القوى فيهما.

$\sum M_{DR} = 0 \Rightarrow \therefore F_8 (3) - 7.5 \times 8 = 0$

$\therefore F_8 = \frac{60}{3} = 20$ t (Comp) $\quad \Sigma M_{GR} = 0 \Rightarrow F_9 (3) - 7.5 \times 6 = 0$

$\Rightarrow \therefore F_9 = \frac{45}{3} = 15$ t (Ten)

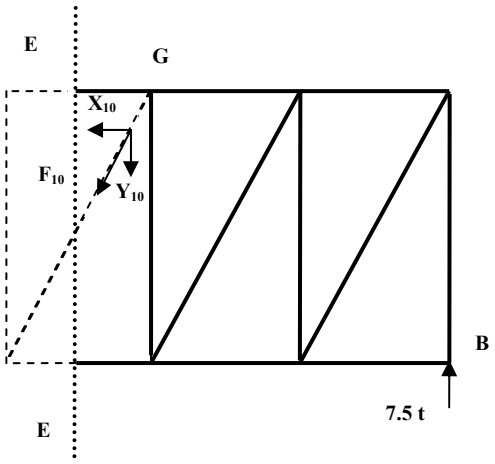


www.prof-eng.net

• لإيجاد (F_{10}) يؤخذ القطاع الرأسي (E-E) مارا بالعضو المطلوب إيجاده

$$\Sigma F_{YR} = 0 \Rightarrow \therefore Y_{10} = 7.5 \text{ t}$$

$$\therefore F_{10} = \frac{7.5}{\frac{3}{3.6}} = \frac{7.5 \times 3.6}{3} = 9 \text{ t (Ten)}$$



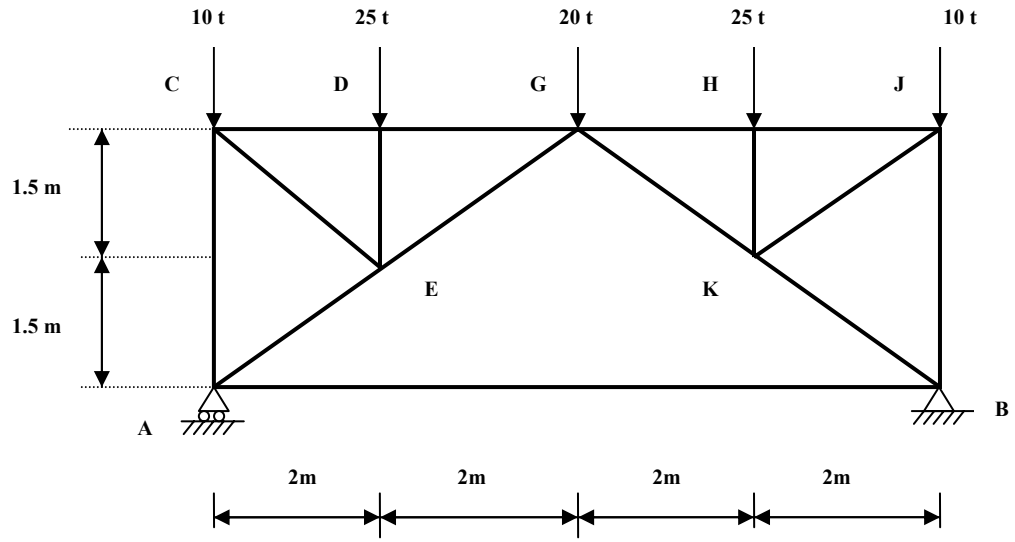
ويمكننا بعد الانتهاء من الحل وضع النتائج في جدول كالآتي:-

The force (t)	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}
Comp.	7.5	3	13.5	22	-	-	-	20	-	-
Ten.	-	-	-	-	22	9	28	-	15	9

Example (2):-

المطلوب إيجاد القوى الداخلية في أعضاء الجمالون الموضح بالشكل مع رسم البياني الفراغي بمقياس رسم مناسب موضحا عليه قيمة كل قوة ونوعها إذا كانت شد أو ضغط وكذلك وضع النتائج في جدول مبينا به قيمة كل قوة ونوعها.

www.prof-eng.net



الحل :-

١- إيجاد ردود الأفعال:- بتطبيق شروط الاتزان الثلاثة

$\Sigma F_X = 0 \quad \Rightarrow \therefore \quad X_B = 0$

∵ الجمالون متماثل (في الشكل والأحمال والأبعاد)

$\therefore Y_A = Y_B = \frac{\Sigma P}{2} = \frac{10\times2+25\times2+20}{2} = \frac{90}{2} = 45\ t \uparrow$

٢- إيجاد القوى الداخلية في الأعضاء

بأخذ القطاع A – A (رأسيا)مارا بالأعضاء AB,EG,DG

- لإيجاد(F_1)

$\Sigma M_{GL}=0 \therefore -3F_1-25\times2-10\times4+45\times4=0$

$\therefore F_1 = \frac{90}{3} = 30\ t \qquad (Ten)$

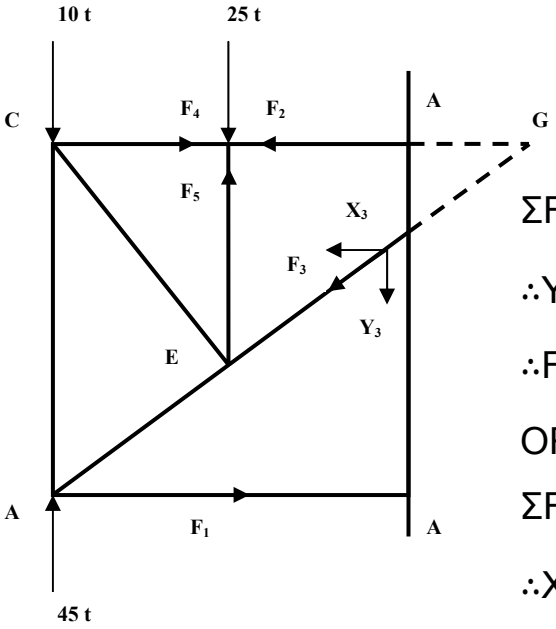
www.prof-eng.net

- لإيجاد(F_2)

$\Sigma M_A=0$

$-3F_2+25\times2=0$

$\therefore F_2=\frac{50}{3}$ =16.67 t (Comp)



- لإيجاد(F_3)

$\Sigma F_{YL}= 0 \Rightarrow \therefore Y_3+25+10 =45$

$\therefore Y_3 =10$ t

$\therefore F_3 =\frac{10\times2.5}{1.5}$ =16.67 t (Comp)

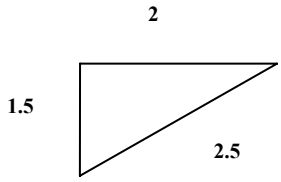
OR

$\Sigma F_{XL}=0 \Rightarrow \therefore X_3 +F_2 -F_1 =0$

$\therefore X_3+16.67 -30 =0$

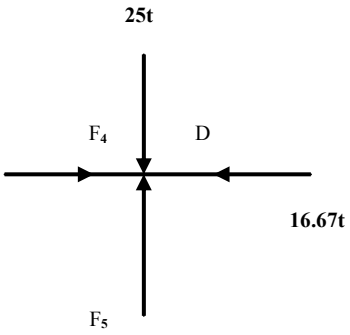
$\therefore X_3 =13.33$t

$\therefore F_3 =\frac{13.33\times2.5}{2}$ = 16.67 t (Comp)



- لإيجاد(F_5,F_4)

اتزان المفصل D (joint D):-



$\Sigma F_X = 0 \Rightarrow \therefore F_4=16.67$ t (Comp)

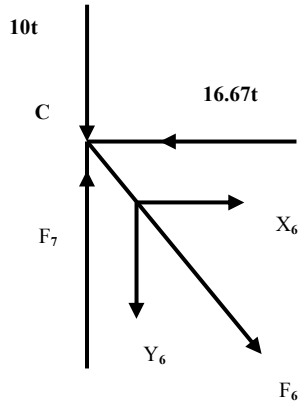
$\Sigma F_Y = 0 \Rightarrow \therefore F_5=25$t (Comp)

- لإيجاد (F_7,F_6)

اتزان المفصل C (Joint C):-

$\Sigma F_X = 0 \Rightarrow \therefore X_6 =16.67$t

www.prof-eng.net



$\therefore F_6 = 16.67 \times \frac{2.5}{2} = 20.83$ t (Ten)

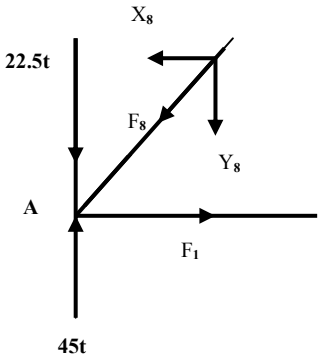
$\Sigma F_Y = 0 \Rightarrow \therefore F_7 = 10 + Y_6$

But $Y_6 = 20.83 \times \frac{1.5}{2.5} = 12.5$ t

$\therefore F_7 = 10 + 12.5 =$ 22.5 t (Comp)

- لإيجاد (F_8) من اتزان المفصل A (Joint A):-

$\Sigma F_Y = 0 \Rightarrow \therefore Y_8 + 22.5 - 45 = 0 \therefore Y_8 = 22.5$t



$\therefore F_8 = 22.5 \times \frac{2.5}{1.5} =$ 37.5t (Comp)

Or $\Sigma F_X = 0 \Rightarrow \therefore X_8 = F_1 = 30$ t

$\therefore F_8 =$ $30 \times \frac{2.5}{2} =$ 37.5 t (Comp)

∴ الجمالون متماثل

∴ جميع القوى متماثلة أي أن القوى في أعضاء الجزء الأيمن هي نفسها (قيمة واتجاها) قوى الأعضاء المناظرة لها في الجزء الأيسر.

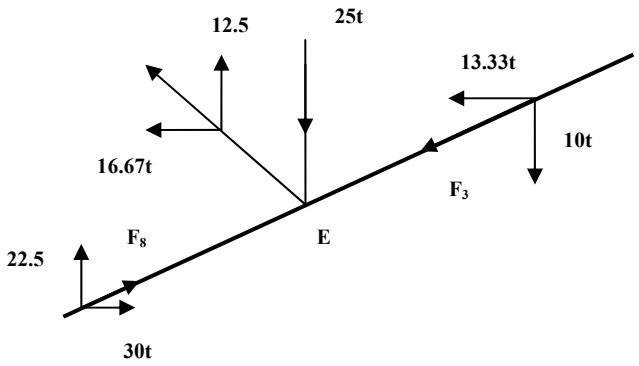
وفي هذه الحالة يكتفي بما تم حله فقط ولا داعي لتكرار نفس الخطوات

وللتأكد من صحة الحل :-

www.prof-eng.net

Check

اتزان المفصل E (Joint E):-

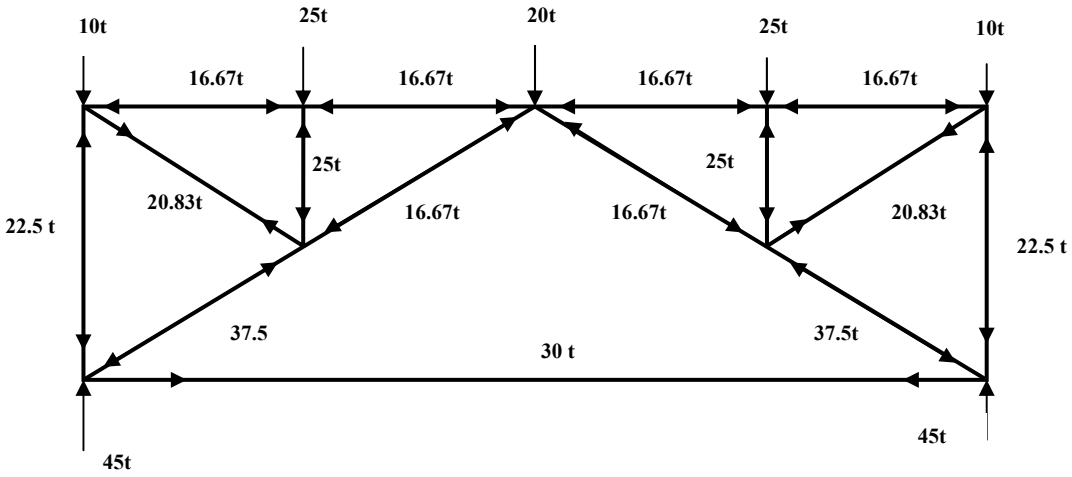


$\sum F_X = 16.67+13.33-30 = 30-30 = 0$

$\sum F_Y = 22.5+12.5-25-10 = 35-35 = 0$

∴ OK

- رسم البياني الفراغي بمقياس رسم مناسب



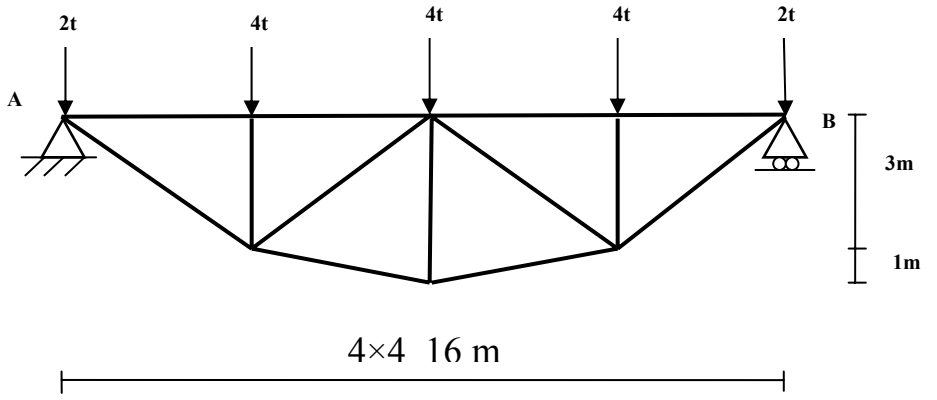
www.prof-eng.net

الجدول:-

The Force(t)	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8
Comp.	-	16.67	16.67	16.67	25	-	22.5	37.5
Ten.	30	-	-	-	-	20.83	-	-

Example (3) :-

أوجد جميع القوى الداخلية في أعضاء الجمالون الموضح بالشكل باستخدام الطريقة البيانية.



الحل :

١- إيجاد ردود الأفعال

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow\therefore \quad X_A = 0$$

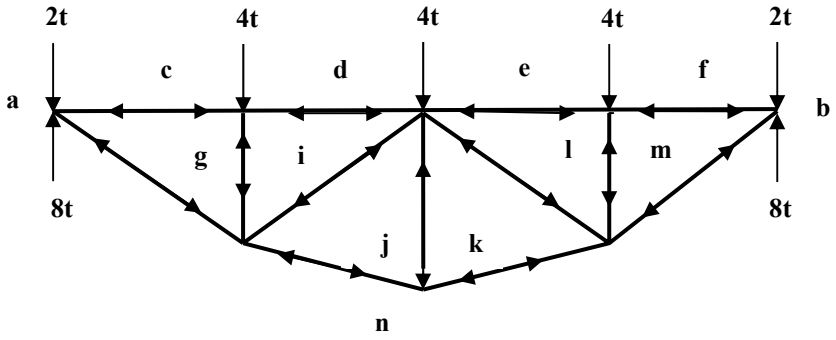
∵ الجمالون متماثل (في الأحمال والمسافات والأشكال)

$$\therefore Y_A = Y_B = \frac{\sum P}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ t} \uparrow$$

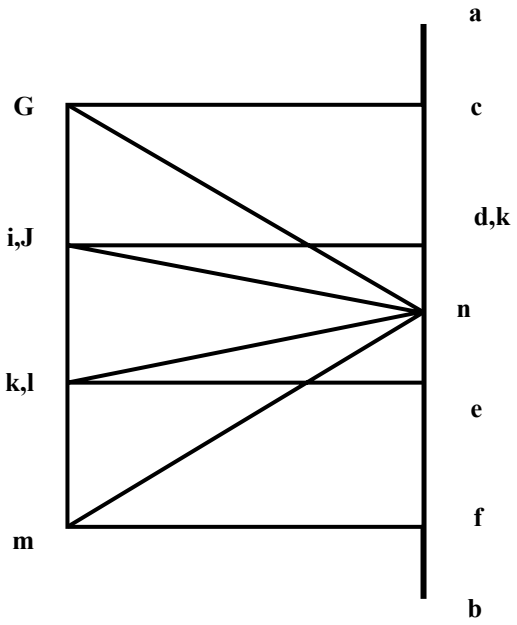
www.prof-eng.net

٢- إيجاد القوى الداخلية بالطريقة البيانية عن طريق :-

- ترقيم الفراغات بين القوى الخارجية وفي اتجاه دوري واحد مع عقارب الساعة ثم تمثيل القوى الخارجية مقدارا واتجاها بمقياس رسم مناسب.
- ترقيم الفراغات الداخلية وفي اتجاه دوري واحد مع رسم مضلع القوى عند الوصلات والذي يسمي تخطيط القوى الداخلية (Stress Diagram).
- تحديد اتجاهات القوى في الأعضاء لمعرفة نوع القوة في الأعضاء شد أم ضغط وكذلك تحديد قيمة كل قوة حسب مقياس الرسم المستخدم في رسم تخطيط القوى الداخلية (Stress Diagram).



تخطيط الجمالون Space Forces



Stress Diagram

www.prof-eng.net

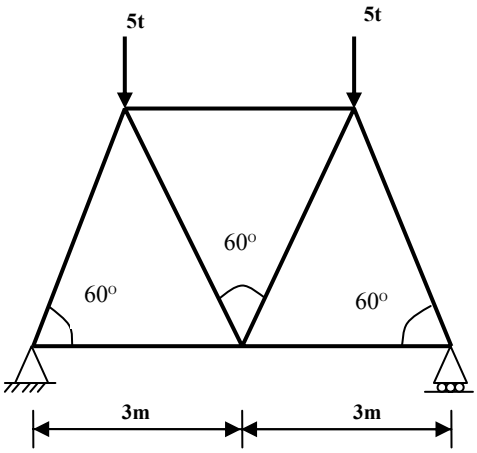
وبقياس قيمة القوى من (Stress Diagram) وحسب مقياس الرسم تكون القوى الداخلية لجميع أعضاء الجمالون كما بالجدول الآتي :-

The force(t)	cg	gn	di	ig	ij	jn	el	lk	kj	kn	fm	ml	nm
Comp.	8	-	8	4	-	-	8	-	4	-	8	4	-
Ten.	-	10	-	-	-	8.25	-	-	-	8.25	-	-	10

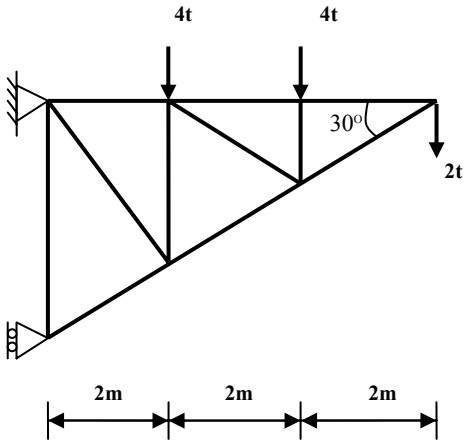
www.prof-eng.net

تمارين (٨)

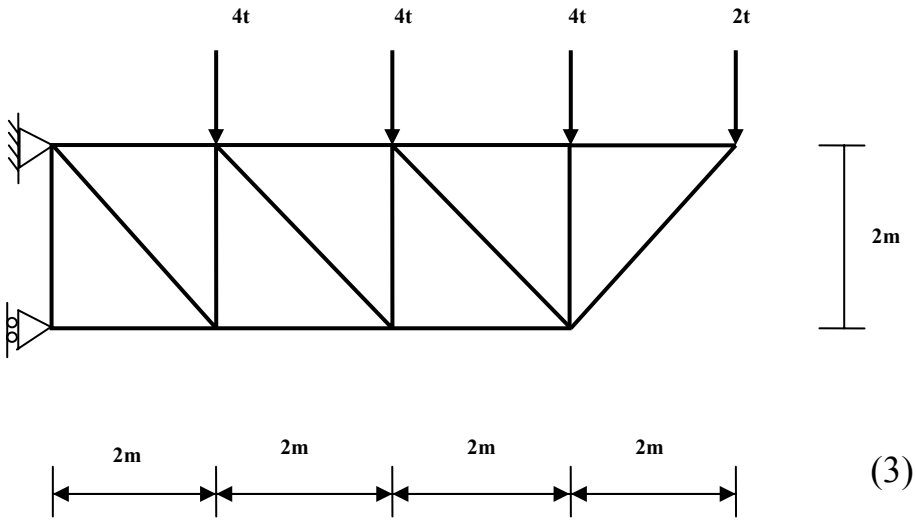
المطلوب: إيجاد القوى الداخلية في أعضاء الجمالونات الموضحة بالشكل مع رسم البياني الفراغي لكل جمالون بمقياس رسم مناسب موضحا عليه قيمة كل قوة ونوعها إذا كانت شد أو ضغط ثم ضع النتائج قي جدول مبينا به قيمة كل قوة ونوعها ٠



(1)



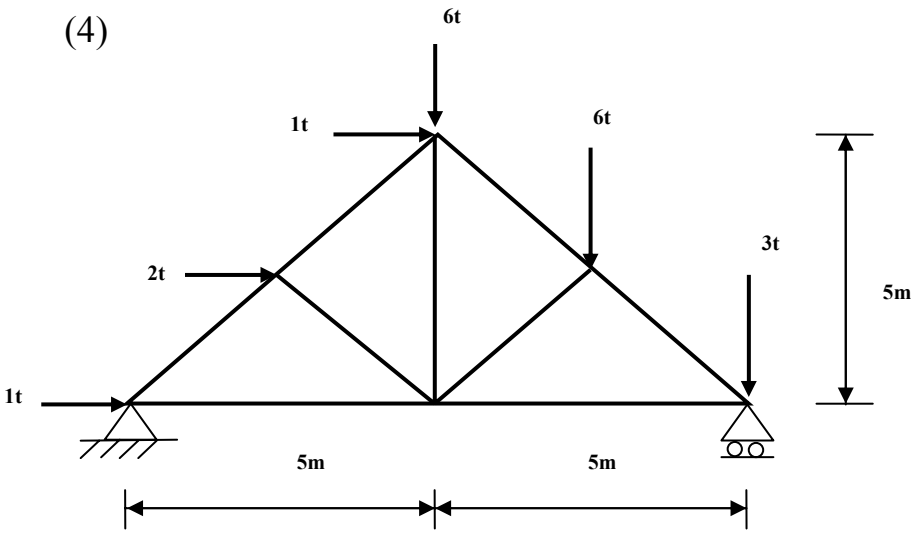
(2)



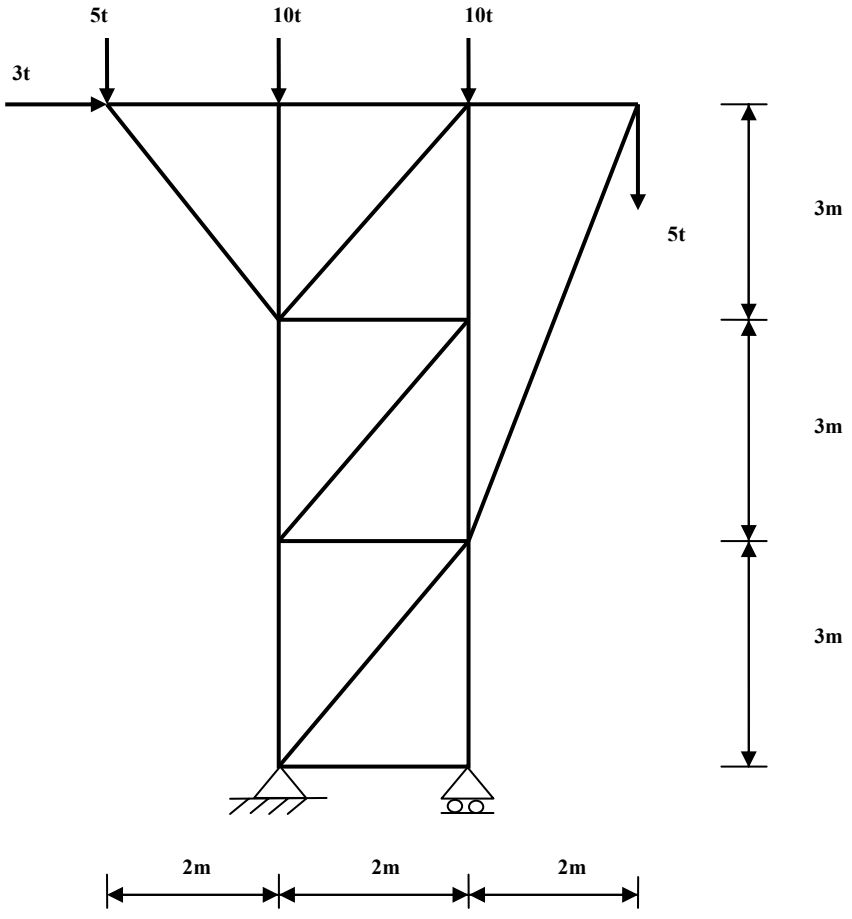
(3)

www.prof-eng.net

(4)

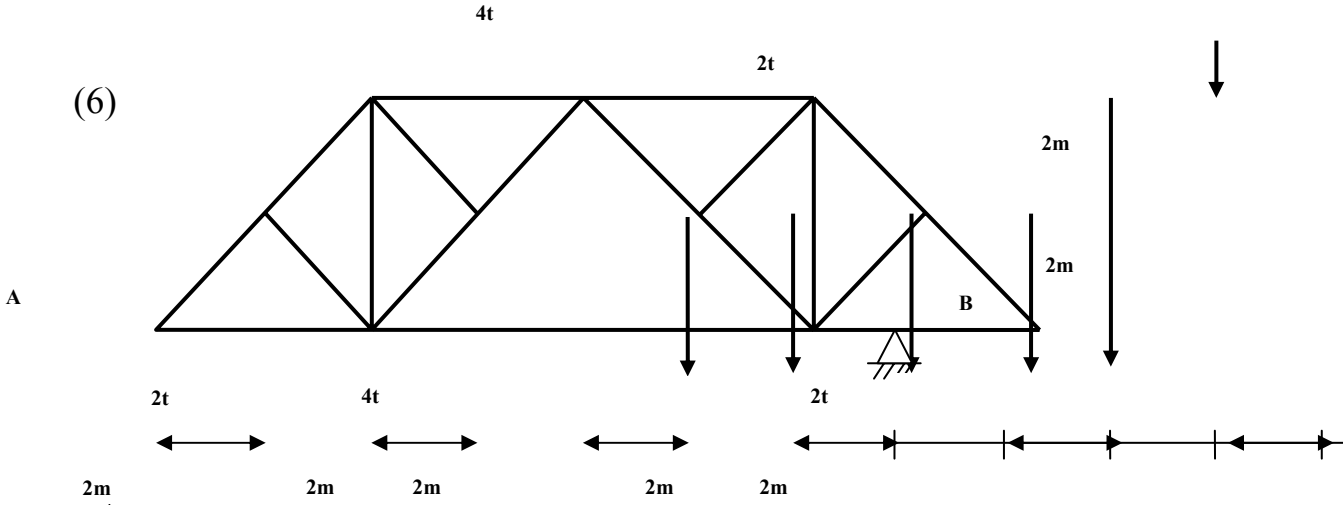


(5)

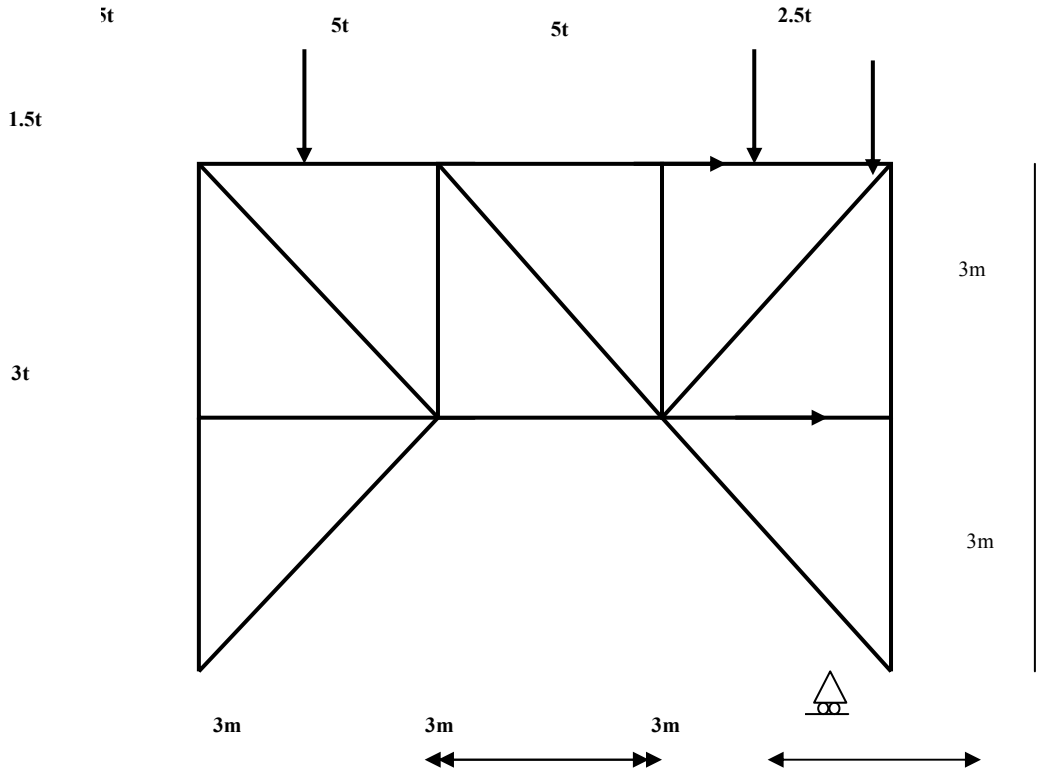


www.prof-eng.net

(6)

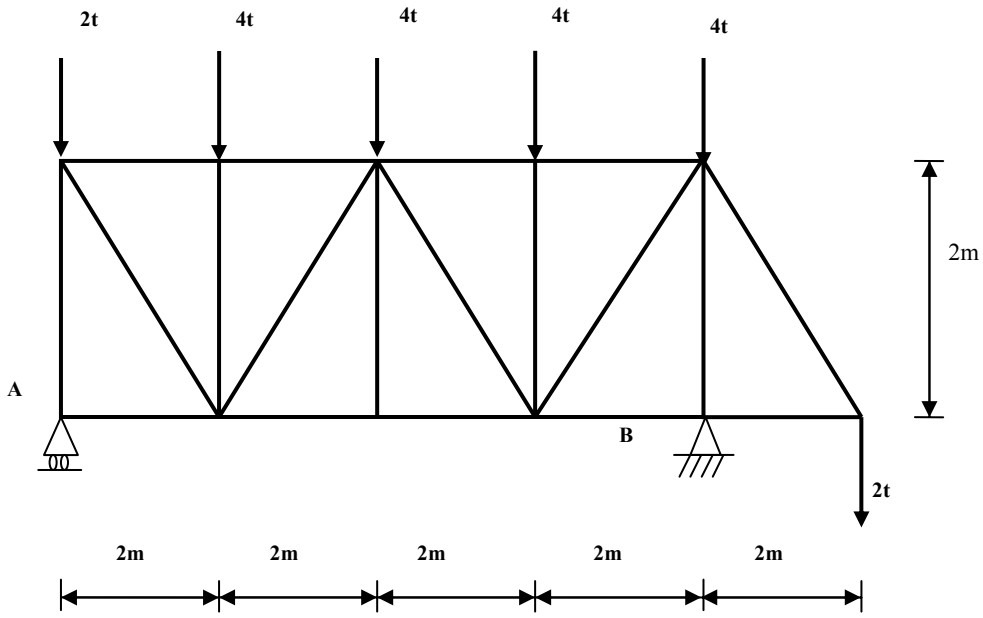


(7)



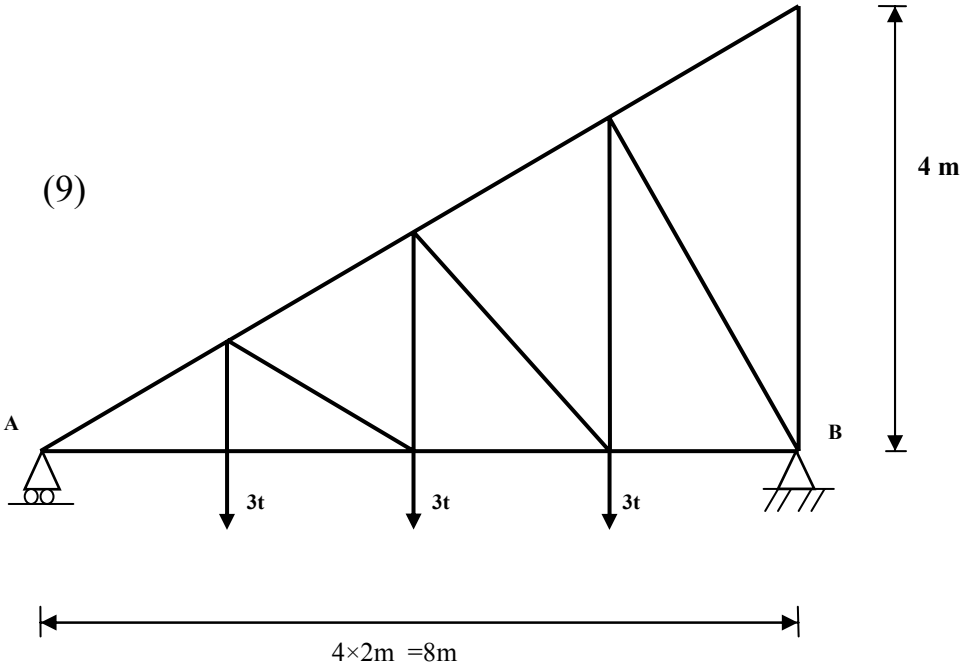
www.prof-eng.net

(8)



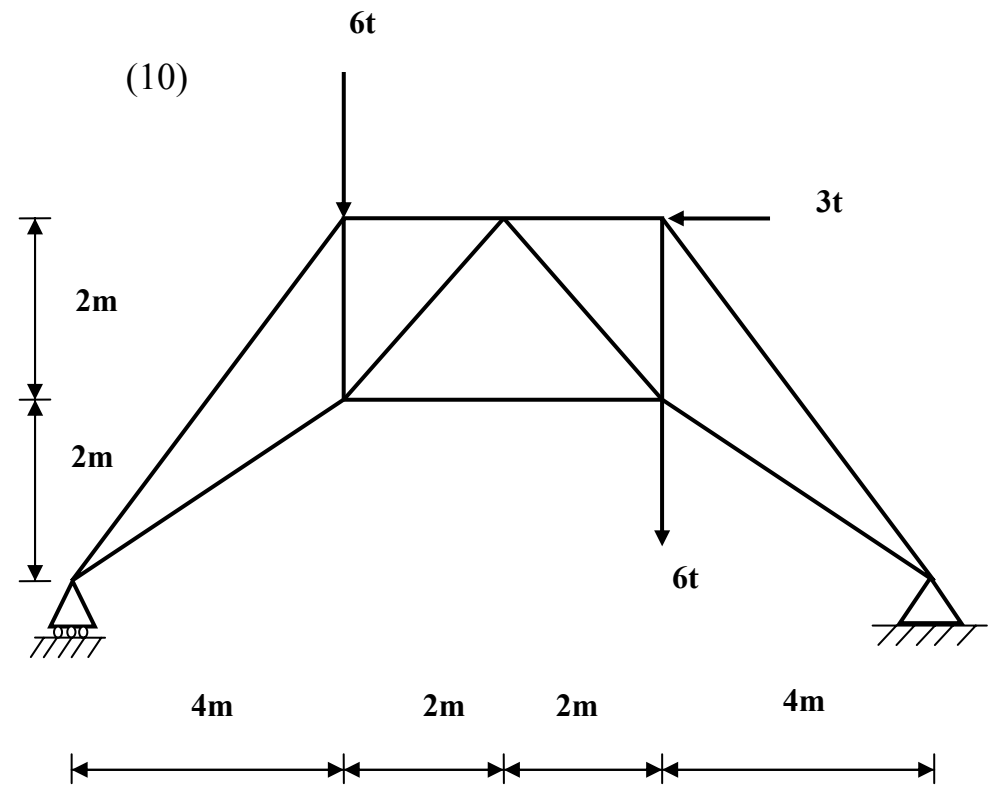
2m

(9)

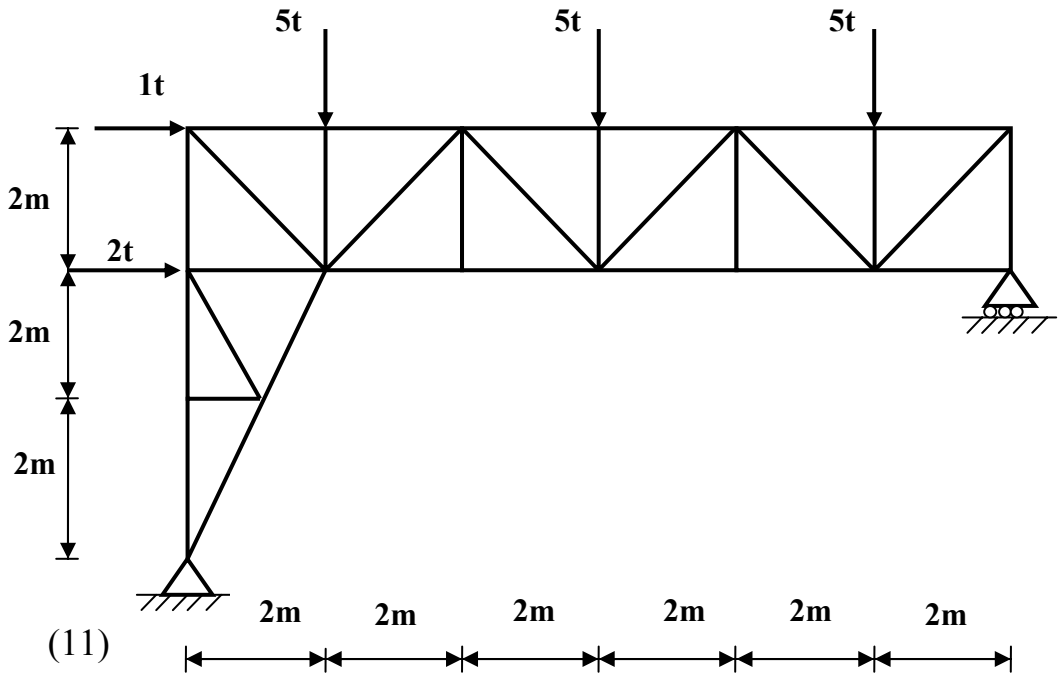


www.prof-eng.net

(10)

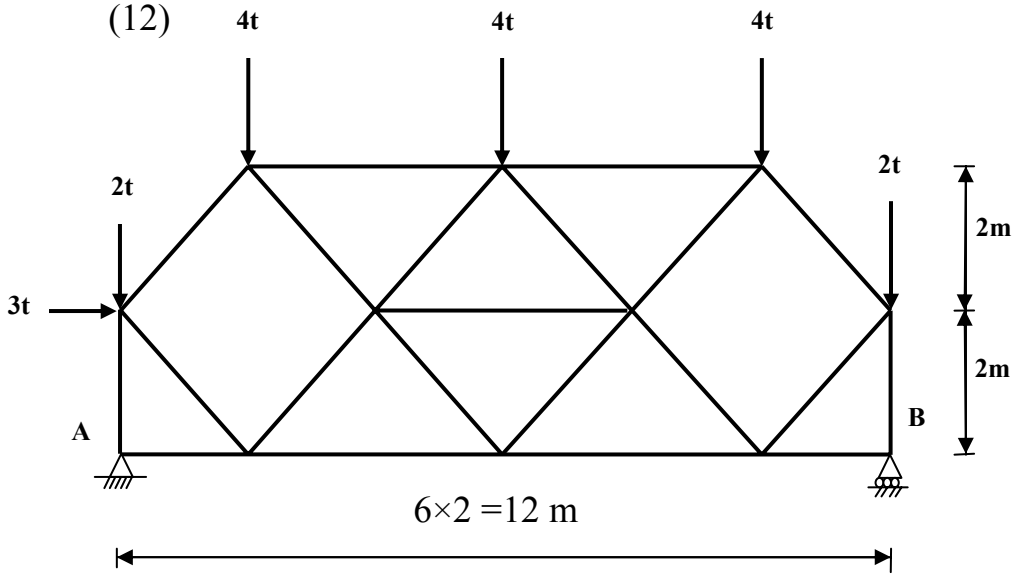


(11)

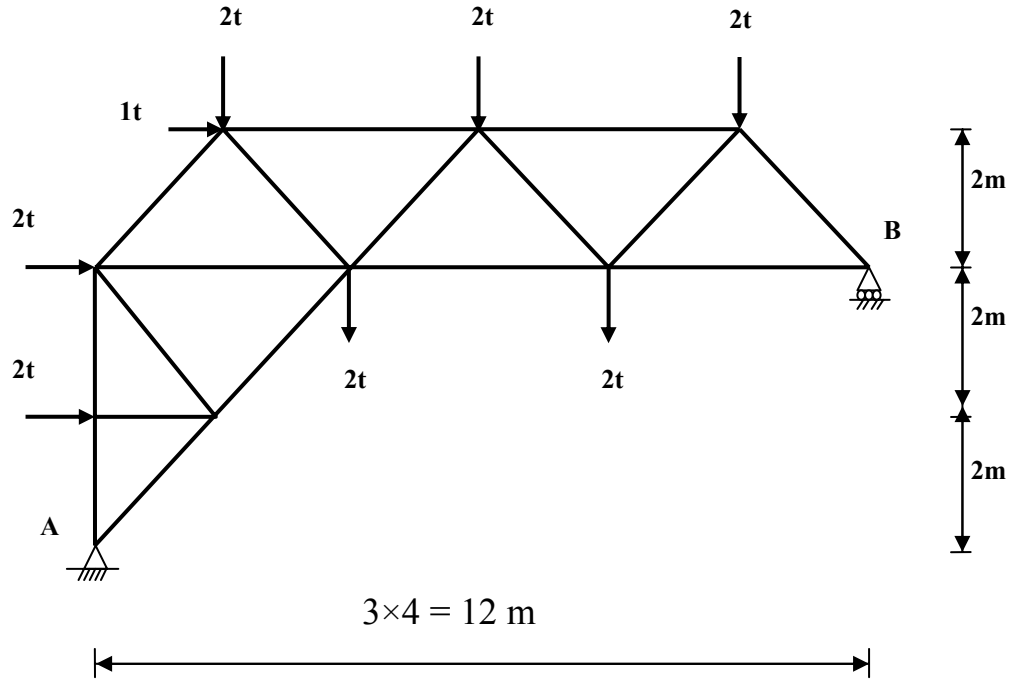


www.prof-eng.net

(12)



(13)



www.prof-eng.net

الباب السابع

الخواص الهندسية للقطاع

www.prof-eng.net

خواص المساحات المستوية

Properties of Plane Area

٧-١- مقدمة :-

تعتمد العناصر الإنشائية مثل الكمرات والأعمدة في مقاومتها للمؤثرات الخارجية على ثلاثة عوامل هي :-

١- مقاومة المواد المستعملة في إنشاء هذه العناصر ٠

٢- أنواع الأحمال المؤثرة على هذه العناصر ٠

٣- المقطع العرضي لهذه العناصر (Cross Section)٠

ويمكن تحديد خواص القطاعات الإنشائية بالمواصفات الآتية :-

١- مساحة القطاع العرضي Cross Section٠

٢- موضع مركز الثقل Centroid.

٣- عزم القصور الذاتي للقطاع Moment Of Inertia.

٤- نصف قطر القصور الذاتي للقطاع Radius Of Gyration.

ونظرا لأنه تم دراسة كيفية إيجاد (مساحة القطاعات) سابقا فإننا سوف نتعرض هنا لكيفية إيجاد مركز ثقل القطاع وعزم القصور الذاتي له ٠

٧-٢- إيجاد مركز ثقل الشكل Centroid Of Plane Area

مركز ثقل الشكل هو نقطة في مستوى الشكل يتساوى عندها العزم الأول لمساحة الأجزاء المكونة لهذا الشكل مع العزم الأول لمساحته الكلية ٠

ولإيجاد مركز ثقل أي شكل نتبع الآتي :

١- يقسم الشكل لأجزاء منتظمة معلوم فيها مركز ثقل كل جزء على حدة٠

٢- نحسب مساحة كل جزء وموضع مركز ثقله ٠

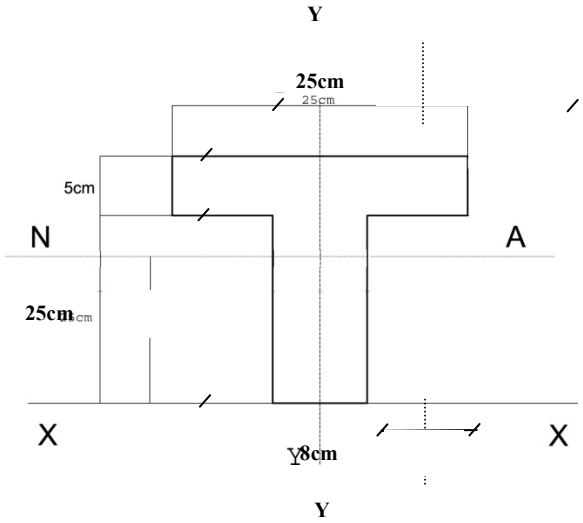
www.prof-eng.net

٣- يؤخذ عزم المساحة الأول لكل جزء حول محورين متعامدين (افتراضيين) مثل Y,X فنحصل على إحداثيات مركز ثقل القطاع من العلاقة :-

$$\overline{X} = \frac{A_1X_1+A_2X_2+A_3X_3}{A_1+A_2+A_3} \qquad \& \qquad \overline{Y} = \frac{A_1Y_1+A_2Y_2+A_3Y_3}{A_1+A_2+A_3}$$

Example (1):-

أوجد موضع مركز ثقل القطاع للشكل الموضح :-



الحل :

هذا القطاع متماثل بالنسبة للمحور Y-Y ولذلك فمركز ثقله يقع على هذا المحور وبالتالي يمكننا حساب $\overline{Y}$ فقط كالآتي :

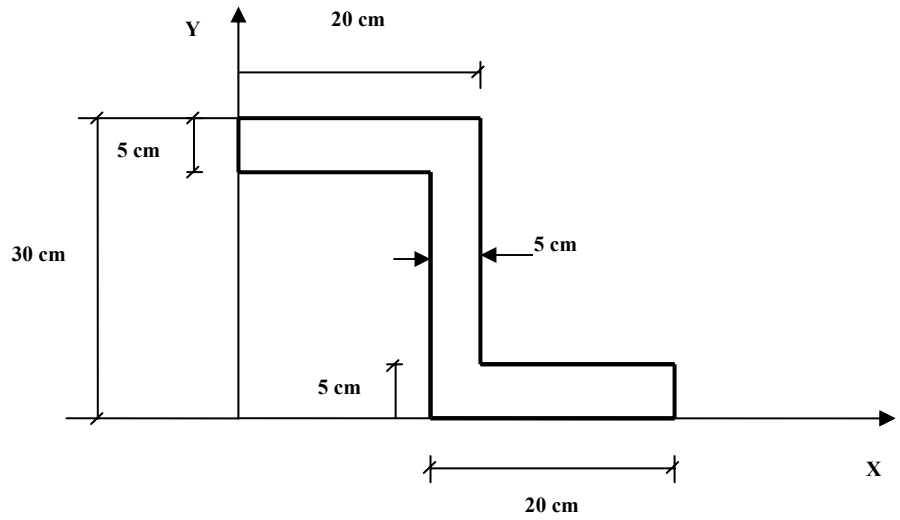
$$\overline{Y} = \frac{A_1Y_1+A_2Y_2}{A_1+A_2} = \frac{25\times8\times12.5+5\times25\times27.5}{200+125}$$

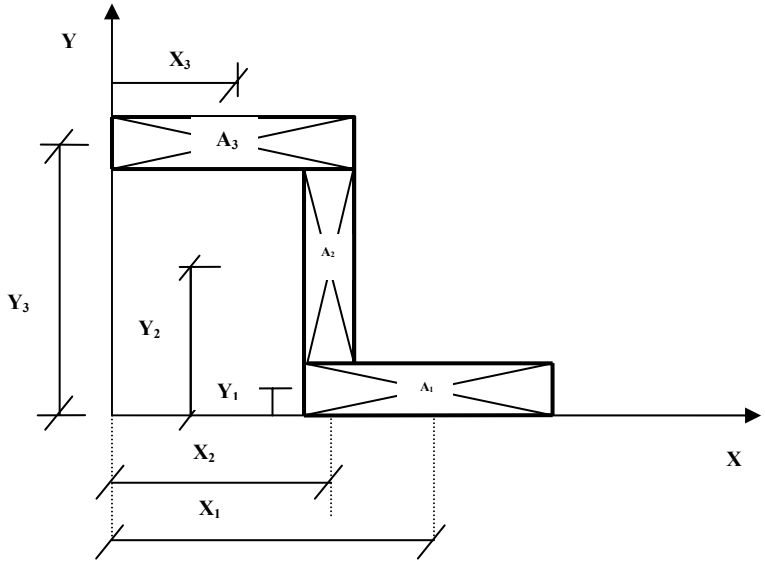
$$\therefore \overline{Y} = \frac{2500+3437.5}{325} = 18.27 \text{ cm.}$$

www.prof-eng.net

Example (2):-

أوجد موضع مركز ثقل القطاع للشكل الموضح :-





الحـل :-

$A_1 = 20\times5=100cm^2$, $A_2 = 20\times5 = 100\ cm^2$,

$A_3 = 20\times5=100\ cm^2$

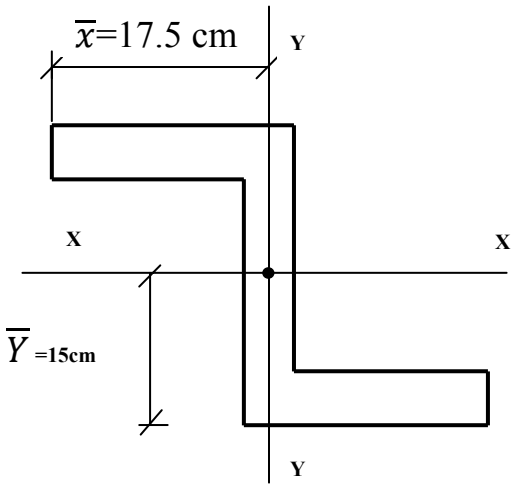
www.prof-eng.net

$$\overline{x} = \frac{A_1X_1+A_2X_2+A_3X_3}{A_1+A_2+A_3} = \frac{100\times25+100\times17.5+100\times10}{300}$$

$$\therefore \overline{x} = \frac{2500+1750+1000}{300} = \frac{5250}{300} = 17.5\text{cm} \qquad \textbf{(1)}$$

$$\overline{Y} = \frac{A_1Y_1+A_2Y_2+A_3Y_3}{A_1+A_2+A_3} = \frac{100\times2.5+100\times15+100\times27.5}{300}$$

$$\therefore \overline{Y} = \frac{250+1500+2750}{300} = \frac{4500}{300} = 15\text{cm} \qquad \textbf{(2)}$$

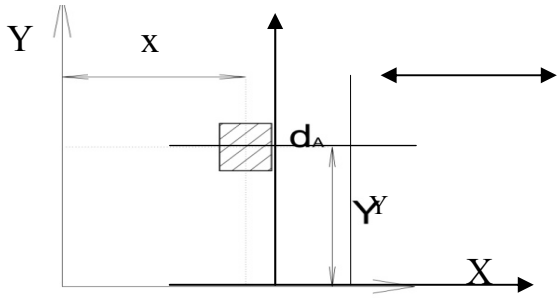


٧-٣- عزم القصور الذاتي :- (Moment Of Inertia)

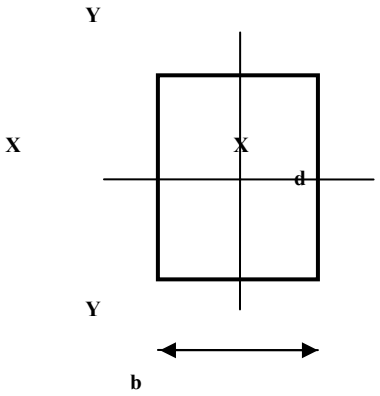
يعرف عزم القصور الذاتي لأي شكل بأنه العزم الثاني لمساحة هذا الشكل حول محور يمر بمركز الثقل وهو ناتج من حاصل ضرب مساحة العناصر المكونة لهذا الشكل في مربع بعد مركز ثقل هذه العناصر عن المحور المعلوم ويعبر عنه رياضيا بالمقدار :- $I_X=\sum d_A.y^2$ & $Iy=\sum d_A.x^2$

ملحوظة :- وحدات عزم القصور الذاتي m^4 أو cm^4 لأنه ناتج من ضرب مساحة في مربع بعد

www.prof-eng.net



٧-٤-عزم القصور الذاتي لبعض القطاعات الهندسية :

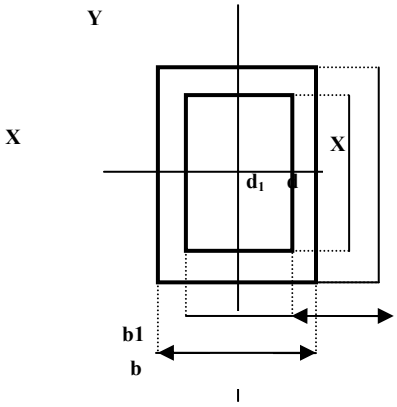


١- عزم القصور الذاتي للمستطيل

$$I_X = \frac{bd^3}{12} \quad cm^4 \text{ or } m^4$$

$$I_Y = \frac{db^3}{12} \quad cm^4 \text{ or } m^4$$

$$A = bd \quad cm^2 \text{ or } m^2$$



٢- عزم القصور الذاتي لمستطيل مفرغ

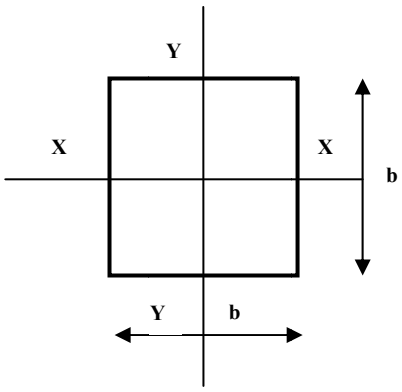
$$I_X = \frac{bd^3}{12} - \frac{b_1 d_1^3}{12} \quad cm^4 \text{ or } m^4$$

$$I_Y = \frac{db^3}{12} - \frac{d_1 b_1^3}{12} \quad cm^4 \text{ or } m^4$$

$$A = bd - b_1 d_1 \quad cm^2 \text{ or } m^2$$

www.prof-eng.net

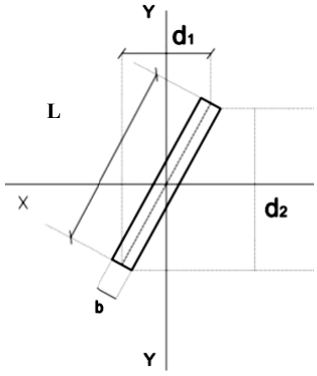
٣- عزم القصور الذاتي للمربع (حالة خاصة من المستطيل)



$I_X = I_Y = \frac{b^4}{12}$ cm^4 or m^4

$A = b^2$ cm^2 or m^2

٤- عزم القصور الذاتي للمستطيل المائل .

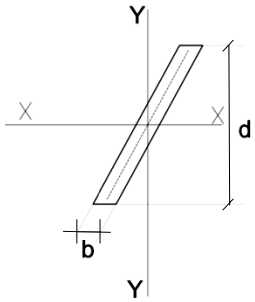


$I_X = \frac{Ad_2^2}{12}$ cm^4 or m^4

$I_Y = \frac{Ad_1^2}{12}$ cm^4 or m^4

$A = bL$ cm^2 or m^2

٥- عزم القصور الذاتي لمتوازي الأضلاع



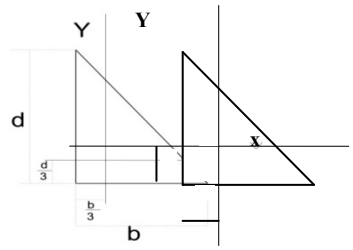
$I_X = \frac{bd^3}{12} = \frac{Ad^2}{12}$ cm^4 or m^4

$I_Y = \frac{db^3}{12} = \frac{Ab^2}{12}$ cm^4 or m^4

$A = bd$ cm^2 or m^2

www.prof-eng.net

٦- عزم القصور الذاتي للمثلث القائم الزاوية

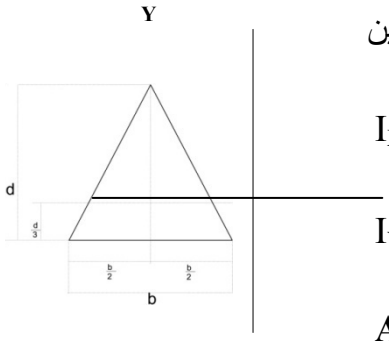


$I_X = \frac{bd^3}{36}$ cm^4 or m^4

$I_Y = \frac{db^3}{36}$ cm^4 or m^4

$A = \frac{bd}{2}$ cm^2 or m^2

٧- عزم القصور الذاتي للمثلث متساوى الساقين

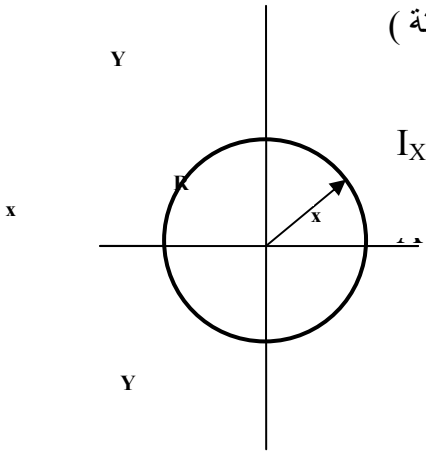


$I_X = \frac{bd^3}{36}$ cm^4 or m^4

$I_Y = \frac{db^3}{48}$ cm^4 or m^4

$\mathbf{A = \frac{bd}{2}}$ cm^2 or m^2

٨- عزم القصور الذاتي للدائرة (دائرة مصمتة)

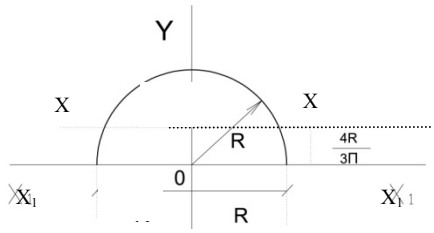


$I_X = I_Y = \frac{\pi R^4}{4} = \frac{\pi D^4}{64}$ cm^4 or m^4

$= \pi R^2$ cm^2 or m^2

www.prof-eng.net

٩- عزم القصور الذاتي لنصف دائرة مصمتة

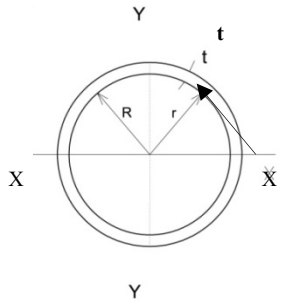


$I_X = 0.11\ R^4$ cm^4 or m^4

$I_Y = \frac{\pi R^4}{8}$ cm^4 or m^4

$A = \frac{1}{2}\pi R^2$ cm^2 or m^2

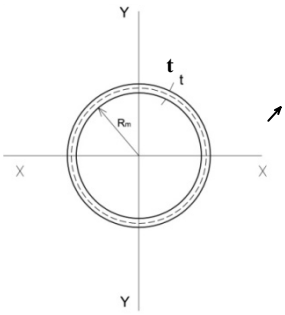
١٠- عزم القصور الذاتي لقطاع دائري مفرغ ($t > \frac{R_m}{10}$)



$I_X = I_Y = \frac{\Pi}{4}(R^4 - r^4)$ cm^4 or m^4

$A = \Pi(R^2 - r^2)$ cm^2 or m^2

١١- عزم القصور الذاتي للحلقة الدائرية المفرغة ($t < \frac{R_m}{10}$)

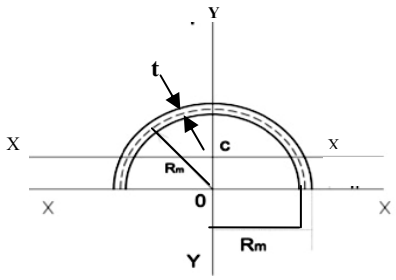


$I_X = I_Y = \Pi\ R^3_m.t$ cm^4 or m^4

$A = 2\Pi\ R_m.t$ cm^2 or m^2

www.prof-eng.net

١٢- عزم القصور الذاتي لنصف حلقة مفرغة



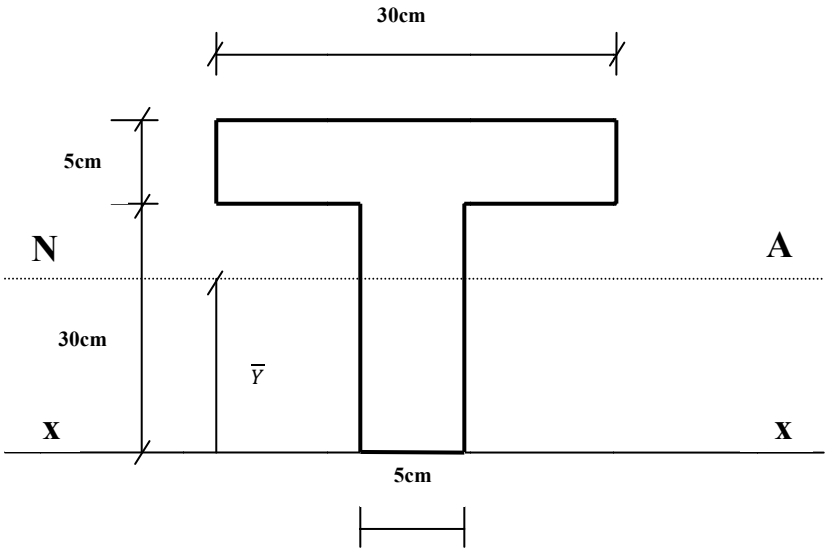
$$I_X = \frac{1}{2} \Pi R^3_m.t(1-\frac{8}{\pi^2}) \quad cm^4 \text{ or } m^4$$

$$I_Y = \frac{1}{2} \Pi R^3_m.t \quad cm^4 \text{ or } m^4$$

$$A = \Pi R_m.t \quad cm^2 \text{ or } m^2$$

Example (3):-

أوجد عزم القصور الذاتي للقطاع الموضح بالشكل



الحل :

Taking The First Moment Of Area About X-X Then :-

$$\overline{Y} = \frac{A_1y_1+A_2y_2}{A_1+A_2} = \frac{5\times30\times15+5\times30\times32.5}{150+150} = \frac{2250+4875}{300} = \frac{7125}{300}$$

$$\therefore \overline{Y} = 23.75 \text{ cm}$$

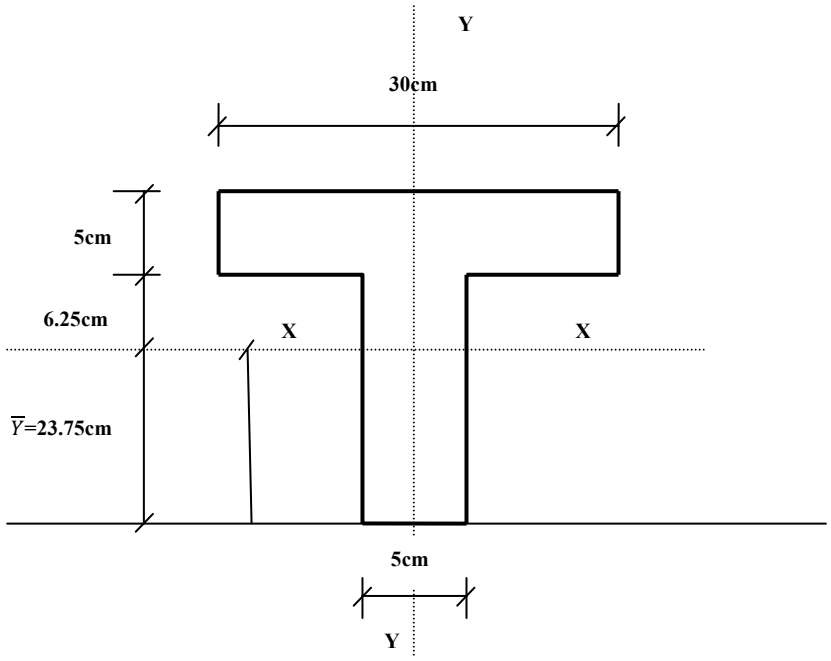
$$I_X = \frac{5\times30^3}{12} + 150\,(23.75-15)^2 + \frac{30\times5^3}{12} + 150\,(6.25+2.5)^2$$

www.prof-eng.net

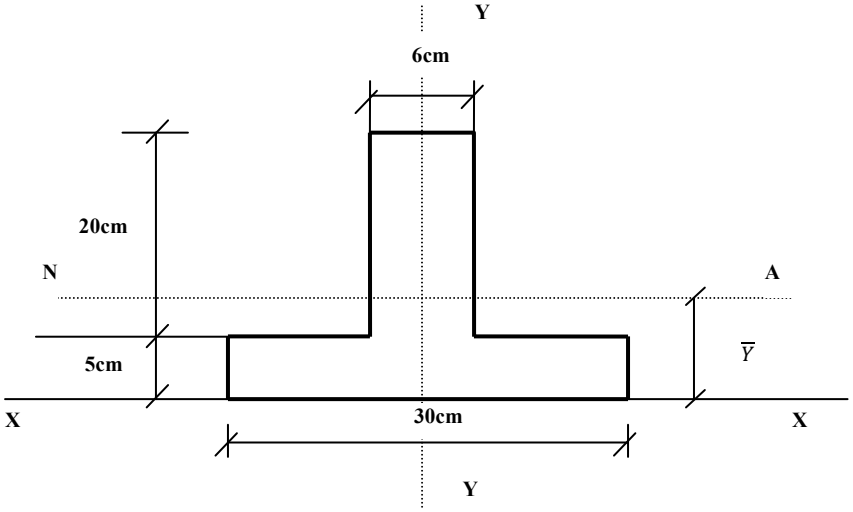
$I_X = 11250 + 11484.375 + 312.5 + 11484.375$

$= 34531.25\ cm^4$

$I_Y = \frac{5\times30^3}{12} + 150 \times 0 + \frac{30\times5^3}{12} + 150\times 0 = 11562.5\ cm^4$



Example (4):- أوجد عزم القصور الذاتي للقطاع الموضح بالشكل



www.prof-eng.net

الحل :

Taking the first moment of area about x-x then :-

$$\overline{Y} = \frac{5\times30\times2.5+6\times20\times15}{150+120}$$

$$\overline{Y} = \frac{375+1800}{270} = \frac{2175}{270} = 8.1 \text{ cm}$$

$$I_X = \frac{30\times5^3}{12} + 150(8.1-2.5)^2 + \frac{6\times20^3}{12} + 120\times(10-3.1)^2$$

$$I_X = 312.5+4704+4000+5713.2=14729.7 \text{ cm}^4$$

$$I_Y = \frac{5\times30^3}{12} + 150\times0 + \frac{20\times6^3}{12} + 120\times0 = 11610 \text{ cm}^4$$

٧-٥- نصف قطر القصور الذاتي (Radius Of Gyration)

يعرف نصف قطر القصور الذاتي (i) لقطاع ما حول محور ما بأنه البعد بين هذا المحور وبين النقطة التي لو ركزنا فيها مساحة القطاع لأعطت نفس عزم القصور الذاتي حول ذلك المحور أو هو الطول الذي إذا ربّعناه وضرب في المساحة يعطي عزم القصور الذاتي للمساحة بالنسبة للمحور ويمكن تمثيل هذا التعريف رياضيا كالآتي :-

$$I_X = A.i_x^2 \quad \Rightarrow \quad \therefore i_x = \sqrt{\frac{I_X}{A}}$$

$$I_Y = A.\, i_y^2 \Rightarrow \therefore i_y = \sqrt{\frac{I_Y}{A}}$$

$$i_{max} = \sqrt{\frac{I_{MAX}}{A}}$$

www.prof-eng.net

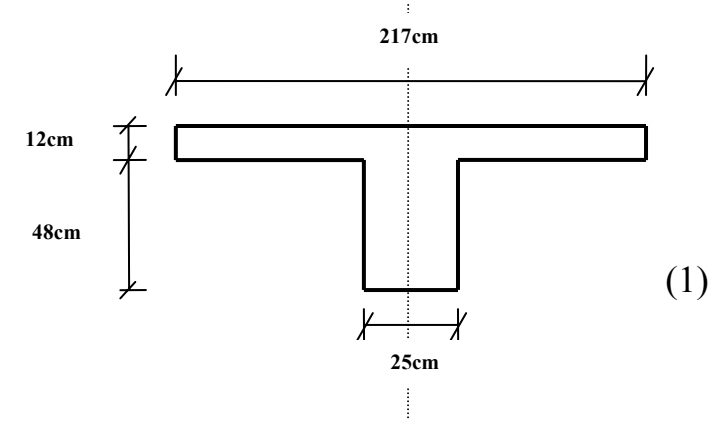
$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{MIN}}{A}}$$

ووحدة نصف قطر القصور الذاتي هي وحدة الأطوال أي : (m, cm , mm)
ولنصف قطر القصور الذاتي أهمية خاصة في تصميم المنشآت المعدنية خاصة أعضاء الشد وأعضاء الضغط وكذلك انبعاج الأعمدة

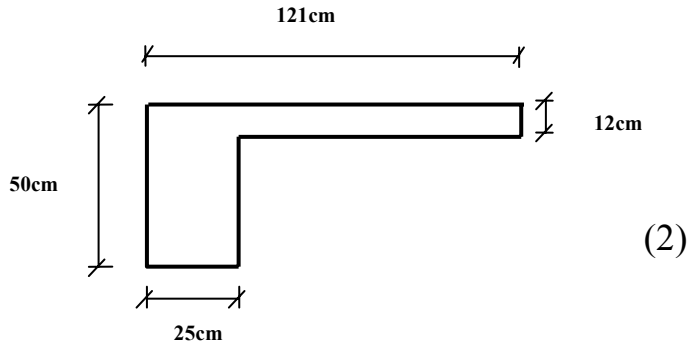
www.prof-eng.net

تمارين (٩)

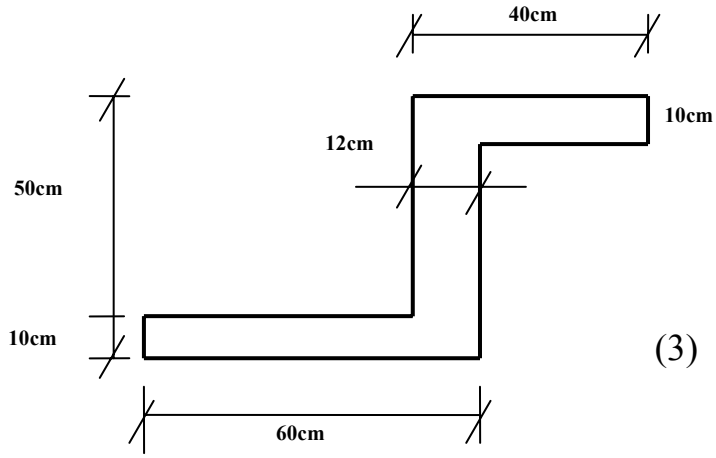
١- المطلوب إيجاد مركز الثقل للأشكال الموضحة وكذلك عزم القصور الذاتي لكل شكل حول المحاور X-X , Y-Y



(1)

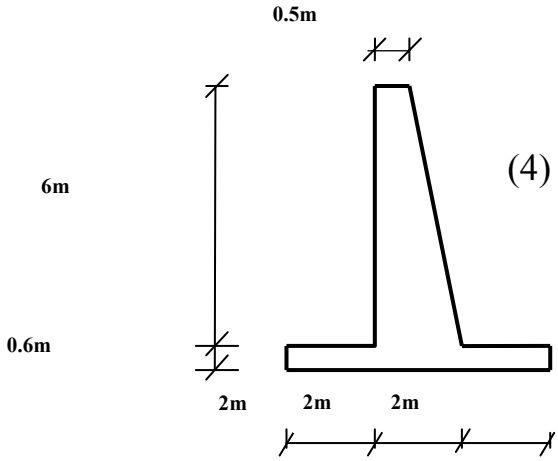


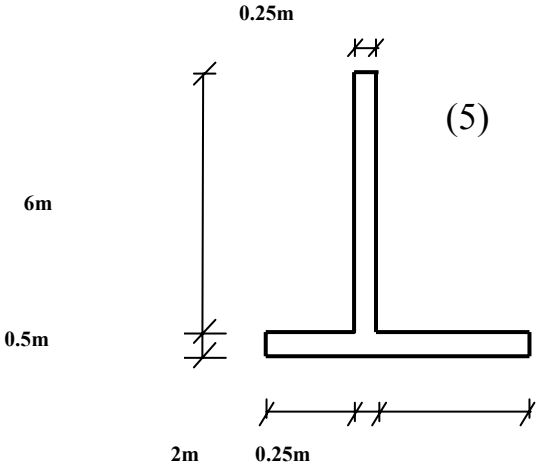
(2)

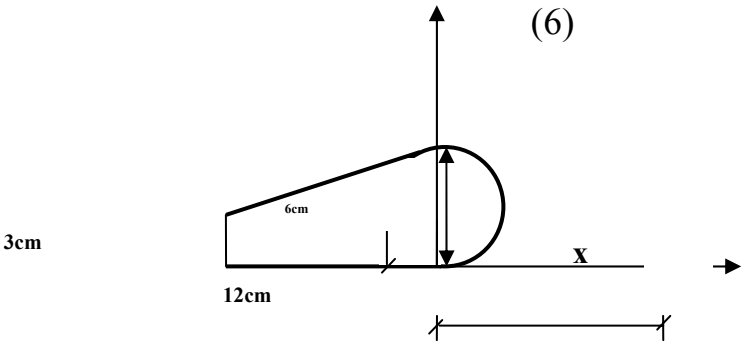


(3)

www.prof-eng.net







www.prof-eng.net

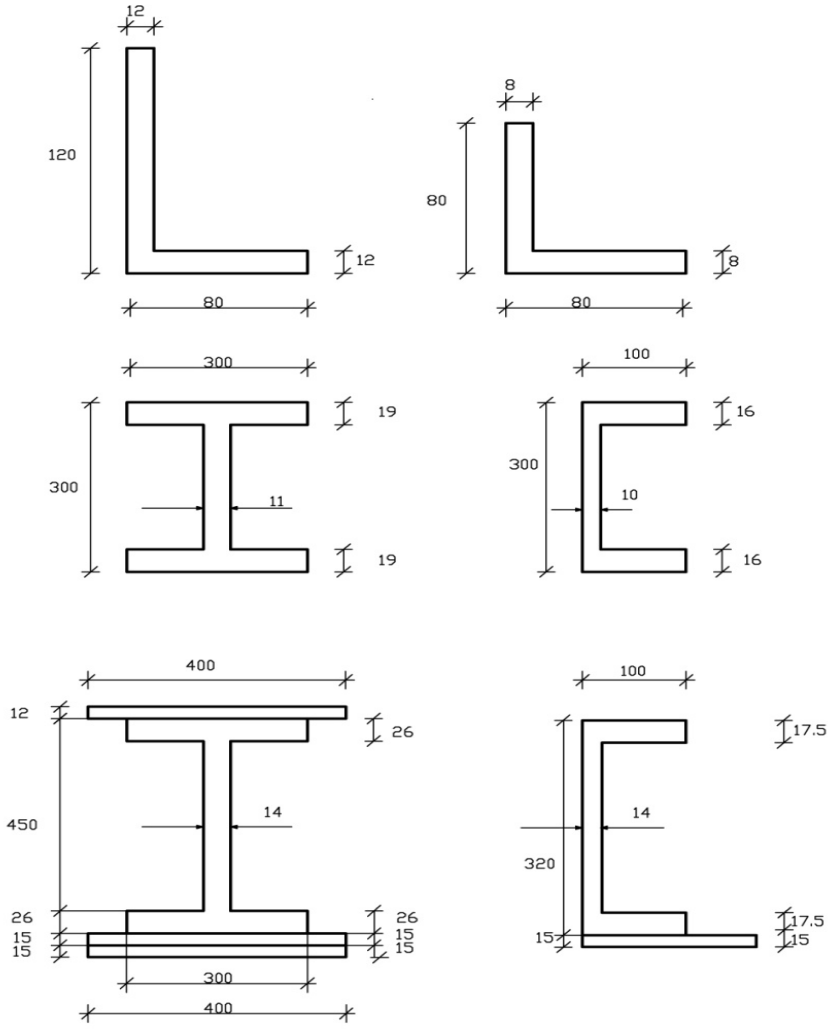
٢- للأشكال (القطاعات المعدنية)الموضحة المطلوب إيجاد :-

١- مركز ثقل الشكل

٢- عزم القصور الذاتي حول محور x – x & y – y

٣- نصف قطر القصور الذاتي ix & iy

علما بان جميع الأبعاد بالمليمتر



www.prof-eng.net

المراجع

١ـ نظرية الإنشاءات (الجزء الأول) ـ ا.د عبد الفتاح ديوان –
ا.د أحمد فهمي عبد الرحمن ـ دار الكتب الجامعية للنشر ١٩٨٥.

٢ـ نظرية الإنشاءات (الجزء الثاني) ـ ا.د عبد الفتاح ديوان –
ا.د أحمد فهمي عبد الرحمن ـ دار الكتب الجامعية للنشر ١٩٨٥.

٣ـ محاضرات في نظرية الإنشاءات ـ ا.د إسماعيل جعفر

٤ـ محاضرات في ميكانيكا الإنشاءات ـ د .أحمد السيد السكري

5- Theory Of Structures (Part 1): By Prof.W.M El-Dakhakhni, Egypt 1995.

6- Theory Of Structures (Part 2):By Prof.W.M El-Dakhakhni, Egypt 1995.

7- Structural Mechanics: By Frank Durka, Fifth Edition, Published By Addison Wesley Longman limited, England, 1996

8- Harry E.West, "Analysis Of Structures "

9- Hoff N.J,"The Analysis Of Structures(Part 1) "

10-Ghali ,A. And Neville A.M." Structural Analysis"

www.prof-eng.net

اسم الكتاب :- تحليل الإنشاءات

اسم المؤلف : - د/ أحمد السيد السكري

رقم الإيداع بدار الكتب والوثائق القومية : ٩٨/١٣٨٢٦

الترقيم الدولي : I.S.B.N.: 977 – 19 – 7102 – 6

جميع الحقوق محفوظة للمؤلف

ممنوع منعاً باتاً نشر أو تصوير أو نسخ أو طباعة أو إعادة طبع هذا الكتاب أو أي جزء منه دون إذن كتابي من المؤلف ومن يفعل ذلك يعرض نفسه للمساءلة القانونية طبقاً لقوانين الملكية الفكرية.

www.prof-eng.net