الأكاديمية العربية الدولية

الأكاديمية العربية الدولية
Arab International Academy

الأكاديمية العربية الدولية

المقررات الجامعية

www.aiacademy.info | care@aiacademy.info

تُصميم وتحليل التجارب

تأليف

الدكتور محمد محمد الطاهر الامام
استاذ مشارك في الإحصاء
جامعة الملك سعود ـ الرياض

دار المريخ للنشر

ص. ب: ١٠٧٢٠ ـ الرياض: ١١٤٤٣ ـ تلكس ٤٠٣١٢٩
المملكة العربية السعودية ـ تلفون ٤٦٥٨٥٢٣ ـ ٤٦٤٧٥٣١

تصميم وتحليل التجارب

رقم الإيداع ٨٩٨٦/٩٣

مطابع المكتب المصري الحديث
MODERN EGYPTIAN PRESS
ت : ٢٢١١٠٧١ - ٢٢١١٠٧٢ - فاكس ٢٢١١٠٧٣

بسم الله الرحمن الرحيم

تقديم

بقلم د. خالد بن عبدالرحمن الحمودي

أمين عـام جامعــة الملك سعـود

مع تقليب صفحـات هذا الكتـاب تبرز أنـاقة الاسلوب ودقة التفصيل في شرح المادة العلمية بشكل مبسط وسلس مترابط وشامل يشد القارىء ويحيطه معرفة وإدراكا لما يحتوية الكتاب بين دفتيه.

يعالج هذا الكتاب مواضيع إحصائية متقدمة في مجال تصميم وتحليل التجارب، اعتمد المؤلف في صياغتها على المنطق الفكري والتحليل والتصميم باسلوب سهل ممتع، وتطرق لأهم المـوضـوعـات واستند في شرحه النظري إلى عدد كبير من الأمثلة التطبيقية المدعمة بالتمارين التي تلي كل فصل في الكتاب لتؤكد الفهم واختبار القدرة على التطبيق، فكانت حصيلة هذا الجهـد المؤلف القيم الـذي يفيد الـطلاب والبـاحثين المتخصصين في دراسة الإحصاء أو العلوم التطبيقية.

إن الخلفية العلمية المتميزة للدكتور الامام التي غطت العلوم الزراعية من خلال درجة البكالوريوس في العلوم الزراعية التي حصل عليها من تونس ثم درجة الماجستير والدكتوراه في مجال الإحصــاء من جامعة أوريجن وما تلاها من من تدريس لمدة ثمان سنوات في قسم الاقتصاد الزراعي في كلية الزراعية وقسم الإحصاء في كلية العلوم بجامعة الملك سعود، اضـافـة إلى مسـاهمـاتـه الفعالة في العديد من الابحاث العلمية وفي تقديم الاستشارات الإحصـائية في الجـامعـة، كل ذلـك جعـل القاعدة الاساسية في مجال العلوم الإحصائية والزراعية والاقتصادية للدكتور الامام منطلقا صلبا لتقديم كتاب يعتبر مرجعاً شاملاً واسعاً يغـطي بالنـظرية والتطبيق موضوعْ تصميم وتحليل التجارب ويستخدم بيانات عملية من واقـع المملكـة العـربية السعـودية يمكن الرجوع إليها، وتكون مثالاً يحتذى في غيرها من الدراسات والتجارب.

وبنظرة فاحصة على قائمة المراجع التي رجع إليها المؤلف في هذا الكتاب يلاحظ تغطيته

لعدد كبير من الكتب التي صدرت حديثا في هذا المجال مما يغني هذا الكتاب بآخر ما توصل إليه العلم والفكر ومما يجعله مرجعاً قيماً غنياً ومفيداً، أرجو الله سبحانه أن يجعل فيه الخير والفائدة للطلاب والباحثين وأن يوفق المؤلف لمزيد من العطاء.

تمهيد

تصميم التجارب هو فرع الإحصاء الذي يهتم بتطبيق الطريقة الإحصائية في التجربة العلمية. وهو من أهم أدوات البحث العلمي الحديث حيث يلعب دوراً رئيسياً في مختلف ميادين العلوم التطبيقية.

ويشتمل تصميم التجارب على التعريف بالتصميمات المختلفة وطريقة تنفيذها وتحليل بياناتها وذلك للحصول على قرارات علمية بدرجة كافية من الدقة وبأقل تكلفة ممكنة. ويرجع الفضل في تطوير هذا العلم للمدرسة الأنجلوسكسونية التي وضعت أسسه الرئيسية في الربع الثاني من هذا القرن.

لقد أقدمت على إعداد هذا الكتاب كمساهمة متواضعة في إثراء المكتبة العربية لندرة الكتب الموجودة في هذا المجال. والكتاب هو عبارة عن تنسيق للمحاضرات التي قمت بإلقائها على مدى ثمان سنوات على طلبة الدراسات العليا بكلية الزراعة بجامعة الملك سعود. ولقد استفدت كثيراً من الاستشارات الإحصائية التي قدمتها في تصميم التجارب وتحليلها على الحاسب الآلي بواسطة برامج إحصائية مختلفة ومن أهمها برنامج SAS.

يحتوي الكتاب على اثني عشر فصلاً أعدت لتلبية حاجة الطلبة والباحثين في تخصص الإحصاء والتخصصات العلمية التطبيقية المختلفة. يقدم الفصل الأول المفاهيم الأساسية لتصميم وتحليل التجارب ويعطي الفصل الثاني تقديماً لأختبارات t المختلفة واختبار F. أما الفصل الثالث فيتطرق لتحليل التباين كطريقة إحصائية لتحليل البيانات ستصاحب كل التصميمات المطروحة في الكتاب.

وفي الفصل الرابع نبدأ بدراسة التصاميم الأساسية فنتطرق للتصميم التام التعشية وفي الخامس لتصميم القطاعات العشوائية الكاملة وفي السادس لتصميم المربع اللاتيني. أما الفصل السابع فيقدم موضوع المقارنات المتعددة والمقارنات المصممة وتحليل الاتجاهات. هذا ويتعرض الفصل الثامن للتجارب العاملية والفصل التاسع لتصميمات القطع المنشقة والقطاعات المنشقة. ويعتبر هذا الأخير من المواضيع المتقدمة فغالباً ما يعرض بعد الإدماج

الـذي بالفصـل العـاشر والتكرار الجزئي الذي بالفصل الحادي عشر. والغرض من هذه الأسبقية هو كثـرة استخـدام تصميمات القـطع المنشقـة والقـطاعـات المنشقـة في العلوم التـطبيقية، ولاتـاحـة الفرصة أمام القارىء لامكانية التوقف عند الفصل التاسع، بدون دراسة الفصول الثلاثة الأخيرة التي تعتبر متقدمة نسبياً، ومنها تحليل التغاير بالفصل الثاني عشر.

ولقد تناول الكتاب بالشرح الكافي مختلف الموضوعات بلغة إحصائية مبسطة، لاتتطلب خلفية إحصائية كبيرة سوى مقدمة في الإحصاء الاستدلالي. كما اشتمل الكتاب أيضاً على العديد من الأمثلة الحقيقية وكيفية تحليلها بواسطة الآلة الحاسبة والحاسب الآلي عن طريق برنامج SAS ، حيث يوجد بآخر كل فصل حلول بالحاسب للأمثلة المذكورة. كما يحتوي الكتاب على العديد من التمارين التطبيقية التي تركز على الناحية التحليلية. واستعنت في اعداد الكتاب بكثير من المراجع العربية والأجنبية ورد ذكرها في آخر الكتاب.

أخيراً أود أن أعبر عن شكري الجزيل لكل الذين ساعدوني بصفة أو بأخرى على إخراج هذا الكتـاب وأخص بالذكر منهم الدكتور بدر الدين سفيان من قسم الاقتصاد الزراعي والأستاذ الدكتور أنيس إسماعيل كنجو والدكتور الحسيني عبد البر راضي من قسم الإحصاء وبحوث العمليات على مراجعتهم العلمية للكتاب والدكتور محمد لطفي الزليطني من قسم اللغـة العربية على مراجعته اللغوية. كما أتوجه بالشكر لكل من شجعني على اعداد هذا الكتـاب وعلى رأسهم الدكتور محمد حمد القنيبط رئيس قسم الاقتصاد الزراعي والدكتور خالـد عبدالرحمن الحمودي أمين عام جامعة الملك سعود، كما أشكر السيدابراهيم حسني الصلحات من قسم الإحصاء على طباعته هذا الكتاب بشكله الحالي. كما أتوجه بالشكر لدار المريخ للنشر التي اتاحت لي الفرصة لنشر هذا العمل العلمي.

وأرجو الله العلي القدير أن أكون قد وفقت في هذا العمل المتواضع والله من وراء القصـــد.

الدكتور / محمد محمد الطاهر الإمام
أستاذ مشارك في الإحصـــاء
جامعة الملك سعود ـ الرياض

المحتويات

الفصل الأول
تصميم التجارب
DESIGN OF EXPERIMENTS

1 - 1 مقدمة :

تعد التجربة أساس المعرفة إذ أنها هي أداة الطريقة العلمية للوصول الى معرفة حقيقة الأشياء التي نهتم بها في جميع أوجه النشاط الإنساني . ويتم الوصول إلى المعرفة عن طريق المشاهدة وجمع البيانات وتحليلها ثم استخلاص أكبر قدر ممكن من المعلومات وبأقل التكاليف .

ولقد ساهم علم الإحصاء والإحصائيون في تقدم البحث العلمي عن طريق ايجاد العديد من التصميمات بالإضافة إلى الأساليب التحليلية الملائمة لها ، ووضعت قواعد دقيقة لاجراء وتحليل هذه التصميمات . وفي مقدمة العلماء الذين ساهموا في تطور تصميم التجارب نذكر العالم R.A. Fisher . وقد تطور هذا العلم تطوراً مطرداً حتى أصبح يكون فرعاً مستقلاً وهاماً من فروع الإحصاء يسمى بتصميم التجارب (Design of Experiments) . وقد وضعت أول التصميمات في محطة تجارب زراعية في انجلترا وأصبحت تستخدم حاليا في معظم ميادين البحث العلمي كالطب والهندسة وغيرها .

ويمكن تلخيص مفهوم التجربة بالمثال التالي : لنفترض أن باحثاً يريد مقارنة محصول صنف معين من القمح في حالتي التسميد وعدم التسميد وقد اختار قطعتين متشابهتين ، واستخدم السماد في إحداهما ولم يستخدمه في الأخرى ، ونفترض أنه كرر هذه التجربة خمس مرات وحصل على النتائج التالية :

جدول (1-1) : محصول القمح (طن / هكتار)

Without fertilizer بدون سمـــــاد	with fertilizer بسماد
2.55	3.27
2.36	3.68
2.92	3.52
2.15	3.72
3.06	2.89
$\overline{X}_1 = 2.61$	$\overline{X}_2 = 3.42$

تتلخص أهداف هذه التجربة في نقطتين رئيستين :

أ – هل هناك فرق في المحصول بين وضع السماد من عدمه ، أو بعبارة أخرى هل الفرق في المحصول هو فرق معنوي أم ناشيء بمحض الصدفة . وللاجابة عن هذا السؤال يقع اختبار فرض العدم (Null hypothesis) التالي:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

حيث إن μ_1 و μ_2 هما متوسطا محصول القمح ، ويقول هذا الفرض بأنهما متساويان أي أنه ليس هناك فرقاً معنوياً في محصول القمح في حالة التمسيد من عدمه ، وهذا ضد الفرض البديل (Alternative hypothesis):

$$H_a : \mu_1 \neq \mu_2$$

الذي يقر بأن هناك فرقاً بين الحالتين . وغالباً ما يكون هذا الاختبار من الأهداف الرئيسية للبحث ويكون قد ذكر في الخطوة الأولى من الطريقة العلمية أي عند تحديد المشكلة البحثية .

ب – تقدير قيمة الفرق ، ويكون هذا التقدير مرتبطاً بالسؤال الأول ، أي إذا استنتجنا عن طريق الاختبار أن هناك فرقاً معنوياً فيصبح من باب الاستدلال

تقدير قيمة ذلك الفرق .

وتعمل معظم التجارب لتحقيق الهدفين التاليين :

1 – اختبار نظريات فرضية Testing Hypotheses

2 – تقدير الفروق بين المعالجات Estimating treatment differences

1 - 2 التجربة :

تعرف التجربة بأنها تحقيق مخطط ومنظم للحصول على حقائق جديدة أو لإثبات أو نفي معلومات سابقة . وتعرف أيضاً بأنها مجموعة من الإجراءات تستخدم لأخذ عينات عشوائية من مجتمعات البحث . وفي المثال السابق هناك مجتمعان :

– المجتمع الأول : ويتمثل في مجموعة القيم التي تدل على انتاجية ذلك الصنف من القمح تحت ظروف عدم التسميد . ويتكون هذا المجتمع من قيم لا تحصى ولا تعد ولذلك يسمى مجتمعاً لا نهائياً . ولدراسة هذا المجتمع سحبت عينة مكونة من 5 مشاهدات وهي تلك التكرارات الخمسة.

– المجتمع الثاني : إنتاجية القمح في حالة التسميد وله نفس خصائص المجتمع الأول .

وفي الحقيقة فإن التكرارات الخمسة لكلتا الحالتين ما هي الا عينات أخذت من مجتمعي البحث لكي تكون الوسيلة العملية لدراستها ووضع استدلالات أو استنتاجات حولها .

وقبل البداية في تنفيذ التجربة يكون من الضروري تحديد أهدافها وذلك عن طريق وضع الأسئلة المطلوب الإجابة عنها أو النظريات الفرضية التي سيقع اختبارها أو تأثير المعالجات المراد تقديرها . وفي بعض الأحيان تقسم هذه الأهداف إلى أهداف رئيسية وأهداف ثانوية ، وذلك نظراً لكون بعض التصميمات تأخذ ذلك بعين الاعتبار حيث تعطي للأهداف الرئيسية درجة أكبر من الدقة .

1 - 3 المصطلحات الأساسية :

قبل التطرق لأساسيات تصميم التجارب نعرف بعض المصطلحات الأساسية .

1-3-1 المعالجة Treatment :

هي الطريقة التي يقاس تأثيرها على المادة التجريبية . وقد تكون المعالجات عبارة عن مجموعة من أصناف القمح أو مجموعة من الأسمدة ، أو تمثل مستويات لعامل (Factor) واحد مثل مستويات مبيد معين ، وهنا يكون المبيد هو العامل ، والمعالجات هي المستويات . ولهذا قد تكون المعالجات وصفية كأصناف القمح ، أو كَمّية كمستويات مبيد معين .

2-3-1 الوحدة التجريبية Experimental unit :

هي أصغر قطعة من المادة التجريبية تستلم أو تجرى عليها معالجة واحدة . وقد تكون الوحدة التجريبية قطعة أرض تجرى عليها معالجة تسميد في تجربة زراعية ، أو كمية من بكتيريا معينة تعالج بمبيد في صوبة زجاجية . وقد تكون الوحدة التجريبية أيضاً حيواناً واحداً أو حيوانات عديدة ، أو شجرة أو ورقة من شجرة ... الخ .

3-3-1 وحدة المعاينة Sampling unit :

هي الجزء من الوحدة التجريبية الذي يؤخذ عليه قياس تأثير المعالجة . وقد تكون وحدة المعاينة هي نفسها الوحدة التجريبية ، مثلاً عند قياس محصول القمح لقطعة أرض أستلمت سماداً معيناً ، أو تكون مشاهدة من عينة عشوائية سحبت من الوحدة التجريبية ، كبعض سنابل من القمح من قطعة أرض معالجة بمبيد معين . وغالباً ما يحدد البحث مسبقاً الوحدة التي سيقع عليها القياس .

4-3-1 الخطأ التجريبي Experimental error :

الخطأ التجريبي هو التباين بين الوحدات التجريبية التي طبقت عليها نفس المعالجة . وبما أن الاختلاف هو من خصائص الظواهر الحيوية، فيتكون الخطأ

التجريبي من مجموعة العوامل غير المتحكم فيها والكامنة داخل المواد التجريبية . ولهذا عندما نتحدث عن الاختلاف بين الوحدات التجريبية أو الخطأ التجريبي فلا يعني ذلك أنه حصلت أخطاء في التجربة وإنّما ذلك نتيجة الاختلاف في المادة التجريبية ، مثل الاختلاف في التربة أو في الحيوانات التي أجريت عليها التجربة أو في طريقة الزراعة أو الحصاد ... الخ .

ونلخص مصادر الخطأ التجريبي في نقطتين أساسيتين :

- عدم تجانس الوحدات لتجريبية .
- طريقة تنفيذ التجربة .

وسنتحدث عن عملية تصغير الخطأ التجريبي بشتى الوسائل الممكنة مثل الزيادة في عدد التكرارات ، أو التحكم في الوحدات التجريبية وذلك لأنه كلما كان الخطأ التجريبي صغيراً كانت التجربة أدق ، فهو إذن شبيه بالحمل الذي نريد تقليصه .

1 - 4 أساسيات تصميم التجاورب :

يشترط في التصميمات الحديثة أن تعطي تقديراً للخطأ التجريبي مع إمكانية تقليله ، وأن يكون بالإمكان القيام بالاختبارات والتقديرات المطلوبة في البحث . ووضعت أساسيات تصميم التجارب لتوفر تلك المطالب وهي ثلاث قواعد : التكرار والتعشية والتحكم في الوحدات التجريبية .

1-4-1 التكرار Replication :

للخروج بقيمة تقديرية للخطأ التجريبي فلا بد من تكرار المعالجة عدداً من المرات في التجربة وذلك حسب الامكانيات المتاحة ودرجة الدقة المطلوبة . ويحقق التكرار العديد من الأهداف نذكر منها :

- إيجاد امكانية تقدير الخطأ التجريبي لأن التكرار يعطينا عدة مشاهدات على الوحدات التجريبية التي أخذت نفس المعالجة .
- تقليل الخطأ التجريبي وذلك عن طريق تصغير الخطأ المعياري (Standard Error) والذي يعرف بأنه الجذر التربيعي لتباين المتوسط :

$$S_{\bar{y}}^{2} = S^{2}/r$$

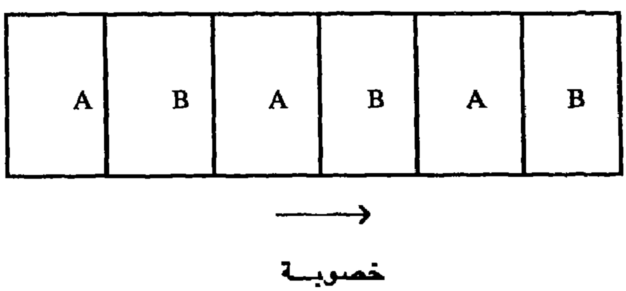
حيث تمثل S^2 تباين العينة و r عدد المشاهدات أو التكرارات . وبالزيادة في عدد التكرارات r يقلّ تباين المتوسط ، كما هو واضح من المعادلة .

- تقديم استنتاج أشمل وأعم عن التجربة ، وذلك لأن تعدد التكرارات يؤدي إلى استعمال أكبر عدد ممكن من الوحدات التجريبية أو أكثر من مكان للتجربة أو فترات زمنية مختلفة ، وبهذا يتسع مدى تطبيق الاستنتاجات التي نحصل عليها من التجربة .

2-4-1 التعشية Randomization :

تعتبر التعشية من القواعد الرئيسية والحديثة في تصميم التجارب ويرجع ذلك إلى أن العديد من الاختبارات الإحصائية المستخدمة في تحليل التجارب يرتكز على عدة فروض والتي يقع توفيرها بواسطة التعشية ، حتى إن البعض وصفوها بعملية التأمين ضد التحيز الذي قد يحصل في حالة عدم استخدامها .

لنفترض أن باحثاً وزع صنفين من القمح : صنفاً جديداً A ، وصنفاً للمراقبة (Control) B حسب الشكل (1-1) ، ونفترض أن هناك درجة خصوبة منحدرة تتناقص من اليمين إلى الشمال . فنلاحظ في هذا التوزيع أن في كل قطعتين ، يوجد صنف A الجديد في قطعة أرض (Plot)



شكل (1-1) : توزيع صنفين من القمح في حقل بدرجة خصوبة منحدرة .

ذات خصوبة أعلى من التي بجوارها . وبذلك يتكون الفرق بين A و B من مصدرين:

- الفرق الناتج عن اختلاف درجة الخصوبة .
- الفرق الناتج عن الاختلاف بين الصنفين إن وجد .

وفي هذه الحالة لا نستطيع تقدير الفرق "الصافي" بين الصنفين A و B نظراً لوجود تحيز منتظم (Systematic bias) لصالح الصنف A الجديد .

فاستعمال التعشية هو بمثابة عملية التامين ضدً مثل هذا التحيز، بحيث تمنح كل وحدة تجريبية نفس الفرصة لاستلام أية معالجة في التجربة .

ونلخص أهداف التعشية في نقطتين :

- إزالة التحيز بحيث لا تخير معالجة على أخرى مع الحصول على تقدير غير متحيز للخطأ التجريبي .
- ضمان استقلالية المشاهدات وذلك لضمان صلاحية الاختبارات المستعملة في التحاليل .

3-4-1 التحكم في الوحدات التجريبية Local Control

يعتبر التحكم في الوحدات التجريبية من الأسس الرئيسية للتصميم الناجح . وتتلخص هذه الطريقة في تقسيم الوحدات التجريبية إلى مجموعات متجانسة (Homogeneous) تسمى قطاعات (Blocks) . ويتم توزيع المعالجات داخلها عشوائيا . وينتج عن هذه الوسيلة فصل تباين القطاعات من الخطأ التجريبي ، وبذلك يقع تقليل الخطأ التجريبي .

ونلخص أغراض التحكم في الوحدات التجريبية في النقاط التالية :

- تحسين دقة التجربة عن طريق فصل تباين القطاعات من الخطأ التجريبي .
- توسيع مدى تطبيق نتائج التجربة عندما توجد القطاعات في أمكنة مختلفة أو في أزمنة مختلفة .

1 - 5 الطريقة الإحصائية :

لكي نحسن استعمال الطريقة العلمية أو الطريقة الإحصائية لتصميم

وتحليل التجارب ، فمن الضروري أن يفهم كل باحث الخطوات المنطقية للبحث العلمي مثل مشكلة البحث ، وطريقة جمع البيانات، وطريقة تحليل هذه البيانات، وأخيراً كتابة التقرير النهائي . وتتلخص خطوات الطريقة الإحصائية في المراحل التالية :

1-5-1 تحديد مشكلة البحث :

تبدو هذه النقطة بسيطة وسهلة التنفيذ ، ولكن غالباً ما يكون من الصعب صياغة مشكلة البحث ووضعها في إطار واضح ومفهوم . وأحياناً لا يتفطن الباحث إلى أن هناك مشكلة تقتضي تجربة وبحثاً مدققاً . وفي هذه المرحلة تقع صياغة أهداف التجربة ، وتساعد الأهداف المرسومة في تحديد التصميم الملائم والفرضيات المراد اختبارها والتقديرات الإحصائية المطلوبة ، وبعد ذلك يحدد التحليل الإحصائي المناسب لتحقيق تلك الأهداف وإعطاء إجابة وافية ومستفيضة عن كل الأسئلة المطروحة .

2-5-1 اختيار المعالجات

على الباحث أن يختار المعالجات أو العوامل ومستوياتها التي سيقع بحثها في التجربة . وفي هذه المرحلة يستحسن تعريف كل معالجة مع تحديد دورها في الوصول إلى تحقيق أهداف التجربة .

وتعتبر هذه المرحلة من أهم وأدق المراحل ، لأنه يتوقف تحقيق أهداف التجربة على دقة اختيار المعالجات وتحديد المستويات . وكثيراً ما تطرح بعض التساؤلات حول عملية الاختيار ونذكر منها الآتي :

- هل نستخدم معالجة المراقبة أم لا (Control) ؟
- عند دراسة تأثير عامل معين على صفة مدروسة فما هي مستويات العوامل الأخرى ؟ .
- تحديد مستويات العوامل الملائمة لأهداف التجربة .
- تحديد المعالجات الثابتة والمعالجات العشوائية .
- تحديد المعالجات الوصفية والكمية .

3-5-1 اختيار الصفة أو الصفات المدروسة :

تشتمل هذه الخطوات على تحديد الصفة أو الصفات المدروسة أي القياسات المطلوب تسجيلها والتي تعطي معلومات كافية حول مشكلة البحث . وغالباً ما تعرف الصفة المدروسة بالمتغير التابع أو الاستجابة (Response) ويرمز لها بالرمز Y . وعند تحديد الصفة المدروسة تحدد طريقة قياسها والدقة المطلوبة لها.

4-5-1 تصميم التجربة :

وهي من أهم المراحل في البحث التجريبي ، ومن المستحسن استشارة ذوي التخصص في وضع التصميم ، وذلك ، لأن الاستنتاجات الإحصائية المستخلصة من التجربة ترتكز على نوعية التصميم حيث إن بعض التصميمات تساعد في الإجابة على نوع معين من الأسئلة أو تتيح الفرصة لاختبار نظريات فرضية لا تجيب عنها أو تختبرها تصاميم أخرى.

ومن الأخطاء الواردة في هذا المجال أن يجري الباحث تجربة معينة غير منطقية ويجمع البيانات ، ثم يفكر بعد ذلك في التصميم الملائم لتلك البيانات ويطلب إستشارة إحصائية لذلك . وغالباً ما يحصل في هذه الحالة مخالفة بعض الافتراضات الأساسية للاختبارات الإحصائية أو عدم الإجابة عن بعض أو كل الأسئلة المطروحة . ولهذا يستحسن اتباع التخطيط السليم وهو التفكير في التصميم الملائم أولاً ثم تنفيذ التجربة وفق ذلك التصميم ثانياً .

فالمطلوب إذن إيجاد التصميم المناسب للدراسة التي تحت البحث بحيث تحدد طريقة التعشية الملائمة وعدد التكرارات (حجم العينة) ، وكل ذلك على ضوء أهداف البحث وكمية المواد التجريبية المتاحة والميزانية المخصصة لتلك التجربة ، مع العلم أن أحسن التجارب هي أبسطها تصميماً وأيسرها تكلفة وأسهلها تحليلاً وتفسيراً .

5-5-1 تنفيذ التجربة :

على الباحث أن يشرف بنفسه على تنفيذ التجربة بداية من وضع

التصميم وتوزيع المعالجات بالطريقة العشوائية المختارة ، والتأكد من أن كل الخطوات تنفذ على ضوء البرنامج المخطط لها . ومن أكثر المشاكل شيوعاً في هذه المرحلة هي :

- سوء استعمال التعشية .
- عدم الدقة في أخذ القياسات للصفة المدروسة .
- عدم توحيد طريقة التعامل مع الوحدات التجريبية في التجربة .

6-5-1 تحليل البيانات :

وهو من أبسط المراحل إذا ما اتبعت الخطوات السابقة بداية من تحديد الأهداف إلى وضع التصميم ، لأنه غالباً ما تكون الطريقة الإحصائية التي سيقع تطبيقها على البيانات قد حددت . ولقد لعبت الحاسبات الآلية دوراً هاماً في تسهيل تحليل البيانات مع وفرة البرامج الإحصائية مثل SAS, SPSS, BMDP . ومن أهم النقاط في تحليل البيانات التأكد من أن يكون النموذج الخطي (Linear Model) المستخدم ملائماً للبيانات ، وأن الافتراضات الإحصائية سليمة وذلك قبل الوصول إلى القرارات أو الاستنتاجات . علماً بأن الاستنتاجات التي نخرج بها من الطريقة الإحصائية لا تثبت شيئاً أكثر مما هو متوفر في البيانات المتاحة. ولكن تسلط الأضواء على البيانات لاستخلاص نتائج مفيدة تحت ظروف دنيا من التشكك .

7-5-1 النتائج :

وهي المرحلة الأخيرة وعصارة الجهد كله . فبعد التحليل نستخلص الاستنتاجات للأسئلة المطروحة والتي على ضوئها يقع وضع التوصيات المناسبة .

وبإمكان هذه التوصيات أن تشمل نصائح إيجابية وتطبيقية مثل استخدام هذه الصنف من الآلات ، أو زرع القمح في شهر كذا . ومن الممكن أيضا أن يطلب الباحث المزيد من التجارب أو إعادة التجربة في سنة ثانية أو في منطقة أخرى .

وهناك طرق علمية لعرض نتائج التجربة في تقارير واضحة بحيث تمكن

غير المتخصصين من فهم واستيعاب ما توصل إليه البحث من نتائج نذكر منها تجنب استخدام الألفاظ الإحصائية الصعبة ، وتلخيص المتوسطات في جداول واضحة ، وتوفير الرسوم البيانية كلما أمكن ذلك .

1 - 6 نظرة تاريخية :

يعتبر العالم الإنجليزي Fisher من أكبر علماء الإحصاء وواضعي علم تصميم التجارب في شكله الحديث حيث كان مسؤولاً لعدة سنوات عن الإحصاء وتحليل البيانات في محطة التجارب الزراعية بإنجلترا (Rothamsted Agr. Exper. Station) . وكان أول من وضع طريقة تحليل التباين كطريقة أساسية لتحليل البيانات الناتجة عن التجارب . إلى جانب Fisher هناك عدة علماء ساهموا مساهمة فعالة في تقدم هذا الفرع الهام من فروع الإحصاء ومنهم O. Kempthorne و W.G. Cochran و F. Yates و G.E.P. Box و R.C. Bose وغيرهم .

إن معظم التطبيقات الأولية لتصميم التجارب كانت في ميادين العلوم الزراعية والبيولوجية ، ولهذا نلاحظ أن بعض المصطلحات اللغوية في التصميم يرجع مصدرها إلى ميدان الزراعة ونذكر منها على سبيل المثال : القطاع Block ، قطعة Plot ومعالجة Treatment ، وقد أصبحت الآن تستخدم في شتى ميادين البحث العلمي .

1 - 7 الخلاصة :

الهدف الرئيسي لأي تصميم هو استخراج تأثير المعالجات وفصلها عن أثر الاختلافات الموجودة أساساً بين الوحدات التجريبية ، ويتوقف اختيار تصميم دون آخر على المتطلبات التالية :

- أن يكون التصميم بسيطاً وسهلاً في التحليل .
- اختيار التصميم الذي يعطي درجة دقة معينة بأقل تكاليف ممكنة أو أكبر دقة ممكنة بتكاليف محددة .
- أن يكون تحليل التصميم سهلاً وبدون اللجوء إلى افتراضات (Assumptions) إضافية .

- أن لا تختلف الوحدات التجريبية بطريقة منتظمة .

ومن خلال هذه المتطلبات ، يتضح أن الباحث يسعى دائماً إلى زيادة الدقة في النتائج ، مثل تصغير فترات الثقة لأنه لو أردنا إيجاد فترات الثقة لمحصول صنف معين من القمح ، تكون النتيجة أدق إذا قلنا إن المحصول يتراوح بين 10 و 20 t/ha مما إذا كان يتراوح بين 5 و 25 t/ha .

وهناك عدة طرق من شأنها أن تحسن من دقة التجربة ونذكر منها الآتي :

- تكبير حجم التجربة بزيادة عدد التكرارات أو بزيادة عدد المعالجات .
- المزيد من العناية في اختيار المعالجات .
- تحسين طريقة تنفيذ التجربة .
- تقسيم الوحدات التجريبية إلى قطاعات متجانسة .
- قياس متغير إضافي مرتبط بالاستجابة مما يخول للباحث استخدام طريقة تحليل التغاير التي تمكن من تقليص الخطأ التجريبي .

الفصل الثاني
مقارنة المجموعات
COMPARISON BETWEEN GROUPS

2 – 1 مقدمة :

غالباً ما تهدف الأبحاث العلمية إلى اكتشاف الفروق بين مجموعتين أو بين تأثير معاملتين أو أكثر ثم إلى تقدير تلك الفروق ، إن وجدت بين تلك المجموعات أو المعالجات . وهذا الاتجاه شائع أكثر من الاهتمام بتقدير متوسطات المجموعات أو تأثيرات المعالجات . ولهذا يكون الفرق بين محصول صنفين من القمح أو بين درجة الوقاية من مرض معين تحت تأثير دواء هو الذي يحظى باهتمام الباحث أكثر من اهتمامه بتقدير متوسط محصول صنف معين من القمح أو تأثير دواء ما .

ومن أهم الأساليب الإحصائية لمقارنة المجموعات في الإحصاء الاستدلالي اختبارات الفروض (Testing hypotheses) . ولمقارنة مجموعتين نبدأ أولاً بتحديد فرض العدم (Null hypothesis : H_0) وهو عبارة عن تخمين أو ادعاء حول معلمتين غير معلومتين ، مثل المتوسط μ أو التباين σ^2 ، والفرض البديل (Alternative hypothesis : H_a) هو عكس فرض العدم . ثم نأخذ عينة عشوائية من كل مجموعة أو مجتمع وبواسطة اختبار إحصائي نأخذ قرار قبول فرض العدم H_0 أو رفضه .

وفي اختبارات الفروض الإحصائية يمكن أن نرتكب نوعين من الخطأ الأول ، أنه يمكن أن نرفض بناء على البيانات المتوفرة فرض العدم وهو صحيح ،

ويسمى هذا خطأ من النوع الأول (Type I error) ، والثاني أنه يمكن أن نقبل فرض العدم وهو غير صحيح ويسمى هذا خطأ من النوع الثاني (Type II error) . ويمكن للباحث أن يحدد احتمال ارتكابه خطأ من النوع الأول عند مستوى α ، ويسمى هذا بمستوى المعنوية (Significance level) وغالبا ما نستخدم القيم التالية لمستوى α : 0.01 ، 0.05 ، 0.10 . ويعني هذا الاحتمال أنه لو كررنا التجربة 100 مرة تحت نفس الظروف ، وباستخدام نفس الاختبار فإن التكرار النسبي للوقوع في خطأ من النوع الأول هو α . والاختبار الإحصائي الجيد هو الذي يجعل كلاً من α واحتمال الوقوع في خطأ من النوع الثاني أو β أصغر ما يمكن . ولكن من الصعب تصغير كل من α و β في آن واحد حيث إن تصغير إحداهما يؤدي إلى تكبير الأخرى . لذلك لجأ الإحصائيون إلى تثبيت مستوى المعنوية عند α والزيادة في حجم العينة للحصول على قوة مناسبة . وقوة الاختبار هي $1 - \beta$ أو احتمال رفض H_0 وهي خاطئة، كما أن $1 - \alpha$ هو مستوى ثقة الاختبار .

وسنتطرق في هذا الفصل لاختبار t لمقارنة متوسطي مجتمعين واختبار F لمقارنة تبايني مجتمعين . أما مقارنة ثلاثة مجتمعات فاكثر فهي من مشمولات الفصل الثالث : تحليل التباين .

2 - 2 اختبار الفرق بين متوسطي مجتمعين

Comparison of two population means

لنفترض أن لدينا مجتمعين مختلفين ونريد أن نختبر ما إذا كان متوسطا هذين المجتمعين متساويين أو أن نضع فترة الثقة للفرق بين المتوسطين. ولنرمز لمتوسطي المجتمعين بالرمز μ_1 و μ_2 وللتباينين بالرمز σ_1^2 و σ_2^2 . فيكون فرض العدم الذي نريد اختباره هو :

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

ضد أي من الفرضيات البديلة التالية :

$$H_a : \mu_1 \neq \mu_2 \quad , \quad H_a : \mu_1 > \mu_2 \quad , \quad H_a : \mu_1 < \mu'_2$$

وللاستدلال عن هذه فرض العدم نقوم بجمع بيانات تتمثل في عينتين عشوائيتين من المجتمعين تحت الدراسة ، وهي عبارة عن قياسات لمتغيرين عشوائيين X_1 و X_2 ونرمز لتلك البيانات كما يلي :

- عينة من المجتمع 1 : $X_{11} \quad X_{12} \quad \ldots \quad X_{1n_1}$
- عينة من المجتمع 2 : $X_{21} \quad X_{22} \quad \ldots \quad X_{2n_2}$

ونرمز للمقاييس الوصفية لكل مجموعة على النحو التالي :

حجم العينة : $n_1 \;,\; n_2$

متوسط حسابي : $\overline{X}_1 , \overline{X}_2$ حيث $i = 1, 2$ $\quad \overline{X}_i = \dfrac{\sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}}{n_i}$

تباين العينة : $S_1^2 \quad S_2^2$ حيث $\quad S_i^2 = \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \overline{X}_i)^2 / (n_i - 1)$

وتعتبر $\overline{X}_1$ و $\overline{X}_2$ تقديراً لكل من μ_1 و μ_2 كما تعتبر S_1^2 و S_2^2 تقديراً لكل من σ_1^2 و σ_2^2 ، حيث تسمى μ_i و σ_i^2 بمعالم المجتمع i وهي ثابتة أي غير عشوائية وغير معلومة .

ولإجراء اختبار الفرق بين متوسطي المجتمعين نضع الافتراضات التالية:

1- أن المجتمعين طبيعيان : أي أن $X_i \sim N(\mu_i , \sigma_i^2) ; i = 1, 2$.

2- أن تبايني المجتمعين متساويان أي $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$.

وإذا ما توفرت هذه الافتراضات فنستخدم الاختبار الإحصائي t التالي :

$$t = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}}$$

الذي يتبع توزيع t بدرجات حرية $n_1 + n_2 - 2$. وتعرف القيمة $S_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}$ بالخطأ المعياري (Standard error) للفرق بين متوسطين ، وهي تقدير للانحراف القياسي للفرق بين متوسطين $\sigma_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}$ ، ويحسب الخطأ المعياري في ظل

الافتراض الثاني السابق كالتالي :

$$S_{\bar{X}_1-\bar{X}_2} = S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$$

حيث

$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{(n_1+n_2-2)}$$

وتسمى S_p^2 بالتباين التجميعي (Pooled Variance) أو التباين المرجح لتباين العينتين S_1^2 و S_2^2 وهي تقدير للتباين σ^2 المعرف في الافتراض الثاني . وتحسب قيمة الاختبار الإحصائي تحت ما ورد ذكره في H_0 وما توفر لدينا من مقاييس وصفية للعينتين ، بحيث يصبح الاختبار المحسوب هو :

$$t^* = \frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)}{S_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}}$$

ثم نقارن قيمة t^* مع قيمة t الجدولية لإصدار القرار حول H_0 بناء على الحالة التي تم تحديدها من الحالات الثلاث للفرض البديل H_a . ويلخص الجدول (2-1) قرارات اختبار مقارنة متوسطي مجتمعين . ونعرف قيمة t الجدولية المستخدمة في الجدول (2-1) : $t_{(A,\upsilon)}$ بقيمة t التي تترك على يسارها مساحة قدرها A من توزيع t بدرجة حرية υ ، وتوجد القيم الجدولية لتوزيع t بالجدول A-2 في الملحق .

جدول (2-1) : قرارات اختبار t لمقارنة متوسطي مجتمعين .

فرض العدم $H_0: \mu_1 = \mu_2$	القرار
الفرض البديل : $H_a: \mu_1 \neq \mu_2$	نرفض H_0 إذا $\lvert t^*\rvert > t_{(1-\alpha/2, n_1+n_2-2)}$
$H_a: \mu_1 > \mu_2$	نرفض H_0 إذا $t^* > t_{(1-\alpha, n_1+n_2-2)}$
$H_a: \mu_1 < \mu_2$	نرفض H_0 إذا $t^* < t_{(\alpha, n_1+n_2-2)}$

ويفي هذا الاختبار بالهدف الأول للتجارب العلمية الموضح في الفصل الأول والمتمثل في الإجابة عن السؤال : هل هناك فرق معنوي بين المتوسطات ؟ أما الهدف الثاني للتجارب العلمية فهو تقدير الفرق إن وجد ، أي إذا كانت هناك اختلافات معنوية بين μ_1 و μ_2 فالمطلوب تقدير الفرق بين μ_2 و μ_1 . ونستخدم فترة الثقة للفرق للإجابة عن هذا السؤال . وتحسب فترة الثقة للقيمة $\mu_1 - \mu_2$ بمستوى ثقة $100(1-\alpha)\%$ كالتالي :

$$\overline{X}_1 - \overline{X}_2 \pm t_{(1-\alpha/2,\, n_1+n_2-2)}\, S_{\overline{X}_1-\overline{X}_2}$$

وفي الحقيقة فإنّ فترة الثقة هي إعادة صياغة للاختبار ذي الاتجاهين الموضح في الجدول (2-1) وبإمكان القارىء استنتاج ذلك بسهولة .

مثال (2-1) :

في دراسة لمقارنة العناصر المعدنية لنوعين من العصائر ، عصير البرتقال وعصير التفاح ، أخذت عينتان عشوائيتان من العلب المعروضة في الأسواق لكل منهما ، ومن بين القياسات نذكر قياسات كمية الصوديوم وكانت البيانات على النحو الذي بالجدول (2-2) .

ونريد اختبار فرض العدم $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ ضد الفرض البديل $H_a : \mu_1 \neq \mu_2$ عند $\alpha = .05$. فيحسب التباين التجميعي S_p^2 كما يلي :

$$S_p^2 = \frac{(9-1)0.0506 + (8-1)0.115}{9+8-2} = 0.0806$$

والخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين هو

$$S_{\overline{X}_1-\overline{X}_2} = S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$= \sqrt{.0806\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{8}\right)} = 0.138$$

وقيمة t المحسوبة هي :

$$t^* = \left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right) / S_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2} = (5.16 - 5.20) / (0.138) = 0.29$$

وعند مستوى المعنوية $\alpha = .05$ تكون قيمة t الجدولية الملائمة للحالة الأولى التي بالجدول (1-2) : $t_{(.975,15)} = 2.131$ وبمقارنة قيمة t^* مع 2.131 لا نرفض H_0 ونقر بأن كمية الصوديوم متساوية في كلا العصيرين بناء على البيانات المتاحة بالجدول (2-2) .

جدول (2-2) : محتويات عصير البرتقال والتفاح من الصوديوم (mg/100gr)

	التفاح (1)	البرتقال (2)
	4.86	4.72
	5.11	4.81
	5.23	5.22
	5.19	5.67
	5.61	5.52
	5.32	4.96
	5.20	5.35
	4.95	5.34
	4.98	
n_i	9	8
$\overline{X}_i$	5.16	5.20
S_i^2	0.0506	0.115

2 - 3 اختبار الفرق بين متوسطين في حالة البيانات المتزاوجة

Comparison of two population means for paired observations

غالباً ما يحاول الباحث الزيادة في دقة التجربة التي تقارن بين معالجتين عن طريق استخدام الأزواج . وهذا المفهوم هو نفس مفهوم القطاعات الذي تطرقنا له في الفصل الأول . وهو عبارة عن إيجاد أزواج يكون أفراد كل زوج منها متماثلين أو متجانسين فيما بينهما ، وبالتالي يكون الفرق في الاستجابة راجعاً بدرجة كبيرة إلى الفرق بين المعالجتين المراد مقارنة تأثيريهما .

تحصل البيانات المتزاوجة في التجارب الطبية عندما يعطى دواء لمجموعة من المرضى وتقاس ظاهرة معينة قبل تعاطي الدواء وبعده وفي هذه الحالة تكون قد استخدمت نفس الوحدات التجريبية للمعالجتين (قبل الدواء ، بعد الدواء) . كما تحصل هذه البيانات في تجارب تغذية الحيوان عند مقارنة عليقتين ، حيث توضع الحيوانات المتجانسة في أزواج ، ويشترط أن تكون هذه الأزواج على درجة عالية من التماثل ، وقد تختلف الأزواج فيما بينها إلا أن أفراد كل زوج تكون متماثلة، ويستلم أحد أفراد كل زوج العليقة الأولى ، ويستلم الآخر العليقة الثانية، وبالتالي فإن المقارنة بين العليقتين تتم داخل مجموعات متجانسة . ويمثل الزوج هنا القطاع في التجارب العلمية التي سنتطرق لها في الفصول القادمة .

وفرض العدم الذي نريد اختباره هنا هو أن متوسط الفروق يساوي صفر (أو أي قيمة معينة) أي $H_0 : \mu_D = 0$ ضد أيٍّ من الفرضيات البديلة الثلاث $H_a : \mu_D \neq 0$, $H_a : \mu_D > 0$ و $H_a : \mu_D < 0$. ونفترض في هذا الاختبار أن تكون الفروق موزعة حسب التوزيع الطبيعي ، أي أن $D_i \sim N(\mu_D, \sigma_D^2)$. ويبقى هذا الاختبار صالحاً حتى في حالة عدم تجانس التباين : $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$.

وتتلخص خطوات الاختبار في حساب كل الفروق بين فردي كل زوج D_i , $i = 1,\ldots,n$ والوسط الحسابي والخطأ المعياري للقيم D_i ، ثم إيجاد قيمة الاختبار الإحصائي :

$$t = \frac{\overline{D} - \mu_D}{S_{\overline{D}}} \sim t_{(n-1)}$$

حيث $\overline{D}$: الوسط الحسابي : $\overline{D} = \sum_{i=1}^{n} D_i / n$

μ_D : متوسط مجتمع الفروق

$S_{\overline{D}}$: الخطأ المعياري $S_{\overline{D}} = \frac{S_D}{\sqrt{n}}$, $S_D = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (D_i - \overline{D})^2}{n-1}}$

n : عدد الأزواج .

ويلخص الجدول (2-3) قرارات اختبار t لمقارنة متوسطين في حالة البيانات المتزاوجة . وترمز t^* إلى قيمة الاختبار المحسوبة تحت الظروف المحددة في فرض العدم ومن نتائج البيانات ، بحيث تصبح $t^* = \overline{D} / S_{\overline{D}}$.

وتحسب فترة الثقة لمتوسط الفروق μ_D بمستوى ثقة $100(1-\alpha)\%$ كالتالي :

$$\overline{D} \pm t_{(1-\alpha/2,\, n-1)} S_{\overline{D}}$$

جدول (2-3) : قرارات اختبار t للفرق بين متوسطين في حالة البيانات المتزاوجة .

فرض العدم $H_0 : \mu_D = 0$	القرار
الفرض البديل $H_a : \mu_D \neq 0$	نرفض H_0 إذا $\lvert t^* \rvert > t_{(1-\alpha/2,\, n-1)}$
$H_a : \mu_D > 0$	نرفض H_0 إذا $t^* > t_{(1-\alpha,\, n-1)}$
$H_a : \mu_D < 0$	نرفض H_0 إذا $t^* < t_{(\alpha,\, n-1)}$

ويوضح المثال التالي استخدام اختبار t لمقارنة متوسطين في حالة البيانات المتزاوجة .

مثال (2-2) :

أجريت تجربة لمقارنة عليقتين وتأثيرهما على نمو العجول خلال شهر من التغذية وسجلت الزيادة في الأوزان (كلغم) لسبعة أزواج من العجول ، ويوضح الجدول (2-4) تلك البيانات . ويريد الباحث اختبار $H_0 : \mu_D = 0$ ضد $H_a : \mu_D > 0$ عند مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$.

وفيما يلي خطوات اختبار t :

الوسط الحسابي للفروق هو : $\overline{D} = \frac{\Sigma D_i}{n} = \frac{48.4}{7} = 6.91$

الانحراف المعياري للفروق هو = $S_D = \sqrt{\frac{\Sigma D_i^2 - (\Sigma D_i)^2/n}{n-1}}$

$$= \left(\frac{343.84 - (48.4)^2/7}{7-1} \right)^{1/2} = 1.237$$

جدول (2-4) : زيادة أوزان العجول باستخدام عليقتين

Pair	عليقة 1 X_{1i}	عليقة 2 X_{2i}	الفرق $D_i = X_{2i} - X_{1i}$
1	30.51	36.32	5.81
2	29.37	37.51	8.14
3	28.72	35.47	6.75
4	31.33	38.20	6.87
5	31.56	36.52	4.96
6	29.80	37.22	7.42
7	30.50	38.95	8.45
مجموع	211.79	260.19	48.4

والخطأ المعياري هو : $S_{\bar{D}} = S_D/\sqrt{n} = 1.237 / \sqrt{7} = 0.468$

وقيمة t المحسوبة هي : $t^* = \bar{D} / S_{\bar{D}} = 6.91 / 0.468 = 14.8$

والمعنوية المحسوبة هي : $P\text{ - value} < .0005$

وبمقارنة t^* بقيمة t الجدولية ، عند درجات الحرية 6 ومستوى المعنوية $\alpha = .05$ أي $t_{(1-\alpha, n-1)} = t_{(.95,6)} = 1.943$ ، وعلى ضوء القرار الثاني الموضح بالجدول (2-3) نرفض فرض العدم H_0 . وبالتالي فإن العليقة الثانية أفضل من الأولى من حيث زيادة أوزان العجول .

ويمكن تنفيذ هذا الاختبار عن طريق فترة الثقة . فإذا احتوت فترة الثقة على متوسط مجتمع الفروق المعرّف في فرض العدم أي $\mu_D = 0$ فتقبل H_0 ، وأما إذا لم تحتو على الصفر فنرفض فرض العدم . ونحسب لهذا المثال 95% فترة الثقة للمتوسط μ_D كالتالي :

$$\bar{D} - t_{(1-\alpha/2, n-1)} S_{\bar{D}} \leq \mu_D \leq \bar{D} + t_{(t-\alpha/2, n-1)} S_{\bar{D}}$$

$$6.91 - 1.943(0.468) \leq \mu_D \leq 6.91 + 1.943(0.468)$$

$$6.00 \leq \mu_D \leq 7.82 \text{ kg}$$

وبما أن هذه الفترة لا تحتوي على الصفر فنرفض H_0 ونستنتج أن متوسط الفروق لا يساوي صفراً .

2 - 4 اختبار الفرق بين متوسطين في حالة اختلاف التباين

Comparison of two population means with unequal variances

لقد افترضنا في الفقرة (2-2) لاختبار t لمقارنة متوسطي مجتمعين أن تباين المجتمع الأول يساوي تباين المجتمع الثاني ، وبالتالي نحصل على توزيع t للاختبار الإحصائي . ولكن قد يختلف σ_1^2 , σ_2^2 أي $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ لعدة أسباب نذكر منها

أ - اختلاف نوعية المجتمعات مثل الذي يحصل في بيانات المعاينة (Survey data) .

ب - قد يصاحب الاختلاف بين المتوسطات μ_i إختلاف بين σ_i^2 .

ج - عندما تكون التوزيعات غير طبيعية أو ملتوية تكون هناك غالباً علاقة بين μ و σ وبالتالي يختلف التباين .

وإذا ما شك الباحث في عدم تجانس التباين فيمكن اختبار ذلك بواسطة اختبار F الموضح في الفقرة (2-5) . وإذا ما ثبت عدم التجانس فإن الاختبار الإحصائي t لا يتبع توزيع t ، ويصبح

$$t' = (\overline{X}_1 - \overline{X}_2) / S_{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}$$

حيث الخطأ المعياري $S_{\overline{x}_1 - \overline{x}_2} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$ هو تقدير الانحراف المعياري للفرق بين متوسطي العينتين $\sigma_{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}$. وقد وضع الإحصائيون العديد من الاقتراحات لتوزيعات تقريبية للقيمة t' نذكر أبسطها وأكثرها استعمالاً الطريقة التقريبية التالية : أن t' تتبع توزيع t بدرجات حرية :

$$\upsilon = \frac{\left[S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2\right]^2}{\left[\left(S_1^2/n_1\right)^2 / (n_1 - 1) + \left(S_2^2/n_2\right)^2 / (n_2 - 1)\right]}$$

وإذا كانت قيمة υ رقما غير صحيح فتقرب إلى أقرب رقم صحيح بحيث نستخدم نفس قيم t الجدولية التي بالجدول A-2 . وتتلخص القرارات لهذا الاختبار بنفس الطريقة الموضحة في الجدول (2-1) مع تغيير درجات الحرية من $n_1 + n_2 - 2$ إلى υ المعرفة بالمعادلة السابقة .

5 - 2 مقارنة تبايني مجتمعين
Comparison of two population variances

إضافة إلى أن مقارنة تبايني مجتمعين تفيدنا في التأكد من صحة الافتراض $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ، بالنسبة لاختبار t لمقارنة متوسطي مجتمعين، فهناك العديد من الأبحاث التي يكون هدفها الرئيسي هو مقارنة σ_1^2 مع σ_2^2 مثل دراسات جودة البضائع المستهلكة حيث يعتبر التباين من أهم مقاييس الجودة . والفرضية التي نريد اختبارها هنا هي :

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

ضد الفرضيات البديلة الثلاث الممكنة وهي $H_a : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, $H_a : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ وأخيرا $H_a : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$. فلو أخذنا عينة عشوائية $X_1, X_2, \dots, X_{n_1}$ من توزيع طبيعي $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ وعينة عشوائية أخرى $Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2}$ من توزيع طبيعي $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ وحسبنا من كل عينة التباين S_i^2 فإن القيمة

$$F = \frac{S_1^2 / \sigma_1^2}{S_2^2 / \sigma_2^2}$$

تكون موزعة حسب توزيع F بدرجات حرية $n_1 - 1$ و $n_2 - 1$. وبالتعويض داخل معادلة F عن S_i^2 المحسوبة من العينتين وإدخال ما ورد في فرض العدم من أن $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ، يصبح الاختبار الإحصائي كالتالي :

$$F^* = S_1^2 / S_2^2$$

وتقارن قيم F^* مع قيم F الجدولية على النحو الموضح بالجدول (2-5) . ونعرف $F^{A}_{\upsilon_1, \upsilon_2}$ بأنها قيمة F الجدولية بدرجات حرية υ_1 و υ_2 والتي تترك على

يسارها مساحة A من التوزيع . انظر الجدول A-4 في الملحق ولا يحتوي هذا الجدول على قيم F التي تترك على يسارها مساحات صغيرة أي أقل من 0.50 وبإمكان القارىء استنتاجها من الجداول بواسطة المعادلة التالية : إذا كانت $\alpha <$ 0.50 فإن

$$\alpha < 0.50 \quad : \; F^{\alpha}_{(\upsilon_1, \upsilon_2)} = 1 / F^{1-\alpha}_{(\upsilon_2, \upsilon_1)}$$

جدول (2-5) : قرارات اختبار F لمقارنة تبايني مجتمعين .

فرض العدم : $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$	القرار
الفرض البديل : $H_a : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	نرفض H_0 إذا $F^* > F^{1-\alpha/2}_{(n_1-1, n_2-1)}$ أو $F^* < F^{\alpha/2}_{(n_1-1, n_2-1)}$
$H_a : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$	نرفض H_0 إذا $F^* > F^{1-\alpha}_{(n_1-1, n_2-1)}$
$H_a : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$	نرفض H_0 إذا $F^* < F^{\alpha}_{(n_1-1, n_2-1)}$

ويعتبر اختبار F لمقارنة تبايني مجتمعين شبيهاً باختبار Bartlett لتجانس التباين الموضح في الفصل الثالث وذلك لأن كليهما يساعدنا على التأكد من صحة الافتراض الأساسي للطريقتين الإحصائيتين : اختبار t لمقارنة متوسطي مجتمعين وتحليل التباين .

وتحسب فترة الثقة للنسبة σ_1^2 / σ_2^2 كما يلي :

$$\frac{S_1^2}{S_2^2} \; \frac{1}{F^{1-\alpha/2}_{(n_1-1, n_2-1)}} \leq \sigma_1^2 / \sigma_2^2 \leq \frac{S_1^2}{S_2^2} \; \frac{1}{F^{\alpha/2}_{(n_1-1, n_2-1)}}$$

وكمثال لتطبيق اختبار F نستخدم بيانات المثال (2-1) للتأكد من سلامة اختبار t . وتلخص مقاييس المثال (2-1) فيما يلي :

$$n_1 = 9 \qquad S_1^2 = 0.0506$$
$$n_2 = 8 \qquad S_2^2 = 0.1150$$

ولاختبار فرض العدم $H_0 = \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ضد الفرض البديل $H_a = \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ عند مستوى المعنوية $\alpha = .05$ نستخدم قيمة F المحسوبة:

$$F^* = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{0.0506}{0.1150} = 0.44$$

ونقارنها بقيم F الجدولية التالية :

$$F^{1-\alpha/2}_{(n_1-1,\, n_2-1)} = F^{.975}_{(8,\,7)} = 4.90$$

$$F^{\alpha/2}_{(n_1-1,\, n_2-1)} = F^{.025}_{(8,\,7)} = \frac{1}{F^{.975}_{(7,\,8)}} = \frac{1}{4.53} = 0.22$$

وبناء على الحالة الأولى التي بالجدول (2-5) يكون القرار برفض H_0 إذا كانت $F^* > 4.90$ أو $F^* < 0.22$ وبما أن $F^* = 0.44$ موجودة بين القيمتين الجدوليتين أي تقع في منطقة القبول ، فبالتالي لا نرفض H_0 وهذا ما يدعم صحة الافتراض الأساسي لاختبار t المستخدم في المثال (2-1).

وفي ملحق هذا الفصل يوجد اختبار t واختبار F للمثال (2-1) منفذان باستخدام برنامج SAS . ونلاحظ أن نتائج اختبار F ملحقة باختبار t لمقارنة متوسطي مجتمعين ولقد وضع أكبر تباين، $S_2^2 = 0.115$، في بسط اختبار F وكانت $F^* = 2.28$ ولكن نحصل على نفس النتيجة التي حصلنا عليها وهي عدم رفض H_0 .

تمـارين

2-1 استخدم البيانات الموضحة في الجدول (1-1) بالفصل الأول

أ - لاختبار $H_0 = \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ضد $H_a = \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ عند $\alpha = .05$ ؟

ب - اختبر $H_0 = \mu_1 = \mu_2$ ضد $H_a : \mu_1 < \mu_2$ عند $\alpha = .05$ واستخدم اختبار t الملائم بناء على نتيجة (أ) .

ج - أوجد 95% فترة الثقة للفرق بين المتوسطين $\mu_1 - \mu_2$ ؟

2-2 في دراسة لمقارنة طريقتين لاستخلاص زيت الصويا من دقيق الصويا سجلت البيانات التالية (gr/100gr) بعد 5 دقائق من استخدام كل طريقة :

- الطريقة الأولى :	13.76	13.21	13.78	13.93	13.00
- الطريقة الثانية :	11.72	14.28	9.08	9.79	10.74

أ - اختبر فرض العدم $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ ضد الفرض البديل $H_a : \mu_1 > \mu_2$ عند $\alpha = .01$ ؟ .

ب - تأكد من صحة الافتراض $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$.

ج - أوجد فترة الثقة للفرق $\mu_1 - \mu_2$ عند مستوى الثقة 99% ؟

3-2 أجريت دراسة لمقارنة عينات من أوراق الخس الملقحة بفيروس موزايك الخس بعينات من الأوراق السليمة فيما يختص بمحتواها من مادة المتيونين (Methionine) وكانت البيانات(100 x mg/gr Dry W.) كالتالي :

المراقبة	18	33	36	18	30	27	Control
الملقحة	30	18	26	35	50	21	Infected

أ - هل تدل هذه البيانات على أن مستوى المتيونين إنخفض مع التلقيح ؟

ب - أوجد 95% فترة الثقة للفرق بين $\mu_C - \mu_I$ ؟

4-2 لاختبار التأثير الجانبي (side effect) لدواء معين أخذت قياسات عن ضغط الدم لمجموعة من المرضى قبل وبعد استلام الدواء وكانت القياسات كالتالي:

Patient	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Before	70	80	72	76	76	76	72	78	82	64
After	68	72	62	70	58	66	68	52	64	72

أ – هل استخدام الدواء يخفض من ضغط الدم عند المريض ؟

ب – أوجد 95% فترة الثقة لمتوسط الفروق μ_D .

ج – هل يعتبر اختبار الفرضية $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ مهماً للسؤال (أ) .

مثال (2 - 1)

```
OPTION PS=65;
DATA SODIUM;
  DO JUICE='APPLE','ORANG';
    INPUT X @ @; OUTPUT;
  END;
CARDS;
4.86  4.72
5.11  4.81
5.23  5.22
5.19  5.67
5.61  5.52
5.32  4.96
5.20  5.35
4.95  5.34
4.98   .
;
RUN;
PROC PRINT;
RUN;
PROC TTEST;
CLASS JUICE;
VAR X;
RUN;
```

OBS	JUICE	X
1	APPLE	4.86
2	ORANG	4.72
3	APPLE	5.11
4	ORANG	4.81
5	APPLE	5.23
6	ORANG	5.22
7	APPLE	5.19
8	ORANG	5.67
9	APPLE	5.61
10	ORANG	5.52
11	APPLE	5.32
12	ORANG	4.96
13	APPLE	5.20
14	ORANG	5.35
15	APPLE	4.95
16	ORANG	5.34
17	APPLE	4.98
18	ORANG	.

Ttest Procedure

Variable: X

JUICE	N	Mean	Std Dev	Std Error	Minimum	Maximum
APPLE	9	5.16111111	0.22485798	0.07495266	4.86000000	5.61000000
ORANG	8	5.19875000	0.33930338	0.11996186	4.72000000	5.67000000

Variances	T	DF	Prob>|T|
Unequal	-0.2661	11.9	0.7947
Equal	-0.2727	15.0	0.7888

For H0: Variances are equal, F'= 2.28 with 7 and 8 DF. Prob > F'= 0.2717

مثال (2 - 2)

```
OPTION LS=65;
DATA FEED;
INPUT X1 X2;
D=X1-X2;
CARDS;
36.32 30.51
37.51 29.37
35.47 28.72
38.20 31.33
36.52 31.56
37.22 29.80
38.95 30.50
;
RUN;
PROC PRINT;
RUN;
PROC MEANS;
VAR X1 X2 D;
PROC MEANS MEAN STD T PRT;
VAR D;
RUN;
```

OBS	X1	X2	D
1	36.32	30.51	5.81
2	37.51	29.37	8.14
3	35.47	28.72	6.75
4	38.20	31.33	6.87
5	36.52	31.56	4.96
6	37.22	29.80	7.42
7	38.95	30.50	8.45

N Obs	Variable	N	Minimum	Maximum	Mean
7	X1	7	35.47	38.95	37.17
	X2	7	28.72	31.56	30.26
	D	7	4.96	8.45	6.91

N Obs	Variable	Std Dev
7	X1	1.18
	X2	1.03
	D	1.24

Analysis variable : D

N Obs	Mean	Std Dev	T	Prcb>|T|
7	6.91	1.24	14.79	0.0001

الفصل الثالث
تحليل التبـاين
ANALYSIS OF VARIANCE

3 - 1 مقدمة :

درسنا في الفصل السابق اختبار الفرضيات التي تقارن بين متوسطي مجتمعين . ولكن في الواقع هناك تجارب كثيرة ومسائل إحصائية تتعلق باختبار متوسطات ثلاثة مجتمعات فاكثر . فمثلاً إذا كان لدينا أربعة أنواع من المبيدات ونريد معرفة ما إذا كانت المبيدات الأربعة تعطي نفس النتائج أم أن هناك إختلافاً معنوياً بينها . فبإمكاننا استخدام اختبار t لمقارنة متوسطي مجتمعين لكل زوج من المجتمعات الأربعة . وهذا يعني القيام بستة اختبارات t . فإذا كانت متوسطات المجتمعات الأربعة كالآتي : $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ تكون الفرضيات المطلوب اختبارها هي :

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \qquad H_0: \mu_1 = \mu_3 \qquad H_0: \mu_1 = \mu_4$$
$$H_0: \mu_2 = \mu_3 \qquad H_0: \mu_2 = \mu_4 \qquad H_0: \mu_3 = \mu_4$$

والعيب الرئيسي لهذه الطريقة هو أنها ليست عملية ، حيث يزداد عدد المقارنات بسرعة كلما ازداد عدد المجتمعات ، فبالنسبة لعدد k من المتوسطات يكون عدد المقارنات الزوجية هو $C_2^k = \frac{k!}{2!\,(k-2)!}$. فمثلاً إذا كان عدد المتوسطات k = 6 فهذا يعني أننا نحتاج للقيام باختبار t 15 مرة. أما العيب الثاني البارز لهذه

الطريقة هو أن احتمال رفض فرضية H_0 واحدة على الأقل وهي صحيحة ، أي رفضها خطأ، يزداد كلما ازداد عدد اختبارات t . وبالتالي وإن حدد مستوى المعنوية ، أو احتمال رفض H_0 وهي صحيحة ، عند مثلاً $\alpha = .05$ لكل اختبار t فإن احتمال رفض فرضية واحدة على الأقل خطأ يزيد عن 0.05 . وبعبارة أخرى فإن الاحتمال المشترك للوقوع في خطأ من النوع الأول للاختبارات الستة يكون أكبر من $\alpha = .05$. فبالنسبة للاختبار الواحد يكون احتمال الوصول إلى القرار الصحيح ، أي قبول H_0 وهي صحيحة، هو 0.95 ، وبالتالي فاحتمال الوصول إلى القرار الصحيح للاختبارات الستة هو $(0.95)^6$. ويعني هذا أن احتمال الوصول إلي قرار واحد على الأقل غير صحيح هو $1 - (0.95)^6 = 0.265$.

وفي الواقع وبالنسبة لهذه التجربة المطلوب هو اختبار فرضية واحدة وهي :

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$$

أي هل المتوسطات الأربعة متساوية أم لا ؟ وعكس فرض العدم هو الفرض البديل التالي :

H_a : متوسط واحد μ_i على الأقل يختلف عن الباقي .

والاختبار المناسب لفرض العدم هو اختبار F الذي نحصل عليه باستخدام طريقة تحليل التباين . ويعتبر تحليل التباين من أقوى الطرق الإحصائية المتوفرة في علم الإحصاء وأكثرها شيوعاً في البحوث التجريبية .

تتلخص طريقة تحليل التباين في عملية حسابية تجري على البيانات وذلك لتجزئة مجموع مربعات الانحرافات الكلية للاستجابة Y إلى عدد من المجاميع المختلفة طبقاً للمصادر المسببة للاختلاف . وتقسم درجات الحرية الكلية أيضاً طبقاً للمصادر نفسها . ومن هنا يفي تحليل التباين بالهدف الأول للتجارب العلمية والذي هو الإجابة عن السؤال: هل هناك فروق بين المتوسطات ؟ (الفصل الأول) . وأبسط تحليل للتباين هو الذي يطبق على البيانات المصنفة حسب

ظاهرة واحدة أو بيانات أحادية التقسيم . وسنتطرق لهذا التحليل في الفقرة التالية .

3 - 2 تحليل التباين الأحادي One way ANOVA

في معظم ميادين البحث العلمي يقوم الباحث بإجراء تجربة على عدد من الوحدات التجريبية فيعاملها بمعالجات مختلفة لدراسة آثارها على المادة التجريبية . وفي آخر التجربة يقوم بجمع المشاهدات وتصنيفها إلى مجموعات حيث توضع كل مجموعة تحت المعالجة الخاصة بها. ولهذا تكون البيانات قد صنفت على أساس خاصية واحدة وهي المعالجات بحيث تمثل كل مجموعة عينة عشوائية مسحوبة من مجتمع المعالجة . والمراد هنا هو اختبار ما إذا كانت متوسطات المجتمعات متساوية أم لا ؟ وذلك بواسطة تلك العينات المسحوبة . وهذا هو الأمر السائد في الإحصاء الاستدلالي وهو سحب عينة للاستدلال بها عن مجتمع أو عينات للاستدلال بها عن مجتمعات عدة .

ولتوضيح العمليات الحسابية في تحليل التباين يمكن ترتيب البيانات كما في الجدول (3-1) . ونعبر بالرمز Y_{ij} عن المشاهدة j من المجموعة i بحيث $i = 1,...,k$ و $j = 1,...,r$. وفيما يلي نعرف بعض الرموز المعتمدة في الإحصاء للتعبير عن المجاميع والمتوسطات :

المجاميع	المتوسطات	المجموع والمتوسط العام
$Y_{1.} = \sum_{j=1}^{r} Y_{1j}$	$\overline{Y}_{1.} = Y_{1.}/r$	
$Y_{i.} = \sum_{j=1}^{r} Y_{ij}$	$\overline{Y}_{i.} = Y_{i.}/r$	$Y_{..} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}$
	$\vdots$	$\vdots$
$Y_{k.} = \sum_{j=1}^{r} Y_{kj}$	$\overline{Y}_{k.} = Y_{k.}/r$	$\overline{Y}_{..} = Y_{..}/kr$

جدول (3-1) : بيانات التصنيف الأحادي

المشاهدات	المجموعات (i) 1	2	...	k	
1	Y_{11}	Y_{21}	...	Y_{k1}	
(j) 2	Y_{12}	Y_{22}	...	Y_{k2}	
:	:	:	...	:	
r	Y_{1r}	Y_{2r}	...	Y_{kr}	
المجموع	$Y_{1.}$	$Y_{2.}$	...	$Y_{k.}$	$Y_{..}$
المتوسط	$\overline{Y}_{1.}$	$\overline{Y}_{2.}$	...	$\overline{Y}_{k.}$	$\overline{Y}_{..}$

الافتراضات :

لسلامة اختبار F في تحليل التباين يكون من الضروري توفر افتراضين أساسيين على غرار ما تم افتراضه في اختبار t لمقارنة متوسطي مجتمعين، ولكن في تحليل التباين ستمد تلك الافتراضات إلى k متوسط بحيث تكون كالتالي :

1 - أن $Y_{ij} \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$ مستقلة عن بعضها البعض $i=1,\dots, k\ ;\ j = 1,\dots, r$

2 - أن $\sigma^2 = \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$

وتكون الفرضيات كما يلي :

فرض العدم : $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$

الفرض البديل : H_a : μ_i واحد على الأقل يختلف عن الباقي

جدول تحليل التباين :

لاختبار فرض العدم نقوم بتجزئة مجموع المربعات الكلية إلى قسمين : أحدهما هو مجموع مربعات داخل المجموعات والآخر مجموع مربعات بين المجموعات . ونستخدم مقارنة هذين الجزءين ، بعد قسمتها على درجات الحرية الخاصة بها ، للحكم على فرض

العدم بالقبول أو بالرفض . ومجموع المربعات هو :

- مجموع المربعات الكلية :

$$SSTo = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{r}(Y_{ij} - \overline{Y}_{..})^2$$

$$= r\sum_{i=1}^{k}(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{r}(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.})^2$$

$$= \quad SSB \quad + \quad SSW$$

حيث : SSB هو مجموع المربعات بين المجموعات و SSW هو مجموع المربعات داخل المجموعات

وتجزأ درجات الحرية الكلية كما يلي :

$$df_{SSTo} = df_{SSB} + df_{SSW}$$

$$kr - 1 = k - 1 + k(r - 1).$$

وبإمكاننا حساب مجموع المربعات بطريقة حسابية مبسطة ، وذلك لاستخدام الآلة الحاسبة ، على النحو التالي :

$$SSTo = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}^2 - CF \;,\; CF = (Y_{..})^2/k\,r \qquad \text{(Correction factor)}$$

$$SSB = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{k} Y_{i.}^2 - CF$$

$$SSW = SSTo - SSB$$

ومن مجموع المربعات تحسب متوسطات المربعات كالتالي :

$$MSB = SSB / (k - 1)$$

$$MSW = SSW / k(r - 1)$$

ثم ننهي حسابات جدول تحليل التباين بإيجاد قيمة F المحسوبة

$$F = \frac{MSB}{MSW}$$

والتي على اثرها يتم الحكم على فرض العدم H_0 بالرفض عند مستوى المعنوية α إذا كان

$$F > F^{1-\alpha}_{k-1,\, k(r-1)}$$

ونلخص جدول تحليل التباين في الجدول (3–2)

جدول (3–2) : جدول تحليل التباين الأحادي .

مصدر الاختلاف Source of variation	درجات الحرية Degrees of freedom	مجموع المربعات Sum of squares	متوسطات المربعات Mean squares	قيمة F
بين المجموعات Between groups	k -1	SSB	MSB	$F = \frac{MSB}{MSW}$
داخل المجموعات Within groups	k(r-1)	SSW	MSW	
المجموع Total	kr - 1	SSTo		

مثال (3-1) :

تمثل البيانات التالية محصول (كلغ) 5 أصناف مختلفة من البرتقال (A,B,C,D,E) ، ومن كل صنف سحبت عينة عشوائية متكونة من سبع أشجار وسجلت البيانات في الجدول (3-3) .

وتحسب مجموع المربعات على النحو التالي :

$$SSTo = \Sigma\Sigma Y_{ij}^2 - CF \qquad , \qquad CF = \frac{Y_{..}^2}{k\,r} = \frac{(552)^2}{5(7)} = 8705.83$$

$$= 9720 - 8705.83 = 1014.17$$

$$SSB = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{5} Y_{i.}^2 - CF$$

$$= \frac{1}{7}[84^2 + 118^2 + \ldots + 112^2] - CF = 9059.14 - 8705.83 = 353.31$$

جدول (3-3) : محصول (كلغم) خمسة أصناف من البرتقال .

أصناف	A	B	C	D	E	
المشاهدات	7	13	20	9	18	
	9	15	22	14	16	
	20	16	21	21	17	
	19	14	27	22	14	
	11	22	23	8	22	
	6	22	15	10	10	
	12	16	19	7	15	
$Y_{i.}$ المجموع	84	118	147	91	112	$Y_{..} = 552$
$\bar{Y}_{i.}$ المتوسط	12.0	16.86	21.0	13.0	16.0	$\bar{Y}_{..} = 15.77$
S_i^2 التباين	30.67	13.48	13.67	38.67	13.67	$\Sigma\Sigma Y_{ij}^2 = 97.20$

$$SSW = SSTo - SSB = 1014.17 - 353.31 = 660.86$$

$$MSB = SSB / (k-1) = 353.31/4 = 88.328$$

$$MSW = SSW / k(r-1) = 660.86 / 5(7-1) = 22.029$$

$$F = MSB / MSW = 88.328 / 22.029 = 4.01$$

وتلخص كل هذه الحسابات في جدول تحليل التباين الأحادي الموضح في الجدول (4-3). أما F الجدولية عند مستوى المعنوية $\alpha = .05$ (جدول A - 4) فهي $F^{1-\alpha}_{k-1,\,k(r-1)} = F^{.95}_{4,30} = 2.69$ وبما أن قيمة F المحسوبة ، $F = 4.01$ ، هي أكبر من F الجدولية فنرفض H_0 ونعتبر أن هناك فروقاً معنوية بين محاصيل أصناف البرتقال الخمسة . وطبعاً وصلنا إلى هذا القرار بناء على ما توفر لدينا من بيانات ، لذلك فمن الأفضل صياغة القرار على النحو التالي : بناء على هذه البيانات هناك دليل قوي على عدم صحة فرض العدم H_0 .

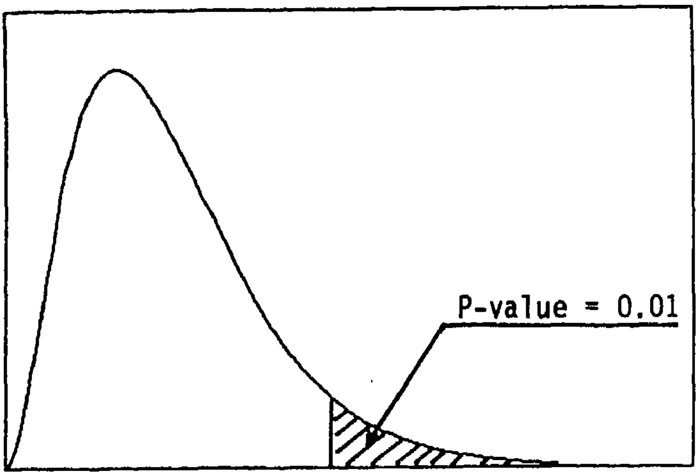
جدول (4-3) : تحليل التباين لبيانات البرتقال .

S.O.V	df	SS	MS	F
Between groups	4	353.31	88.328	4.01
Within groups	30	660.86	22.029	
Total	34	1014.17		

المعنوية المحسوبة : (P-value)

المعنوية المحسوبة هي مفهوم حديث لأخذ القرار حول فرض العدم يتلخص في استبدال استخدام الجداول الإحصائية واستخراج القيم الجدولية بإيجاد المعنوية المحسوبة ومقارنتها بمستوى المعنوية α المقترح . فتستنتج P-value من قيمة الاختبار المحسوبة ومعظم البرامج الإحصائية الموجودة على الحاسب الآلي تحسبها لسائر الاختبارات .

ونعرف P-value بأنها احتمال الحصول على نتائج عينة أكثر تناقضاً مع H_0 من النتائج المشاهدة . فبالنسبة لاختبار F في جدول تحليل التباين للمثال السابق تمثل المعنوية المحسوبة احتمال الحصول على F محسوبة أكبر من 4.01 في صورة ما إذا كانت الفرضية صحيحة. ونوضح هذا المفهوم في الشكل (3-1) التالي :



شكل (3-1) : المعنوية المحسوبة لمثال البرتقال

وقيمة P-value هنا هي P = 0.01 . وتؤيد هذه القيمة رفض H_0 . وبصفة عامة فإن قيم P-value الكبيرة تؤيد H_0 وقيم P-value الصغيرة تؤيد H_a . ونصوغ القاعدة كما يلي :

لا نرفض H_0 إذا	P-value > α
نرفض H_0 إذا	P-value < α

وبإمكان القارىء فهم هذه القاعدة وملاحظة تطابقها مع طريقة استخدام القيم الجدولية لتوزيع F بالتالي :

فإذا كانت $F > F^{1-\alpha}_{\upsilon_1, \upsilon_2}$ فإن P-value < α

وإذا كانت $F < F^{1-\alpha}_{\upsilon_1, \upsilon_2}$ فإن P-value > α

النموذج الخطي : Linear Model

النموذج الخطي (الرياضي) هو معادلة رياضية تفسر اختلاف مشاهدة عن

الأخرى ، وبعبارة أخرى هو التجزئة النظرية لكل مشاهدة . ومن هذا المفهوم يمكن كتابة كل مشاهدة من البيانات الأحادية التقسيم بالشكل التالي .

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij} \qquad i = 1, \ldots, k \ , \quad j = 1, \ldots, r$$

حيث

Y_{ij} : هي المشاهدة j من المجموعة i والمكونة من ثلاثة أجزاء

μ : المتوسط العام وهو قيمة ثابتة ومجهولة

α_i : تأثير المجموعة i أو المعالجة i ، وهي قيمة ثابتة ومجهولة حيث $\Sigma \alpha_i = 0$

ε_{ij} : الخطأ العشوائي في مشاهدة j من مجموعة i .

وبإمكاننا الآن صياغة الافتراضات الأساسية لتحليل التباين الأحادي باستخدام مكونات النموذج الخطي . فنفترض أن ε_{ij} موزعة حسب التوزيع الطبيعي بمتوسط 0 وتباين σ^2 ، أي $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$. ونفترض أيضاً أنها مستقلة عن بعضها البعض ، ويعني ذلك أن الخطأ المرتبط بمشاهدة لا يؤثر في الخطأ المرتبط بمشاهدة أخرى . ومن هنا يصبح التوقع الرياضي لكل مشاهدة هو

$$E(Y_{ij}) = \mu + \alpha_i$$

أي أن كل مشاهدة Y_{ij} سحبت من مجتمع متوسطه $\mu + \alpha_i$ ، وبإمكاننا إثبات أن $Y_{ij} \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$ حيث $\mu_i = \mu + \alpha_i$. وهذا هو الافتراض الأول الذي ذكر في فقرة الافتراضات . أما الافتراض الثاني فهو تساوي أو تجانس التباين أي أن

$$\sigma_i^2 = \sigma^2 \qquad i = 1, \ldots, k \ .$$

وتصبح الفرضية $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k$ كالتالي :

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_k = 0$$

وتعني أنه إذا كانت H_0 صحيحة فستتساوي متوسطات كل المجتمعات عند المتوسط μ . وبما أن متوسطات المربعات MSW وMSB هي قيم عشوائية بحكم تكوينها من المتغيرات العشوائية Y_{ij} فلها توقعات رياضية نذكرها هنا بدون إثبات :.

$$E(MSB) = \sigma^2 + \frac{r}{k-1} \sum_{i=1}^{k} \alpha_i^2$$

$$E(MSW) = \sigma^2 \quad .$$

ومن هنا يتضح دور اختبار $F = MSB / MSW$ في الحكم على مصداقية H_0 . فلو كانت H_0 صحيحة تكون قيمة F قريبة من الواحد، ولو كانت H_0 خاطئة يكون MSB أكبر من MSW نظراً لأن $\Sigma \alpha_i^2 > 0$ ومن هنا تكون قيمة F كبيرة . فعندما تكون H_0 صحيحة أي كل المتوسطات تساوي μ ، يصبح التوقع الرياضي للمتوسطات هو $E(Y_{ij}) = \mu$ وتباين $\overline{Y}_{i.}$ هو $V(\overline{Y}_{i.}) = \frac{\sigma^2}{r}$ لكل

$i = 1, ..., k$. وفي هذه الحالة يكون تباين المتوسطات $\overline{Y}_{1.}, \overline{Y}_{2.}, ..., \overline{Y}_{k.}$ هو

$$S^2_{\overline{Y}_{i.}} = \Sigma(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})^2 / (k-1)$$

وهو تقدير غير منحاز لتباين المتوسطات σ^2/r ولذلك يعتبر $r\,S^2_{\overline{Y}_{i.}}$ تقديرا غير منحاز للتباين σ^2 . وفي الحقيقة فإن $MSB = r\,S^2_{\overline{Y}_{i.}}$.

وعندما تكون H_0 غير صحيحة أي أن هناك فروقا بين المتوسطات التالية :

$$E(\overline{Y}_{i.}) = \mu_i = \mu + \alpha_i$$

يصبح MSB منحازاً إلى أعلى ، كما هو موضح في التوقع الرياضي لقيمة MSB . وبما أننا لا نعلم قيمة σ^2 فهناك طريقة أخرى لتقدير σ^2 وذلك بواسطة MSW

التي هي في الحقيقة عبارة عن امتداد للتباين التجميعي S_p^2 الذي استخدم في اختبار t للمقارنة بين متوسطي مجتمعين ، أي

$$MSW = S_p^2 = \frac{(r-1)S_1^2 + (r-1)S_2^2 + ... + (r-1)S_k^2}{k(r-1)}$$

ولو كانت العينات غير متساوية في كل المجموعات فنرمز للأحجام بالرموز $n_1, n_2, ..., n_k$ ويصبح التباين التجميعي أو MSW كالآتي

$$MSW = S_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2 + ... + (n_k-1)S_k^2}{n_1 + n_2 + ... + n_k - k}$$

وسنتطرق لهذه الحالة أي البيانات ذات التصنيف الأحادي مع عدم تساوي أحجام العينات في الفقرة القادمة .

3 - 3 تحليل التباين الأحادي مع عدم تساوي العينات
One-way ANOVA with unequal samples

الاختلاف الذي يحصل بين طريقة إيجاد تحليل التباين الأحادي مع عدم تساوي العينات والتحليل السابق هو تعديل المعادلات بحيث تأخذ بعين الاعتبار أن هناك أحجاما مختلفة : $n_1 \; n_2 \;, ..., \; n_k$

ومجموعها هو
$$n. = \sum_{i=1}^{k} n_i$$

وتصبح مجموعات المربعات على النحو التالي :

$$SSTo = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}(Y_{ij} - \overline{Y}..)^2 = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2 - CF \;, \quad CF = \frac{(Y..)^2}{n.}$$

$$SSB = \sum_{i=1}^{k} n_i (\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^{k} Y_{i.}^2 / n_i - CF$$

$$SSW = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \overline{Y}_{i.})^2 = SSTo - SSB$$

ودرجات الحرية هي :

$$df_{SSTo} = df_{SSB} + df_{SSW}$$

$$n. - 1 = (k - 1) + (n. - k)$$

وتصبح منطقة الرفض بالنسبة لاختبار F في تحليل التباين كالآتي : نرفض H_0 إذا : $F > F_{k-1, n.-k}^{1-\alpha}$

3 - 4 مخالفات افتراضات تحليل التباين

Violations of ANOVA assumptions

ذكرنا في الفقرات السابقة أن هناك افتراضات أساسية ضرورية لإجراء تحليل التباين ومن أهمها أن الأخطاء العشوائية موزعة توزيعاً طبيعياً بمتوسط صفر وتباين σ^2 وأن تباينات المجموعات متساوية . فبعد الحصول على البيانات يكون من الضروري التأكد من صحة هذه الافتراضات لأن عدم توفرها في البيانات ، أي فشلها ، يؤدي إلى عدم صحة اختبار F في تحليل التباين وفقدان بعض الدقة في تقدير تأثيرات المجموعات . وأكثر هذه المخالفات خطراً هو عدم تجانس التباين .

3-4-1 اختبار تجانس التباين

افترضنا في تحليل التباين الأحادي أن تكون تباينات المجموعات متساوية أي أن $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$. وعلى غرار ما قمنا به بالنسبة لاختبار t لمقارنة متوسطي مجتمعين حيث استخدمنا اختبار F للتأكد من أن $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ فهناك العديد من الطرق المقترحة لاختبار فرض العدم التالي :

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = ... = \sigma_k^2$$

ضد الفرض البديل : σ_i^2 واحدة على الأقل تختلف عن الباقي : H_a .

والاختبار الشائع لهذه الحالة هو اختبار بارتليت (Bartlett's test) وتتلخص طريقة بارتليت في حساب المقياس الإحصائي التالي :

$$B = \frac{\lambda}{c}$$

حيث

$$\lambda = (n_. - k) \log_e S_p^2 - \sum_{i=1}^{k} (n_i - 1) \log_e S_i^2$$

$$C = 1 + \frac{1}{3(k-1)} \left[\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{n_i - 1} - \frac{1}{n_. - k} \right]$$

$$S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} (n_i - 1) S_i^2}{n_. - k} \quad (= MSW)$$

ويمثل S_i^2 تباين المجموعة i التي حجمها n_i و $n_. = \sum_{i=1}^{k} n_i$ و $\log_e$ هو اللوغارتم الطبيعي . ونلاحظ من هذه المعادلة أن قيمة λ تكون كبيرة عندما تكون التباينات S_i^2 مختلفة فيما بينها، وتساوي صفر في حالة تساوي S_i^2 . والتوزيع التقريبي للقيمة B هو توزيع χ^2 حيث نرفض H_0 إذا كانت

$$B > \chi^2_{(1-\alpha, k-1)}$$

وتوجد مئويات مربع كاي $\chi^2_{(1-\alpha, k-1)}$ ، حيث تمثل k-1 درجات الحرية بالجدول A-3 بالملحق . وأثبتت العديد من الدراسات أن هذا الاختبار حساس جداً لمخالفات

افتراض التوزيع الطبيعي . وهناك اختبارات أخرى للتأكد من تجانس الخطأ نذكر منها اختبار هارتلي (Hartley's test) واختبار بوكس (Box's test) وغيرها . وإذا أثبت هذا الاختبار عدم تجانس التباينات يصبح من الضروري إيجاد العلاج الملائم قبل إجراء تحليل التباين .

مثال :

نستخدم المثال (3-1) لتوضيح طريقة بارتليت ، حيث تحصلنا على القيم التالية $n = 35 \;,\; k = 5 \qquad S_p^2 = 22.029$

وفيما يلي خطوات حساب قيمة اختبار بارتليت B :

$$\lambda = (35 - 5)\log_e(22.029) - (7 - 1)\left[\log_e(30.67) + \log_e(13.48)\right.$$

$$\left. + \log_e(13.67) + \log_e(38.67) + \log_e(13.67)\right]$$

$$= 30(1.343) - 6(6.475) = 3.311$$

$$C = 1 + \frac{1}{12}\left[\frac{5}{6} + \frac{1}{35\text{-}5}\right] = 1.07$$

$$B = \frac{3.311}{1.07} = 3.09$$

وعند مستوى المعنوية $\alpha = .05$ تكون قيمة مربع كاي المحسوبة $\chi^2_{(.95,4)} = 9.49$. وبما أن قيمة اختبار بارتليت $B = 3.09$ ليست أكبر من القيمة الجدولية فلا نرفض H_0 ، أي نقر بتساوي التباينات ومن ذلك يكون اختبار F الذي بجدول تحليل التباين سليما .

ونذكر هنا بملاحظة مهمة جداً حول اختبار تجانس التباين وهي أنه إذا وقعت مخالفة افتراض تجانس التباين فلن يكون هناك تأثير يذكر على اختبار F في حالة البيانات المتوازنة (Balanced) أي البيانات التي تشتمل على مجموعات

متساوية العدد . أما إذا كانت البيانات غير متوازنة أو في حالة النماذج العشوائية (Random Models) ، فتكون هناك مشكلة في استخدام تحليل التباين .

والطريقة الشائعة في لمعالجة هذه المخالفة هي ادخال بعض التحويلات على البيانات .

2-4-3 التحويلات Transformations

لكي يكون تحليل التباين طريقة إحصائية سليمة للإحصاء الاستدلالي ، قد يستدعي الأمر إجراء بعض التحويلات على البيانات قبل القيام بتحليلها وذلك في حالة عدم تجانس التباين ، كما وضحنا ذلك في الفقرة السابقة، أو في حالة اتباع البيانات توزيعاً غير طبيعي أي توزيعاً ملتوياً حيث يكون التباين في هذه الحالة عبارة عن دالة في المتوسط . وفي كلتا الحالتين تساعد عملية تحويل البيانات في تثبيت التباين أو في تقريب البيانات للتوزيع الطبيعي .

لقد قدم العديد من الباحثين الإحصائيين اقتراحات مختلفة لأوضاع مختلفة ولكن لم تتمخض عن تلك البحوث قواعد صحيحة ومبسطة، وبالتالي بقيت عملية التفتيش عن التحويلة المناسبة عملية صعبة وتتطلب الكثير من الخبرة في ميدان الإحصاء وتحليل البيانات .

ونلخص في الجدول التالي ثلاث حالات توضح وجود علاقة بين μ , σ^2 والتحويلات المقترحة لمعالجة عدم تجانس التباين . وتوضح الحالة

جدول (3-5) : تحويلات لتثبيت التباين .

العلاقة بين μ , σ^2	التحويلة Y_T	تباين Y_T
$\sigma^2 = k\mu$	$Y_T = \sqrt{Y}$ أو $\sqrt{Y+.375}$	$\frac{1}{4}$ (k=1)
$\sigma^2 = k\mu^2$	$Y_T = \log Y$ أو $\log(Y+1)$	1 (k = 1)
$\sigma^2 = k\pi(1-\pi)$	$Y_T = \arcsin\sqrt{Y}$	$\frac{1}{4n}$ $(k=\frac{1}{n})$

الأولى للجدول (3-5) أنه إذا كانت $k = 1$ فيكون توزيع Y توزيع بواسن (Poisson) حيث يتساوى الوسط الحسابي مع التباين $\mu = \sigma^2$ ، ولهذا ستختلف التباينات σ_i^2 باختلاف μ_i والتحويلة المقترحة لهذه الحالة هي $\sqrt{Y}$ أو $\sqrt{Y+.375}$ إذا كانت المتوسطات μ_i أقل من 5 .

وتفسر الحالة الثانية إمكانية أن يكون التباين متناسباً مع مربع المتوسط ونستدخم لهذه الحالة التحويلة اللوغاريثمية . وبصفة عامة تستخدم تحويلة log عندما يكون معامل الاختلاف أي $CV_i = \sigma_i / \mu_i$ ثابتاً في كل المجموعات .

أما الحالة الثالثة والأخيرة فهي ملائمة للبيانات التي هي على شكل نسب مئوية وعندما تكون $k = 1/n$ فإن $\sigma^2 = \pi(1-\pi)/n$ وهذا تباين التقدير $\hat{\pi} = Y/n$ ، حيث Y هو متغير عشوائي موزع حسب توزيع ذي الحدين . لذلك فإذا كانت البيانات عبارة عن $\hat{\pi}_i$ ، أو نسباً مئوية تمثل نسبة وقوع حدث معين ، فستختلف σ_i^2 من مجموعة لأخرى . ونلاحظ في العمود الأخير من الجدول (3-5) كيف أصبح التباين ثابتاً بعد إجراء التحويلة المقترحة . وطبعاً لا يكتمل فهم كل هذه التحويلات إلا باستخدام الأمثلة التوضيحية ونوجه القارىء إلى المراجع التالية : Snedecor & Cochran (1980) و Montgomery (1984) للمزيد من التوضيح والتطبيقات.

3 - 5 تحليل التباين الثنائي Two-way ANOVA

يستخدم تحليل التباين أيضا عندما تكون البيانات مرتبة حسب أكثر من ظاهرة واحدة . فيمكن استخدامه لدراسة تأثير عاملين أو أكثر على استجابة معينة مثل دراسة تأثير صنف البطاطا ومسافات الزراعة على محصول البطاطا، أو تأثير مستويات سماد معين ومستويات مبيد حشري على محصول القمح .

وسندرس في هذا الباب البيانات المؤلفة من عاملين نسمي أحدهما A والثاني B . ولنفترض أن عدد المجموعات في الظاهرة A هو a وعدد المجموعات في الظاهرة B هو b أي أن عدد الخلايا يساوي a b خلية. ونفترض أن لكل خلية مشاهدة

واحدة بحيث يكون عدد المشاهدات هو a b. ونلخص البيانات ذات الاتجاهين أو الثنائية على النحو الموضح بالجدول (6-3) . ونعرف فيما يلي المجاميع والمتوسطات

$$Y_{i.} = \sum_{j=1}^{b} Y_{ij} \qquad i = 1, ..., a \qquad \overline{Y}_{i.} = Y_{i.}/b$$

$$Y_{.j} = \sum_{i=1}^{a} Y_{ij} \qquad j = 1, ..., b \qquad \overline{Y}_{.j} = Y_{.j}/a$$

$$Y_{..} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} Y_{ij} \qquad \overline{Y}_{..} = \frac{Y_{..}}{a\,b}$$

جدول (6-3) : البيانات الثنائية

	A						
B	1	2	... i ...	a	المجموع	متوسط
1	Y_{11}	Y_{21}	... Y_{i1} ...	Y_{a1}	$Y_{.1}$	$\overline{Y}_{.1}$
2	Y_{12}	Y_{22}	... Y_{i2} ...	Y_{a2}	$Y_{.2}$	$\overline{Y}_{.2}$
:	:	:	:	:	:	:
j	Y_{1j}	Y_{2j}	... Y_{ij} ...	Y_{aj}	$Y_{.j}$	$\overline{Y}_{.j}$
:	:	:	:	:	:	:
b	Y_{1b}	Y_{2b}	... Y_{ib} ...	Y_{ab}	$Y_{.b}$	$\overline{Y}_{.b}$
المجموع	$Y_{1.}$	$Y_{2.}$	... $Y_{i.}$ ...	$Y_{a.}$	$Y_{..}$	
متوسط	$\overline{Y}_{1.}$	$\overline{Y}_{2.}$	... $\overline{Y}_{i.}$ ...	$\overline{Y}_{a.}$		$\overline{Y}_{..}$

النموذج الخطي : Linear Model

النموذج الخطي للبيانات الثنائية هو عبارة عن تجزئة كل مشاهدة إلى أربعة أجزاء كالتالي :

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

$$i = 1, \ldots, a \quad ; \quad j = 1, \ldots, b$$

حيث

$$\sum_{i=1}^{a} \alpha_i = \sum_{j=1}^{b} \beta_j = 0$$

Y_{ij} : مشاهدة من مستوى i من A و j من B

μ : المتوسط العام

α_i : تأثير مستوى i من A

β_i : تأثير مستوى j من B

ε_{ij} : الخطأ العشوائي ونفترض أن $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$

ويعرف هذا النموذج بأنه تجميعي (Additive) وذلك لأن متوسط توزيع Y_{ij} ، أي $E(Y_{ij}) = \mu + \alpha_i + \beta_j$ ، هو عبارة عن مجموع المتوسط العام و α_i و β_j . وهذا يعني أن الفرق بين متوسطي مستويين من عامل معين هو نفسه لكل مستويات العامل الآخر ، أي أن الفرق مثلاً بين متوسطي مستويين من العامل A : i و ´i عند مستوى j من العامل B هو

$$E(Y_{ij}) - E(Y_{i'j}) = \mu + \alpha_i + \beta_j - \mu - \alpha_{i'} - \beta_j$$
$$= \alpha_i - \alpha_{i'}$$

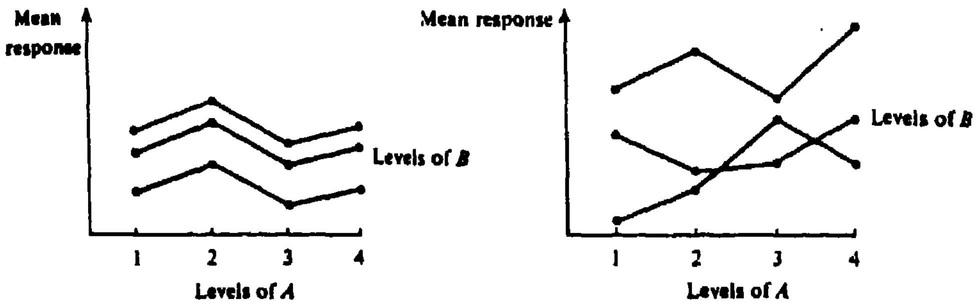
ونلاحظ أن هذه القيمة مستقلة عن مستوى j من العامل B . ونحصل على نفس النتيجة إذا ما غيرنا مستوى B واحتفظنا بمستوى A ثابتاً . ونجسم مفهوم التجميع في الشكل (2-3) مع حالة عدم التجميع أو التفاعل .

الفرضيات Hypotheses :

في حالة البيانات الثنائية هناك فرضيتان مهمتان وهما اختبار ما إذا كانت هناك فروق بين مستويات عامل A أو فروق بين مستويات عامل B وهي :

$$H_{0A}: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_a = 0 \quad vs \quad H_{aA}: \alpha_i \neq 0$$ على الأقل

$$H_{0B}: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_b = 0 \quad vs \quad H_{aB}: \beta_j \neq 0$$ على الأقل



مستويات A (Additive) مستويات A (Nonadditive)

الشكل (2-3) : متوسطات في حالة التجميع وفي حالة عدم التجميع

جدول تحليل التباين :

نحسب أولا مجموع مربعات انحرافات المشاهدات عن وسطها الحسابي أو مجموع المربعات الكلية :

$$SSTo = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(Y_{ij} - \overline{Y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} Y_{ij}^2 - CF \;,\; CF = \frac{Y_{..}^2}{a\,b}$$

ثم نقوم بتجزئة SSTo إلى الأجزاء التالية :

مجموع المربعات لعامل A

$$SSA = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})^2 = \frac{1}{b}\sum_{i=1}^{a} Y_{i.}^2 - CF$$

مجموع المربعات لعامل B

$$SSB = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..})^2 = \frac{1}{a}\sum_{j=1}^{b} Y_{.j}^2 - CF$$

ومجموع مربعات الخطأ

$$SSE = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{.j} + \overline{Y}_{..})^2 = SSTo - SSA - SSB$$

حيث

$$SSTo = SSA + SSB + SSE$$

ودرجات الحرية لتلك المجاميع هي :

$$df_{SSTo} = df_{SSA} + df_{SSB} + df_{SSE}$$

$$ab - 1 = (a-1) + (b-1) + (a-1)(b-1)$$

وأخيرا يبين الجدول (7-3) تحليل التباين . وتحسب متوسطات المربعات كالآتي :

$$MSA = SSA / (a - 1)$$

$$MSB = SSB / (b - 1)$$

$$MSE = SSE / (a-1)(b-1)$$

ويرفض فرض العدم $H_{0A} : \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_a = 0$ إذا

جدول (7-3) : تحليل التباين الثنائي بدون تفاعل

مصدر الاختلاف S.O.V.	df	SS	MS	F
بين مستويات A	a - 1	SSA	MSA	$F_A = MSA/MSE$
بين مستويات B	b - 1	SSB	MSB	$F_B = MSB/MSE$
الخطأ	(a-1)(b-1)	SSE	MSE	
المجموع الكلي	ab - 1	SSTo		

$F_A > F^{1-\alpha}_{a-1,(a-1)(b-1)}$ ، كما يرفض فرض العدم $H_{0B}: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_b = 0$ إذا $F_B > F^{1-\alpha}_{b-1,(a-1)(b-1)}$

التوقعات الرياضية :

يفهم دور اختبار F في الإجابة عن تلك الفرضيات بواسطة التوقعات الرياضية التي نذكرها هنا بدون إثبات :

$$E(MSE) = \sigma^2$$

$$E(MSA) = \sigma^2 + \frac{b}{a-1}\sum_{i=1}^{a}\alpha_i^2$$

$$E(MSB) = \sigma^2 + \frac{a}{b-1}\sum_{j=1}^{b}\beta_j^2$$

لذلك عندما تكون H_{0A} صحيحة تكون MSA تقديرا غير منحاز للتباين σ^2 ويكون اختبار F_A عبارة عن قسمة تقديرين غير منحازين للتباين σ^2 . أما إذا كانت H_{0A} خاطئة ، فستفوق MSA تقدير σ^2 وبالتالي نرفض H_{0A} إذا كانت F_A كبيرة ، ونستخدم نفس المفهوم للعلاقة بين MSB و H_{0B} .

وأخيراً نعرف الخطأ المعياري للمتوسط $\bar{Y}_{i.}$: $S_{\bar{Y}_{i.}} = \sqrt{MSE/b}$ وللمتوسط $\bar{Y}_{.j}$: $S_{\bar{Y}_{.j}} = \sqrt{\frac{MSE}{a}}$ والخطأ المعياري للفرق بين متوسطين من A : $S_{\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{i'.}} = \sqrt{\frac{2MSE}{b}}$ وبين متوسطين من B : $S_{\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{.j'}} = \sqrt{\frac{2MSE}{a}}$.

مثال (3-2) :

لدراسة تأثير حركة السيارات في العاصمة على تلوث الهواء أخذت عينات من 5 أماكن مختلفة وفي 4 أشهر مختلفة وقيست في تلك العينات كمية

المواد الصلبة (mg/m^3) وكانت البيانات كالتالي :

جدول (3-8) : تلوث الهواء في خمسة أماكن مختلفة من العاصمة

Time A	B : Location 1	2	3	4	5	Sum
Oct.	76	67	81	56	51	331
Jan	82	69	96	59	70	376
May	68	59	67	54	42	290
Sept.	63	56	64	58	37	278
Sum	289	251	308	227	200	1275

$$\sum_i \sum_j Y_{ij}^2 = 84853 .$$

والهدف من هذه الدراسة هو اختبار ما إذا كان هناك فرق في درجة التلوث بين الأماكن أو بين الأشهر .

وتحسب المجاميع الضرورية لحساب مجموع المربعات كالتالي :

$Y_{1.} = 331$ $Y_{2.} = 376$ $Y_{3.} = 290$ $Y_{4.} = 278$ $Y_{...} = 1275$

$Y_{.1} = 289$ $Y_{.2} = 251$ $Y_{.3} = 308$ $Y_{.4} = 227$ $Y_{.5} = 200$

ثم نحسب مجموع المربعات :

$$SSTo = \sum_i \sum_j Y_{ij}^2 - CF = 84853 - \frac{(1275)^2}{20} = 3751.75$$

$$SSA = \frac{1}{5}\left[(331)^2 + (376)^2 + (290)^2 + (278)^2\right] - \frac{(1275)^2}{20} = 1182.95$$

$$SSB = \frac{1}{4}\left[(289)^2 + (251)^2 + \dots + (200)^2\right] - \frac{(1275)^2}{20} = 1947.50$$

$$SSE = SSTo - SSA - SSB = 3571.75 - 1182.95 - 1947.50 = 441.30$$

ويكون جدول تحليل التباين كالآتي :

S.O.V.	df	SS	MS	F
Factor A	3	1182.95	394.32	$F_A=10.72$
Factor B	4	1947.50	486.875	$F_B=13.24$
Error	12	441.30	36.775	
Total	19	3571.75		

وبمقارنة F_A مع F الجدولية عند $\alpha = .05$ ، $F^{.95}_{3,12} = 3.49$ ، نرفض الفرضية H_{0A} عند مستوى المعنوية $\alpha = .05$. ونستنتج أن هناك اختلافا معنوياً في درجة التلوث بين الأماكن الخمسة . وبمقارنة F_B مع F الجدولية عند $\alpha = .05$ ، $F^{.95}_{4,12} = 3.26$ ، نرفض فرض العدم H_{0B} ونستنتج أن درجة التلوث تختلف بين الأشهر التي أخذت فيها العينات . والسؤال البديهي بعد هذه النتائج هو تحديد أين توجد تلك الفروق أو ترتيب الأماكن حسب درجة التلوث وهذا هو موضوع المقارنات المتعددة الذي سنتطرق له في الفصل السابع .

تمارين

1–3 أجريت تجربة لدراسة تأثير ثلاثة أدوية مختلفة على مستوى الكولسترول في دم الأرانب واستخدمت في هذه التجربة 15 أرنباً وزعت إلى ثلاث مجموعات بطريقة عشوائية واستلمت كل مجموعة نوعاً من الدواء ، وكانت قياسات مادة الكولسترول (mg/100ml) كالتالي :

D1	D2	D3
15	16	17
22	20	13
17	19	16
16	22	18
16	25	12

أ – قدر متوسطات الكولسترول عند الأدوية الثلاثة ؟

ب – أوجد التباين لكل مجموعة وأجري اختبار Bartlett ؟

ج – استخدم طريقة تحليل التباين لاختبار ما إذا كان هناك فرق معنوي بين المتوسطات عند مستوى المعنوية $\alpha = .05$ ؟

د – أوجد 95% فترة الثقة للفرق بين متوسطي D1 و D3 ؟

2–3 أجريت تجربة (Nakhal and Kahtani, 1986) لدراسة تأثير ثلاث معالجات لإنضاج التمر على كمية السكريات في أربعة أنواع من التمور وكانت البيانات كما يلي :

Treatment	أصناف التمر			
	غار	شبيبي	خلاص	رزيز
A	79.61	79.93	75.48	83.22
B	88.11	86.12	86.20	93.87
C	88.08	97.62	89.48	88.93

أ – قدر متوسطات المعالجات الثلاث

ب – أوجد تحليل التباين الثنائي لهذه التجربة

ج – اختبر ما إذا كان هناك فرق بين أصناف التمر وبين المعالجات بمستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

د – أوجد 95% فترة الثقة لمتوسط كمية السكريات في الصنف خلاص .

هـ – أوجد 95% فترة الثقة للفرق بين متوسطي الصنفين خلاص ورزيز.

3–3 أخذت قياسات أخرى لنفس التجربة التي بالتمرين 3–2 وتوضح البيانات التالية كمية المادة الجافة في التمور :

Treatment	غار	شبيبي	خلاص	رزيز
	أصناف التمر			
A	36.05	41.78	40.67	37.51
B	39.75	35.30	37.49	35.79
C	38.26	33.80	40.90	38.40

أ – قدر متوسطات المعالجات الثلاث

ب – أوجد جدول تحليل التباين

ج – اختبر الفرق بين الأصناف والفرق بين المعالجات عند مستوى المعنوية = α 0.05 .

د – أوجد فترة الثقة للفرق بين معاملة A ومعاملة C بمستوى ثقة 95%

4–3 أجريت تجربة لدراسة كمية الأكسجين (Oxygen) الذائب في ثلاث بحيرات فأخذت عينة عشوائية متكونة من عشرة قياسات من كل بحيرة وسجلت البيانات (ppm) في الجدول التالي :

Lake 1	2	3
0	1	14
2	3	26
1	4	25
3	6	18
1	8	19
2	7	22
3	5	21
4	4	16
1	3	20
5	5	30

أ – أوجد المتوسطات والتباينات لكل عينة

ب – استخدم اختبار Bartlett للتأكد من تجانس التباين عند $\alpha = .05$

ج - في حالة عدم تجانس التباين استخدم التحويلة $Y_T = \sqrt{Y + 0.375}$ وأجر اختبار Bartlett من جديد .

د - أوجد جدول تحليل التباين واختبر الفرق بين البحيرات الثلاث .

3-5 سجلت بيانات عن الزمن المطلوب (الساعات) للشفاء من مرض معوي باستعمال ثلاثة أدوية مختلفة وكانت البيانات حسب الجدول التالي .

Treatment		
A	B	C
4.2	4.1	38.7
2.3	10.7	26.3
6.6	14.3	5.4
6.1	10.4	10.3
10.2	15.3	16.9
11.7	11.5	43.1
7.0	19.8	48.6
3.6	12.6	29.5

أ - أوجد المتوسطات والتباينات للمعالجات الثلاث .

ب - استخدم اختبار Bartlett لاختبار تجانس التباين عند $\alpha = .05$.

ج - استخدم التحويلة $Y_T = \log_e(Y)$ وأجر اختبار بارتليت من جديد ، ووضح لماذا تعتبر هذه التحويلة ناجحة .

د - أجر تحليل التباين على البيانات المحولة .

هـ - اختبر الفرق بين تأثيرات الأدوية الثلاثة عند $\alpha = .01$.

مثال (3 - 1)

```
OPTION LS=65;
DATA ORANGE;
  DO VARIETY = 'A', 'B', 'C', 'D' ,'E';
       INPUT Y @ @; OUTPUT;
  END;
CARDS;
 7 13 20  9 18
 9 15 22 14 16
20 16 21 21 17
19 14 27 22 14
11 22 23  8 22
12 16 19  7 15
 6 22 15 10 10
;
PROC ANOVA DATA = ORANGE;
 CLASS VARIETY;
  MODEL Y = VARIETY;
MEANS VARIETY;
RUN;
                 Analysis of Variance Procedure

                  Class     Levels     Values
                  VARIETY        5     A B C D E

             Number of observations in data set = 35

                 Analysis of Variance Procedure

Dependent Variable: Y

Source                  DF  Sum of Squares    F Value     Pr > F

Model                    4    353.31428571       4.01     0.0101
Error                   30    660.85714286
Corrected Total         34   1014.17142857

                  R-Square          C.V.                Y Mean
                  0.348377     29.759260           15.77142857

                 Analysis of Variance Procedure

Dependent Variable: Y

Source                  DF          Anova SS    F Value     Pr > F

VARIETY                  4    353.31428571       4.01     0.0101

          Level of           ---------------Y--------------
          VARIETY    N          Mean                SD

          A          7       12.0000000        5.53774924
          B          7       16.8571429        3.67099312
          C          7       21.0000000        3.69684550
          D          7       13.0000000        6.21825270
          E          7       16.0000000        3.69684550
```

مثال (3 - 2)

```
OPTION LS=65;
DATA AIR;
  DO TIME = 'OCT','JAN','MAY','SEPT';
    DO LOC = 1 TO 5;
       INPUT Y @ @; OUTPUT;
    END;
  END;
CARDS;
76 67 81 56 51
82 69 96 59 70
68 59 67 54 42
63 56 64 58 37
;
PROC ANOVA DATA = AIR;
 CLASS TIME LOC;
  MODEL Y = TIME LOC;
MEANS TIME LOC;
RUN;
```

```
                Analysis of Variance Procedure
                    Class Level Information

              Class     Levels    Values

              TIME           4    JAN MAY OCT SEP
              LOC            5    1 2 3 4 5

            Number of observations in data set = 20


                Analysis of Variance Procedure

Dependent Variable: Y

Source                  DF  Sum of Squares    F Value     Pr > F

Model                    7   3130.45000000      12.16     0.0001

Error                   12    441.30000000

Corrected Total         19   3571.75000000

                  R-Square            C.V.                Y Mean

                  0.876447       9.5125325           63.75000000


                Analysis of Variance Procedure

Dependent Variable: Y

Source                  DF        Anova SS    F Value     Pr > F

TIME                     3   1182.95000000      10.72     0.0010
LOC                      4   1947.50000000      13.24     0.0002
```

Level of TIME	N	Y Mean	Y SD
JAN	5	75.2000000	14.2021125
MAY	5	58.0000000	10.6536379
OCT	5	66.2000000	12.7553910
SEP	5	55.6000000	10.9224539

Level of LOC	N	Y Mean	Y SD
1	4	72.2500000	8.4212034
2	4	62.7500000	6.2383224
3	4	77.0000000	14.6742405
4	4	56.7500000	2.2173558
5	4	50.0000000	14.5373083

الفصل الرابع
التصميم التام التعشية
COMPLETELY RANDOMIZED DESIGN (C.R.D.)

4 - 1 مقدمة :

يعتبر التصميم التام التعشية من أبسط التصميمات وأسهلها تحليلاً . ويستخدم غالباً عندما تكون الوحدات التجريبية متجانسة أي أن الاختلافات التي بينها تكون ضئيلة . ويتوفر هذا التجانس في التجارب المعملية ولكن قليلاً ما يتوفر في التجارب الزراعية . ونوضح كيفية إجراء هذا التصميم بافتراض أنه لدينا t معالجة وعدد n من الوحدات التجريبية . فيتم توزيع المعالجات على الوحدات التجريبية بطريقة عشوائية بحيث نحصل على عدد r_1 من الوحدات التجريبية التي تجرى عليها المعالجة الأولى و r_2 وحدة تجريبية تجرى عليها المعالجة الثانية وهكذا إلى آخر معالجة وآخر وحدة تجريبية متبقية . وبالتالي يكون توزيع المعالجات عشوائياً على الوحدات التجريبية بدون نظام محدد ، سوى أن لكل وحدة تجريبية نفس احتمال استلام أية معالجة في التجربة.

4 - 2 مزايا التصميم وعيوبه :

يمكن تلخيص المزايا الرئيسية للتصميم التام التعشية في النقاط التالية :

أ - يسمح هذا التصميم باستعمال أي عدد من المعالجات وأي عدد من

التكرارات للمعالجة الواحدة وهذا يعني أنه ليس ضرورياً أن يكون هناك تكرارات متساوية لكل معالجة .

ب - تكون طريقة التحليل الإحصائي بسيطة حتى في حالة اختلاف عدد تكرارات المعالجات أو فقدان بعض الوحدات التجريبية أثناء إجراء التجربة

ج - يسمح هذا التصميم باستخدام أعلى رقم ممكن من درجات الحرية للخطأ العشوائي مقارنة بالتصميمات الأخرى .

أما العيب الرئيسي والوحيد لهذا التصميم فهو :

- انخفاض كفاءة التصميم في حالة عدم تجانس الوحدات التجريبية.

وحتى يمكن شرح أسلوب وطريقة إجراء هذا التصميم سوف نستخدم المثال التالي والذي يفترض وجود ثلاث معالجات A, B, C و 15 وحدة تجريبية . وتكون الخطوة الأولى والهامة لهذا التصميم هي التعشية .

4 - 3 التعشية : Randomization :

التعشية هي طريقة توزيع المعالجات بصفة عشوائية على الوحدات التجريبية . لذلك نبدأ بتقسيم المادة التجريبية (مثل المساحة) إلى وحدات تجريبية متجانسة وترقيم الوحدات التجريبية من 1 إلى 15 ثم نستخدم جداول الأرقام العشوائية ، والتي هي من أكثر الطرق استخداماً لتوزيع المعالجات عشوائياً على الوحدات التجريبية . وتتلخص هذه الطريقة في الخطوات التالية :

أ - اختيار نقطة بداية في جدول الأرقام العشوائية (جدول A-1)

ب - التحرك في أي اتجاه للأرقام (يمين ، يسار ، أعلى ، أسفل) مع تسجيل الأرقام الثلاثية الخمسة عشر الأولى ، وفي حالة تكرار ظهور أي رقم نأخذ الرقم الثلاثي الذي يليه .

ج - ترتيب الأرقام العشوائية تصاعدياً مع تسجيل الرتبة لكل رقم في عمود جديد ، ويمثل هذا العمود عملية تعشية للأرقام الخمسة عشر من 1 إلى 15 والتي تمثل الوحدات التجريبية .

د - تخصيص الوحدات التجريبية الخمس الأولى للمعالجة A ، ثم الوحدات

الخمس التالية للمعالجة B ، والخمس الأخيرة للمعالجة C .

ولو أخذنا نقطة البداية عند العمود 47 - 45 في الجدول 1 - A نحصل على التعشية التي بالجدول (4-1) . وبذلك تتلقى الوحدات التجريبية المرقمة 1 و 4 و 5 و 10 و 13 المعالجة A و الوحدات 7 و 8 و 11 و 12 و 15 تستلم المعالجة B و أخيراً الوحدات 2 و 3 و 6 و 9 و 14 تستلم المعالجة C ، ونوضح ذلك في الشكل (4-1) .

جدول (4-1) : توزيع ثلاث معالجات عشوائيا على خمس عشر وحدة تجريبية

رقم	الرقم العشوائي	ترتيب (Rank)	المعالجة
1	081	1	A
2	269	5	A
3	153	4	A
4	774	13	A
5	755	10	A
6	309	7	B
7	763	12	B
8	757	11	B
9	902	15	B
10	372	8	B
11	270	6	C
12	711	9	C
13	801	14	C
14	115	2	C
15	134	3	C

أما عند استخدام التعشية في حالة عدم تساوي التكرارات فنطبق نفس الطريقة السابقة مع تخصيص عدد مناسب من الوحدات التجريبية لكل معالجة

A 1	C 2	C 3	A 4	A 5
C 6	B 7	B 8	C 9	A 10
B 11	B 12	A 13	C 14	B 15

شكل (4 -1) : تخطيط تجربة في التصميم التام التعشية بثلاث معالجات وخمسة تكرارات

حسب عدد التكرارات المقترح لها . فمثلاً إذا كان المطلوب ثلاثة تكرارات للمعالجة الأولى وستة تكرارات للمعالجتين الثانية والثالثة فتخصص 3 وحدات تجريبية للمعالجة الأولى و 6 وحدات تجريبية للثانية والثالثة ، أي تخصص الوحدات 1 و 4 و 5 للمعالجة A و 7 و 10 و 11 و 12 و 13 و 15 للمعالجة الثانية B و 2 و 3 و 6 و 8 و 9 و 14 للمعالجة C .

4 - 4 تحليل بيانات التصميم التام التعشية في حالة تساوي عدد التكرارات :

لنفترض أن تجربة تحتوي على عدد t من المعالجات وطبقت كل معالجة على r وحدة تجريبية . وبذلك نحصل عند إنتهاء التجربة على tr مشاهدة للاستجابة Y_{ij} وتكون البيانات كما في الجدول (4-2) .

حيث

Y_{ij} هي المشاهدة رقم j من المعالجة i

$Y_{i.}$ مجموع مشاهدات المعالجة i :

$$Y_{i.} = \sum_{j=1}^{r} Y_{ij}$$

$Y_{..}$ المجموع الكلي للمشاهدات :

$$Y_{..} = \sum_{i=1}^{t} \sum_{j=1}^{r} Y_{ij}$$

جدول (4-2) : بيانات التصميم التام التعشية بتكرارات متساوية

التكرارات	المعالجات							
	1	...	2	...	i	...	t	
1	Y_{11}		Y_{21}		Y_{i1}	...	Y_{t1}	
2	Y_{12}		Y_{22}		Y_{i2}	...	Y_{t2}	
	:		:		:		:	
j	Y_{1j}		Y_{2j}		Y_{ij}	...	Y_{tj}	
	:		:		:		:	
r	Y_{1r}		Y_{2r}		Y_{ir}		Y_{tr}	
مجموع	$Y_{1.}$		$Y_{2.}$	...	$Y_{i.}$	...	$Y_{t.}$	$Y_{..}$
متوسط	$\overline{Y}_{1.}$		$\overline{Y}_{2.}$	...	$\overline{Y}_{i.}$	...	$\overline{Y}_{t.}$	$\overline{Y}_{..}$

وبقسمة مجموع مشاهدات المعالجة i على عدد التكرارات r نحصل على

متوسط المعالجة i : $\overline{Y}_{i.} = \dfrac{Y_{i.}}{r}$

والمتوسط العام : $\overline{Y}_{..} = \dfrac{Y_{..}}{t\,r}$

ويمثل r t إجمالي عدد المشاهدات .

النموذج الخطي : Linear Model

قبل البدء في شرح خطوات التحليل يفضل تقديم النموذج الخطي أو الإحصائي لهذا التصميم والذي يوضح التجزئة المقترحة للمشاهدات الناتجة من التصميم التام التعشية . وهناك نوعان من النماذج لتصميم CRD هما النموذج الثابت والنموذج العشوائي . يكتب النموذج الخطي الثابت على الشكل التالي :

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \qquad i = 1, \ldots, t \qquad j = 1, \ldots, r$$

حيث

Y_{ij} المشاهدة رقم j من المعالجة رقم i .

μ المتوسط العام ويقدر بالمتوسط العام للبيانات أي $\hat{\mu} = \overline{Y}..$

τ_i تأثير المعالجة i وتقديره $\hat{\tau}_i = \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}..$

ε_{ij} الخطأ العشوائي في المشاهدة j من المعالجة i .

والافتراضات الخاصة بهذا النموذج هي التالي :

- أن تأثيرات المعالجات ثابتة ، ونضع قيد على النموذج : $\sum_{i=1}^{t} \tau_i = 0$ لتقدير τ_i على أنها انحرافات عن المتوسط العام بحيث $\Sigma \hat{\tau}_i = 0$ و $\hat{\tau}_i = \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}..$.

- الأخطاء العشوائية ε_{ij} مستقلة وموزعة حسب التوزيع الطبيعي بمتوسط 0 وتباين σ^2 أي $NI(0, \sigma^2)$.

وفي بعض الحالات تكون مجموعة المعالجات المدخلة في التجربة عبارة عن عينة عشوائية مسحوبة من مجتمع للمعالجات . وفي هذه الحالة نستخدم النموذج العشوائي والذي سنتطرق له في الفقرة (4-6) في هذا الفصل .

والغرض من تنفيذ تجربة بالتصميم التام التعشية هو الإجابة عن التساؤلات التالية :

1 – تقدير متوسطات المعالجات $\mu_i = \mu + \tau_i$ حيث $i = 1, ..., t$

2 – اختبار الفروق بين المتوسطات وذلك عن طريق اختبار فرض العدم

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_t$$

ضد H_a : μ_i واحد على الأقل يختلف عن الباقي

والطريقة الثانية لكتابة فرض العدم والبديل هي :

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = ... = \tau_t = 0$$

$H_a : \tau_i \neq 0$ واحدة على الأقل

والوسيلة الإحصائية الملائمة لاجراء هذا الاختبار هي تحليل التباين .

3 – تقدير الخطأ المعياري لمتوسط المعالجة أو الخطأ المعياري للفرق بين متوسطين وذلك لإيجاد فترات الثقة للمتوسطات أو للفروق بين المتوسطات إن وجدت .

جدول تحليل التباين

للتصميم التام التعشية نفس جدول تحليل التباين للبيانات أحادية التقسيم ، حيث ترتب البيانات في هذا التصميم حسب المعالجات فقط وليس هناك ترتيب للتكرارات . ويوضح الجدول (3-4) ذلك التحليل . وتحسب مجموع المربعات بنفس الطريقة التي وضحناها في الفصل السابق وهي :

$$SSTo = \sum_i \sum_j (Y_{ij} - \overline{Y}_{..})^2 = \sum_i \sum_j Y_{ij}^2 - CF , \quad CF = \frac{Y_{..}^2}{tr}$$

$$SST = \sum_i r(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})^2 = \frac{1}{r} \sum_i Y_{i.}^2 - CF$$

$$SSE = \sum_i \sum_j (Y_{ij} - \overline{Y}_{i.})^2 = \sum_i \sum_j Y_{ij}^2 - \frac{1}{r} \sum_i Y_{i.}^2$$

$$= SSTo - SST$$

جدول (3-4) : تحليل التباين للتصميم التام التعشية

مصادر الاختلاف	df	SS	MS	F
Treatments المعالجات	t - 1	SST	MST	F = MST/MSE
Experimental Error الخطأ التجريبي	t(r-1)	SSE	MSE	
Total المجموع	t r - 1	SSTo		

MST = SST / (t - 1)

$$MSE = SSE / t(r - 1)$$

$$F = MST / MSE$$

ويرفض فرض العدم H_0 إذا كانت $F > F^{1-\alpha}_{t-1, t(r-1)}$.

وهذا يعني أنه بناء على البيانات المتوفرة هناك دليل على رفض فرض العدم أي الإقرار بأن هناك اختلافات بين المتوسطات وبلغة بعض الباحثين تسمى هذه النتيجة بنتيجة معنوية ، أي تم فيها رفض فرض العدم . وتوضع العلامة * أمام قيمة F بجدول تحليل التباين إذا كانت النتيجة معنوية عند مستوى α = 0.05 والعلامة ** إذا كانت معنوية عند مستوى $\alpha = 0.01$. ونقترح دائماً تقديم قيمة P - value أو المعنوية المحسوبة . وعلى سبيل التذكير فكل البرامج الإحصائية الموجودة على الحاسب الآلي تقدم P-value لجميع الاختبارات وتترك المجال للباحث للحكم على تلك النتيجة .

فترات الثقة :

من أهداف التصميم التام التعشية هو تقدير المتوسطات μ_i ووضع فترة ثقة لها وللفروق بينها . لذلك يتم تقدير μ_i بمتوسط المعالجة $\bar{y}_{i.}$ وتكتب كالآتي

$$\hat{\mu}_i = \bar{Y}_{i.}$$

والفرق بين μ_i و $\mu_{i'}$ كما يلي

$$\hat{\mu}_i - \hat{\mu}_{i'} = \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{i'.}$$

ويقدر تباين الأخطاء العشوائية σ^2 بمتوسط مربعات الخطأ MSE وتعتبر MSE قيمة تقديرية غير منحازة . والخطأ المعياري للمتوسط $\bar{Y}_{i.}$ هو

Standard error $\qquad S_{\bar{Y}_{i.}} = \sqrt{MSE/r}$

أما الخطأ المعياري للفرق بين متوسطين فهو

Standard error for the difference $S_{\overline{Y}_{i.}-\overline{Y}_{i.'}} = \sqrt{\dfrac{2\,MSE}{r}}$

وتحسب فترة الثقة للمتوسط μ_i كالآتي

$$\overline{Y}_{i.} - t_{(1-\alpha/2,\, t(r-1))}\, S_{\overline{Y}_{i.}} \leq \mu_i \leq \overline{Y}_{i.} + t_{(1-\alpha/2,\, t(r-1))}\, S_{\overline{Y}_{i.}}$$

حيث $t_{(1-\alpha/2,\, t(r-1))}$ هي قيمة t الجدولية بدرجة حرية $t(r-1)$ والتي تترك على يسارها مساحة قيمتها $(1-\alpha/2)$.

أما فترة الثقة للفرق بين متوسطين $\mu_i - \mu_{i'}$ فتحسب كالآتي :

$$\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{i.'} - t_{(t-\alpha/2,t(r-1))} S_{\overline{Y}_{i.}-\overline{Y}_{i.'}} \leq \mu_i - \mu_{i'} \leq$$

$$\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{i.'} + t_{(1-\alpha/2,t(r-1))} S_{\overline{Y}_{i.}-\overline{Y}_{i.'}}$$

وتحظى الفروق بين المتوسطات باهتمام الباحثين أكثر من اهتمامهم بمتوسطات المعالجات نفسها ويرجع ذلك إلى الأهداف الرئيسية للأبحاث التي وضحناها في الفصل الأول .

مثال (1-4)

أجرى باحث في المحاصيل تجربة لدراسة تأثير 4 أسمدة مختلفة على محصول الذرة ، فقام بتقسيم قطعة أرض في محطة تجارب زراعية تربتها متجانسة إلى 20 وحدة تجريبية متساوية في المساحات والأشكال ووزعت المعالجات الأربع عشوائياً على الوحدات التجريبية وبيانات التجربة معطاة في الجدول (4-4) حيث سجلت المشاهدات بالطن في الهكتار (t/ha) . وتحسب مجموع المربعات كما يلي :

جدول (4-4) : بيانات عن محصول الذرة باستخدام 4 أسمدة

المعالجات	1	2	3	4	5	Sum	$\bar{Y}_{i.}$
Control	3.96	1.70	2.52	2.92	3.04	14.14	2.826
K + N	3.84	3.36	3.28	4.16	3.95	18.59	3.718
K + P	2.52	2.28	3.24	2.36	2.56	12.96	2.592
N + P	3.16	3.68	3.50	3.47	3.12	16.93	3.386
					$\Sigma\Sigma Y_{ij} = 62.62$		$\bar{Y}_{..} = 3.131$

$$\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5} y_{ij}^{2} = 204.14 \qquad CF = \frac{(Y_{..})^2}{t\,r} = \frac{(62.62)^2}{4(5)} = 196.063$$

$$SSTo = \Sigma\Sigma\, y_{ij}^{2} - CF = 204.14 - 196.063 = 8.051$$

$$SST = \frac{1}{r}\Sigma\, y_{i.}^{2} - CF = \frac{1}{5}\,[14.14^{2} + \ldots + 16.93^{2}] - CF$$

$$= 200.023 - 196.063 = 3.96$$

$$SSE = SSTo - SST = 8.051 - 3.96 = 4.091$$

$$MST = \frac{SST}{t-1} = \frac{3.96}{4-1} = 1.32$$

$$MSE = \frac{SSE}{t(r-1)} = \frac{4.091}{4(5-1)} = 0.256$$

$$F = \frac{MST}{MSE} = \frac{1.32}{0.256} = 5.16$$

ونلخص حسابات التباين بالجدول (4-5) .

وقيم F الجدولية عند مستوى المعنوية 05. و 01. هي $F^{1-\alpha}_{t-1,\,t(r-1)}$

جدول (4-5) : تحليل التباين لبيانات الذرة .

S.O.V.	df	SS	MS	F
Treatment	3	3.960	1.320	5.16*
Error	16	4.091	0.256	
Total	19	8.051		

$$F^{.95}_{3,16} = 3.24 \qquad \text{عند } \alpha = .05$$

$$F^{.99}_{3,16} = 5.29 \qquad \text{عند } \alpha = .01$$

وبما أن F المحسوبة هي أكبر من 3.24 فنرفض فرض العدم H_0 عند مستوى المعنوية $\alpha = .05$ ولا نرفضها عند $\alpha = .01$. وباستخدام الطريقة المعهودة نضع علامة (*) أمام F بجدول تحليل التباين . ونلاحظ أن قيمة P-value هي تقريباً 025. > P-value > .01، وطبعاً باستخدام P-value نحصل على نفس النتيجة . وتلخص نتائج هذه التجربة بكتابة جدول لكل المتوسطات الأربعة مع إيجاد الخطأ المعياري للمتوسطات وهو :

الخطأ المعياري للمتوسط $\bar{Y}_{i.}$ هو : $S_{\bar{Y}_{i.}} = \sqrt{\frac{MSE}{r}} = \sqrt{\frac{0.256}{5}} = 0.226$

والخطأ المعياري للفرق بين متوسطين $\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{i.'}$ هو :

$$S_{\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{i.'}} = \sqrt{\frac{2MSE}{r}} = \sqrt{\frac{2(0.256)}{5}} = 0.320$$

وفترة الثقة لمتوسط المعالجة (K + N) بمستوى ثقة 0.95 هي

$$\bar{Y}_{2.} - t_{(.975,\ 16)} S_{\bar{Y}_{i.}} \leq \mu_2 \leq \bar{Y}_{2.} + t_{(.975,\ 16)} S_{\bar{Y}_{i.}}$$

$$3.718 - 2.12(0.226) \leq \mu_2 \leq 3.718 + 2.12(0.226)$$

$$3.24 \leq \mu_2 \leq 4.20$$

ونستنتج من هذه النتيجة أن 95% فترة الثقة لمتوسط محصول المعالجة (K+N) هي (4.20 , 3.24) وهذا لا يعني أن μ_2 تتراوح بين 3.24 و 4.20 لأن μ_2 ليس متغيراً عشوائياً ولكن ذلك يعني لو كرّرنا التجربة 100 مرة وفي كل مرة نحسب فترة الثقة للمتوسط μ_2 فسيوجد μ_2 95 مرة في فترات الثقة المحسوبة.

ونستخدم الفرق بين متوسطي المعالجة الثانية (K + N) والمعالجة الثالثة (K + P) كمثال لفترة الثقة للفرق بين متوسطين ، ولنفترض أن مستوى الثقة المطلوب هو 99% فتحسب تلك الفترة كما يلي :

$$\overline{Y}_{2.}-\overline{Y}_{3.}-t_{(.995,\,16)}\,S_{\overline{Y}_{2.}-\overline{Y}_{3.}} \leq \mu_2-\mu_3 \leq \overline{Y}_{2.}-\overline{Y}_{3.}+t_{(.995,\,16)}.S_{\overline{Y}_{2.}-\overline{Y}_{3.}}$$

$$(3.718 - 2.592) - 2.921(0.320) \leq \mu_2-\mu_3 \leq (3.718 - 2.592) + 2.921(0.320)$$

$$0.191 \leq \mu_2-\mu_3 \leq 2.061$$

4 - 5 تحليل بيانات CRD في حالة عدم تساوي التكرارات
CRD with Unequal Replication

يستخدم التصميم التام التعشية في بعض الأحيان عندما تكون هناك صعوبة في مساواة عدد التكرارات لكل المعالجات ، وذلك نظراً لسهولة تحليل البيانات في حالة عدم تساوي التكرارات . وكأمثلة لهذا الاستخدام :

- في تجارب الأعلاف على الحيوانات غالباً ما يكون عدد الحيوانات من الأصناف المختلفة غير متساوٍ.
- التجارب الحقلية التي يتوقع فيها تلف بعض الوحدات التجريبية أثناء إجراء التجربة .

البيانات :

تكون بيانات التصميم التام التعشية مع عدم تساوي التكرارات على النحو الموضح بالجدول (6-4) . ثم نعرف ما يلي :

- مجموع المشاهدات الكلية $$Y_{..} = \sum_{i=1}^{t} \sum_{j=1}^{r_i} y_{ij}$$

- مجموع المعالجة i $$Y_{i.} = \sum_{j} y_{ij}$$

- المتوسط العام $$\overline{Y}_{..} = Y_{..} / r_{.}$$

حيث $$r_{.} = \sum_{i=1}^{t} r_i$$

جدول (6-4) : بيانات تجربة CRD مع عدم تساوي التكرارات

التكرارات	المعالجات (i) 1	2	... i	... t	
1	Y_{11}	Y_{21}	Y_{i1}	Y_{t1}	
2	Y_{12}	Y_{22}	Y_{i2}	Y_{t2}	
:	:	:	:	:	
j	Y_{1j}	Y_{2j}	Y_{ij}	Y_{tj}	
:	:	:	:	:	
r_i	Y_{1r_1}	Y_{2r_2}	Y_{ir_i}	Y_{tr_t}	
المجموع	$Y_{1.}$	$Y_{2.}$	$Y_{i.}$	$Y_{t.}$	$Y_{..}$
المتوسط	$\overline{Y}_{1.}$	$\overline{Y}_{2.}$	$\overline{Y}_{i.}$	$\overline{Y}_{t.}$	$\overline{Y}_{..}$

وجدول تحليل التباين لتجارب التصميم التام التعشية في حالة عدم تساوي التكرارات هو نفس الجدول لحالة تساوي التكرارات مع بعض التعديلات الطفيفة التي تأخذ بعين الاعتبار أن هناك r_i تكرار لكل معالجة i . فتصبح مكونات

الجدول كما يلي

$$SSTo = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r_i}(Y_{ij} - \overline{Y}_{..})^2 = \sum_i\sum_j Y_{ij}^2 - CF, \quad CF = \frac{Y_{..}^2}{r_.}$$

$$SST = \sum_i r_i(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^{t} Y_{i.}^2/r_i - CF$$

$$SSE = \sum_i\sum_j(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.})^2 = \sum_i\sum_j Y_{ij}^2 - \sum_i Y_{i.}^2/r_i = SSTo - SST$$

وتصبح درجات الحرية كالآتي :

$$df_{SSTo} = df_{SST} + df_{SSE}$$

$$r_. - 1 = t - 1 + r_. - t$$

أما اختبار F فيرفض H_0 إذا كانت : $F > F_{t-1, r_.-t}^{1-\alpha}$. كما تتغير الأخطاء المعيارية فتصبح

$$S_{\overline{Y}_{i.}} = \sqrt{MSE/r_i}$$

$$S_{\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{i'.}} = \sqrt{MSE\left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_{i'}}\right)}$$

وتصبح فترة الثقة للمتوسط μ_i كما يلي :

$$\overline{Y}_{i.} - t_{(1-\alpha/2,\, r_.-t)} S_{\overline{Y}_{i.}} \le \mu_i \le \overline{Y}_{i.} + t_{(1-\alpha/2,\, r_.-t)} S_{\overline{Y}_{i.}}$$

وفترة الثقة للفرق بين متوسطي معاملتين $\mu_i - \mu_{i'}$ بمستوى ثقة $(1 - \alpha)\%$ 100 هي

$$\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{i.}' - t_{(1-\alpha/2,\, r.-t)}\, S_{\overline{Y}_{i.}-\overline{y}_{i}'} \le \mu_i - \mu_i' \le$$

$$\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{i.}' + t_{(1-\alpha/2,\, r.-t)}\, S_{\overline{Y}_{i}-\overline{Y}_{r.}}$$

مثال (2-4)

أجريت تجربة لمقارنة محصول خمسة أصناف من العدس تحت الظروف الطبيعية واستخدم التصميم التام التعشية بخمسة تكرارات . ولكن أثناء إجراء التجربة تلفت بعض الوحدات التجريبية . وتمثل البيانات التالية نتائج هذه التجربة .

جدول (4-7) : محصول أربعة أصناف من العدس (kg/ha)

	A	B	C	D	E	مجموع
التكرارات	770	540	320	730	550	
	630	390	310	890	660	
	750	440	355	750	510	
	670	475		725	460	
	790	-				
مجموع	3610	1845	985	3095	2180	11715
r_i	5	4	3	4	4	20
$\overline{Y}_{i.}$	722	461.25	328.33	773.75	545	585.75

وفيما يلي خطوات حساب مكونات جدول تحليل التباين :

معامل التصحيح

$$CF = \frac{(Y..)^2}{r.} = \frac{(11715)^2}{20} = 6862061.25$$

$$SSTo = \sum_{i=1}^{5} \sum_{j=1}^{r_i} y_{ij}^2 - CF = 770^2 + 630^2 + \dots + 460^2 - CF$$

$$= 7435675 - 6862061.25 = 573613.75$$

$$SST = \sum_{i=1}^{5} Y_{i.}^{2}/r_i - CF = (3610^2/5) + (1845)^2/4 + \ldots + (2180^2/4) - CF$$

$$= 7363690.833 - 6862061.25 = 501629.583$$

$$SSE = SSTo - SST = 573613.75 - 501629.583 = 71984.167$$

$$MST = SST/t - 1 = (501629.583)/(5 - 1) = 125407.396$$

$$MSE = SSE/(r_{.} - t) = 71984.167/(20-5) = 4798.94$$

$$F = MST/MSE = 26.13$$

ونلخص كل هذه الحسابات في جدول تحليل التباين التالي :

S.O.V.	df	SS	MS	F
Treatments	4	501629.583	125407.396	26.13**
Error	15	71984.167	4798.94	
Total	19	573613.75		

وقيمة P-value لاختبار F هي أقل من .001 ولذلك نرفض H_0 عند كل مستويات المعنوية المستخدمة أي $\alpha = .10$ و .05 و .01 ، وذلك نظراً لأن $\text{P-value} < \alpha$ لكل منها . ونستخلص من هذه التجربة أن هناك اختلافات معنوية بين متوسطات الأصناف الخمسة . ونلخص النتائج في جدول يشتمل على المتوسطات والخطأ المعياري لكل متوسط.

	A	B	C	D	E
Mean	722.0	461.25	328.33	773.75	545.0
Std Error	30.98	34.64	39.99	34.64	34.64

4 - 6 النماذج الثابتة والنماذج العشوائية للتصميم التام التعشية

Fixed and Random Models for a CRD.

إن قيمة أي مشاهدة في التصميم التام التعشية يمكن تمثيلها بالنموذج الخطي التالي :

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + e_{ij}$$

والنموج الخطي إلى جانب أنه يصف المشاهدة فهو الذي يحدد مصادر الاختلاف في جدول تحليل التباين . ويرتكز تعريف الأجزاء المكونة لهذا النموذج على الافتراضات التي يضعها الباحث حول المعالجات التي أدخلت في التجربة .

وكما ذكرنا في الفقرة (4-4) قد تكون المعالجات ثابتة أي تكون تلك التي أدخلت في التجربة هي الغرض الأساسي من التجربة وهي فقط المراد وضع الاستدلال حولها . وفي هذه الحالة تعرف τ_i بأنها ثابتة ولذلك $\sum_{i=1}^{t} \tau_i = 0$.

وقد تكون المعالجات عبارة عن عينة عشوائية من مجتمع متكون من العديد من المعالجات وهنا يصبح الغرض من التجربة هو تقدير التباين بين متوسطات المعالجات وليس تقدير متوسطات تلك المعالجات . لذلك فإذا أعيدت مثل هذه التجربة سيتم اختيار عينة عشوائية أخرى من المعالجات . وفي هذه الحالة تعرف τ_i بأنها تأثير عشوائي للمعالجة i . ونفترض أن قيم τ_i هي عبارة عن عينة عشوائية من مجتمع التأثيرات الموزع حسب التوزيع الطبيعي بمتوسط صفر وتباين σ_τ^2 أي

$$\tau_i \sim N(0, \sigma_\tau^2)$$

لذلك في النماذج الثابتة يكون اهتمام الباحث بالمعالجات المدخلة في التجربة فقط ، حيث يريد صياغة استنتاجات حول هذه المعالجات مثل تجربة لمقارنة4 أنواع من المبيدات وتأثيرها على حشرة معينة أو تجربة لدراسة انتاجية

3 أنواع من آلات الحصاد .

أما في النماذج العشوائية فيكون اهتمام الباحث بمجتمع للمعالجات حيث يصعب ادخال كل أفراد هذا المجتمع في التجربة فتأخذ عينة عشوائية منها ويدخلها في التجربة ، ومن الأمثلة لهذه التجارب دراسة استجابة أصناف الذرة في البلد لسماد معين ، فإن كان هناك في البلد 100 صنف من الذرة سيصعب ادخالها كلها في التجربة ولهذا نأخذ عينة عشوائية من تلك الأصناف ، لنفترض أنها متكونة من خمسة أصناف ، فهي التي تدخل ضمن التجربة لتمثل كل الأصناف ، وبالتالي ينصب اهتمامنا هنا على 100 صنف من الذرة وليس على الأصناف الخمسة فقط .

لذلك يتلخص الاختلاف بين النموذج الثابت والنموذج العشوائي في تعريف τ_i :

- نموذج ثابت : (Fixed model) τ_i ثابت حيث $\sum_{i=1}^{t} \tau_i = 0$
- نموذج عشوائي :(Random model) τ_i عشوائي حيث $\tau_i \sim N(0, \sigma_\tau^2)$

وفي أهداف التجربة وتفسير نتائجها .

ويحسب جدول التباين لكلا النموذجين بنفس الطريقة ولكن هناك اختلاف في تفسير النتائج ونوضح ذلك في الجدول (4-8) الذي يلخص التوقعات الرياضية لمتوسطات مربعات (Expected mean squares) النموذجين . ونلاحظ من هذا الجدول وبالنسبة للنموذج الثابت أن MSEيقدر تباين الاخطاء العشوائية المعرف في الافتراض $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$ ، بينما يقدر MST التباين σ^2 مضافاً له قيمة موجبة هي دالة في مجموع مربعات التأثيرات الثابتة للمعالجات . لهذا فاختبار F للنموذج الثابت يقدر القيمة التالية :

$$\left[\sigma^2 + r\sum_{i=1}^{t} \tau_i^2 / (t-1)\right] / \sigma^2$$

وهو إذن عبارة عن مقارنة بين تباينين مستقلين يقدران نفس القيمة عندما تكون

جدول (4-8) : التوقع الرياضي لمتوسطات المربعات في تحليل التباين لتصميم CRD مع تساوي التكرارات

S.O.V.	df	MS	E(MS)		
			Fixed	Random	F
Treatment	t - 1	MST	$\sigma^2 + \frac{r \Sigma \tau_i^2}{t-1}$	$\sigma^2 + r\sigma_\tau^2$	MST/MSE
Error	t(r-1)	MSE	σ^2	σ^2	

H_0 صحيحة . أما بالنسبة للنموذج العشوائي فيقدر F القيمة

$$\left[\sigma^2 + r\sigma_\tau^2\right] / \sigma^2$$

وهنا يقوم أيضاً اختبار F بمقارنة تباينين أي MST و MSE والتي تقدر نفس القيمة σ^2 عندما تكون H_0 صحيحة . ويتضح من هذا المعادلات دور اختبار F لكلا النموذجين ، فبالنسبة للنموذج الثابت يختبر F الفرضية والبديلة

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \ldots = \tau_t = 0$$

$$H_a : \tau_i \neq 0 \quad \text{على الأقل واحدة}$$

وللنموذج العشوائي يختبر

$$H_0 : \sigma_\tau^2 = 0$$

$$H_a : \sigma_\tau^2 > 0$$

ونهتم في النماذج الثابتة بتقدير $\mu_i = \mu + \tau_i$ حيث يكون التقدير $\hat{\mu}_i = \overline{Y}_i$ وهو تقدير غير منحاز (unbiased) . أما في النماذج العشوائية فيكون الاهتمام باختبار الفرضية $H_0 : \sigma_\tau^2 = 0$ إلى جانب تقدير التباين σ_τ^2 ، فبما أن

$$E(MST) = \sigma^2 + r\sigma_\tau^2$$

$$E(MSE) = \sigma^2$$

نستنتج تقدير σ_τ^2 كالتالي :

$$\hat{\sigma}_\tau^2 = \frac{MST - MSE}{r}$$

وهذا تقدير غير منحاز للتباين σ_τ^2 .

4 - 7 التصميم التام التعشية مع معاينة الوحدات التجريبية

C.R.D when Sampling Experimental Units (Nested or Hierarchical Data)

في بعض تجارب التصميم التام التعشية قد يسجل الباحث العديد من المشاهدات داخل الوحدة التجريبية الواحدة . أي بدلاً من أن يأخذ القياس على كامل الوحدة التجريبية يأخذ عينة عشوائية من داخل الوحدة التجريبية وتصبح الوحدة التي أخذ عليها القياس هي وحدة المعاينة (Sampling unit) . ولنأخذ مثلاً باحث في الانتاج النباتي قام بتجربة لدراسة تأثير أربع أنواع مختلفة من الأسمدة على محصول البرسيم ، واستخدم لذلك تصميم CRD حيث تم توزيع المعالجات على وحدات تجريبية كبيرة . وفي موسم الحصاد عوض أن يأخذ قياس المحصول على كامل الوحدة التجريبية أخذ ثلاثة قطع صغيرة داخل كل وحدة وحصدها وقاس المحصول . ففي هذه الحالة أخذ القياس على وحدة المعاينة وليس على الوحدة التجريبية كلها .

وينتج من هذه المعاينة مصدرين للإختلاف

- اختلافات بين وحدات المعاينة داخل الوحدات التجريبية .
- اختلافات بين الوحدات التجريبية التي أخذت نفس المعالجة .

ويسمى الأول بخطأ المعاينة (Sampling error) أما الثاني فهو المعروف بالخطأ التجريبي (Experimental error) . وفيما يلي نوضح هذا المفهوم بالنموذج الخطي للتجربة .

النموذج الخطي : Linear Model

النموذج الخطي الذي يصف أية مشاهدة في هذه التجربة هو

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} + \eta_{ijk}$$

$$i = 1, ..., t \quad , \quad j = 1, ..., r \quad , \quad k = 1, ..., s$$

حيث أن

Y_{ijk} هي قيمة المشاهدة k من الوحدة التجريبية j من المعالجة i

μ المتوسط العام

τ_i تأثير المعالجة i

ε_{ij} الخطأ العشوائى للوحدة التجريبية j من المعالجة i

η_{ijk} الخطأ العشوائي لوحدة العينة k من الوحدة التجريبية j من المعالجة i

والافتراضات الأساسية لهذا النموذج هي

$$\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_e^2)$$

$$\eta_{ijk} \sim N(0, \sigma_\eta^2)$$

وطبعاً إذا كانت المعالجات عبارة عن عينة عشوائية من مجتمع معين نضيف الافتراض التالي :

$$\tau_i \sim N(0, \sigma_\tau^2) \qquad \text{(Random Model)}$$

أما إذا كانت ثابتة فتحسب تأثيرات المعالجات على شكل انحرافات من μ ونضع القيد التالي على النموذج

$$\sum_{i=.}^{t} \tau_i = 0 \qquad \text{(Fixed Model)}$$

البيانات :

إذا افترضنا أن لدينا t معالجة كررت كل منها r تكراراً وسحبت عينات حجمها s من داخل كل وحدة تجريبية فتكون بيانات هذه التجربة على النحو المجسم في الجدول (4-9) . ونلخص فيما يلي طريقة حساب المجاميع والمتوسطات:

- مجموع المشاهدات للوحدة التجريبية j من المعالجة i $\quad Y_{ij.} = \sum_{k=1}^{s} Y_{ijk}$

جدول (4-9) : بيانات تصميم CRD مع المعاينة .

Treatment	Exp. Unit	المشاهدات 1	2	...	s	E.U. Total	Treat. Tot.
1	1	Y_{111}	Y_{112}	...	Y_{11S}	$Y_{11.}$	
	2	Y_{121}	Y_{122}	...	Y_{12S}	$Y_{12.}$	
	:	:			:	:	
	r	Y_{1r1}	Y_{1r2}	...	Y_{1rS}	$Y_{1r.}$	$Y_{1..}$
2	1	Y_{211}	Y_{212}	...	Y_{21S}	$Y_{21.}$	
:	2	Y_{211}	Y_{222}	...	Y_{22S}	$Y_{22.}$	
	:	:			:	:	
	r	Y_{2r1}	Y_{2r2}	...	Y_{2rS}	$Y_{2r.}$	$Y_{2..}$
:	:	:			:	:	
t	1	Y_{t11}	Y_{t12}	...	Y_{t1S}	$Y_{t1.}$	
	2	Y_{t21}	Y_{t22}	...	Y_{t2S}	$Y_{t2.}$	
	:	:			:	:	
	r	Y_{tr1}	Y_{tr2}	...	Y_{trs}	$Y_{tr.}$	$Y_{t..}$
مجموع							$Y_{...}$

- مجموع مشاهدات المعالجة i

$$Y_{i..} = \sum_{j=1}^{r} Y_{ij.}$$

- المجموع الكلي

$$Y_{...} = \sum_{i=1}^{t} Y_{i..}$$

- متوسط المعالجة i

$$\overline{Y}_{i..} = Y_{i..}/rs$$

- المتوسط العام

$$\overline{Y}_{...} = Y_{...}/trs$$

جدول تحليل التباين

يشتمل جدول تحليل التباين لتصميم CRD مع المعاينة على مصدر

اختلاف جديد وهو الاختلافات بين وحدات المعاينة داخل الوحدات التجريبية ويسمى هذا المصدر بخطأ المعاينة (Sampling error) . ويلخص الجدول (10-4) طريقة العرض لتحليل التباين والتوقعات الرياضية لمتوسطات المربعات .

جدول (10-4) : تحليل التباين لتصميم CRD مع المعاينة .

S.O.V.	ds	SS	MS	E(MS) Fixed	Random	F
Treatment	t - 1	SST	MST	$\sigma^2_\eta + s\sigma^2_e + rs\dfrac{\Sigma\tau^2_i}{t-1}$	$\sigma^2_\eta + s\sigma^2_e + rs\sigma^2_\tau$	F_T
Exp. Error	t(r-1)	SSE	MSE	$\sigma^2_\eta + s\,\sigma^2_e$	$\sigma^2_\eta + s\,\sigma^2_e$	F_E
Samp. Error	tr(s-1)	SSS	MSS	σ^2_η	σ^2_η	
Total	trs-1	SSTo				

$$SSE = \sum_i \sum_j (\overline{Y}_{ij.} - \overline{Y}_{i..})^2 = \frac{1}{s}\Sigma\Sigma Y^2_{ij} - \frac{1}{rs}\Sigma Y^2_{i..}$$

$$= \frac{1}{s}\Sigma\Sigma Y^2_{ij.} - CF - SST$$

وتحسب مجموع مربعات جدول (10-4) على النحو ألتالي :

$$SSTo = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{s}(Y_{ijk} - \overline{Y}_{...})^2 = \Sigma\Sigma\Sigma Y^2_{ijk} - CF, \quad CF = Y^2_{...}/trs$$

$$SST = \frac{1}{rs}\sum_{i=1}^{t}(\overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{...})^2 = \frac{1}{rs}\Sigma Y^2_{i..} - CF$$

$$SSS = \sum_i\sum_j\sum_k (Y_{ijk} - \overline{Y}_{ij.})^2 = SSTo - SST - SSE$$

وتحسب متوسطات المربعات كما يلي :

$$MST = SST / t - 1$$

$$MSE = SSE / t(r - 1)$$

$$MSS = SSS / tr(s - 1)$$

واختبارات F هي :

$$F_T = MST / MSE$$

$$F_E = MSE / MSS$$

ويختبر F_E بالنسبة للنموذج الثابت والعشوائي معا الفرضية $H_0 : \sigma_e^2 = 0$ ضد البديلة $H_a : \sigma_e^2 > 0$ وهذا واضح من الجدول (4-10) بمجرد النظر إلى التوقعات الرياضية .

ويختبر F_T في حالة النماذج الثابتة الفرضية

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \ldots = \tau_t = 0$$

ضد البديلة : $H_a : \tau_i \neq 0$ على الأقل τ_i واحدة

أي يختبر ما إذا كان هناك فروق معنوية بين المتوسطات . وأما في حالة النماذج العشوائية فيختبر F_T

$$H_0 : \sigma_\tau^2 = 0$$

$$H_a : \sigma_\tau^2 > 0$$

وطبعاً هذا أيضا واضح من الجدول (4-10) والتوقعات الرياضية لمتوسطات المربعات المكونة لاختبار F_T .

والخطأ المعياري للمتوسط $\overline{Y}_{i..}$ هو

$$S_{\overline{Y}_{i..}} = \sqrt{MSE / rs}$$

والخطأ المعياري للفرق بين متوسطين $\overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{i'..}$ هو

$$S_{\overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{i'..}} = \sqrt{2MSE / rs}$$

ـترة الثقة للمتوسط μ_i هي

$$\overline{Y}_{i..} \pm t_{(1 - \alpha/2,\, t(r - 1))} S_{\overline{Y}_{i..}}$$

وفترة الثقة للفرق بين متوسطين $\mu_i - \mu_{i'}$ هي :

$$\overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{i..'} \pm t_{(1-\alpha/2,\, t(r-1))} S_{\overline{Y}_{L} - \overline{Y}_{L'}}$$

مثال (3-4) :

أجريت تجربة على الفئران لدراسة تأثير دوائين على استجابة الجهاز العصبي مع معالجة المراقبة (Control) واستخدم في هذه التجربة 18 فأراً وقع توزيعها عشوائياً إلى ثلاث مجموعات واستلمت كل مجموعة معالجة من المعالجات الثلاث ، وسجلت لكل فأر ثلاثة قياسات في أوقات مختلفة بحيث أصبح لدينا ثلاث مشاهدات لكل وحدة تجريبية، وبالتالي فهذه الحالة هي عبارة عن معاينة داخل الوحدات التجريبية . ولخصت البيانات في الجدول (4-11) . ونبدأ أولاً بالتأكد من تجانس التباين بين المجموعات الثلاث وذلك بحساب التباين لكل مجموعة $S_i^2 ; i = 1,2,3$ ثم باستخدام اختبار Bartlett (انظرالفقرة 3-4-1) لاختبار الفرضية $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2$ والتي كما ذكرنا في الفصل الثالث هي من الافتراضات الأساسية لتحليل التباين .

جدول (4-11) : تأثير ثلاث معالجات على الجهاز العصبي عند الفئران

المعالجة		
T_1 (Control)	T_2	T_3
41 42 40	34 33 35	35 36 37
50 51 52	37 39 38	32 31 31
46 47 45	30 31 32	44 43 45
53 51 52	42 41 41	45 44 44
45 44 46	35 34 36	35 36 37
52 50 51	27 28 26	40 39 38

$$\Sigma\Sigma\Sigma Y_{ijk}^2 = 89875$$

وحساب S_i^2 يختلف بعض الشيء عن المعهود وذلك نظراً لوجود مشاهدات داخل الوحدات التجريبية . ونوضح فيما يلي وبصفة عامة عملية حساب S_i^2 لمثل هذه الحالات .

لنفترض أن n_{ij} هي عدد المشاهدات من المعالجة i داخل الوحدة التجريبية j حيث $i = 1, ..., t$ و $j = 1, ..., r_i$ ، و r_i هي عدد التكرارات للمعالجة i أي في حالة عدم تساوي التكرارات . وترمز Y_{ijk} للمشاهدة k من الوحدة j من المعالجة i فيحسب S_i^2 كالتالي :

$$S_i^2 = \left[\sum_{j=1}^{r_i} (Y_{ij.}^2 / n_{ij}) - Y_{i..}^2 / \sum_{j=1}^{r_i} n_{ij} \right] / (r_i - 1)$$

وبالنسبة للمثال (3-4) تصبح S_i^2

$$S_i^2 = \left[\sum_{j=1}^{6} Y_{ij.}^2 / 3 - Y_{i..}^2 / 18 \right] / (6 - 1)$$

وذلك نظراً لأن $r = 6$ و $n_{ij} = 3$. وباستخدام المعادلة الأخيرة نحصل على التباينات التالية $S_1^2 = 57.20$ و $S_2^2 = 76.72$ و $S_3^2 = 77.02$ وقيمة اختبار Bartlett هي $B = 0.129$ ، وبمقارنتها بالقيمة الجدولية $\chi^2_{(.99,2)} = 4.61$ فلا نرفض H_0 ونستنتج أن $\sigma_i^2 \quad i = 1,2,3$ متجانسة وبالتالي فليس هناك مشكلة في تنفيذ تحليل التباين على البيانات الأصلية وبدون تحويلها إلى أشكال أخرى مثل تلك الموضحة بالجدول (3-5) .

ولتبسيط حساب مجموع مربعات التباين نلخص بيانات الجدول (4-11) في الجدول (4-12) ، حيث جمعت المشاهدات الثلاث لكل وحدة تجريبية . وتحسب مجموعات المربعات كما يلي :

$$SSTo = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{6} \sum_{k=1}^{3} Y_{ijk}^2 - CF \ , \qquad CF = \frac{(2169)^2}{54}$$

جدول (4-12): بيانات الجدول (4-11) مع تجميع المشاهدات لكل وحدة تجريبية

	المعالجة T_1	T_2	T_3	Sum
	123	102	108	
	153	114	94	
	138	93	132	
	156	124	133	
	135	105	108	
	153	81	117	
Sum	858	619	692	2169

$$= 89875 - (2169)^2 / 54 = 2753.5$$

$$SST = \frac{1}{18}\left[(858)^2 + (619)^2 + (692)^2\right] - \frac{(2169)^2}{54}$$

$$= 88788.2778 - (2169)^2 / 54 = 1666.7778$$

$$SSE = \frac{1}{3}\left[123^2 + 102^2 + \dots + 117^2\right] - 88788.2778$$

$$= 89843 - 88788.2778 = 1054.7222$$

$$SSS = SSTo - SST - SSE = 2753.5 - 1666.7778 - 1054.7222 = 32.0$$

ونلخص هذه المجاميع في جدول تحليل التباين الموضح بالجدول (4-13) .
ولاختبار الفرضية حول المتوسطات أي $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ نستخدم الاختبار $F_T = MST / MSE$ حيث أن قيمته 11.85 هي أكبر من $F^{.95}_{2,15} = 3.68$ و $F^{.99}_{2,15} = 6.68$ فالنتائج معنوية عند مستوى $\alpha = .05$ و $\alpha = .01$.

ولإجراء هذا الاختبار في برنامج SAS (انظر الملحق في هذا الفصل) تم تحديد الخطأ التجريبي على أنه مجموع المربعات للاختلافات بين الحيوانات داخل المعالجات (Among animals within treatments) .

جدول (4-13) : جدول تحليل التباين للمثال (4-3) .

S.O.V	df	SS	MS	F
Treatments	2	1666.7778	833.389	11.85**
Exp. Error (Animals within Treat.)	15	1054.7222	70.315	
Sampling Error (Measurements within Animals)	36	32.00	0.889	
Total	53	2753.5		

ونذكر هنا بأن خطأ المعاينة هو عبارة عن مجموع مربعات الإختلافات بين القياسات داخل الحيوانات ، ونلاحظ من الجدول (4-13) أن MSE = 70.31 في حين أن MSS = 0.889 ، ويدل هذا على أن معظم الاختلافات هي بين الحيوانات وليست بين القياسات أي نتيجة للمعاينة.

ولو أردنا إيجاد 95% فترة الثقة لمتوسط المعالجة T_3 فتحسب كالآتي :

$$\overline{Y}_{3..} \pm t_{(.975,\ 15)} \sqrt{MSE / r\,s}$$

$$38.444 \pm 2.131 \sqrt{70.315 / 6(3)} \ : (34.23,\ 42.66)$$

أو $34.23 \leq \mu_3 \leq 42.66$.

تمارين

1-4 جربت أربعة أنواع من الغذاء (Diet) على أربع مجموعات من الفئران لدراسة تأثيرها على الكبد ، وكانت نسب أوزان الكبد للوزن الكلي بعد التجربة هي:

Diet			
A	B	C	D
3.42	3.17	3.34	3.64
3.96	3.63	3.72	3.93
3.87	3.38	3.81	3.77
4.19	3.47	3.66	4.18
3.58	3.39	3.55	4.21
3.76	3.41	3.51	3.88
3.84	3.55		3.96
	3.44		3.91

Gill (1978)

أ - اختبر افتراض ثبات التباين باستخدام اختبار Bartlett ؟

ب - أوجد جدول تحليل التباين واختبار F للمقارنة بين أنواع الغذاء ؟

ج - أوجد فترة الثقة بمستوى ثقة 95% لمتوسط A ؟

د - أوجد فترة الثقة بمستوى ثقة 95% للفرق بين متوسطي A و B ؟

2-4 أجريت تجربة في محطة التجارب الزراعية بديراب - جامعة الملك سعود لدراسة تأثير ثلاثة مستويات للري (Stress - Medium - Wet) على محصول الذرة والمتمثل في وزن (gr) السنابل لمائة نبتة ذرة .

Treatment		
Stress	Medium	Wet.
88	81	91
70	75	92
98	92	99
104	82	97
92	92	93
74	93	91

أ - أوجد جدول تحليل التباين لهذه التجربة (MSE = 82.067)

ب - هل توجد فروق بين متوسطات المعالجات عند $\alpha = .05$ ؟

ج - لخص نتائج هذه التجربة .

3-4 وزعت ثلاث معالجات : معالجة المراقبة وإضافة فيتامين I وفيتامين II ، على

30 حيواناً بطريقة عشوائية وقيست الزيادة في الأوزان (kg) لتلك الحيوانات وكانت النتائج كما يلي :

Control	V_1	V_2
5.09	4.23	4.73
4.41	5.45	5.23
3.73	4.27	4.05
4.14	4.59	3.59
5.00	4.68	4.91
3.32	4.14	3.82
3.73	3.77	4.26
3.94	5.09	4.59
3.56	4.78	4.04
4.07	4.92	4.38

أ – اختبر تجانس التباين بين المجموعات الثلاثة .

ب – هل هناك فرق معنوي بين المتوسطات ؟

ج – اوجد فترة الثقة بمستوى ثقة 95% لكل المتوسطات .

د – أوجد فترة الثقة بمستوى ثقة 95% للفرق بين V_1 والمراقبة والفرق بين V_2 والمراقبة .

مثال (4 - 1)

```
OPTION LS=65;
DATA CORN;
  DO TREAT = 'CT', 'KN', 'KP', 'NP';
     DO REP = 1 TO 5;
       INPUT Y @ @; OUTPUT;
     END;
  END;
CARDS;
3.96 1.70 2.52 2.92 3.04
3.84 3.36 3.28 4.16 3.95
2.52 2.28 3.24 2.36 2.56
3.16 3.68 3.50 3.47 3.12
;
PROC ANOVA DATA = CORN;
 CLASS TREAT REP;
  MODEL Y = TREAT;
MEANS TREAT;
RUN;
```

```
                 Analysis of Variance Procedure
                     Class Level Information

                 Class    Levels    Values

                 TREAT         4    CT KN KP NP
                 REP           5    1 2 3 4 5

             Number of observations in data set = 20

Dependent Variable: Y

Source                 DF  Sum of Squares    F Value     Pr > F

Model                   3      3.95962000       5.16     0.0110
Error                  16      4.09176000
Corrected Total        19      8.05138000

                  R-Square         C.V.               Y Mean
                  0.491794    16.151469           3.13100000

                 Analysis of Variance Procedure

Dependent Variable: Y

Source                 DF        Anova SS    F Value     Pr > F

TREAT                   3      3.95962000       5.16     0.0110

          Level of         ---------------Y--------------
          TREAT      N       Mean              .SD

          CT         5     2.82800000       0.82190024
          KN         5     3.71800000       0.38212563
          KP         5     2.59200000       0.37989472
          NP         5     3.38600000       0.23891421
```

مثال (4 - 2)

```
OPTION LS=65;
DATA LENTIL;
  DO VARIETY = 'A', 'B', 'C', 'D' ,'E';
       INPUT Y @ @; OUTPUT;
  END;
CARDS;
770 540 320 730 550
630 390 310 890 660
750 440 355 750 510
670 475  .  725 460
790  .   .   .   .
;
PROC ANOVA DATA = LENTIL;
 CLASS VARIETY;
  MODEL Y = VARIETY;
MEANS VARIETY;
RUN;
```

```
                 Analysis of Variance Procedure

                  Class     Levels    Values
                  VARIETY        5    A B C D E

             Number of observations in data set = 25

NOTE: Due to missing values, only 20 observations can be used in
                       this analysis.

Dependent Variable: Y

Source                  DF  Sum of Squares   F Value    Pr > F

Model                    4  501629.5833333     26.13    0.0001
Error                   15   71984.1666667
Corrected Total         19  573613.7500000

                  R-Square          C.V.              Y Mean
                  0.874508      11.826618       585.75000000

                 Analysis of Variance Procedure

Dependent Variable: Y

Source                  DF        Anova SS   F Value    Pr > F

VARIETY                  4   501629.583333     26.13    0.0001

          Level of     ---------------Y--------------
          VARIETY   N     Mean               SD

          A         5    722.000000       68.7022561
          B         4    461.250000       63.0310770
          C         3    328.333333       23.6290781
          D         4    773.750000       78.2490682
          E         4    545.000000       85.0490055
```

مثال (4 - 3)

```
OPTION LS=65;
DATA STIMUL;
 DO ANIMAL = 1 TO 6;
   DO TREAT = 'T1', 'T2', 'T3';
     DO S = 1 TO 3;
      INPUT Y @ @; OUTPUT;
     END;
   END;
 END;
CARDS;
41 42 40  34 33 35  35 36 37
50 51 52  37 39 38  32 31 31
46 47 45  30 31 32  44 43 45
53 51 52  42 41 41  45 44 44
45 44 46  35 34 36  35 36 37
52 50 51  27 28 26  40 39 38
;
PROC ANOVA DATA = STIMUL;
CLASS ANIMAL TREAT S;
MODEL Y = TREAT ANIMAL(TREAT);
TEST H = TREAT E = ANIMAL(TREAT);
MEANS TREAT / LSD E = ANIMAL(TREAT);
RUN;
```

```
                Analysis of Variance Procedure
                   Class Level Information

                Class     Levels    Values

                ANIMAL         6    1 2 3 4 5 6
                TREAT          3    T1 T2 T3
                S              3    1 2 3


            Number of observations in data set = 54


                Analysis of Variance Procedure

Dependent Variable: Y

Source                DF   Sum of Squares     F Value      Pr > F

Model                 17    2721.50000000      180.10      0.0001

Error                 36      32.00000000

Corrected Total       53    2753.50000000

                R-Square            C.V.                 Y Mean

                0.988378       2.3472424            40.16666667
```

Analysis of Variance Procedure

Dependent Variable: Y

Source	DF	Anova SS	F Value	Pr > F
TREAT	2	1666.77777778	937.56	0.0001
ANIMAL(TREAT)	15	1054.72222222	79.10	0.0001

Tests of Hypotheses using the Anova MS for
ANIMAL(TREAT) as an error term

Source	DF	Anova SS	F Value	Pr > F
TREAT	2	1666.77777778	11.85	0.0008

Analysis of Variance Procedure

T tests (LSD) for variable: Y

NOTE: This test controls the type I comparisonwise error rate
not the experimentwise error rate.

Alpha= 0.05 df= 15 MSE= 70.31481
Critical Value of T= 2.13
Least Significant Difference= 5.9577

Means with the same letter are not significantly different.

T Grouping	Mean	N	TREAT
A	47.667	18	T1
B	38.444	18	T3
B			
B	34.389	18	T2

الفصل الخامس
تصميم القطاعات العشوائية الكاملة
RANDOMIZED COMPLETE BLOCK DESIGN

5 - 1 مقدمــة

تطرقنا في الفصل السابق إلى التصميم التام التعشية، ورأينا كيفية توزيع المعالجات على كامل الوحدات التجريبية بدون قيد أو شرط، ولكن كان هناك شرط أساسي لتطبيق ذلك التصميم هو تجانس الوحدات التجريبية وإذا لم يتوفر هذا الشرط ستزيد الفروق التي توجد بين الوحدات التجريبية في قيمة الخطأ التجريبي، ويؤدي ذلك إلى التقليل من كفاءة التجربة وبالتالي اخفاء الفروق الحقيقية بين المعالجات .

لذلك إذا وجدت حالة عدم التجانس بين الوحدات التجريبية ، وهي حالة شائعة في العديد من التجارب ، فإنه من الواجب تجميع هذه الوحدات في مجموعات متجانسة أو قطاعات ثم نقوم بمقارنة المعالجات داخل القطاعات . وبهذه الطريقة تصبح بإمكاننا استخراج الاختلافات بين القطاعات من الخطأ التجريبي مما يؤدي إلى تصغير الخطأ التجريبي. ويعتبر تصميم القطاعات العشوائية الكاملة RCBD من التصميمات الأساسية والأكثر شيوعاً في ميادين البحث العلمي .

5 - 2 تجميع الوحدات التجريبية في قطاعات Blocking :

الغرض الأساسي من تجميع الوحدات التجريبية المتجانسة في قطاع واحد هو تمكين الباحث من مقارنة المعالجات بدقة كبيرة . وغالباً ما تكون هناك امكانية

لتجميع الوحدات التجريبية في قطاعات متجانسة ، إذا ما توفر لدينا معرفة بعض الظواهر الخاصة بالمادة التجريبية. وهناك العديد من الأفكار التي على أساسها نقوم بذلك التجميع . فمثلاً بالنسبة للتجارب الزراعية الحقلية تكون الوحدات التجريبية القريبة من بعضها متجانسة من ناحية التربة أكثر من الوحدات البعيدة ، لذلك تجمع الوحدات القريبة من بعضها في قطاع واحد ، بحيث إن وجدت اختلافات في الاستجابة (Response) سيكون مصدرها الاختلافات بين المعالجات وليست الاختلافات التي بين الوحدات التجريبية. وبالنسبة لتجارب الانتاج الحيواني تجمع الحيوانات حسب الصنف أو العمر أو الجنس أو الصفات الوراثية . وفي التجارب الصناعية نستخدم مصدر المادة التجريبية كعامل لتجميع الوحدات في قطاعات متجانسة . وغالباً ما يكون هناك عوامل تجميع أخرى تختلف بالنسبة لكل تجربة وذلك في شتى ميادين البحث العلمي.

والنقطة المهمة في عملية التجميع هي أن يكون التباين بين الوحدات التجريبية داخل القطاع أقل من التباين الذي بين كل الوحدات التجريبية ، وإلا تصبح عملية استخدام القطاعات غير ناجعة . وإذا لم يتوفر هذا الشرط تكون كفاءة هذا التصميم أقل من كفاءة التصميم التام التعشية .

ونستنتج من المفهوم السابق النقاط التالية :

- بالنسبة للتجارب الزراعية الحقلية إذا كان هناك ميل في الأرض أو اتجاه في درجة الخصوبة توضع القطاعات بطريقة متعامدة لذلك الاتجاه، مع تفضيل القطاعات الطويلة وغير العريضة .
- تفضل القطاعات الصغيرة التي تشتمل على أقل عدد من الوحدات التجريبية، نظراً لأنه كلما زاد حجم القطاع زاد التباين بين الوحدات التجريبية داخل القطاع، وهذا غير مستحب لأنه يقلل من دقة التجربة .
- نحصل على أفضل القطاعات بالتقليل من الاختلافات داخل القطاع وبزيادة الاختلافات بين القطاعات ، ولهذا نوحد دائماً الاجراءات التنفيذية للقطاع الواحد .

وإذا ما تمت عملية التجميع توزع المعالجات عشوائياً داخل كل قطاع بطريقة مستقلة عن القطاعات الأخرى في التجربة وهذا ما سنوضحه في عملية التعشية

بالفقرة (5-4) .

5 - 3 استخدامات مزايا وعيوب التصميم

يستخدم تصميم القطاعات العشوائية الكاملة في حالة عدم تجانس الوحدات التجريبية حيث يتمكن الباحث من عملية استخراج الاختلافات التي بين القطاعات من الخطأ التجريبي وبالتالي تتحسن دقة التجربة .

والمزايا الأساسية لهذا التصميم هي :

- تحسين دقة وكفاءة التجربة باستخدام القطاعات .
- امكانية استخدام أي عدد من القطاعات وأي عدد من المعالجات .
- التحليل الإحصائي يبقى بسيطاً حتى في حالة فقدان بعض المشاهدات.

وهناك بعض العيوب نذكر منها :

- إذا لم يتوفر التجانس بين الوحدات التجريبية داخل القطاع سيؤدي ذلك إلى زيادة قيمة الخطأ التجريبي .
- تنقص كفاءة التصميم بزيادة حجم القطاعات أو عدد المعالجات .
- يكون التصميم التام التعشية أفضل من هذا التصميم في حالة تجانس الوحدات التجريبية .

5 - 4 التعشية Randomization :

لتوضيح عملية التعشية لتصميم RCBD نفترض أن لدينا $t = 4$ معالجة : A, B, C, D و $r = 3$ قطاعات . فتقسم أولاً المادة التجريبية إلى ثلاثة قطاعات ويقسم كل قطاع إلى 4 وحدات تجريبية ، ثم توزع المعالجات الأربع عشوائياً داخل كل قطاع بطريقة مستقلة عن التعشية التي تقع في القطاعات الأخرى . ويوضح الشكل (5-1) تقسيم كل قطاع إلى 4 وحدات تجريبية مع ترقيم الوحدات داخل القطاع من 1 إلى 4 . ثم نقوم بتوزيع المعالجات الأربع داخل كل قطاع عن طريق استخدام جداول الأرقام العشوائية (جدول A-1) .

ونوضح فيما يلي عملية التعشية في القطاعات الثلاثة :

أ – توزيع المعالجات A,B,C,D داخل القطاع رقم I : لنفترض أننا اخترنا الأعمدة من 50 إلى 53 بالجدول A-1وسجلنا الأرقام العشوائية الأربعة الأولى ثم رتبناها

المعالجة	ترتيب	الرقم العشوائي	رقم
A	2	593	1
B	4	995	2
C	1	103	3
D	3	868	4

تصاعدياً . فنضع كل معاملة حسب ترتيبها داخل الوحدة التجريبية الخاصة بها ، أي A في الوحدة رقم 2 و B في الوحدة رقم 4 و C في 1 و D في 3 .

ب - توزيع المعالجات في القطاع رقم II .

المعالجة	ترتيب	الرقم العشوائي	رقم
A	1	112	1
B	4	950	2
C	3	544	3
D	2	168	4

ج - توزيع المعالجات في القطاع رقم III .

المعالجة	ترتيب	الرقم العشوائي	رقم
A	2	924	1
B	1	156	2
C	4	991	3
D	3	977	4

وأخيراً يكون شكل التصميم النهائي على النحو الموضح بالشكل (5-1) ، حيث يشتمل كل قطاع على المعالجات الأربع ومن هنا أتت التسمية "الكاملة" للتصميم.

Block I	Block II	Block III
1 C	1 A	1 B
2 A	2 D	2 A
3 D	3 C	3 D
4 B	4 B	4 C

اتجاه

$\longrightarrow$

Gradient

شكل (5-1) : توزيع 4 معالجات بطريقة عشوائية في تصميم RCBD .

5 - 5 تصميم القطاعات العشوائية الكاملة بمشاهدة واحدة لكل وحدة تجريبية

: RCBD with One Observation per Exp. Unit.

لنفترض أن لدينا t معالجة كررت في r قطاع في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة فتلخص بيانات هذه التجربة على النحو الموضح بالجدول (5-1) ونعرف مكونات هذا الجدول فيما يلي :

- Y_{ij} : مشاهدة من المعالجة i ضمن القطاع j

- مجموع مشاهدات المعالجة i

$$Y_{i.} = \sum_{j=1}^{r} Y_{ij}$$

- مجموع مشاهدات القطاع j

$$Y_{.j} = \sum_{i=1}^{t} Y_{ij}$$

- المجموع الكلي

$$Y_{..} = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} Y_{ij} = \sum_{i=1}^{t} Y_{i.} = \sum_{j=1}^{r} Y_{.j}$$

- متوسط المعالجة i

$$\overline{Y}_{i.} = Y_{i.}/r$$

- المتوسط العام $\bar{Y}_{..} = Y_{..} / t\,r$

جدول (5-1) : بيانات تصميم القطاعات العشوائية الكاملة .

Treat.	Blocks 1	2	...	j	...	r	مجموع	متوسط
1	Y_{11}	Y_{12}	...	Y_{1j}	...	Y_{1r}	$Y_{1.}$	$\bar{Y}_{1.}$
2	Y_{21}	Y_{22}	...	Y_{2j}	...	Y_{2r}	$Y_{2.}$	$\bar{Y}_{2.}$
	:			:			:	:
i	Y_{i1}	Y_{i2}	...	Y_{ij}	...	Y_{ir}	$Y_{i.}$	$\bar{Y}_{i.}$
	:			:			:	:
t	Y_{t1}	Y_{t2}	...	Y_{tj}	...	Y_{tr}	$Y_{t.}$	$\bar{Y}_{t.}$
مجموع	$Y_{.1}$	$Y_{.2}$	...	$Y_{.j}$	...	$Y_{.r}$	$Y_{..}$	$\bar{Y}_{..}$

5-1-5 النموذج الخطي Linear Model :

تمثل كل مشاهدة من تجربة طبقت باستخدام تصميم القطاعات العشوائية الكاملة كما يلي :

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

$$i = 1, ..., t \quad ; \quad j = 1, ..., r$$

حيث

μ المتوسط العام للمجتمع ويقدر بواسطة $\bar{Y}_{..}$.

τ_i تأثير المعالجة i

β_j تأثير القطاع j

ε_{ij} الخطأ العشوائي المرتبط بمشاهدة المعالجة i ضمن القطاع j

وافتراضات (Assumptions) هذا النموذج هي :

أ - الأخطاء العشوائية مستقلة عن بعضها البعض وموزعة حسب التوزيع

الطبيعي بمتوسط صفر وتباين σ^2 أي $\varepsilon_{ij} \sim NI(0, \sigma^2)$.

ب - في معظم التجارب تكون المعالجات ثابتة ولذلك تكون τ_i عبارة عن انحرافات عن μ ثم $\Sigma \tau_i = 0$ ، وأما في حالة عشوائية المعالجات نفترض أن $\tau_i \sim N(0, \sigma_\tau^2)$ ويصبح النموذج عشوائياً .

ج - نفترض غالباً أن القطاعات عشوائية أي $\beta_j \sim N(0, \sigma_\beta^2)$ وذلك لأنها تستخدم للتحكم في كمية الخطأ وإن كان هناك من يفترض أنها ثابتة وبالتالي فإن $\Sigma \beta_j = 0$.

والفرضيات المراد اختبارها هنا هي أولاً اكتشاف ما إذا كان هناك فروق معنوية بين متوسطات المعالجات وإذا كانت المعالجات ثابتة تكون الفرضية والبديلة كالتالي :

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \ldots = \tau_t = 0$$

$$H_a : \tau_i \neq 0 \quad \text{على الأقل واحدة}$$

أما إذا كانت المعالجات عشوائية فنختبر :

$$H_0 : \sigma_\tau^2 = 0$$
$$H_a : \sigma_\tau^2 > 0$$

وبإمكاننا أيضاً اختبار فرض العدم حول القطاعات في حالة افتراض انها عشوائية وهو :

$$H_o : \sigma_\beta^2 = 0$$
$$H_a : \sigma_\beta^2 > 0$$

2-5-5 جدول تحليل التباين :

تقسم مجموع مربعات انحرافات المشاهدات إلى ثلاثة أجزاء طبقاً للنموذج الخطي ، الأول هو تأثير القطاعات والثاني تأثير المعالجات والثالث الخطأ التجريبي . ويلخص الجدول (2-5) تحليل التباين لتصميم قطاعات عشوائية كاملة . ونلاحظ أن هذا الجدول يشبه جدول تحليل التباين للتصميم التام التعشية مضافاً إليه مصدر جديد من مصادر الاختلاف وهو القطاعات .

جدول (2-5) : تحليل التباين لتصميم RCBD مع التوقعات الرياضية .

S.O.V.	df	SS	MS	E(MS) Fixed	E(MS) Random	F
Blocks	r - 1	SSB	MSB	$\sigma^2 + \frac{t}{r-1}\Sigma\beta_j^2$	$\sigma^2 + t\sigma_\beta^2$	$F_B = MSB/MSE$
Treat.	t - 1	SST	MST	$\sigma^2 + \frac{r}{t-1}\Sigma\tau_i^2$	$\sigma^2 + r\sigma_\tau^2$	$F_T = MST/MSE$
Exp. Error	(r-1)(t-1)	SSE	MSE	σ^2	σ^2	
Total	tr - 1	SSTo				

وتحسب مكونات جدول تحليل التباين كالتالي :

- مجموع المربعات الكلية

$$SSTo = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(Y_{ij} - \overline{Y}_{..})^2 = \sum_i\sum_j Y_{ij}^2 - CF , \qquad CF = Y_{..}^2 / tr$$

- مجموع مربعات القطاعات

$$SSB = \sum_i\sum_j(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..})^2 = t\sum_j(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..})^2 = \frac{1}{t}\sum_j Y_{.j}^2 - CF$$

- مجموع مربعات المعالات

$$SST = \sum_i\sum_j(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})^2 = r\sum_i(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})^2 = \frac{1}{r}\sum_i Y_{i.}^2 - CF$$

- مجموع مربعات الخطأ

$$SSE = \sum_i \sum_j (Y_{ij} - \overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{i.} + \overline{Y}_{..})^2 = SSTo - SSB - SST$$

وبامكاننا النظر إلى SSE على أنها مجموع مربعات البقايا بلغة تحليل الانحدار

أي $SSE = \sum_i \sum_j (y_{ij} - \hat{y}_{ij})^2$ حيث أن $\hat{Y}_{ij} = \overline{Y}_{i.} + \overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}$.

وتحسب متوسطات المربعات كما يلي :

$$MSB = SSB / (r - 1)$$

$$MST = SST / (t - 1)$$

$$MSE = SSE / (r-1)(t-1)$$

ونرفض فرض العدم حول المعالجات عند مستوى المعنوية α إذا

$$F_T > F^{1-\alpha}_{t-1,\ (r-1)(t-1)}$$

وذلك في حالة ثبات أو عشوائية المعالجات . أما F_B فيختبر فرض العدم حول القطاعات . وإن كنا لا نهتم بمقارنة متوسطات القطاعات إلا أن F_B يعطينا فكرة عن مدى نجاعة استخدام القطاعات ، أي إن كانت غير ناجعة فيستحسن تجنبها في التجارب القادمة . وفي الحقيقة هناك الكثير من الجدل حول هذا الاختبار بين الإحصائيين . ونلخص القرار لهذا الاختبار في أنه إذا كانت

$$F_B > F^{1-\alpha}_{r-1,\ (r-1)(t-1)}$$

نستنتج نجاعة القطاعات وفي حالة حصول العكس نقر بأنه لم يستفاد من استخدام القطاعات . وعموماً لا نوصي باستخدام الاختبار F_B لمقارنة متوسطات القطاعات .

الأخطاء المعيارية وفترات الثقة

تقدر متوسطات المعالجات $\mu_i = \mu + \tau_i$ بما يلي :

$$\hat{\mu}_i = Y_{i.}/r = \overline{Y}_{i.}$$

والخطأ المعياري لهذا التقدير هو

$$S_{\overline{Y}_i} = \sqrt{MSE/r}$$

وهو صالح لكل المتوسطات لأن كل المعالجات لها نفس التكرار . وتقدير متوسطات المعالجات $\mu_i - \mu_{i'}$ هو

$$\widehat{\mu_i - \mu_{i'}} = \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{i'.}$$

والخطأ المعياري للفرق بين متوسطين هو

$$S_{\overline{Y}_i - \overline{Y}_{i'}} = \sqrt{2MSE/r}$$

وتحسب $100(1-\alpha)\%$ فترة الثقة للمتوسط μ_i كالتالي :

$$\overline{Y}_{i.} \pm t_{(1-\alpha/2,\ (r-1)(t-1))} S_{\overline{Y}_i}$$

وللفرق بين متوسطين $\mu_i - \mu_{i'}$ كالتالي :

$$\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{i'.} \pm t_{(1-\alpha/2,\ (r-1)(t-1))} S_{\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{i'.}}$$

معامل الاختلاف Coefficient of Variation :

إلى جانب جدول تحليل التباين نقدم دائماً المقياس الإحصائي

$$CV = (\sqrt{MSE} / \overline{Y}..)\ 100$$

الذي يسمى بمعامل الاختلاف وهو من مقاييس التشتت النسبي ومجرد من وحدة قياس البيانات ، ويستخدم لمقارنة تجربة بتجربة أخرى من ناحية الدقة وأيضاً لمقارنة دقة قياس متغير معين مع متغير آخر في نفس التجربة .

3-5-5 الكفاءة النسبية لتصميم RCBD (Relative Efficiency) :

عند استخدام تصميم القطاعات العشوائية الكاملة نود دائماً معرفة مدى كفاءة تجميع الوحدات التجريبية داخل قطاعات في تصغير الخطأ التجريبي وذلك مقارنة بالتصميم التام التعشية . ومعنى ذلك أننا نهتم بمعرفة ما إذا كانت هناك فائدة من استخدام القطاعات .

وبامكاننا أخذ فكرة أولية عن كفاءة القطاعات بواسطة اختبار F_B الطريقة الأفضل للتأكد من كفاءة التصميم هي استخدام معادلة الكفاءة النسبية التالية :

$$RE = \frac{(r\text{-}1)MSB + r(t\text{-}1)MSE}{(rt - 1)MSE}\ 100$$

فإذا كانت القطاعات فعالة تكون RE أكبر من 100 ، والقيمة التي تزيد عن المائة تقيس نسبة الزيادة في الدقة الناتجة عن القطاعات ، فمثلاً إذا كانت RE = 120% يعني هذا أنه للحصول على نفس الدقة باستخدام تصميم CRD نحتاج لزيادة عدد التكرارات بمقدار 20% ، وهذا طبعاً يزيد في تكاليف التجربة .

والقاعدة التي نوصي بها هي أن يستخدم الباحث القطاعات أينما توفرت الظروف السانحة لذلك لأن الخسارة الوحيدة التي تحصل هي التقليل من درجات حرية الخطأ التجريبي ، وغالباً ما تكون هذه الخسارة بدون تأثير يذكر على النتائج ما دام هناك عدد مناسب من درجات الحرية للخطأ .

4-5-5 تقدير البيانات المفقودة Estimating Missing Values :

قد تفقد أحياناً بعض الوحدات التجريبية، أي المشاهدات، لعدة أسباب .

وتختلف هذه الأسباب باختلاف التجارب . في التجارب الحيوانية قد يموت حيوان أثناء التجربة وفي التجارب الزراعية قد ترعى حيوانات نباتات بعض الوحدات التجريبية وبذلك تفقد البيانات. وبما أن التحليل الإحصائي السابق مبني على أساس تساوي عدد المعالجات داخل كل قطاع ، وأن كل قطاع يحتوي على نفس العدد من الوحدات التجريبية ، فيصبح من الضروري تقدير البيانات المفقودة .

لنفترض أن المشاهدة y_{ij} فقدت ، فتعوض بالقيمة التقديرية التالية :

$$\hat{Y}_{ij} = \frac{rY_{.j}' + tY_{i.}' - Y_{..}'}{(r-1)(t-1)}$$

حيث

r عدد القطاعات و t عدد المعالجات

$Y_{.j}'$ مجموع المشاهدات المتبقية داخل القطاع التي توجد به القيمة المفقودة

$Y_{i.}'$ مجموع المشاهدات المتبقية من المعالجة التي توجد بها القيمة المفقودة .

$Y_{..}'$ المجموع الكلي للمشاهدات المتبقية .

وبعد تقدير المشاهدة المفقودة بالقيمة $\hat{Y}_{ij}$ يجرى تحليل التباين كالمعتاد مع خصم درجة حرية واحدة من درجات الحرية الكلية ودرجات الحرية للخطأ التجريبي . والجدير بالذكر هنا أن القيمة المقدرة لا تضيف أية معلومة جديدة للبيانات ، ولكن الغرض من هذه العملية هو تمكين الباحث من إجراء تحليل التباين بالطريقة العادية . ولذلك نوصي بأن لا تدخل هذه القيمة في حساب المتوسطات ، وبالتالي يصبح الخطأ المعياري للمقارنة بين متوسطين أحدهما له قيمة مفقودة كالآتي :

$$S_{\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{i.}'} = \sqrt{MSE\left[\frac{2}{r} + \frac{t}{r(r-1)(t-1)}\right]} \, .$$

وهناك طرق مقترحة في كتب تصميم التجارب لتقدير مشاهدتين مفقودتين أو أكثر . وإذا فقد قطاع كامل أو كل المشاهدات من معالجة معينة فنحلل وكأن القطاع أو المعالجة لم توجد أساساً .

في الواقع كل هذه الحلول وضعت قديماً لعدم توفر الحاسبات الآلية، لكن الآن بإمكاننا في حالة وجود بيانات مفقودة استخدام طريقة المربعات الصغرى مع تحليل الانحدار المتعدد لتقدير النموذج الرياضي وإجراء كل الاختبارات المطلوبة.

مثال (5-1)

أجريت تجربة لدراسة تأثير 9 مستويات من التسميد الفسفوري على محصول القمح فأخذت ستة حقول يتكون كل منها من 9 قطع وتم توزيع المعالجات التسع باستخدام تصميم القطاعات العشوائية الكاملة ثم قيس المحصول بالطن لكل هكتار ولخصت البيانات بالجدول (5-3).

جدول (5-3): بيانات لمحصول القمح (طن في الهكتار) تحت التسميد الفسفوري (kg/ha) في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة.

رقم	التسميد الفسفوري	القطاعات 1	2	3	4	5	6	مجموع	متوسط
1	0	4.80	4.63	3.98	4.05	4.51	4.32	26.29	4.382
2	75	5.03	5.20	4.03	4.13	4.83	4.85	28.07	4.678
3	150	5.12	5.23	4.28	4.60	5.63	5.28	30.14	5.023
4	225	5.28	5.68	5.01	4.83	6.31	5.85	32.96	5.493
5	300	5.29	5.53	5.36	5.18	6.21	6.20	33.77	5.628
6	375	5.28	5.63	5.40	5.13	5.23	5.48	32.15	5.358
7	450	5.13	5.48	5.33	5.11	5.43	5.43	31.91	5.318
8	525	5.18	5.50	5.32	5.18	5.18	5.26	31.62	5.270
9	600	5.13	5.33	5.26	5.01	5.08	5.10	30.91	5.152
مجموع		46.24	48.21	43.97	43.22	48.41	47.77	277.82 $Y_{..}$	5.145 $\bar{Y}_{..}$

$$\Sigma\Sigma\, y_{ij}^2 = 1442.874$$

ونحسب مجموع مربعات تحليل التباين كالتالي:

$$\text{Correction factor } CF = \frac{Y_{..}^2}{tr} = \frac{(277.82)^2}{9(6)} = 1429.33$$

$$SSTo = \sum_{i=1}^{9}\sum_{j=1}^{6} y_{ij}^{2} - CF = 1442.874 - 1429.33 = 13.542$$

$$SSB = \sum_{j-1}^{6} y_{.j}^{2} / t - CF = \frac{1}{9}\left[46.24^{2} + 48.21^{2} + \ldots + 47.77^{2}\right] - CF$$

$$= 1432.13 - 1429.33 = 2.798$$

$$SST = \sum_{i=1}^{9} y_{i.}^{2} / r - CF = \frac{1}{6}\left[26.29^{2} + \ldots + 30.91^{2}\right] - CF$$

$$= 1436.901 - 1429.33 = 7.569$$

$$SSE = SSTo - SSB - SST = 13.542 - 2.798 - 7.569 = 3.175$$

ونلخص هذه الحسابات في جدول تحليل التباين الموضح بالجدول (5-4). ومن نتائج جدول تحليل التباين نجد أن $F_B = 7.08$ وبمقارنتها بقيمة F الجدولية عند مستوى المعنوية $\alpha = .05$ أي $F^{.95}_{5,40} = 2.45$ نقر بأن استخدام القطاعات في هذا التصميم كان مفيداً في تصغير الخطأ التجريبي وبالنسبة لهذا الاختبار لا نستطيع أن نستنتج أكثر من ذلك .

جدول (5-4) : تحليل التباين لبيانات محصول القمح مع التسميد الفسفوري

S.O.V.	df	SS	MS	F
Blocks	5	2.798	0.560	7.08
Treatments	8	7.569	0.946	11.92**
Exp. Error	40	3.175	0.0794	
Total	53	13.542		

$$CV = \left(\sqrt{MSE} / \bar{y}_{..}\right) 100 = \left(\sqrt{.0794} / 5.145\right) 100 = 5.47\%$$

وبناء على الاختبار $F_T = 11.92$ نرفض فرض العدم الذي يقول بتساوي تأثيرات مستويات التسميد الفسفوري عند مستوي المعنوية $\alpha = .01$ لأن $F_{8,40}^{.99} = 2.99$. ولهذا نضع علامتين أمام قيمة F_T في جدول تحليل التباين . أما قيمة P-value أو المعنوية المحسوبة لهذا الاختبار فهي أقل من 0.001 .

والخطأ المعياري للمتوسط هو

$$S_{\bar{Y}_{i.}} = \sqrt{MSE / r} = \sqrt{0.0794 / 6} = 0.115$$

والخطأ المعياري للفرق بين متوسطين هو

$$S_{\bar{Y}i.-\bar{Y}i.} = \sqrt{\frac{2MSE}{r}} = \sqrt{2(.0794)/6} = 0.163$$

والكفاءة النسبية لهذا التصميم هي

$$RE = \frac{(r-1)MSB + r(t-1)MSE}{(rt-1)MSE} \times 100$$

$$= \frac{(6-1)0.560 + 6(9-1)0.079}{(6(9)-1)0.079}\ 100 = 157.4\%$$

تقرير التحليل الإحصائي :

حللت بيانات التجربة التي تمت بها دراسة تأثير تسعة مستويات من التسميد الفسفوري على محصول القمح وأظهرت نتائج هذا التحليل أن هناك اختلافات معنوية بين مستويات التسميد حيث كان أقل متوسط لمحصول القمح هو في حالة عدم التسميد $\bar{Y}_{1.} = 4.382$ وأعلى متوسط $\bar{Y}_{5.} = 5.628$ عند مستوى التسميد 300 kg/ha ولخصت المتوسطات في الجدول التالي

التسميد الفسفورى (kg/ha)								
0	75	150	225	300	375	450	525	600
4.382	4.678	5.023	5.493	5.628	5.358	5.318	5.270	5.152
$S_{\bar{Y}_{i}} = 0.115$								

وكان استخدام القطاعات في هذه التجربة مفيداً في تصغير الخطأ التجريبي ، حيث كانت الكفاءة النسبية لهذا التصميم عند مقارنته بالتصميم التام التعشية 157.4% أي أن القطاعات حسنت الكفاءة بمقدار 57% وهذا يعني أنه إذا لم تستخدم القطاعات في هذه التجربة فللحصول على نفس دقة هذه التجربة يكون من الضروري استخدام 9.44 = 1.574(6) أي ما يعادل 10 تكرارات عند تنفيذها بواسطة التصميم التام التعشية .

5 - 6 تصميم القطاعات العشوائية الكاملة مع معاينة الوحدات التجريبية RCBD with Sampling of Exp. Units :

قد تؤخذ عينات من كل وحدة تجريبية وتسجل منها المشاهدات وبذلك نكون قد قمنا بقياس وحدات المعاينة داخل الوحدات التجريبية، وهذه الحالة شائعة في مختلف التجارب العلمية .

ونمثل المشاهدة Y_{ijk} بالنموذج الخطي التالي :

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} + \eta_{ijk}$$

حيث

$$i = 1, ..., t \ , \ j = 1, ..., r \ , \ k = 1, ..., s$$

Y_{ijk} هي المشاهدة k من القطاع j من المعالجة i

μ المتوسط العام

τ_i تأثير المعالجة i

β_j تأثير القطاع j

ε_{ij} الخطأ العشوائي ونفترض أن $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$

η_{ijk} خطأ عشوائي نتيجة المعاينة ونفترض أن $\eta_{ijk} \sim N(0, \sigma_\eta^2)$

ويبين الجدول (5-5) جدول تحليل التباين لهذا النموذج إلى جانب التوقعات الرياضية لمتوسطات المربعات . وللتبسيط لم نذكر إلا حالتين فقط وهما: النموذج الثابت أي τ_i و β_j ثابتتان والنموذج العشوائي أي τ_i و β_j عشوائيتان .

جدول (5-5) : تحليل التباين لتصميم RCBD مع المعاينة .

S.O.V.	df	SS	E(MS) Fixed	E(MS) Random
Blocks	r - 1	SSB	$\sigma^2_\eta + s\,\sigma^2_e + st\,\Sigma\beta^2_j/(r-1)$	$\sigma^2_\eta + s\,\sigma^2_e + st\,\sigma^2_\beta$
Treat.	t - 1	SST	$\sigma^2_\eta + s\,\sigma^2_e + st\,\Sigma\tau^2_i/(t-1)$	$\sigma^2_\eta + s\,\sigma^2_e + st\,\sigma^2_\tau$
Exp. Error	(r-1)(t-1)	SSE	$\sigma^2_\eta + s\,\sigma^2_e$	$\sigma^2_\eta + s\,\sigma^2_e$
Samp. Error	tr(s-1)	SSS	σ^2_η	σ^2_η
Total	trs - 1	SSTo		

وهناك نماذج أخرى مزدوجة تشتمل على كمية ثابتة وأخرى عشوائية ولن نتطرق لها هنا وبامكان القارىء الرجوع إلى المرجع Steel and Torrie (1980) للمزيد من التوضيح .

وتحسب مجموع المربعات كالتالي

$$SSTo = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{s}(Y_{ijk} - \overline{Y}_{...})^2 = \sum_{ijk} Y^2_{ijk} - CF,\ CF = Y^2_{...}/rts$$

$$SSB = t\,s\sum_{j=1}^{r}(\overline{Y}_{.j.} - \overline{Y}_{...})^2 = \sum_{j} Y^2_{.j.}/ts - CF$$

$$SST = r\,s\sum_{i=1}^{t}(\overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{...})^2 = \sum_{j} Y^2_{i..}/r\,s - CF$$

$$SSE = s\sum_{i}\sum_{j}(\overline{Y}_{ij.} - \overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{.j.} + \overline{Y}_{...})^2 = \sum_{ij} Y^2_{ij.}/s - SSB - SST - CF$$

$$SSS = \sum_{ijk}(Y_{ijk} - \overline{Y}_{ij.})^2 = \sum_{ijk} Y^2_{ijk} - \sum_{ij} Y^2_{ij.}/s = SSTo - SSB - SST - SSE$$

كما تحسب متوسطات المربعات واختبارات F كالتالي

$$MSB = SSB / (r-1)$$

$$MST = SST / (t-1)$$

$$MSE = SSE / (r-1)(t-1)$$

$$F_B = MSB / MSE \quad , \quad F_T = MST / MSE$$

ونلاحظ من معادلات حساب مجموع المربعات أنها هي نفسها التي بالجدول (2-5) مضروبة في عدد المشاهدات داخل كل وحدة تجريبية s ، ما عدا القيمة الجديدة SSS . لذلك لو أخذنا متوسطات المشاهدات داخل كل وحدة تجريبية وقمنا بتحليل التباين للمتوسطات سنحصل على مجموع المربعات الثلاثة SSB و SST و SSE مقسومة على s . وفي الواقع هذا التحليل كاف لاختبار الفروق بين المتوسطات عن طريق اختبار F_T ، والذي سيكون هو نفسه لكلا التحليلين .

5 - 7 سلسلة من تصميم القطاعات العشوائية الكاملة : Series of RCBD's

قد تكرر تجربة منفذة حسب تصميم القطاعات العشوائية الكاملة في أماكن مختلفة أو في سنوات مختلفة . فمثلاً قد يهتم باحث في الانتاج النباتي بدراسة استجابة محصول معين لمستويات مختلفة من التسميد في المنطقة الشمالية . فيقوم باختيار p مكان في هذه المنطقة ويجري في كل منها تجربة منفذة بتصميم RCBD .

ويرمز للمحصول في المنطقة i بالنموذج الخطي التالي :

$$Y_{ijk} = \mu + \rho_i + \gamma_{ij} + \tau_k + (\rho\tau)_{ik} + \varepsilon_{ijk}$$

$$i = 1, ..., p \quad , \quad j = 1, ..., r \quad , \quad k = 1, ..., t$$

حيث

Y_{ijk} هي المحصول في المكان i بقطاع j من المعالجة k

μ المتوسط العام

ρ_i تأثير المكان i

γ_{ij} تأثير القطاع j في المكان i

τ_k تأثير المعالجة k

$(\rho\tau)_{ik}$ التفاعل بين المكان i والمعالجة k و نفترض أنها $N(0, \sigma^2_{\rho\tau})$

ε_{ijk} الخطأ العشوائي ونفترض أنه $N(0, \sigma^2_e)$

ولنفترض أن كل مكونات هذا النموذج ثابتة باستثناء ε_{ijk} ، فيكون جدول تحليل التباين لمثل هذه التجاربعلىالنحو الموضح بالجدول (5-6). ويهتم الباحث في مثل هذه التجارب بتحليل كل تجربة في مكان معين كما يهتم أيضا بتحليل كل التجارب على أنها تجربة كبيرة واحدة متكاملة . فيمكننا تحليل كل تجربة على حده من اختبار المعالجات وتقدير متوسطات المعالجات وايجاد فترات الثقة للفروق بين المتوسطات ، في كل مكان، وهذه طبعاً هي الخطوة الأولى . ونهتم أيضاً بتأثير المعالجات في كامل المنطقة التي أخذت منها العينة العشوائية من الأماكن ، حيث نفذت في كل واحدة منها نفس التجربة . وتقع الإجابة عن هذا الأخير

جدول (5-6) : تحليل التباين لتجربة في RCBD كررت في أماكن مختلفة

S.O.V.	df	MS	EMS	F
Blocks within places	p(r-1)			
Places (P)	(t-t)	MSP		
Treat. (T)	(t-1)	MST	$\sigma^2_e + r\sigma^2_{\rho\tau} + rp\Sigma\tau^2_k/(t-1)$	F_T=MST/MSTP
Treat. x places	(t-1)(p-1)	MSTP	$\sigma^2_e + r\,\sigma^2_{\rho\tau}$	F_{PT}=MSTP/MSE
Error	p(r-1)(t-1)	MSE	σ^2_e	
Total	prt - 1			

باختبار F_T الموضح بالجدول (5-6) .

وطريقة التحليل هذه ليست خالية من المشاكل ، فهناك امكانية حصول الآتي :

- أن تكون σ_e^2 غير ثابتة ، وبامكاننا التأكد من ذلك بواسطة اختبار Bartlett . وإن ثبتت تلك المخالفة فيستحسن استخدام التحويلات الملائمة لعلاج ذلك .
- أن يكون التباين $\sigma_{\rho\tau}^2$ مرتبط بالتفاعل T x P ويحصل هذا عندما يختلف تأثير بعض المعالجات من مكان إلى آخر ، وبعضها الآخر لا يختلف إلا قليلاً أو ليس له اختلاف على الإطلاق .

وفي كلتا الحالتين تختلف صلاحية اختبار F_T الذي بالجدول (5-6) . ونوجه المهتم إلى المرجعيين التاليين (1983) Kempthorne و (1957) Cochran and Cox للمزيد من التوضيح .

5 - 8 عدد القطاعات :

السؤال الذ ي يرد كثيراً على الإحصائيين والذي يواجه الباحث دائماً هو تحديد عدد القطاعات أو عدد التكرارات . ويعتبر تحديد هذا العدد من القرارات المهمة في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة . لأنه بزيادة عدد القطاعات يزداد عدد التكرارات وتزداد درجات الحرية للخطأ التجريبي مما يجعل التجربة أكثر حساسية ودقة وأيضاً أكثر تكلفة .

ويتطلب حساب عدد القطاعات توفير القيم التالية :

أ - تقدير للخطأ التجريبي : σ^2

ب - الفرق المراد اكتشافه : d

ج - الاحتمال الذي نريد به اكتشاف الفرق ويعبر عنه بقوة الاختبار (Power of the test) وهو $1 - \beta$ حيث β هي احتمال الوقوع في خطأ من النوع الثاني أو قبول H_0 وهي خاطئة .

د - مستوى المعنوية أو احتمال الوقوع في خطأ من النوع الأول أو رفض H_0 وهي صحيحة ويرمز لها بالرمز α .

ونحصل على تقدير للخطأ التجريبي من التجارب السابقة ، وتحدد d على

شكل نسبة مئوية من المتوسط العام مثل 2.5% أو 5% أو 10% ، مع العلم أن التقليل في هذه النسبة يزيد في عدد التكرارات المقترحة . ولحساب عدد التكرارات نطبق المعادلة التالية :

$$r \geq \frac{2(Z_{1-\alpha/2} + Z_{1-\beta})^2 \sigma^2}{d^2}$$

حيث

$Z_{1-\alpha/2}$ هي قيمة Z الجدولية التي تترك على يسارها مساحة $1 - \alpha/2$ من التوزيع الطبيعي القياسي وهي نفس القيم الجدولية لتوزيع t بدرجات حرية كبيرة جداً أي ∞ . فمثلاً إذا أردنا مقارنة خمسة أنواع من الأدوية في تجربة منفذة بتصميم القطاعات العشوائية الكاملة . وإذا علمنا من التجارب السابقة أن $\hat{\sigma}^2 = 3.5$ ، والفرق المراد قياسه بين الأدوية هو 10% من المتوسط العام ، ومستوى المعنوية $\alpha = .05$ وقوة الاختبار $1 - \beta = 0.90$ ، تكون $Z_{1-\alpha/2} = Z_{.975} = 1.96$ و $Z_{.90} = 1.28$ ويكون الحد الأدنى لعدد القطاعات هو :

$$r \geq \frac{2(1.96 + 1.28)^2 \; 3.5}{(10)^2} = 7.35 \; (\cong 8)$$

و درجات الحرية للخطأ التجريبي في هذا التصميم هي

$$df_E = (r-1)(t-1) = (8-1)(5-1) = 28$$

ونستخدم عامل التصحيح $(df_E + 3) / (df_E + 1)$ لتعديل العدد السابق كالتالي

$$r = \frac{(df_E + 3)}{(df_E + 1)} \; 7.35$$

$$= \left(\frac{28+3}{28+1}\right) 7.35 = 7.86$$

ونحصل على 8 قطاعات مقترحة لهذه التجربة .

تمــارين

1-5 أجريت تجربة لدراسة تأثير إضافة بعض المواد الكيميائية (مثل Isobutyrate و Isovalerate) في العلف على كمية الحليب المنتجة في أبقار الحليب من الصنف Holstein ، واستخدم لهذه التجربة تصميم القطاعات العشوائية الكاملة بثمانية قطاعات، حيث تم تجميع 3 أبقار متشابهة في كمية الحليب المنتجة داخل القطاع الواحد . وكانت المعالجات هي : A : 80% Say Protein . B : Urea ، C : Urea + Clemicals وكانت متوسطات انتاج الحليب لمدة 60 يوماً (كلغ) على النحو التالي :

Treat	Block 1	2	3	4	5	6	7	8
A : Say Protein	17.3	22.6	22.1	21.7	24.7	28.8	25.9	29.9
B : Urea	14.5	17.2	19.0	18.1	19.2	20.8	24.2	27.5
C : Urea + Chemicals	18.0	16.7	19.7	21.7	21.6	24.5	26.0	26.2

أ – أوجد تحليل التباين لهذه التجربة مع اختبار F لمقارنة متوسطات المعالجات.

ب – أوجد معامل الاختلاف .

ج – أوجد الكفاءة النسبية لهذا التصميم .

2-5 أجريب تجربة في محطة التجارب الزراعية بجامعة الملك سعود بالرياض لدراسة تأثير المجفف الخضري Diquat (Preharvest Defoliant) في تبكير نضج محصول البطاطس من صنف Ajax قبل ارتفاع درجة حرارة الطقس ، وتأثير تاريخ اضافة المجفف الخضري. كانت النسب المضافة من مادة Diquat هي $1\ell/ha$ و $5\ell/ha$ وتاريخي الاضافة هي : بعد 80 يوماً من الزراعة وبعد 94 يوماً . ونرمز لمستويات المادة بالتالي S_2 و S_1 وللتاريخ : D_2 و D_1 . واستخدم تصميم RCBD لهذه التجربة وكانت بيانات محصول البطاطس بالطن في الهكتار كما يلي :

Treat		Block 1	2	3	4
D_1	S_1	19.70	18.75	18.95	20.40
D_1	S_2	19.95	19.66	20.95	20.02
D_2	S_1	18.65	20.75	18.10	18.95
D_2	S_2	22.75	22.55	20.50	19.65

أ – أوجد تحليل التباين لهذه التجربة مع اختبار F لمقارنة المتوسطات

ب – أوجد فترة الثقة بمستوى ثقة 95% للفرق بين D_2 و D_1 وللفرق بين S_2 و S_1

ج – أوجد الكفاءة النسبية لهذا التصميم .

د – أوجد تحليل التباين في حالة فقدان المشاهدة $Y_{22} = 19.66$.

3-5 أجريت دراسة لتقدير ومقارنة كمية المواد الصلبة الملوثة في المياه المستعملة الخارجة من أربعة مصانع . أخذت ثلاثة قياسات لكل مصنع في أربع فترات زمنية مختلفة في السنة . فالقطاع هو إذن الفترات الزمنية والقياسات هي وحدات المعاينة وكانت البيانات (ماء $kg / 10\ \ell$) كالتالي :

Plant	Block 1			2			3			4		
A	1.65	1.66	1.60	1.72	1.70	1.70	1.50	1.51	1.49	1.38	1.40	1.41
B	1.71	1.72	1.69	1.80	1.81	1.83	1.46	1.45	1.47	2.05	2.03	2.01
C	1.41	1.42	1.43	1.72	1.73	1.68	1.38	1.39	1.36	1.66	1.69	1.61
D	2.12	2.10	2.11	1.99	1.98	2.00	1.65	1.67	1.68	1.88	1.85	1.89

أ – أوجد تحليل التباين لهذه التجربة المنفذة بتصميم RCBD مع المعاينة .

ب – أوجد متوسطات كل خلية ونفذ عليها تحليل التباين .

ج – قارن بين نتائج (أ) و (ب) .

مثال (5 - 1)

```
OPTION PS=65;
DATA WFERT;
DO FERT = 1 TO 9;
   DO BLOCK = 1 TO 6;
   INPUT Y @ @;OUTPUT;
  END;
END;
CARDS;
4.80 4.63 3.98 4.05 4.51 4.32
5.03 5.20 4.03 4.13 4.83 4.85
5.12 5.23 4.28 4.60 5.63 5.28
5.28 5.68 5.01 4.83 6.31 5.85
5.29 5.53 5.36 5.18 6.21 6.20
5.28 5.63 5.40 5.13 5.23 5.48
5.13 5.48 5.33 5.11 5.43 5.43
5.18 5.50 5.32 5.18 5.18 5.26
5.13 5.33 5.26 5.01 5.08 5.10
;
PROC GLM DATA=WFERT;
CLASS BLOCK FERT;
MODEL Y = BLOCK FERT;
RUN;
```

```
                         General Linear Models Procedure
                             Class Level Information

                       Class     Levels    Values

                       BLOCK          6    1 2 3 4 5 6
                       FERT           9    1 2 3 4 5 6 7 8 9

                    Number of observations in data set = 54
                         General Linear Models Procedure
Dependent Variable: Y
                                      Sum of          Mean
Source                    DF         Squares        Square      F Value       Pr > F

Model                     13     10.36635185    0.79741168        10.05       0.0001

Error                     40      3.17479630    0.07936991

Corrected Total           53     13.54114815

                  R-Square            C.V.      Root MSE                      Y Mean

                  0.765545       5.4759338    0.28172665                  5.14481481

Source                    DF       Type I SS   Mean Square      F Value       Pr > F

BLOCK                      5       2.7977704     0.5595541         7.05       0.0001
FERT                       8       7.5685815     0.9460727        11.92       0.0001
Source                    DF     Type III SS   Mean Square      F Value       Pr > F

BLOCK                      5       2.7977704     0.5595541         7.05       0.0001
FERT                       8       7.5685815     0.9460727        11.92       0.0001
```

الفصل السادس
تصميم المربع اللاتيني
LATIN SQUARE DESIGN

6 - 1 مقدمة :

في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة تجمع الوحدات التجريبية المتجانسة في قطاع واحد بحيث تكون القطاعات متجانسة بالنسبة لمصدر اختلاف معين من وحدة تجريبية إلى أخرى ضمن القطاع الواحد، ولكن تختلف من قطاع إلى آخر . وبالتالي يمكن فصل مصدر جديد من مصادر الاختلاف لم يتوفر في التصميم التام التعشية وهو الاختلافات بين القطاعات . ويفصل هذا المصدر عن الخطأ التجريبي مما يزيد من دقة MSE كتقدير للتباين σ^2 في التجربة .

وفي بعض التجارب يود الباحث التحكم في مصدرين للاختلاف عوضاً عن مصدر واحد ، ويصعب تحقيق ذلك في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة ، إلا بواسطة التحكم في مصدر اختلاف واحد عن طريق القطاعات والمصدر الآخر عن طريق ادخال متغير مستقل (Covariate) في النموذج الخطي للتجربة ثم في التحليل الإحصائي . وتسمى هذه الطريقة بتحليل التغاير وسنرجع لهذا الموضوع في الفصل الثاني عشر .

أما تصميم المربع اللاتيني فيتيح للباحث التحكم في مصدرين للاختلاف في آن واحد ، حيث يتم تجميع الوحدات التجريبية في اتجاهين للاختلاف يسمى أحدهما صفوف (Rows) والآخر أعمدة (Columns) وبالتالي يتم فصل مصدرين

للاختلاف عن الخطأ التجريبي .

لنفترض أن باحثاً في الهندسة الزراعية يريد مقارنة أربع آلات حصاد وبإمكانه القيام في يوم واحد بتجربة الآلات الأربع ولكن لا يستطيع القيام بأكثر من ذلك . فيكرر ذلك لعدة أيام مختبراً كل آلة حصاد مرة واحدة في كل يوم ، وبهذا يستطيع التخلص من مصدر الاختلاف الذي بين الأيام . ولكن نلاحظ أن نتائجه ستتأثر بالتباين داخل اليوم الواحد ، وذلك لأن الصباح بارد مثلاً والظهر حار، ويريد أن يتحكم أيضاً في هذا المصدر من مصادر الاختلاف وهو الوقت الذي يجري فيه الاختبار خلال اليوم . وبما أن الباحث يقوم بكل الاختبارات بنفسه فلا يستطيع إجراء اختبارين في وقت واحد ، ولكي يتغلب على هذه الصعوبة استخدم تصميم المربع اللاّتيني ووزع آلات الحصاد بحيث تختبر كل آلة مرة واحدة في كل وقت من أوقات النهار ومرة واحدة في كل يوم . وبهذا التصميم يكون قد تحكم في مصدرين للاختلاف هما الأيام وأوقات النهار .

6 - 2 تصميم المربع اللاّتيني Latin Square Design :

توزع المعالجات في تصميم المربع اللاّتيني بحيث تظهر كل معالجة مرة واحدة في كل صف ومرة واحدة في كل عمود . ولذلك إذا كان عدد المعالجات يساوي t فيتطلب هذا التصميم t^2 وحدة تجريبية . وترمز الصفوف والأعمدة إلى التوزيع الجغرافي للمعالجات إذا كان هناك اتجاهان متعامدين مثل الميل أو الخصوبة في التجارب الزراعية ، أو إلى ترتيب معين للمعالجات مع الزمن مثل ما ذكر في الفقرة السابقة أو إلى الإثنين معاً .

ونلخص فيما يلي استخدامات المربع اللاّتيني :

- في التجارب الحقلية حيث يوجد اتجاهان متعامدان يكوّنان مصدرين للاختلاف مثل الخصوبة والميل أو خصوبتين مختلفتين متعامدتين .
- في التجارب المعملية حيث يكون هناك تكرار مع الزمن ومصدر آخر للاختلاف.
- في التجارب التي تجرى بالصوبة الزجاجية ترتب الوحدات التجريبية أو

القدور (جمع قدر pot) بطريقة متعامدة مع الزجاج وأخرى متوازية معه وينتج عن ذلك اختلاف بين القدور في الصف الواحد واختلاف بين القدور في العمود الواحد نتيجة اختلاف المسافات من الزجاج .

لذلك فالميزة الأساسية لهذا التصميم هي أنه يسمح للباحث بالتحكم في مصدرين للاختلاف أما العيوب فهي :

- أن هذا التصميم يتطلب t^2 وحدة تجريبية بالنسبة لتجربة بها t معالجة فكلما زاد عدد المعالجات زاد عدد الوحدات التجريبية المطلوب، وطبعاً كلما زاد عدد الوحدات التجريبية كلما زاد الخطأ التجريبي . ولهذا لا ينصح باستخدام هذا التصميم لأكثر من 8 معالجات .
- إذا كان عدد المعالجات t صغيراً فتكون درجات الحرية للخطأ قليلة وبالتالي يرتفع تباين الخطأ عند استخدام هذا التصميم لأقل من 4 معالجات.
- يصعب التحليل الإحصائي في حالة فقدان المشاهدات أو الخلط في عملية توزيع المعالجات على الوحدات التجريبية المخصصة لها .

التصميم :

يتمثل تصميم المربع اللاّتيني الذي يحتوي على t معالجة في مربع مكوّن من t صف و t عمود . ونوضح هذا التصميم بمثال يحتوي على $t = 4$ معالجة نرمز لها بالحروف A,B,C,D ومخطط هذا التصميم هو الموضح في الشكل (6-1) . نلاحظ من هذا الشكل أن كل معالجة تظهر مرة واحدة في كل صف ومرة واحدة في كل عمود . ويسمى المربع المبين في الشكل (6-1) بالمربع القياسي (Basic square) لأنه تتشابه فيه الصفوف والأعمدة المتناظرة ، أي أن الصف الأول مثل العمود الأول والصف الثاني مثل العمود الثاني ... الخ . وعدد المربعات القياسية للمربع اللاّتيني 4 x 4 هي أربعة وهي الموضحة بالشكل (6-2) مع المربع المبين بالشكل (6-1) ولا تشتق المربعات القياسية من بعضها البعض فلا نستطيع الحصول على مربع قياسي بتغيير ترتيب صفوف أو أعمدة مربع قياسي آخر . لذلك للقيام

	1	2	3	4
1	A	B	C	D
2	B	C	D	A
3	C	D	A	B
4	D	A	B	C

ميل

خصوبة

شكل (6-1) : تصميم أساسي للمربع اللاّتيني 4x4 للتحكم في اتجاهين متعامدين .

بتجربة في تصميم المربع اللاّتيني نقوم أولاً باختيارمربع قياسي بطريقة عشوائية ثم نطبق عملية التعشية على هذا المربع . ومن كل مربع قياسي يمكن الحصول على !(t-1)!t شكلاً مختلفاً . فبالنسبة للمربع القياسي 4 x 4 بإمكاننا الحصول على 144 = !(4-1)!4 شكلاً مختلفا والتي نستخدم واحداً منها فقط لتنفيذ التجربة. ويبين الشكل (6-3) مربعات قياسية بأحجام مختلفة للتصميم المربع اللاّتيني . ونستطيع تكوين المربعات القياسية بكتابة الحروف في الصف الأول حسب الترتيب الأبجدي ثم يكتب الصف الثاني بإزاحة الصف الأول حرفاً إلى الشمال ثم عمل نفس الشيء للصف الثالث مع الصف الثاني ... الخ .

A	B	C	D
B	A	D	C
C	D	A	B
D	C	B	A

A	B	C	D
B	D	A	C
C	A	D	B
D	C	B	A

A	B	C	D
B	A	D	C
C	D	B	A
D	C	A	B

شكل (6-2) : ثلاثة مربعات قياسية للمربع اللاّتيني 4 x 4 .

6 x 6

A	B	C	D	E	F
B	C	F	A	D	E
C	F	B	E	A	D
D	E	A	B	F	C
E	A	D	F	C	B
F	D	E	C	B	A

5 x 5

A	B	C	D	E
B	A	E	C	D
C	D	A	E	B
D	E	B	A	C
E	C	D	B	A

3 x 3

A	B	C
B	C	A
C	A	B

	6 x 6	5 x 5	3 x 3
عدد المربعات القياسية :	9408	56	1
عدد المربعات اللاتينية :	818851200	161280	12

شكل (6-3) : مربعات قياسية وعدد المربعات اللاتينية .

وغالباً ما يظهر المربع اللاتيني في كتب الإحصاء وتصميم التجارب على شكل مربع مثل ما في الأشكال السابقة غير أن ذلك ليس ضرورياً كما يتضح من استخدامات هذا التصميم . فبالنسبة للتجارب التي تطبق فيها المعالجات في أوقات متسلسلة زمنياً باستخدام تصميم المربع اللاتيني يكون مخططها على النحو الموضح في الشكل (6-4) . بحيث تمثل الأوقات الصفوف والترتيب داخل الأوقات الأعمدة .

التعشية :

نبدأ أولاً باختيار مربع لاتيني قياسي بطريقة عشوائية ثم عن طريق استخدام الجداول العشوائية ، أو أي طريقة أخرى ، نقوم بتعشية الصفوف ثم الأعمدة . ولنأخذ المربع 4 x 4 كمثال لتوضيح عملية التعشية للمربع القياسي الموضح في الشكل (6-1) .

Row 1				Row 2				Row 3				Row 4			
A	B	C	D	B	C	D	A	C	D	A	B	D	A	B	C

شكل (6-4) : مربع لاتيني حيث الصفوف هي القطاعات للتحكم في الزمن والترتيب داخلها هو الأعمدة .

- أولا - تعشية الصفوف :

النتيجة	الصفوف	الترتيب	الرقم العشوائي
D A B C	1	4	915
B C D A	2	2	217
C D A B	3	3	347
A B C D	4	1	002

أي أن الصف الأول في الشكل (6-1) أصبح الصف الرابع بعد التعشية.

- ثانيا - تعشية الأعمدة :

النتيجة	الأعمدة	الترتيب	الرقم العشوائي
C D B A	1	2	334
A B D C	2	4	752
B C A D	3	3	456
D A C B	4	1	093

أي أن العمود الأول في المربع الناتج عن تعشية الصفوف يصبح العمود الثاني وهكذا. ونحصل من خلال هذه التعشية على المخطط النهائي المقترح للتجربة .

البيانات :

نرمز لكل مشاهدة في تصميم المربع اللاتيني بالرمز $Y_{ij(k)}$ أي المشاهدة في الصف i والعمود j التي استلمت المعالجة k . ولقد وضع الرمز k بين قوسين للدلالة على أنه غير مستقل عن i و j ولهذا السبب فمن الصعب تلخيص بيانات هذا التصميم في جدول واحد . والطريقة العملية هي وضع جدول للبيانات مرتبة حسب الصفوف والأعمدة وجدول آخر لمجاميع المعالجات كما في الجدول (6-1) .

جدول (6-1) : بيانات تصميم المربع اللاتيني

	عمود (j) Column 1	2	...	t	مجموع
1	Y_{11}	Y_{12}	...	Y_{1t}	$Y_{1.}$
صف (i) 2	Y_{21}	Y_{22}	...	Y_{2t}	$Y_{2.}$
Row :	:	:		:	:
t	Y_{t1}	Y_{t2}	...	Y_{tt}	$Y_{t.}$
مجموع	$Y_{.1}$	$Y_{.2}$	...	$Y_{.t}$	$Y_{..}$

المعالجات 1	2	...	t	
T_1	T_2	...	T_t	مجموع
$\overline{Y}_1$	$\overline{Y}_2$	...	$\overline{Y}_t$	متوسط

ونعرف فيما يلي المجاميع والمتوسطات :

$Y_{i.}$ مجموع المشاهدات من الصف i

$$Y_{i.} = \sum_{j=1}^{t} Y_{ij}$$

$Y_{.j}$ مجموع المشاهدات من العمود j

$$Y_{.j} = \sum_{i=1}^{t} Y_{ij}$$

T_k مجموع المشاهدات من المعالجة k

$\overline{Y}_{.k}$ متوسط المعالجة k

$$\overline{Y}_k = T_k / t$$

$Y_{..}$ المجموع الكلي .

$$Y_{..} = \sum_{i=1}^{t} \sum_{j=1}^{t} Y_{ij}$$

$\overline{Y}_{..}$ المتوسط العام

$$\hat{\mu} = \overline{Y}_{..} = Y_{..} / t^2$$

6 - 2 - 1 النموذج الخطي Linear Model:

النموذج الخطي لمشاهدات المربع اللاتيني هو

$$Y_{ij(k)} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \tau_{(k)} + \varepsilon_{ij(k)}$$

$$i = 1, \ldots, t \quad , \quad j = 1, \ldots, t \quad , \quad k = 1, \ldots, t$$

حيث

$Y_{ij(k)}$ هي المشاهدة الخاصة بالوحدة التجريبية التي تلقت المعالجة k وتقع في الصف i والعمود j .

μ المتوسط العام

α_i تأثير الصف i

β_j تأثير العمود j

$\tau_{(k)}$ تأثير المعالجة k

$\varepsilon_{ij(k)}$ الخطأ العشوائي ونفترض أنه $\varepsilon_{ij(k)} \sim NI(0, \sigma^2)$

وسنفترض في تصميم المربع اللاتيني أن تأثيرات الصفوف وتأثيرات الأعمدة ثابتة وإن كانت قد استخدمت للتحكم في مصدر من مصادر الاختلاف، مثل القطاعات في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة ، لذلك فإن $\sum_i \alpha_i = \sum_j \beta_j = 0$. أما المعالجات فإما أن تكون ثابتة ولذلك تقدر تأثيراتها على أنها انحرافات من المتوسط العام ولذلك $\sum_{k=1}^{t} \tau_{(k)} = 0$ وإما أن تكون عشوائية وبالتالي نفترض أن $\tau_{(k)} \sim N(0, \sigma_\tau^2)$.

والفرضية التي نريد اختبارها هنا هي

$$H_0 : \tau_{(1)} = \tau_{(2)} = \ldots = \tau_{(t)} = 0$$

$H_a : \tau_{(k)} \neq 0$ على الأقل واحدة

ونلاحظ أن نموذج هذا التصميم تجميعي (Additive) ويعني ذلك أنه ليس هناك تفاعل ثنائي أو ثلاثي بين كل من الصفوف والأعمدة والمعالجات . وإذا وجد أي تفاعل فيصبح اختبار F ، الذي يختبر النظرية الفرضية السابقة حول المعالجات ، غير خاضع لتوزيع F ، ولذلك يكون الاختبار غير صحيح . ولهذا لا نوصي باستخدام تصميم المربع اللاتيني إذا كان هناك شك في وجود مثل ذلك التفاعل وهناك اختبار Tukey للكشف عن الخاصية أللا تجميعية (Non addivity) ، وعلى القارىء مراجعة Steel and Torrie (1980) .

2-2-6 جدول تحليل التباين :

تشبه طريقة تحليل بيانات التصميم المربع اللاتيني تلك المتبعة في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة مع ملاحظة أنه سيكون هناك مصدر آخر للاختلاف وذلك لأن هذا التصميم يتحكم في مصدرين للاختلاف وهو ما نص عليه في النموذج الخطي للتجربة . ويوضح الجدول (2-6) جدول تحليل التباين لتجارب تصميم المربع اللاتيني .

$$CV = (\sqrt{MSE} / \bar{Y}_{..})\ (100)$$ معامل الاختلاف

جدول (2-6) : تحليل التباين لتصميم المربع اللاتيني .

S.O.V.	df	SS	MS	E(MS) Fixed	E(MS) Random	F
Rows	t-1	SSR	MSR	$\sigma^2+\frac{t}{t-1}\sum_i \alpha_i^2$	$\sigma^2+\frac{t}{t-1}\sum_i \alpha_i^2$	$F_R=\frac{MSR}{MSE}$
Columns	t-1	SSC	MSC	$\sigma^2+\frac{t}{t-1}\sum_j \beta_j^2$	$\sigma^2+\frac{t}{t-1}\sum_j \beta_j^2$	$F_C=\frac{MSC}{MSE}$
Treat.	t-1	SST	MST	$\sigma^2+\frac{t}{t-1}\sum_k \tau_{(k)}^2$	$\sigma^2+t\,\sigma_\tau^2$	$F_T=\frac{MST}{MSE}$
Error	(t-1)(t-2)	SSE	MSE.	σ^2	σ^2	
Total	t^2-1	SSTo				

وتحسب مكونات جدول (6-2) كالتالي :

$$SSTo = \sum_i \sum_j (Y_{ij} - \overline{Y}_{..})^2 = \sum_i \sum_j Y_{ij}^2 - CF, \quad CF = Y_{..}^2/t^2$$

$$SSR = t \sum_i (\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})^2 = \sum_i Y_{i.}^2 / t - CF$$

$$SSC = t \sum_i (\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..})^2 = \sum_j Y_{.j}^2 / t - CF$$

$$SST = t \sum_k (\overline{Y}_{k} - \overline{Y}_{..})^2 = \sum_k T_{k}^2 / t - CF$$

$$SSE = \sum_{ijk} (Y_{ij(k)} - \hat{Y}_{ij(k)})^2 = SSTo - SSR - SSC - SST$$

والقيمة المقدرة هنا هي : $\hat{Y}_{ij(k)} = \overline{Y}_{i.} + \overline{Y}_{.j} + \overline{Y}_{(k)} - 2\,\overline{Y}_{..}$

وتسمى القيم

$$e_{ij(k)} = Y_{ij(k)} - \hat{Y}_{ij(k)}$$

بالبقايا (Residuals) وهي تقدير للأخطاء العشوائية المعرفة في النموذج الخطي بالرمز $\varepsilon_{ij(k)}$. ومن الضروري التأكد من صحة افتراض أن $\varepsilon_{ij(k)} \sim N(0, \sigma^2)$ برسم البقايا على ورقة الرسم الإحتمالي الطبيعي (Normal probability plot) . وفي الحقيقية نوصي بهذا الرسم لكل النماذج المستخدمة ، حيث يفترض فيها أن $\varepsilon_{ij(k)} \sim N(0, \sigma^2)$.

وتحسب متوسطات المربعات بنفس الطريقة التي طبقت في التصميمات السابقة وذلك بقسمة مجموع المربعات على درجات الحرية . والاختبار الهام في جدول تحليل التباين هو اختبار ما إذا كان هناك فرق بين المعالجات ويكون القرار برفض الفرضية التالية :

$$H_0 : \tau_{(1)} = \tau_{(2)} = ... = \tau_{(t)} = 0$$

إذا كانت $F_T > F^{1-\alpha}_{t-1, (t-1)(t-2)}$.

أما بالنسبة لاختباري F_R و F_C فينطبق عليهما نفس الكلام الذي ذكر عند مناقشة اختبار F_R في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة ، وهو أن F_R و F_C تعتبر اختبارات تقريبية ولا نستطيع حساب المعنوية المحسوبة لها (P-value) ولكن تستخدم لاعطاء فكرة حول كفاءة الصفوف و الأعمدة في تصغير الخطأ التجريبي .

وطبعاً إذا كانت المعالجات عشوائية فتختبر F_T الفرضية

$$H_0 : \sigma^2_\tau = 0$$

ضد البديلة
$$H_a : \sigma^2_\tau > 0$$

ونستخلص من جدول تحليل التباين أن $\hat{\sigma}^2 = MSE$. والخطأ المعياري للمتوسط هو $S_{\bar{Y}_k} = \sqrt{MSE/t}$

وتحسب %(α – 1) 100 فترات الثقة للمتوسطات على النحو التالي :

$$\bar{Y}_k \pm t_{(t-\alpha/2,\ (t-1)(t-2))} S_{\bar{Y}_k}$$

والخطأ المعياري للفرق بين متوسطين هو $S_{\bar{Y}_k - \bar{Y}_{k'}} = \sqrt{2MSE/t}$

وتحسب %(α–1) 100 فترة الثقة للفرق بين متوسطين $\mu_k - \mu_{k'}$ كما يلي:

$$\bar{Y}_k - \bar{Y}_{k'} \pm t_{(t-\alpha/2,\ (t-1)(t-2))} S_{\bar{Y}_k - \bar{Y}_{k'}}$$

3-2-6 الكفاءة النسبية Relative Efficiency :

يمكن اختبار تأثير الصفوف والأعمدة في تصميم المربع اللاتيني مقارنة بما كان متوقعاً في حالة استخدام التصميم التام التعشية بالمعادلة التالية :

$$RE(LS\ to\ CRD) = \frac{MSR + MSC + (t-1)MSE}{(t+1)MSE}\ 100\ .$$

ويتضح من الدراسات السابقة أن تصميم LS يتطلب نصف عدد الوحدات التجريبية التي يتطلبها CRD . كما يمكننا أيضا إيجاد الكفاءة النسبية لتصميم المربع اللاتيني مقارنة بتصميم القطاعات العشوائية الكاملة ، وطبعاً ستكون هناك كفاءة نسبية للصفوف وأخرى للأعمدة . وتحسب الكفاءة النسبية للصفوف بالمعادلة :

$$RE(LS\ to\ RCBD) = \frac{MSC + (t-1)MSE}{t\,MSE}\ 100$$

والكفاءة النسبية للأعمدة بالمعادلة :

$$RE(LS\ to\ RCBD) = \frac{MSR + (t-1)MSE}{t\,MSE}\ 100.$$

ويتضح من الدراسات السابقة أن تصميم القطاعات العشوائية الكاملة يتطلب أكثر من ضعف عدد الوحدات التجريبية التي يتطلبها المربع اللاتيني وذلك لتحقيق درجة دقة معينة .

4-2-6 القيم المفقودة Missing observations :

قد تفقد مشاهدة أو أكثر في تصميم المربع اللاتيني ويصبح على إثرها تحليل التباين السابق غير ملائم لأنه وضع أساساً لحالة تواجد كل المشاهدات . وتقدر القيمة المفقودة بالمعادلة التالية :

$$\hat{Y}_{ij(k)} = \frac{t(Y_{i.}' + Y_{.j}' + T_k') - 2\,Y_{..}'}{(t-1)(t-2)}$$

حيث

$Y_{i.}'$ مجموع المشاهدات من الصف الذي فقدت منه المشاهدة .

$Y_{.j}'$ مجموع المشاهدات من العمود الذي فقدت منه المشاهدة .

T_k' مجموع المشاهدات من المعالجة التي فقدت منها المشاهدة .

$Y_{..}'$ المجموع الكلي للمشاهدات المتبقية

t عدد المعالجات

وبعد تقدير القيمة المفقودة توضع في مكانها المناسب ويجري تحليل التباين كالعادة مع التصحيحات التالية :

- درجات الحرية للخطأ تصبح : $(t-1)(t-2)-1$ ، أي تحذف منها درجة حرية واحدة
- درجات الحرية الكلية تصبح : $t^2 - 2$ ، أي تحذف منها درجة حرية واحدة

أما الخطأ المعياري للفرق بين متوسطين الذي كان لأحدهما قيمة مفقودة هو :

$$S_{\bar{Y}_k - \bar{Y}_{k'}} = \sqrt{MSE\left[\frac{2}{t} + \frac{1}{(t-1)(t-2)}\right]}$$

وتقترح بعض كتب تصميم التجارب طرق معالجة فقدان أكثر من مشاهدة ، أو فقدان صف أو عمود بأكمله ويمكن مراجعة ذلك في Kempthorne (1983) .

مثال (6-1) :

أجريت تجربة لمقارنة كمية المحصول من اللفت السكري تحت 5 ظروف مختلفة من التسميد النيتروجيني ومعالجة المراقبة (Control) . واستخدم لهذه التجربة تصميم المربع اللاتيني 6 x 6 ويوضح الجدول (6-3) المخطط الحقلي للتجربة مع انتاج محصول اللفت السكري (طن بالهكتار) ومجاميع المعالجات الست.

وتحسب مكونات جدول تحليل التباين لهذه التجربة على النحو التالي :

جدول (3-6) : المخطط الحقلي للمربع اللاتيني 6x6 لتجربة اللفت السكري مع الانتاج (t/ha)

Row	Column 1	2	3	4	5	6	مجموع الصفوف
1	F 61.6	D 63.8	A 70.4	B 72.6	E 68.2	C 70.4	407.0
2	E 68.2	B 63.8	C 66.0	F 55.0	D 72.5	A 67.3	392.8
3	D 67.2	E 63.4	F 47.7	C 67.8	A 70.2	B 66.2	382.5
4	C 72.8	A 66.9	B 63.4	D 69.0	F 58.7	E 70.2	401.0
5	B 65.8	F 56.8	E 66.7	A 66.7	C 73.7	D 71.1	400.8
6	A 67.8	C 65.3	D 60.3	E 64.0	B 67.5	F 47.1	372.0
مجموع الأعمدة	403.4	380.0	374.5	395.1	410.8	392.3	2356.1 Y..

$$CF = \frac{Y_{..}^{2}}{t^{2}} = \frac{(2356.1)^{2}}{36} = 154200.2$$ معامل التصحيح

$$SSTo = \sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} y_{ij}^{2} - CF = 61.6^{2} + 63.8^{2} + \ldots + 47.1^{2} - CF$$

$$= 155543.53 - 154200.2 = 1343.33$$

المعالجات

	A $(NH4)_2 S0_4$	B $NH_4 N0_3$	C $Co(NH_2)_2$	D $Ca(N0_3)_2$	E $Na N0_3$	F Control	مجموع
مجموع	409.3	399.3	416.0	403.9	400.7	326.9	2356.1
متوسط	68.22	66.55	69.33	67.32	66.78	54.48	$\bar{Y}_{..}=65.44$

$$SSR = \sum_{i=1}^{6} y_{i.}^{2} / t - CF = \frac{1}{6} [407.0^{2} + \ldots + 372.0^{2}] - CF$$

$$= 154345.455 - 154200.2 = 145.255$$

$$SSC = \sum_{j=1}^{6} y_{.j}^{2} / 2 - CF = \frac{1}{6} [403.4^{2} + \ldots + 392.3^{2}] - CF$$

$$= 154356.96 - 154200.2 = 156.76$$

$$SST = \sum_{k=1}^{6} T_{k}^{2} / t - CF = \frac{1}{6} [409.3^{2} + \ldots + 326.9^{2}] - CF$$

$$= 155097.05 - 154200.2 = 896.85$$

$$SSE = SSTo - SSR - SSC - SST = 1343.33 - 145.255 - 156.76 - 896.85$$

$$= 144.465$$

وبعد إيجاد مجموع المربعات لمصادر الاختلاف نلخص جدول تحليل التباين لهذه التجربة بالجدول (6-4) .

جدول (6-4) : جدول تحليل التباين لتجربة محصول اللفت السكري .

S.O.V.	df	SS	MS	F	$F^{1-\alpha}$
Rows	5	145.255	29.05	F_R=4.02*	$F_{5,20}^{.95}$=2.71
Columns	5	156.760	31.35	F_C=4.34**	$F_{5,20}^{.99}$=4.10
Treatments	5	896.850	179.37	F_T=24.83**	
Error	20	144.465	7.223		
Total	35	1343.33			

ويتضح من الجدول (6-4) معنوية F_R و F_C عند $\alpha = .05$ وهذا دليل

على أن عملية تجميع الوحدات التجريبية في الصفوف والأعمدة كانت ناجعة في تصغير الخطأ التجريبي . وأن اختبار F_T معنوي عند مستوى المعنوية $\alpha = .05$ و $\alpha = .01$.

$$C.V. = (\sqrt{MSE} / \bar{Y}_{..})(100) = 4.1\%$$

والمعنوية المحسوبة هنا هي أقل من 0.001 (P-value < .001) . وهذا دليل كاف لرفض الفرضية بناء على البيانات التي تم الحصول عليها في هذه التجربة .

والخطأ المعياري للمتوسط هو :

$$S_{\bar{Y}_k} = \sqrt{MSE/t} = \sqrt{7.22/6} = 1.096$$

والخطأ المعياري للفرق بين متوسطين هو

$$S_{\bar{Y}_k - \bar{Y}_{k'}} = \sqrt{2MSE/t} = \sqrt{2(7.22)/6} = 1.55$$

والكفاءة النسبية لهذا التصميم مقارنة بالتصميم التام التعشية هي

$$RE = \frac{MSR + MSC + (t-1)MSE}{(t+1)MSE} 100$$

$$= \frac{29.05 + 31.35 + (5)7.22}{7(7.22)} 100 = 190.9\%$$

وهذا دليل على أن التصميم الذي استخدم لهذه التجربة كان ناجعاً في تصغير الخطأ التجريبي وفي تقليل التكلفة ، حيث كان من المتطلب زيادة عدد التكرارات بنسبة 91% للحصول على نفس الدقة في حالة تنفيذ التجربة بالتصميم التام التعشية .

وإذا افترضنا أن الصفوف كانت هي القطاعات ولم تكن هناك أعمدة فتحسب الكفاءة النسبية كما يلي :

$$RE_R = \frac{MSC + (t-1)MSE}{t\,MSE} 100 = \frac{31.35 + 5(7.22)}{6(7.22)} 100 = 155.7\%$$

وبافتراض أن الأعمدة كانت هي القطاعات فتكون الكفاءة النسبية هي :

$$RE_C = \frac{MSR + (t-1)MSE}{t\,MSE} 100 = \frac{29.05 + 5(7.22)}{6(7.22)} 100 = 150\%$$

وهذا دليل آخر على أن عملية التجميع كانت ناجعة في التجمعين : الصفوف والأعمدة .

6 - 3 المربع اللاتيني المكرر Replicated Latin Squares :

يعاب على المربعات اللاتينية الصغيرة في أنها لا تعطي درجات حرية كافية للخطأ التجريبي، فمثلاً المربع اللاتيني 3 x 3 يعطي درجتي حرية للخطأ التجريبي ، والمربع اللاتيني 4 x 4 يعطي ست درجات حرية للخطأ . ولتجنب هذه المشكلة فإنه غالباً ما يقوم الباحث المستخدم لهذا التصميم بتكراره عدداً من المرات . وهناك ثلاثة حالات مختلفة لتكرار المربع اللاتيني وهي :

أ - استخدام نفس الصفوف ونفس الأعمدة ، فمثلاً إذا كانت الصفوف عبارة عن عمال فيستخدم نفس العمال في المربعات المكررة ، وإذا كانت الأعمدة تمثل الأوقات فتستخدم نفس الأوقات . وبعبارة أخرى تستخدم نفس طريقة التجميع التي طبقت في المربع الأول أي نفس الوحدات التجريبية ونفس القطاعات .

ب - استخدام نفس الصفوف وتغيير الأعمدة (أو العكس) في كل مكرر

ج - استخدام صفوف وأعمدة مختلفة في كل مكرر فمثلاً يستخدم عمال آخرون وأوقاتاً أخرى في كل مكرر .

ويختلف تحليل التباين باختلاف طريقة التكرار . فبالنسبة للحالة (أ) حيث استخدمت نفس القطاعات في الاتجاهين لكل مكرر لنفترض أن $Y_{ij(k)\ell}$ هي المشاهدة من صف i وعمود j التي تلقت المعالجة k في تكرار ℓ ، وعدد التكرارات يساوي r حيث أن مجموع عدد المشاهدات لكل المكررات هو rt^2 ، فيكون جدول

تحليل التباين لهذه التجربة كما هو موضح في الجدول (6-5) في الحالة (أ) .

وبالنسبة للحالة (ب) لنفترض أنها استخدمت صفوف مختلفة في كل مكرر ونفس الأعمدة ، بحيث يكون هناك t صف جديد في كل مكرر. لذلك يتكون مجموع مربعات الصفوف من الاختلافات بين الصفوف داخل المكررات . ويوضح الجدول (6-5) في الحالة (ب) التحليل الملائم لهذه التجربة ، وبإمكان القارىء استنتاج الحالة العكسية بسهولة .

أما الحالة الأخيرة (ج) فهي التي تستخدم صفوفاً وأعمدة مختلفة في كل مكرر. فسيكون هناك t صف جديد و t عمود جديد في كل مكرر. ومن هنا يتكون مجموع مربعات الصفوف من الاختلافات التي بين الصفوف داخل المكررات ونفس الشيء بالنسبة للأعمدة . والحالة (ج) في الجدول (6-5) توضح تحليل التباين لهذه التجربة .

ثم تحسب SSE بطرح كل مصادر الاختلاف من مجموع المربعات الكلية SSTo كالتالي :

$$SSE = SSTo - SSRep - SSR - SSC - SST$$

كما تستنتج درجات الحرية للخطأ التجريبي بواسطة الفرق بين درجات الحرية الكلية وباقي درجات الحرية الموجودة في جدول تحليل التباين .

6 - 4 تصميم المربع الاغريقي اللاتيني : Graeco-Latin Square Design

لاحظنا في تصميم المربع اللاتيني أن هناك امكانية التحكم في مصدرين للاختلاف وذلك بواسطة تجميع الوحدات التجريبية حسب اتجاهي الصفوف والأعمدة . وقد يكون ضرورياً في بعض التجارب التحكم في ثلاثة مصادر للاختلاف ، أي ثلاثة أنواع من القطاعات وكل قطاع يتحكم في اتجاه معين ويكون متعامدا (orthogonal) مع الآخرين .

فمثلاً يريد باحث في علوم الأغذية اختبار الفرق بين 4 أنواع من الزبادي من ناحية الذوق . ويريد التحكم في ثلاثة مصادر للاختلاف هي (أ) المتذوق (ب) الوقت و (ج) لون الغلاف . ويرمز لمصادر

جدول (6-5) : تحليل التباين للمربع اللاتيني المكرر بحالاته الثلاث .

	الحالة (أ)		الحالة (ب)		الحالة (ج)	
S.O.V.	df	SS	df	SS	df	SS
Replication	r - 1	$\sum_{\ell} Y^2_{..\ell}/t^2 - CF$	r - 1	$\sum_{\ell} Y^2_{..\ell}/t^2 - CF$	r - 1	$\sum_{\ell} Y^2_{..\ell}/t^2 - CF$
Rows	t-1	$\sum_{i} Y^2_{i..}/rt - CF$	r(t-1)	$\sum_{i\ell} Y^2_{i.\ell}/t - \sum_{\ell} Y^2_{..\ell}/t^2$	r(t-1)	$\sum_{i\ell} Y^2_{i.\ell} - \sum_{\ell} Y^2_{..\ell}/t^2$
Columns	t-1	$\sum_{j} Y^2_{.j.}/rt - CF$	t - 1	$\sum_{j} Y^2_{.j.}/rt - CF$	r(t-1)	$\sum_{j\ell} Y^2_{.j\ell}/t - \sum_{\ell} Y^2_{..\ell}/t^2$
Treatment	t-1	$\sum_{k} T^2_{k}/rt - CF$	t - 1	$\sum_{k} T^2_{k}/rt - CF$	t - 1	$\sum_{k} T^2_{k}/rt - CF$
Error	(t-1)[r(t+1)-3]	substraction	(t-1)(rt-2)	substraction	(t-1)[r(t-1)-1]	substraction
Total	$rt^2 - 1$	$\sum_{ij\ell} y^2_{ij\ell} - CF$	$rt^2 - 1$	$\sum_{ij\ell} Y^2_{ij\ell} - CF$	$rt^2 - 1$	$\sum_{ij\ell} Y^2_{ij\ell} - CF$

حيث : $CF = \frac{Y^2_{...}}{rt^2}$ و T_k هي مجموع مشاهدات المعالجة k .

الاختلاف الثلاثة بالصفوف والأعمدة والأحرف اللاتينية وأخيراً يرمز للمعالجات بالأحرف الاغريقية $\alpha, \beta, \gamma, \delta$.

ويتكون تصميم المربع الإغريقي اللاتيني من تصميمين لاتينيين ، تصميم مربع لاتيني معرف بالأحرف اللاتينية فوقه مربع لاتيني معرف بالأحرف الاغريقية . وإذا وجد كل حرف اغريقي مرة واحدة فقط مع كل حرف لاتيني فيكون التصميمان اللاتينيان متعامدين ويسمى التصميم المجمع من التصميمين بتصميم المربع اللاتيني الاغريقي . ونوضح مثالاً لهذا التصميم في الشكل (6-5) . ويؤخذ على هذا التصميم أن عدد الوحدات التجريبية يزداد بسرعة مع ازدياد عدد المعالجات ، وكان هذا أيضا من عيوب التصميم المربع اللاتيني. ولا يستخدم هذا التصميم لتجربة لست معالجات، كما أن عملية التجميع في ثلاثة اتجاهات متعامدة تعتبر صعبة التنفيذ ، إلى جانب أنه في حالة فقدان بعض المشاهدات يصبح التحليل صعباً جداً .

		الصفوف			
		1	2	3	4
	1	A α	B β	C γ	D δ
الأعمدة	2	B δ	A γ	D β	C α
	3	C β	D α	A δ	B γ
	4	D γ	C δ	B α	A β

شكل (6-5) : مخطط لتصميم المربع الاغريقي اللاتيني

وينتقد Kempthorne (1983) صحة اختبار الفرضية حول المعالجات في التصميم المربع الإغريقي اللاتيني ويوصي بعدم استخدام هذا التصميم لأية حال من الأحوال ولن نتطرق للنموذج الخطي أو لتحليل تباين هذا التصميم ولكن كان هذا على سبيل الذكر .

6 - 5 تصميم المربع اللاتيني مع معاينة الوحدات التجريبية

: L.S.D. with Sampling of Exp. Units

قد يقوم الباحث في بعض التجارب بمعاينة الوحدات التجريبية وتسجيل مشاهدات على وحدات المعاينة عوضاً عن الوحدات التجريبية. ولنفترض أن عددها يساوي s داخل كل وحدة تجريبية .

والنموذج الخطي لهذه التجربة هو

$$Y_{ij(k)\ell} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \tau_{(k)} + \varepsilon_{ij(k)} + \eta_{ij(k)\ell}$$

$$i = 1, \ldots, t \quad , \quad j = 1, \ldots, t \quad , \quad k = 1, \ldots, t \quad , \quad \ell = 1, \ldots, s$$

حيث أضفنا للنموذج السابق الموضح بالفقرة (6-2-1) القيمة $\eta_{ij(k)\ell}$ وهي الخطأ العشوائي الناتج عن المعاينة . ويكون جدول تحليل التباين كما في الجدول (6-6) .

جدول (6-6): جدول تحليل التباين لمربع لاتيني مع معاينة الوحدات التجريبية .

S.O.V	df	SS مجموع المربعات
Rows	t-1	$SSR = \sum_{i} Y^2_{i..}/ts - CF$, $CF = (Y...)^2/t^2s$
Columns	t-1	$SSC = \sum_{j} Y^2_{.j.}/ts - CF$
Treatments	t-1	$SST = \sum_{k} T^2_{k}/ts - CF$
Exp. Error	(t-1)(t-2)	$SSE = \sum_{ij} Y^2_{ij.}/s - CF - SSR - SSC - SST$
Samp. Eror	$t^2(s-1)$	$SSS = \sum_{ij\ell}(Y_{ij\ell} - \overline{Y}_{ij.})^2 = \sum_{ij\ell} Y^2_{ij\ell} - \sum_{ij} Y^2_{ij.}/s$
Total	$t^2(s-1)$	$SSTo = \sum_{ij\ell} Y^2_{ij\ell} - CF$

وفي حالة الحصول على متوسطات المشاهدات داخل كل وحدة تجريبية وتنفيذ تحليل التباين على المتوسطات نحصل على نفس النتائج التي نحصل عليها باتباع التحليل السابق الموضح في الجدول (6-6) .

تمارين

1-6 لدراسة كمية الرطوبة في أوراق اللفت الخضري استخدم باحث تصميم المربع اللاتيني 5 x 5 حيث تمثل الصفوف زمن الوزن والأعمدة حجم الورقة والأحرف اللاتينية الأصناف الخمسة من اللفت الخضري (A,B,C,D,E) . وكانت بيانات هذه التجربة على النحو الموضح في الجدول :

حجم الورقة

الزمن	1	2	3	4	5
1	E 6.67	D 7.15	A 8.29	C 8.95	B 9.62
2	B 5.40	E 4.77	D 5.40	A 7.54	C 6.93
3	C 7.32	B 8.53	E 8.50	D 9.99	A 9.68
4	A 4.92	C 5.00	B 7.29	E 7.85	D 7.08
5	D 4.88	A 6.16	C 7.83	B 5.83	E 8.51

أ – أوجد جدول تحليل التباين لهذه التجربة ؟

ب – اختبر ما إذا كانت هناك فروق بين المعالجات عند $\alpha = .05$ ؟

ج – أوجد 95% فترة الثقة لمتوسط الرطوبة في الصنف A ؟

د – أوجد 95% فترة الثقة للفرق بين متوسطي الرطوبة في الصنف A والصنف E ؟

هـ – أوجد الكفاءة النسبية لهذا التصميم مقارنة بتصميم CRD ؟

و – في حالة فقدان المشاهدة الأخيرة للمعالجة E أي 8.51 أوجد تحليل التباين ؟

2-6 أجريت تجربة في مربع لاتيني 4 x 4 وكررت مرتين (Gill 1978) لدراسة تأثير تركيز (D=10, C=5, B=1, A=0) دواء أعطي إلى 32 بقرة بواسطة حقن مختلفة : (1 : داخل العروق ، 2 : داخل العضلات، 3 : تحت الجلد (أ) ، 4 : تحت الجلد (ب)) . وكانت صفوف المربع اللاتيني هي مجموعة وراثية مختلفة والأعمدة هي الحقن المختلفة وكانت قياسات الإستجابة كالتالي :

Latine Square I				Latin Square II			
1	2	3	4	1	2	3	4
1: 26.3(D)	23.7(4)	19.0(B)	27.9(C)	26.0(B)	25.0(A)	22.3(D)	27.9(C)
2: 22.5(B)	27.7(C)	19.6(D)	22.3(A)	27.7(C)	24.0(D)	18.3(A)	20.9(B)
3: 23.7(A)	24.2(B)	26.6(C)	24.1(D)	26.1(D)	24.2(B)	25.3(C)	19.2(A)
4: 29.0(C)	24.2(D)	20.1(A)	21.7(B)	24.9(A)	27.8(C)	21.1(B)	25.8(D)

أ - أية حالة من حالات المربع اللاتيني المكرر تصنف فيها هذه التجربة؟

ب - أوجد جدول تحليل التباين لهذه التجربة

ج - هل هناك فرق معنوي بين طرق الحقن ؟

د - هل كانت عملية تجميع الأبقار في مجموعات وراثية عملية ناجحة؟

مثال (1 - 6)

```
OPTION PS=65;
DATA SUGBEET;
    DO ROW = 1 TO 6;
        DO COL = 1 TO 6;
        INPUT FERT $ Y @ @;OUTPUT;
        END;
    END;
CARDS;
F 61.6 D 63.8 A 70.4 B 72.6 E 68.2 C 70.4
E 68.2 B 63.8 C 66.0 F 55.0 D 72.5 A 67.3
D 67.2 E 63.4 F 47.7 C 67.8 A 70.2 B 66.2
C 72.8 A 66.9 B 63.4 D 69.0 F 58.7 E 70.2
B 65.8 F 56.8 E 66.7 A 66.7 C 73.7 D 71.1
A 67.8 C 65.3 D 60.3 E 64.0 B 67.5 F 47.1
;
PROC GLM DATA=SUGBEET;
CLASS ROW COL FERT;
MODEL Y = ROW COL FERT;
MEANS FERT;
RUN;
```

```
                General Linear Models Procedure
                   Class Level Information

                 Class     Levels    Values

                 ROW            6    1 2 3 4 5 6

                 COL            6    1 2 3 4 5 6

                 FERT           6    A B C D E F

             Number of observations in data set = 36
```

General Linear Models Procedure

Dependent Variable: Y

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	15	1198.8608333	79.9240556	11.06	0.0001
Error	20	144.4688889	7.2234444		
Corrected Total	35	1343.3297222			

R-Square	C.V.	Root MSE	Y Mean
0.892455	4.1065863	2.6876466	65.44722222

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
ROW	5	145.25472	29.05094	4.02	0.0109
COL	5	156.75806	31.35161	4.34	0.0078
FERT	5	896.84806	179.36961	24.83	0.0001

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
ROW	5	145.25472	29.05094	4.02	0.0109
COL	5	156.75806	31.35161	4.34	0.0078
FERT	5	896.84806	179.36961	24.83	0.0001

Level of FERT	N	Y Mean	Y SD
A	6	68.2166667	1.65821189
B	6	66.5500000	3.33691474
C	6	69.3333333	3.52003788
D	6	67.3166667	4.59626660
E	6	66.7833333	2.64152734
F	6	54.4833333	5.90911725

الفصل السابع
المقارنات المتعددة
MULTIPLE COMPARISONS

7 - 1 مقدمـــة :

عرفنا في الفصل الأول الهدفين الأساسيين من تصميم التجارب وهما اختبار فرضيات حول المتوسطات مثل اكتشاف ما إذا كانت هناك فروق بين متوسطات المعالجات ثم تقدير تلك الفروق إن كانت معنوية .

فإذا كانت F المحسوبة في جدول تحليل التباين غير معنوية فهذا يدل على أن الفروق بين المعالجات ليست حقيقية وبالتالي لا نرفض الفرضية القائلة بعدم وجود اختلافات بين متوسطات المعالجات. ونتوقف عند هذا الحد إذ ليست هناك أسئلة بامكاننا طرحها . أما إذا كانت F معنوية فنستنتج وجود اختلافات بين المتوسطات ونطرح السؤال الثاني: بين أي متوسطات توجد تلك الاختلافات؟ ويصبح إذن من الضروري إجراء عدة مقارنات بين متوسطات المعالجات في التجربة وتسمى هذه الطريقة بالمقارنات المتعددة (Multiple comparisons) . وهناك العديد من الطرق المقترحة في كتب الإحصاء وسنتطرق لأهمها في الفقرة القادمة. وتعتبر هذه المقارنات مقترحة بعد إجراء التجربة لأنها مشروطة بمعنوية F في جدول تحليل التباين .

وقد يهتم الباحث في بعض التجارب بمقارنات معينة بين متوسطات المعالجات أي تكون هذه المقارنات محددة في أهداف البحث قبل تنفيذ التجربة

وبالتالي تسمى مقارنات محددة قبل التجربة (Planned in advance) . ولاختبارها نستخدم طريقة المقارنات المصممة (Contrasts) . وهناك تجارب تكون معالجاتها عبارة عن مستويات مختلفة لأحد العوامل الكمية وحيث يهتم الباحث بالعلاقة الدالية بين مستويات العامل والاستجابة، وتسمى هذه الدراسة بتحليل الاتجاهات (Trend Analysis) وهي عبارة عن مزيج بين تحليل الانحدار وتحليل التباين . وسنتطرق فيما يلي إلى كل هذه الطرق بمزيد من التفصيل .

7 - 2 المقارنات المتعددة :

هناك العديد من المقارنات المتعددة التي اقترحت في الإحصاء الاستدلالي وهي محل حوار متواصل بين الإحصائيين حول أفضلية كل من تلك الطرق . ونركز في هذا الباب على ما توصلت إليه الدراسات الأخيرة من توصيات ، مثل Carmer & Swanson (1973) و Carmer & Walker (1983) .

7-2-1 طريقة أقل فرق معنوي محفوظ

: Protected least Significant Difference

تعتبر هذه الطريقة أفضل طريقة للمقارنات المتعددة لسهولة إجرائها ثم لدقتها في الوصول إلى النتائج الصحيحة . وهي إمتداد لاختبار t لمقارنة متوسطي عينتين مستقلتين الذي تطرقنا له في الفصل الثاني . وسمي هذا الاختبار بالمحفوظ نظراً لأن العالم Fisher لا يوصى باستخدامه إلا في حالة معنوية اختبار F . وفي الحقيقة كل النقد كان قد وجه لطريقة أقل فرق معنوي غير المحفوظ وقد ذكرجانب من هذه الإنتقادات في مقدمة الفصل الثالث .

وتتلخص هذه الطريقة في الخطوات التالية :

أ – حساب اختبار F في جدول تحليل التباين ، وإذا كانت F معنوية نقارن بين المتوسطات أما إذا كانت غير معنوية فنتوقف عند تحليل التباين .

ب - حساب قيمة أقل فرق معنوي محفوظ كالتالي :

$$PLSD = t_{(1-\alpha/2,\, \upsilon)}\, S_{(\overline{Y}_i - \overline{Y}_{i'})}$$

حيث تمثل

- $t_{(1-\alpha/2,\, \upsilon)}$ قيمة t الجدولية التي تترك على يسارها مساحة قيمتها $1 - \alpha/2$ من توزيع t و υ درجة الحرية الخاصة بمتوسط مربعات الخطأ أي MSE ، و α مستوى المعنوية أو احتمال الوقوع في خطأ من النوع الأول.

- $S_{(\overline{Y}_i - \overline{Y}_{i'})}$ هو الخطأ المعياري للفرق بين متوسطين، وتختلف معادلة الخطأ المعياري حسب التصميم وحسب التكرارات ما إذا كانت متساوية أم لا .

ج - بعد ترتيب متوسطات المعالجات تصاعدياً ، يحسب الفرق بين كل متوسطين ثم يقارن بقيمة PLSD . وإذا كان الفرق $|\overline{Y}_i - \overline{Y}_{i'}|$ أكبر من PLSD أي إذا

$$|\overline{Y}_i - \overline{Y}_{i'}| > t_{(1-\alpha/2,\, \upsilon)}\, S_{(\overline{Y}_i - \overline{Y}_{i'})}$$

فنستنتج وجود فرقاً معنوياً بين μ_i و $\mu_{i'}$. ويتضح من الخطوات السابقة سهولة إجراء هذا الاختبار ومن ثم شاع استخدامه لدى الباحثين . وفي حالة تساوي عدد التكرارات لكل المعالجات تكون هناك قيمة واحدة فقط (PLSD) نقارن بها كل الفروق بين متوسطات المعالجات، أما في حالة عدم تساوي التكرارات فتختلف قيمة PLSD باختلاف الخطأ المعياري للفرق بين متوسطين .

ونذكر هنا أنه في بعض الأحيان يكون F معنوياً ولكن طريقة PLSD لا تكشف عن اختلافات معنوية بين أي متوسطين ويرجع هذا لأن F يختبر كل المقارنات الممكنة بين المتوسطات، أما PLSD فيختبر المقارنات الثنائية الممكنة (Pairwise comparisons) فقط .

2-2-7 طريقة دنكن لاختبار المدى المتعدد

: Duncan's Multiple Range Test (DMRT)

يتضح من مسمى هذه الطريقة انها من اقتراح Duncan (1955) وتعتبر من

الطرق الشائعة الاستخدام قبل أن تنتقد حديثاً من قبل العديد من الإحصائيين ، وهي متوفرة في معظم البرامج الإحصائية الموجودة على الحاسب الآلي .

وتتلخص هذه الطريقة في إيجاد عدة فروق معنوية ذات قيم متزايدة والتي يتوقف حجمها على مدى البعد بين المتوسطات بعد ترتيبها . ومن هنا أتت تسمية هذه الطريقة باختبار المدى المتعدد . ونلخص خطوات تنفيذها على النحو التالي :

أ - ترتيب متوسطات المعالجات تصاعدياً .

ب - إيجاد الخطأ المعياري للمتوسط $S_{\bar{Y}_i} = \sqrt{MSE/r}$ ، وتستخدم $S_{\bar{Y}_i}$ لحساب $t - 1$ قيمة أقل مدى معنوي في الخطوة القادمة . وليست هناك مشكلة في حساب الخطأ المعياري في حالة تساوي عدد التكرارات ، أما في حالة عدم تساوي التكرارات فنستخدم بدلاً من r الوسط التوافقي (Harmonic mean) لمختلف التكرارات r_i أي

$$r_h = \frac{t}{\sum_{i=1}^{t} (1/r_i)}$$

ج - استخراج قيم $q_\alpha(k, \upsilon)$ من جدول دنكن للمدى المعنوي (جدول A-5) حيث $k = 2, ..., t$ ، α هي مستوى المعنوية أو احتمال الوقوع في خطأ من النوع الأول و υ هي درجات حرية الخطأ التجريبي MSE .

د - حساب قيمة أقل مدى معنوي R_k وذلك بالنسبة لكل من $k = 2, ..., t$ على النحو التالي :

$$R_k = q_\alpha(k, \upsilon)\, S_{\bar{Y}_i} \quad \text{for} \quad k = 2, ..., t$$

هـ - مقارنة الفروق بين متوسطات المعالجات ونبدأ بمقارنة الفرق بين أكبر متوسط وأقل متوسط بقيمة أقل مدى معنوي R_t ، ثم نقارن الفرق بين أكبر متوسط وثاني أصغر متوسط بالقيمة R_{t-1} ، ونواصل هذه العملية إلى أن تتم

مقارنة كل الأزواج وعددها هو $t(t-1)/2$. وإذا كان الفرق المحسوب بين متوسطين يساوي أو أعلى من R_k فيكون ذلك الفرق معنوياً . ولتجنب بعض التناقضات التي تحدث أحيانا فلا يعتبر فرقاً معنويا إذا وقع المتوسطان المعنيان بين متوسطين ليس بينهما اختلاف معنوي .

وتلخص نتائج اختبار DMRT ، ونتائج كل اختبار في المقارنات المتعددة ، بوضع خطوط مشتركة تحت المتوسطات التي لم تكن فروقها معنوية ، مع الإبقاء على ترتيب المتوسطات تصاعدياً . وتستخدم برامج الحاسب الآلي حروفاً لاتينية بدلاً من الخطوط .

وانتقد العديد من الإحصائيين ، وخاصة الذين قاموا بمقارنة الطرق المختلفة للمقارنات المتعددة ، اختبار DMRT ويؤخذ على هذا الاختبار عدم حمايته الكافية من الوقوع في خطأ من النوع الأول ، أي رفض H_0 وهي صحيحة وأثبت Boardman and Moffitt (1971) أن احتمال الوقوع في خطأ من النوع الأول ، $\alpha = .05$ ، يزداد بقيمة 0.04 لكل متوسط يضاف بعد أول متوسطين . وهناك إحصائيون انتقدوا أساساً فكرة اختبار المدى المتعدد .

ونظراً لتعدد الانتقادات فلا نوصي باستخدام DMRT ونفضل الطريقة السابقة أي طريقة أقل فرق معنوي محفوظ . بالاضافة إلى ذلك فإننا لا نوصي باستخدام المقارنات المتعددة لمقارنة المعالجات الكمية ، والتي هي عبارة عن مستويات لعامل معين ، وكذلك عند وجود معرفة ميدنية بهيكلية المعالجات ولكلتا الحالتين الأخيرتين فإن هناك حلولاً أخرى ملائمة سنتطرق لها في الفقرات القادمة.

مثال (7-1) :

كمثال لتطبيق طريقة PLSD وطريقة DMRT نستخدم التجربة التي في المثال (4-2) وهي عبارة عن انتاج 5 أصناف من محصول العدس، وكانت F معنوية مما يتيح لنا مقارنة المتوسطات الخمسة والملخصة في الجدول (7-1) .

جدول (7-1) : متوسطات المثال (4-2) مرتبة تصاعدياً .

	الأصناف				
	C	B	E	A	D
$\overline{Y}_i$	328.33	461.25	545.00	722.00	773.75
r_i	3	4	4	5	4
MSE = 4798.94	$\upsilon = 15$				

أ – طريقة PLSD لمقارنة المتوسطات الخمسة : في هذا المثال تختلف قيمة PLSD لكل متوسطين وذلك لأن التكرارات ليست متساوية وهي

$$PLSD_{.05} = t_{(.975,15)} \sqrt{MSE\left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_i'}\right)}$$

$$= 2.131\ (69.27) \sqrt{\left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_i'}\right)}$$

فإذا كانت $r_i' = 4$ $r_i = 3$ تكون قيمة أقل فرق معنوي $PLSD_{.05} = 112.75$

$r_i = 4$ $r_i' = 4$ " " " $PLSD_{.05} = 104.39$

$r_i = 4$ $r_i' = 5$ " " " $PLSD_{.05} = 99.03$

ونلخص نتائج هذه المقارنة بوضع خط مشترك تحت المتوسطات التي لم تكن فروقها معنوية . ويتضح من هذه النتائج أن $\overline{y}_D$ و $\overline{y}_A$ هي أكبر المتوسطات وأقلها $\overline{Y}_C$.

$$\overline{y}_C \quad \underline{\overline{y}_B \quad \overline{y}_E} \quad \underline{\overline{y}_A \quad \overline{y}_D}$$

كما يمكننا تلخيص النتائج على النحو الموضح بالجدول (7-2) ، حيث وضعت كل الفروق الممكنة بين المتوسطات داخل الجدول وتمت مقارنتها بقيم PLSD المناسبة لعدد التكرارات في كلا المتوسطين الذين حسب منهما

جدول (7-2) : مقارنة الفروق بين المتوسطات باستخدام PLSD

Rank		Mean	$\bar{y}_C$ 328.33	$\bar{y}_B$ 461.25	$\bar{y}_E$ 545.00	$\bar{y}_A$ 722.0
(5)	$\bar{y}_D$	773.75	445.42*	312.5*	228.75*	51.75
(4)	$\bar{y}_A$	722.00	393.58*	260.75*	177.00*	
(3)	$\bar{y}_E$	545.00	216.67*	83.75		
(2)	$\bar{y}_B$	461.25	132.92*			

* $|\bar{y}_i - \bar{y}_{i'}|$ معنوية عند مستوى $\alpha = .05$.

الفرق. وتفضل طريقة العرض الأولى لتلخيص نتائج اختبارات المقارنات المتعددة لبساطتها وسرعة فهم نتائجها .

ب – طريقة DMRT : تحسب قيم R_k عند $\alpha = .05$ ، و $S_{\bar{Y}_i}$ باستخدام الوسط التوافقي لعدد التكرارات وهو

$$r_h = t / \sum_{i=1}^{5} (1/r_i) = 5 / (\frac{1}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{5}) = 3.896$$

حيث

$$S_{\bar{Y}_i} = \sqrt{MSE/r_h} = \sqrt{4798.4/3.896} = 35.096$$

$$R_2 = q_{.05}(2, 15)\, S_{\bar{Y}_i} = 3.01(35.096) = 105.64$$

جدول (7-3) : مقارنة الفروق بين المتوسطات باستخدام طريقة DMRT

Rank	Mean	$\bar{y}_C$ 328.33	$\bar{y}_B$ 461.25	$\bar{y}_E$ 545.00	$\bar{y}_A$ 722.0
(5)	$\bar{y}_D$=773.75	$445.42>R_5$	$312.50>R_4$	$228.75>R_3$	$51.75<R_2$
(4)	$\bar{y}_A$=722.00	$393.58>R_4$	$260.75>R_3$	$117.00>R_2$	
(3)	$\bar{y}_E$=545.00	$216.67>R_3$	$83.75<R_2$		
(2)	$\bar{y}_B$=461.25	$132.92>R_2$			

$$R_3 = q_{.05}(3, 15)\, S_{\bar{Y}_i} = 3.16(35.096) = 110.90$$
$$R_4 = q_{.05}(4, 15)\, S_{\bar{Y}_i} = 3.25(35.096) = 114.06$$
$$R_5 = q_{.05}(5, 15)\, S_{\bar{Y}_i} = 3.31(35.096) = 116.17$$

ونلخص عملية المقارنات باستخدام طريقة DMRT في الجدول (3-7).

وباستخدام الخطوط المشتركة نحصل على الصورة التالية :

$\bar{y}_C$	$\bar{y}_B$	$\bar{y}_E$	$\bar{y}_A$	$\bar{y}_D$
328.33	461.25	545.00	722.00	773.75

ونلاحظ أننا حصلنا على نفس النتائج باستخدام كل من الطريقتين PLSD و DMRT . وتجدر الاشارة إلى أنه يمكن الحصول على نتائج مختلفة باستخدام مقارنتين مختلفتين لنفس المتوسطات .

7 - 2 اختبار Dunnett :

يكون الهدف الأساسي في بعض التجارب هو مقارنة مجموعة من المعالجات مع معالجة المراقبة (Placebo or Control) عوضاً عن مقارنة كل المتوسطات مع بعضهما البعض مثلما في المقارنات المتعددة . وفي هذه التجارب يريد الباحث القيام بمقارنة كل متوسط μ_i ، $i = 1, ..., t-1$ مع متوسط معالجة المراقبة μ_0 ، وبالتالي ستكون هناك $t - 1$ مقارنة، أي يريد أن يختبر الفرضية ضد البديلة :

$$H_0 : \mu_i = \mu_0$$
$$H_a : \mu_i \neq \mu_0 \qquad i = 1, ..., t-1$$

والطريقة الملائمة لهذه المقارنات هي طريقة Dunnett (1964) ، وهي تعديلاً لاختبار t لمقارنة متوسطي مجتمعين . فبالنسبة لكل فرضية نحسب الفرق بين $\bar{Y}_i$ و $\bar{Y}_0$ ونرفض H_0 إذا

$$|\overline{Y}_0 - \overline{Y}_i| > D$$

حيث

$$D = d_{\alpha(t-1,\upsilon)} S_{\overline{Y}_i - \overline{Y}_0}, \quad i = 1, ..., t-1$$

وتمثل $d_{\alpha(t-1,\upsilon)}$ القيمة الجدولية لاختبار Dunnett عند مستوى المعنوية α و υ درجة حرية الخطأ التجريبي .

و $S_{\overline{Y}_i - \overline{Y}_0}$ الخطأ المعياري للفرق بين متوسطين وتختلف حسب التصميمات وعدد التكرارات r_i و r_c .

وقيم Dunnett موجودة في الجدول A–6 ومقسمة إلى جزءين : الجزء الأول يستخدم لاختبار ذي الاتجاهين والجزء الثاني لاختبار ذي اتجاه واحد ، أي

$$H_0 : \mu_i = \mu_0$$
$$H_a : \mu_i > \mu_0$$

وبإمكان الباحث استخدام اختبار Dunnett بدون معنوية اختبار F في جدول تحليل التباين ، وذلك لأن المقارنات التي يختبرها تكون دائماً محددة قبل تنفيذ التجربة وليست مقترحة من البيانات . وعند استخدام هذا الاختبار فإنه يجب مراعاة ما يلي :

أ – أن يكون $r_0/r_i \cong \sqrt{t-1}$ ، أي إذا كان هناك 16 معالجة نريد مقارنتها مع Control يفضل أن تكون $r_0 \cong 4r_i$ ، وأوصى Dunnett بهذا ليكون التصميم مثالياً (Optimal) .

ب – التأكد من أن $\sigma^2_{\overline{Y}_0} = \sigma^2_{\overline{Y}_i}$.

وفي الحقيقة وضعت الجداول على أساس تساوي عدد التكرارات وتساوي التباينات وعند وجود مخالفات لذلك فتتطلب قيم $d_{\alpha(t-1,\upsilon)}$ الجدولية تعديلا معينا . ويمكن الرجوع في ذلك إلى Gill (1978) .

ويتيح اختبار Dunnett للباحث وضع فترات الثقة للفروق $\mu_i - \mu_0$

$$\overline{Y}_0 - \overline{Y}_i \pm d_{\alpha(t-1,\,\upsilon)} S_{\overline{Y}_i - \overline{Y}_0}$$

حيث $d_{\alpha(t-1,\,\upsilon)}$ هي القيمة الجدولية ذات الاتجاهين لاختبار Dunnett .

مثال (2-7) :

نستخدم بيانات المربع اللاتيني بالمثال (1-6) لتطبيق اختبار Dunnett في مقارنة خمسة ظروف مختلفة من التسميد النتروجيني مع معالجة المراقبة . وكانت المتوسطات في هذا المثال على النحو التالي :

$\overline{y}_0$	$\overline{y}_A$	$\overline{y}_B$	$\overline{y}_C$	$\overline{y}_D$	$\overline{y}_E$
54.48	68.22	66.55	69.33	67.32	66.78

MSE = 7.22

$$S_{\overline{Y}_i - \overline{Y}_0} = \sqrt{2\,MSE/t} = \sqrt{2(7.22)/6} = 1.55$$

وقيمة اختبار Dunnett هي :

$$d_{\alpha(t-1,\,\upsilon)} = d_{.05(5,\,20)} = 2.73$$

$$D = d_{\alpha(t-1,\,\upsilon)} S_{\overline{Y}_i - \overline{Y}_0} = 2.73(1.55) = 4.23$$

ثم نقارن بعد ذلك القيمة المقدرة للفرق المعنوي $D = 4.23$ بالفروق المحسوبة بين المتوسط $\overline{y}_0$ وباقي المتوسطات $\overline{y}_i$. ونلاحظ معنوية أقل فرق $\overline{y}_B - \overline{y}_0 = 12.07$ وبالتالي فكل الفروق الخمسة معنوية وليست من سبيل الصدفة .

7 - 4 المقارنات المصممة Designed Contrasts :

في معظم التجارب التي تشتمل على ثلاث معالجات فأكثر ، حيث تكون المعالجات ثابتة ، لا يقدم اختبار F إجابة مستفيضة حول المعالجات ويكتفى

بإصدار قرار حول الفرضية : $H_0 : \tau_i = \tau_2 = ... = \tau_t = 0$. وإذا رفضت هذه الفرضية فستقبل البديلة : معالجة واحدة على الأقل $H_a : \tau_i \neq 0$ ، وهذه الفرضية البديلة من النوع المركب (Composite) ، لأن كل الذي تفيدنا به هو أن كل المتوسطات ليست متساوية .

وغالباً ما يهتم الباحث ببعض المقارنات المحددة بين متوسطات المعالجات ولهذا تصمم هذه المقارنات قبل تنفيذ التجربة على شكل مقارنات مصممة (Contrasts) ، مثل مقارنة المعالجة 1 ضد المعالجات 2 ، 3 و4 . وإذا كانت هذه المقارنات المصممة متعامدة (Orthogonal) أي مستقلة فبإمكان الباحث الإستغناء عن اختبار F والتركيز على إيجاد اختبارات ملائمة لتلك المقارنات ووضع فترات الثقة حولها .

7-4-1 المقارنات المصممة Contrasts :

المقارنة المصممة هي عبارة عن علاقة خطية في متوسطات المعالجات أو في مجاميع المعالجات . ولنفترض أن متوسطات المعالجات هي $\mu_i = \mu + \tau_i$ حيث $i = 1, ..., t$ فتعرف العلاقة الخطية كالتالي

$$Q = \lambda_1 \mu_1 + \lambda_2 \mu_2 + ... + \lambda_t \mu_t$$

وإذا كان مجموع القيم الثابتة λ_i يساوي صفراً أي $\sum_{i=1}^{t} \lambda_i = 0$ ، فتسمى Q بالمقارنة المصممة بين المتوسطات وهي عبارة عن علاقة خطية في المتوسطات . ونستخدم تمرين (5-2) لتوضيح مفهوم المقارنات المصممة .

مثال (7-3) :

استخدم باحث تصميم RCBD لمقارنة المعالجات الأربع التالية :

- التاريخ الأول للرش ومستوى المجفف عند $D_1 S_1 : 1\ell / ha$
- التاريخ الأول للرش ومستوى المجفف عند $D_1 S_2 : 5\ell / ha$
- التاريخ الثاني للرش ومستوى المجفف عند $D_2 S_1 : 1\ell / ha$

- التاريخ الثاني للرش ومستوى المجفف عند $D_2S_2 : 5\ell / ha$

وكانت مجاميع ومتوسطات المعالجات الأربع كما يلي :

	D_1S_1	D_1S_2	D_2S_1	D_2S_2
$y_{i.}$	77.80	80.58	76.45	85.45
$\bar{y}_{i.}$	19.45	20.145	19.113	21.363
MSE = 1.31 , d.f. = 9 , r = 4				

والأسئلة المطروحة في هذا المثال هي :

أ - هل يتساوى متوسط المحصول عند الرش في التاريخ الأول مع الرش في التاريخ الثاني ؟

ب - هل يتساوى متوسط المحصول عند مستويي المجفف الخضري ؟

ج - هل يختلف الفرق بين مستويي المجفف الخضري حسب تاريخ الرش ؟

وهذه الأسئلة مستنتجة من طريقة إعداد المعالجات وهي من أهداف الدراسة المحددة قبل تنفيذ التجربة . ويمكن صياغة فرضية لكل من تلك الأسئلة كما يلي :

أ -
$$H_0 : \frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2) = \frac{1}{2}(\mu_3 + \mu_4)$$

أو
$$H_0 : Q_1 = \frac{1}{2}\mu_1 - \frac{1}{2}\mu_2 + \frac{1}{2}\mu_3 + \frac{1}{2}\mu_4 = 0$$

ب -
$$H_0 : \frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_3) = \frac{1}{2}(\mu_2 + \mu_4)$$

أو
$$H_0 : Q_2 = \frac{1}{2}\mu_1 + \frac{1}{2}\mu_3 - \frac{1}{2}\mu_2 - \frac{1}{2}\mu_4 = 0$$

ج -
$$H_0 : \frac{1}{2}(\mu_1 - \mu_2) = \frac{1}{2}(\mu_3 - \mu_4)$$

أو
$$H_0 : Q_3 = \frac{1}{2}\mu_1 - \frac{1}{2}\mu_2 - \frac{1}{2}\mu_3 + \frac{1}{2}\mu_4 = 0$$

ونلاحظ من هذه الصياغة أن الفرضيات الثلاث هي عبارة عن مقارنات مصممة .
ويريد الباحث اختبار كل فرضية $H_0 : Q_k = 0$ ضد البديلة $H_a : Q_k \neq 0$
حيث $k = 1,2,3$. وللقيام بهذا الاختبار فمن الضروري إيجاد تقدير للقيمة Q
وتباين لذلك التقدير . وتقدر قيمة Q بتعويض μ_i بالمتوسطات $\overline{Y}_i$ ، أي تقدر

$$Q = \lambda_1 \mu_1 + \lambda_2 \mu_2 + \ldots + \lambda_t \mu_t$$

بالقيمة التالية :

$$\hat{Q} = \lambda_1 \overline{Y}_{1.} + \lambda_2 \overline{Y}_{2.} + \ldots + \lambda_t \overline{Y}_{t.}$$

حيث $E(\hat{Q}) = Q$ وتباين $\hat{Q}$ هو $V(\hat{Q}) = \sum_{i=1}^{t} \lambda_i^2 \frac{MSE}{r_i}$

وإذا افترضنا أن الأخطاء العشوائية في النموذج موزعة حسب التوزيع الطبيعي ستخضع القيمة التالية

$$t^* = \hat{Q} / \sqrt{V(\hat{Q})}$$

لتوزيع t بدرجة حرية υ ، حيث υ هي درجة حرية الخطأ التجريبي . ومن هنا يمكن اختبار كل من الفرضيات الثلاث السابقة وإيجاد فترات الثقة لكل مقارنة Q_k . ونرفض الفرضية عند مستوى المعنوية α إذا كانت

$$|t^*| > t_{(1-\alpha/2,\, \upsilon)}$$

وفترة الثقة للمقارنة Q بمستوى ثقة $100\,(1-\alpha)\%$ هي :

$$\hat{Q} - t_{(1-\alpha/2,\, \upsilon)} \sqrt{V(\hat{Q})} \leq Q \leq \hat{Q} + t_{(1-\alpha/2,\, \upsilon)} \sqrt{V(\hat{Q})}$$

ولو فرضنا أننا نريد اختبار الفرضية الأولى $H_0 : Q_1 = 0$ ضد البديلة $H_a : Q_1 \neq 0$ فنقوم أولاً بتقدير Q_1 بالقيمة

$$Q_1 = -\frac{1}{2}\,\overline{y}_{1.} - \frac{1}{2}\,\overline{y}_{2.} + \frac{1}{2}\,\overline{y}_{3.} + \frac{1}{2}\,\overline{y}_{4.}$$

$$\widehat{Q}_1 = -\frac{1}{2}(19.45) - \frac{1}{2}(20.145) + \frac{1}{2}(19.113) + \frac{1}{2}(21.363) = 0.441$$

وبما أن التكرارات متساوية $r_i = r = 4$ فيقدر التباين كالتالي :

$$V(\widehat{Q}_1) = \sum_{i=1}^{t} \lambda_i^2 \frac{MSE}{r_i} = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i^2 \frac{MSE}{r}$$

$$= \left[(-\frac{1}{2})^2 + (-\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2}^2 + \frac{1}{2}^2 \right] \frac{1.31}{4} = 0.3275$$

وقيمة t المحسوبة هي

$$t^* = \frac{\widehat{Q}_1}{\sqrt{V(\widehat{Q}_1)}} = \frac{0.441}{\sqrt{0.3275}} = 0.77$$

وقيمة t الجدولية عند مستوى المعنوية $\alpha = .05$ هي $t_{(.975,\ 9)} = 2.262$ ، وعلى إثر القيام بالمقارنة : $|0.77| < 2.262$ فلا نرفض الفرضية H_0 ونستنتج أن محصول البطاطس لا يختلف اختلافاً معنوياً بين تاريخي الرش .

في هذا المثال اختبرت $H_0 : Q_1 = 0$ ضد $H_a : Q_1 \neq 0$ ويسمى هذا اختبار ذو الاتجاهين لأن للفرض البديل اتجاهان . وتختبر الفرضيات $H_0 : Q_2 = 0$ و $H_0 : Q_3 = 0$ بنفس الطريقة التي طبقت على $H_0 : Q_1 = 0$ وتترك كتمرين للقارىء . ونذكر هنا أن تربيع اختبار t هو اختبار F بدرجات حرية 1 و υ .

كما نذكر أنه بالامكان إجراء اختبارات ذات اتجاه واحد ، ونلخص قرارات رفض الفرضية $H_0 : Q_1 = 0$ فيما يلي :

$H_a : Q_1 \neq 0$	نرفض H_0 إذا	$\lvert t^* \rvert > t_{(1-\alpha/2,\ \upsilon)}$
$H_a : Q_1 > 0$	نرفض H_0 إذا	$t^* > t_{(1-\alpha,\ \upsilon)}$
$H_a : Q_1 < 0$	نرفض H_0 إذا	$t^* < -t_{(t-\alpha,\ \upsilon)}$

إلى جانب الاختبارات يهتم الباحث بايجاد فترات الثقة للمقارنات Q_k . فمثلاً لو كان المطلوب 95% فترة الثقة للمقارنة Q_1 فهي :

$$\widehat{Q}_1 - t_{(1-\alpha/2,\, \upsilon)} \sqrt{V(\widehat{Q}_1)} \leq Q_1 \leq \widehat{Q}_1 + t_{(1-\alpha/2,\, \upsilon)} \sqrt{V(\widehat{Q}_1)}$$

وتستخدم أيضا فترات الثقة كاختبار ذي الاتجاهين أي بعد إيجاد فترات الثقة نستنتج القرار حول H_0 كالتالي : إذا احتوت فترات الثقة على الصفر فلا نرفض H_0 وإذا لم تحتو على الصفر نرفض H_0.

2-4-7 المقارنات المصممة المتعامدة Orthogonal Contrasts :

بالنسبة للتجارب التي تحتوي على ثلاث معالجات فأكثر غالباً ما يكون للباحث مقارنات معينة محددة قبل تنفيذ التجربة . ويريد اختبارها في جدول تحليل التباين . فإذا كانت هناك t معالجة فيمكن إيجاد t - 1 مقارنة مستقلة فيما بينها . ولكي تكون المقارنات المصممة مستقلة يتحتم عليها أن تكون متعامدة وإذا كانت المقارنات متعامدة فهي عندئذ مستقلة. ونعرف فيما يلي أربع قواعد أساسية لاستخدام المقارنات المصممة في جدول تحليل التباين على شكل علاقات خطية في مجاميع المعالجات (Treatment totals) .

القاعدة 1 :

لنفترض أن هناك t معالجة مجاميعها $Y_{i.}$ حيث $i = 1, \ldots, t$ وكل مجموع متكون من r_i فالعلاقة الخطية :

$$Q = \lambda_1 Y_{1.} + \lambda_2 Y_{2.} + \ldots + \lambda_t Y_{t.} = \sum_{i=1}^{t} \lambda_i Y_{i.}$$

هي مقارنة إذا كان مجموع القيم الثابتة λ_i ضارب r_i يساوي صفر ، أي

$\sum_{i=1}^{t} r_i \lambda_i = 0$ (أو $\sum_{i=1}^{t} \lambda_i = 0$ في حالة تساوي عدد التكرارات) عندئذ تكون

القيمة :

$$SSQ = \frac{Q^2}{\sum_{i=1}^{t} r_i \lambda_i^2} \left(= \frac{Q^2}{r \Sigma \lambda_i^2} , r_i = r \right)$$

جزءاً من مجموع مربعات المعالجات SST بدرجة حرية واحدة .

القاعدة 2 :

إذا كان هناك مقارنتان :

$$Q_1 = \lambda_{11} Y_{1.} + \lambda_{12} Y_{2.} + \dots + \lambda_{1t} Y_{t.} = \sum_{i=1}^{t} \lambda_{1i} Y_{i.}$$

$$Q_2 = \lambda_{21} Y_{1.} + \lambda_{22} Y_{2.} + \dots + \lambda_{2t} Y_{t.} = \sum_{i=1}^{t} \lambda_{2i} Y_{i.}$$

فهي متعامدتان إذا كان مجموع حواصل ضرب عامليهما λ_{1i} و λ_{2i} مع r_i يساوي صفراً أي :

$$r_1 \lambda_{11} \lambda_{21} + r_2 \lambda_{12} \lambda_{22} + \dots + r_t \lambda_{1t} \lambda_{2t} = \sum_{i=1}^{t} r_i \lambda_{1i} \lambda_{2i} = 0$$

وبالنسبة لحالة تساوي التكرارات فهي $\sum_{i=1}^{t} \lambda_{1i} \lambda_{2i} = 0$.

القاعدة 3 :

إذا كانت هناك مقارنتان متعامدتين Q_1 و Q_2 فإن $Q_1^2 / \sum_{i=1}^{t} r_i \lambda_{1i}^2$ و $Q_2^2 / \sum_{i=1}^{t} r_i \lambda_{2i}^2$ مستقلتان وكل منهما يشكل جزءا مستقلا من SST بدرجة حرية واحدة .

القاعدة 4 :

بالنسبة لعدد من المعالجات t إذا كانت هناك (t - 1) مقارنة متعامدة فيما بينها عندئذ

$$\frac{Q_1^2}{\sum_{i=1}^{t} r_i \lambda_{1i}^2} + \frac{Q_2^2}{\sum_{i=1}^{t} r_i \lambda_{2i}^2} + \ldots + \frac{Q_{t-1}^2}{\sum_{i=1}^{t} r_i \lambda_{t-1,i}^2} = SST$$

ونستنتج من هذه القواعد الأربع أنه بالإمكان إيجاد (t-1) مقارنة مستقلة عندما يكون هناك t معالجة ، وتقسم على أثرها SST إلى t - 1 جزء ، وتختبر كل مقارنة على حدة باستخدام اختبار F بدرجات حرية 1 و υ حيث υ هي درجة حرية الخطأ التجريبي . ويمكن وضع مجموعات مختلفة من هذه المقارنات بحيث تتكون كل مجموعة من (t-1) مقارنة مستقلة ولا أكثر من ذلك ، ولكن من البديهي أن لن تكون كل هذه المجموعات ذات مدلول عملي للتجربة .

مثال (7-4)

في تجربة المربع اللاتيني 6 x 6 التي بالمثال (6-1) يريد الباحث القيام بخمس مقارنات بين المعالجات الست ، وقد لخصت هذه المقارنات المصممة في

جدول (7-4) : عوامل المعالجات لخمس مقارنات مصممة في تجربة المربع اللاتيني في المثال (6-1) .

المعالجات	A	B	C	D	E	F
المقارنات المصممة $Y_{i.}$	$(NH_4)_2SO_4$	NH_4NO_3	$CO(NH_2)_2$	$Ca(NO_3)_2$	$NaNO_3$	NoN
	409.3	399.3	416.0	403.9	400.7	326.9
No N vs N	- 1	- 1	- 1	- 1	- 1	+ 5
ORGANIC VS INORGANIC N	- 1	- 1	+ 4	- 1	- 1	0
NH_4-N vs NO_3-N	+ 1	+ 1	0	- 1	- 1	0
$(NH_4)_2SO_4$ vs NH_4NO_3	+ 1	- 1	0	0	0	0
$Ca(NO_3)_2$ vs $Na NO_3$	0	0	0	+ 1	- 1	0

الجدول (7-4) . ونلاحظ أن المقارنات الخمس الموضحة بالجدول (7-4) متعامدة فيما بينها وهي ذات صيغة تطبيقية للتجربة بحيث تقوم هذه المقارنات بتقديم الإجابة عن التساؤلات المطروحة مسبقاً في أهداف التجربة . ونوضح طريقة حساب مجموع مربعات المقارنات الخمس في الجدول (7-5) .

جدول (7-5) : المقارنات الخمس لتجربة المربع اللاتيني التي بالمثال (6-1)

المقارنات	$Y_{1.}$ 409.3	$Y_{2.}$ 399.3	$Y_{3.}$ 416.0	$Y_{4.}$ 403.9	$Y_{5.}$ 400.7	$Y_{6.}$ 326.9	Q_i	$r\Sigma\lambda_i^2$	SSQ_i
1	-1	-1	-1	-1	-1	+5	-394.7	180	865.489
2	-1	-1	+4	-1	-1	0	50.8	120	21.505
3	+1	+1	0	-1	-1	0	4.0	24	0.667
4	+1	-1	0	0	0	0	10.0	12	8.333
5	0	0	0	+1	-1	0	3.2	12	0.853

$$Q_1 = -1(409.3) -1(399.3) -1(416.0) -1(403.9) -1(400.7) +5(326.9) = -394.7$$

$$r\sum_{i=1}^{6}\lambda_{1i}^2 = 6\left[(-1)^2+(-1)^2+(-1)^2+(-1)^2+(-1)^2+5^2\right] = 6(30) = 180$$

$$SSQ_1 = \frac{Q_1^2}{r\Sigma\lambda_{1i}^2} = (-394.7)^2/180 = 865.489$$

$$Q_2 = -1(409.3) -1(399.3) +4(416.0) - 1(403.9) - 1(400.7) = 50.8$$

$$r\Sigma\lambda_{2i}^2 = 6\left[(-1)^2+(-1)^2+4^2+(-1)^2+(-1)^2\right] = 6(20) = 120$$

$$SSQ_2 = Q_2^2/r\Sigma\lambda_{2i}^2 = (50.8)^2/120 = 21.505$$

وتحسب SSQ_3 , SSQ_4 , SSQ_5 بنفس الطريقة . ويلخص الجدول (7-6) تحليل

التباين الكامل لبيانات تجربة اللفت السكري في المثال (6-1) ، بعد تجزئة درجات حرية المعالجات إلى خمس درجات حرية فردية تخص كل منها مقارنة من المقارنات الخمس الموضحة في الجدول (7-5) . ويتكون الجدول (7-6) من نفس الحسابات التي وردت في الجدول (6-4) مع إضافة التقسيمات الخمسة لمجموع مربعات المعالجات حيث أن

$$SSQ_1 + SSQ_2 + SSQ_3 + SSQ_4 + SSQ_5 = SST$$

$$865.489 + 21.505 + 0.667 + 8.333 + 0.853 = 896.85$$

جدول (7-6) : جدول تحليل التباين الكامل لتجربة اللفت السكري مع المقارنات المصممة الخمس .

S.O.V.	df	SS	MS	F	$F^{1-\alpha}$
Rows	5	145.255	29.05		
Columns	5	156.760	31.35		
Treatments	5	896.850	179.37	24.83	
Q_1 : F vs A - E	1	865.489	865.489	119.82**	$F^{.95}_{1,20}=4.35$
Q_2 : C vs ABDE	1	21.505	21.505	2.98	$F^{.99}_{1,20}=8.10$
Q_3 : AB vs DE	1	0.667	0.667	0.09	
Q_4 : A vs B	1	8.333	8.333	1.15	
Q_5 : D vs E	1	0.853	0.853	0.12	
Error	20	144.465	7.223		
Total	35	1343.33			

ونلاحظ أيضاً من الجدول (7-6) أن متوسط اختبارات F الخمسة يساوي اختبار F للمعالجات F_T أي :

$$F_T = (F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5)/5$$
$$= (119.82 + 2.98 + 0.09 + 1.15 + 0.12) / 5 = 24.83$$

وكل هذه الاختبارات هي أجوبة للأسئلة التي وضعت في أهداف التجربة، ونلاحظ

أن F الخاصة بالمقارنة الأولى فقط هي التي كانت معنوية وبالتالي فإن الفرضية $H_0 : Q_1 = 0$ مرفوضة لصالح البديلة $H_a : Q_1 \neq 0$ أي أن هناك اختلافات معنوية في محصول اللفت السكري بين استخدام التسميد النتروجيني من عدمه. وكل باقي اختبارات F صغيرة وليست معنوية وتدل على أن المحصول متساوي عند استخدام أي من الأسمدة الخمسة التي أدخلت في التجربة .

ولا يخلو استخدام المقارنات المصممة من بعض المشاكل ، فقد يحصل أحياناً أن يحدد الباحث مقارنتين ثم يتبين أثناء التحليل أنهما غير متعامدتين . ونوصي في هذه الحالة بمراجعة المقارنة وصياغة مقارنة أخرى قريبة منها تفي بنفس الغرض وتكون متعامدة . وإن كان ذلك غير ممكن فيحسب معامل الارتباط أو درجة عدم التعامد كالآتي :

$$\rho_{12} = \frac{\sum_{i=1}^{t} r_i \lambda_{1i} \lambda_{2i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{t} r_i \lambda_{1i}^2 \sum_{i=1}^{t} r_i \lambda_{2i}^2}}$$

وتحذف r_i من المعادلة في حالة تساوي عدد التكرارات . وإذا كانت قيمة معامل الارتباط ρ_{12} بين المقارنتين غيرالمتعامدتين صغيرة أي $|\rho| < .20$ ، أوإذا كانت هناك مقارنتان فقط غير متعامدتين ضمن مجموعة المقارنات، فيمكن تجاهل عدم التعامد وتجري الاختبارات كالعادة . وأحيانا قد يصبح من الضروري استخدام المقارنات المصممة غير المتعامدة ، وذلك لأنه بودنا أن تكون المقارنة المصممة ذات معنى أفضل من أن تكون متعامدة مع مقارنة أخرى ولكن بدون معنى . ونذكر من الطرق المستخدمة للمقارنات المصممة غير المتعامدة طريقة Bonferroni وطريقة Scheffe´ ولن نتطرق لها في هذا الكتاب ولكن هناك دراسة مستفيضة حولها في كتاب Miller (1966) .

3-4-7 المقارنات المتعامدة كثيرة الحدود

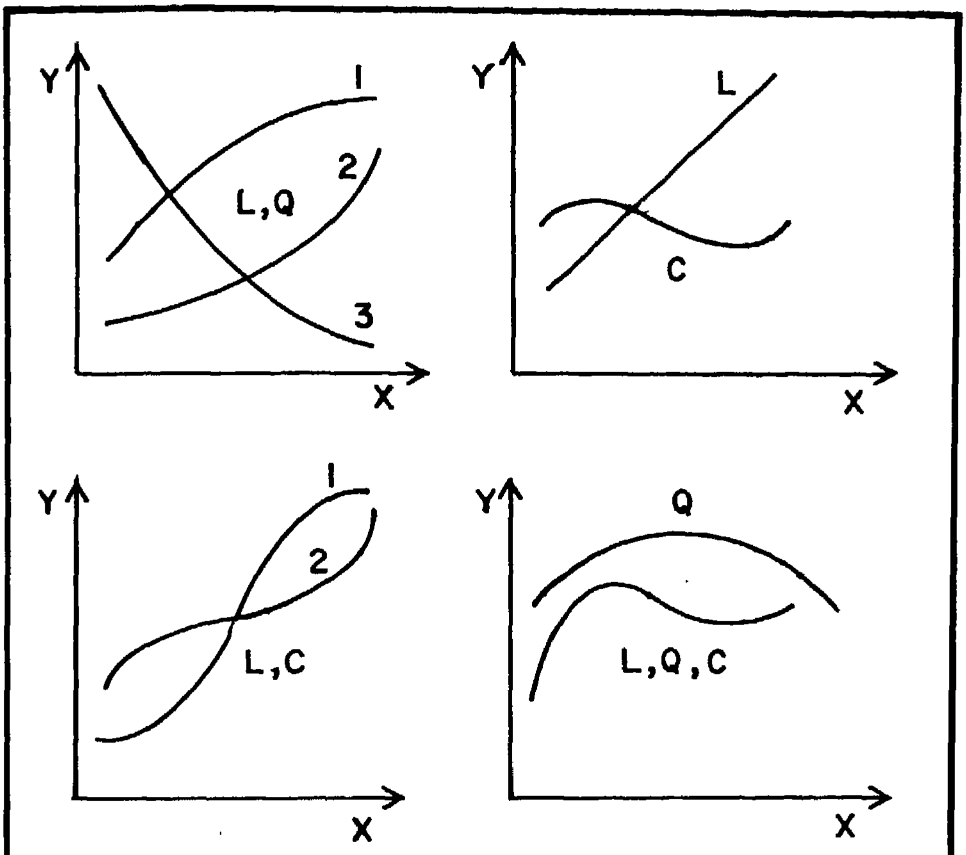
: Orthogonal Polynomial Contrasts

في بعض التجارب قد تكون المعالجات عبارة عن مستويات مختلفة لأحد العوامل الكمية وعلى سبيل المثال قد يكون العامل (Factor) هو الحرارة وتستخدم له المستويات : 0 , 50, 100 deg. c ، في دراسة لتأثير الحرارة على جرثومة في الحليب حيث يهتم الباحث بتقدير العلاقة بين الاستجابة Y ومستويات الحرارة ، وهل هذه العلاقة خطية (Linear) أم تربيعية (Quadratic) أم تكعيبية (Cubic) أم غير ذلك . إذن فالهدف الأساسي من استخدام المقارنات المتعامدة كثيرة الحدود هو معرفة شكل منحنى الاستجابة بحيث نتمكن بواسطته تقدير أفضل مستوى للعامل . ومعروف أن المنحنيات كثيرة الحدود (Polynomial Curves) هي وسيلة تقريبية للمنحنيات غير الخطية (nonlinear) . ويسهل استخدامها ضمن جدول تحليل التباين إذا توفر الشرطان التاليان :

أ – أن تكون مستويات العامل على أبعاد متساوية أو منتظمة مثل 150, 100, 50, 0 .

ب – أن تكون التكرارات متساوية لكل مستويات العامل .

ونستخدم نفس الطريقة التي استخدمت في المقارنات المتعامدة لتجزئة مجموع مربعات المعالجات SST ولكن هناك معاملات خاصة بالمقارنات المتعامدة كثيرة الحدود وهي الموضحة في الجدول (7-7) . وتتراوح عدد المستويات في الجدول (7-7) من 3 إلى 8 . ففي حالة وجود عامل بثلاثة مستويات يكون هناك درجتا حرية للمعالجات ويمكن بالتالي تقسيم SST إلى جزءين : جزء خاص بالعلاقة الخطية والثاني خاص بالعلاقة التربيعية. وفي حالة وجود عامل بأربعة مستويات فإن توفر درجة حرية ثالثة يمكن الباحث من تقسيم SST إلى ثلاثة أجزاء : الخطية والتربيعية والتكعيبية . ويلخص الشكل (7-1) بعض العلاقات بين الصفة المدروسة Y ومستويات العامل X وطريقة تقديرها بدوال خطية (L: Linear) أو تربيعية (Q: Quadratic) أو تكعيبية (C : Cubic) .



C : Cubic تكعيبية ، L : Linear خطية ، Q : Quadratic تربيعية

شكل (7-1) : بعض العلاقات بين Y و X وطريقة تقديرها بمعامل كثيرة الحدود .

ونعرف فيما يلي درجات الحدود المختلفة الموضحة في الجدول (7-7) :

Order 1 = Linear, 2 = Quadratic, 3 = Cubic, 4 = Quartic

فإذا كانت هناك t معالجة وكل معالجة كررت r مرة ومجموع المعالجة i هو $Y_{i.}$ حيث $i = 1, ..., t$ و λ_{ki} هي معامل كثير الحدود للمعالجة i من الدرجة k فإن

$$Q_k = \sum_{i=1}^{t} \lambda_{ki} Y_{i.}$$

جدول (7-7) : معامل المقارنات المتعامدة كثيرة الحدود .

No. of levels	Order k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\Sigma\lambda^2_{ki}$	m_k
2	1	-1	1									2	2
3	1	-1	0	1								2	1
	2	1	-2	1								6	3
4	1	-3	-1	1	3							20	2
	2	1	-1	-1	1							4	1
	3	-1	3	-3	1							20	10/3
5	1	-2	-1	0	1	2						10	1
	2	2	-1	-2	-1	2						14	1
	3	-1	2	0	-2	1						10	5/6
	4	1	-4	6	-4	1						70	35/12
6	1	-5	-3	-1	1	3	5					70	2
	2	5	-1	-4	-4	-1	5					84	3/2
	3	-5	7	4	-4	-7	5					180	5/3
	4	1	-3	2	2	-3	1					28	7/12
7	1	-3	-2	-1	0	1	2	3				28	1
	2	5	0	-3	-4	-3	0	5				84	1
	3	-1	1	1	0	-1	-1	1				6	1/6
	4	3	-7	1	6	1	-7	3				154	7/12
8	1	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7			168	2
	2	7	1	-3	-5	-5	-3	1	7			168	1
	3	-7	5	7	3	-3	-7	-5	7			264	2/3
	4	7	-13	-3	9	9	-3	-13	7			616	7/12
9	1	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4		60	1
	2	28	7	-8	-17	-20	-17	-8	7	28		2772	3
	3	-14	7	13	9	0	-9	-13	-7	14		990	5/6
	4	14	-21	-11	9	18	9	-11	-21	14		2002	7/12
10	1	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	330	2
	2	6	2	-1	-3	-4	-4	-3	-1	2	6	132	1/2
	3	-42	14	35	31	12	-12	-31	-35	-14	42	8580	5/3
	4	18	-22	-17	3	18	18	3	-17	-22	18	2860	5/12

هي مقارنة لمجاميع المعالجات من الدرجة k وتكون القيمة

$$SSQ_k = Q_k^2 / r \sum_{i=1}^{t} \lambda_{ki}^2$$

جزءا من مجموع مربعات المعالجات بدرجة حرية واحدة للدرجة k . ونستخدم اختبار F التالي :

$$F_k = SSQ_k / MSE$$

لاختبار الفرضية $H_0 : \beta_k = 0$ ، أي أن معامل الانحدار من الدرجة k يساوي صفر . كما يمكننا استخدام اختبار t للقيام بنفس المهمة على غرار ما تم توضيحه في الفقرة (7-4-1) وهو :

$$t_k^* = Q_k / \sqrt{r\,MSE \sum_{i=1}^{t} \lambda_{ki}^2}$$

وبمقارنة t_k^* بقيمة t الجدولية ، $t_{(1-\alpha/2,\, \upsilon)}$ حيث υ هي درجة حرية الخطأ التجريبي MSE ، يتم رفض الفرضية إذا كانت $|t_k^*| > t_{(1-\alpha/2,\, \upsilon)}$. ونذكر بأن k = 1 تعني العلاقة الخطية و k = 2 هي التربيعية ... الخ . ولو افترضنا أن t = 4 فبإمكاننا اختبار معامل الانحدار من الدرجات k = 1, 2, 3 . فمثلاً إذا كان النموذج كالتالي :

$$Y = \beta_0' + \beta_1' X + \beta_2' X^2 + \beta_3' X^3$$

سيختبر $F_1 = SSQ_1 / MSE$ الفرضية $H_0 : \beta_1' = 0$ ضد البديلة $H_a : \beta_1' \neq 0$ ويختبر $F_2 = SSQ_2 / MSE$ الفرضية $H_0 : \beta_2' = 0$ ضد البديلة $H_a : \beta_2' \neq 0$ وأخيراً يختبر $F_3 = SSQ_3 / MSE$ الفرضية $H_3 : \beta_3' = 0$ ضد $H_a : \beta_3' \neq 0$.

وبعد معرفة نوعية العلاقة بإمكاننا إيجاد القيم المتوقعة للاستجابة Y عند المستويات المختلفة للعامل X . وتقدر معالم الإنحدار بسهولة نظراً لتعامد المقارنات كالتالي :

$$\hat{\beta}'_0 = \overline{Y} \ , \quad \hat{\beta}'_k = Q_k / r \sum_{i=1}^{t} \lambda^2_{ki}$$

وتعرف الدرجة k بعد إجراء الاختبارات السابقة وتحديد العلاقة ، فإن كانت مثلاً $k = 3$ تصبح المعادلة المقدرة للاستجابة عند مستوى i هي :

$$\hat{Y}'_i = \hat{\beta}'_0 + \hat{\beta}'_1 \lambda_{1i} + \hat{\beta}'_2 \lambda_{2i} + \hat{\beta}'_3 \lambda_{3i}$$

وإذا كان المطلوب هو إيجاد علاقة الانحدار باستخدام المستويات الفعلية للعامل أي استخدام قيم X المختلفة فتصبح الطريقة معقدة بعض الشيء. ولتوضيح ذلك نعرف أولا القيم التالية :

- الفرق بين مستويات العامل : $d = x_{i+1} - x_i$
- قيم m_k الموجودة بالجدول (7-7)

ثم نحسب المعادلات التالية :

$$P_0(x) = 1$$

$$P_1(x) = m_1 \left[(x - \overline{x}) / d\right]$$

$$P_2(x) = m_2 \left[\left(\frac{x - \overline{x}}{d}\right)^2 - \left(\frac{(t^2 - 1)}{12}\right) \right]$$

$$P_3(x) = m_3 \left[\left(\frac{x - \overline{x}}{d}\right)^3 - \left(\frac{x - \overline{x}}{d}\right) \left(\frac{3t^2 - 7}{20}\right) \right]$$

$$P_4(x) = m_4 \left[\left(\frac{x - \overline{x}}{d}\right)^4 - \left(\frac{x - \overline{x}}{d}\right)^2 \left(\frac{3t^2 - 13}{14}\right) + \frac{3(t^2 - 1)(t^2 - 9)}{560} \right]$$

ويكون النموذج أو علاقة الانحدار بين Y و X كالتالي :

$$\hat{Y} = \hat{\beta}'_0 + \hat{\beta}'_1 P(x) + \hat{\beta}'_2 P_2(x) + \hat{\beta}'_3 P_3(x) + \hat{\beta}'_4 P_4(x)$$

وبعد تقدير $\hat{\beta}'_k$ وإعادة ترتيب هذه العلاقة نحصل على النموذج النهائي

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x + \hat{\beta}_2 x^2 + \hat{\beta}_3 x^3 + \hat{\beta}_4 x^4$$

مثال (7-5) :

نستخدم المثال (5-1) لتطبيق المقارنات المتعامدة كثيرة الحدود ، حيث يوضح الجدول (7-8) عملية تجزئة مجموع مربعات المعالجات إلى خمسة أجزاء : جزء خاص بالدرجة الأولى أو الخطية والجزء الثاني للتربيعية والثالث للتكعيبية والرابع للرباعية ، وما تبقى من SST وله أربعة درجات حرية ، يترك بدون تجزئة، لأنه ليس هناك فائدة في اختبار ما هو بعد الدرجة الرابعة . ويوضح الجدول (7-9) تحليل التباين مع تحليل الاتجاهات لهذه التجربة . ونلاحظ من هذا الجدول أن التأثيرات الخطية والتربيعية فقط هي المعنوية عند مستوى المعنوية $\alpha = .05$ ، وذلك إثر مقارنة قيم F الخاصة بكل درجة مع F الجدولية : $F^{.99}_{1,40} = 7.31$.

جدول (7-8): تجزئة مجموع مربعات المعالجات إلى مقارنات متعامدة كثيرة الحدود.

	المعالجات X_i											
	0	75	150	225	300	375	450	525	600			
Order	26.29	28.07	30.14	32.96	33.77	32.15	31.91	31.62	30.91	Q_k	$r\Sigma\lambda^2_{ki}$	SSQ_k
1	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	31.86	360	2.8196
2	28	7	-8	-17	-20	-17	-8	7	28	-259.24	16632	4.0407
3	-14	7	13	9	0	-9	-13	-7	14	24.11	5940	0.0979
4	14	-21	-11	9	18	9	-11	-21	14	58.61	12012	0.2860

$r = 6 \;,\; t = 9 \;,\; \bar{x} = 300$

جدول (7-9) : جدول تحليل التباين مع تحليل الاتجاهات للمثال (5-1)

S.O.V.	df	SS	MS	F	Table F
Blocks	5	2.798	0.560	7.08	
Treatments	8	7.569	0.946	11.92**	
Linear	1	2.820	2.820	35.52**	$F^{.95}_{1,40}=4.08$
Quadratic	1	4.041	4.041	50.90**	$F^{.99}_{1,40}=7.31$
Cubic	1	0.098	0.098	1.23	
Quartic	1	0.286	0.286	3.60	
Remainder	4	0.324	0.081	1.02	
Error	40	3.175	0.0794		
Total	53	13.542			

فالمطلوب إذن هو إيجاد العلاقة بين الاستجابة Y ومستويات X . وبناء على نتائج تحليل الاتجاهات ستكون هذه العلاقة من الدرجة الثانية أو تربيعية والنموذج هوكالآتي :

$$\hat{Y} = \hat{\beta}'_0 + \hat{\beta}'_1 P_1(x) + \hat{\beta}'_2 P_2(x)$$

وتحسب المعامل $\hat{\beta}'_i$ كالتالي :

$$\hat{\beta}'_0 = \overline{Y} = 5.145$$

$$\hat{\beta}'_1 = Q_1 / r\Sigma \lambda^2_{1i} = 31.86 / 360 = 0.0885$$

$$\hat{\beta}'_2 = Q_2 / r\Sigma \lambda^2_{2i} = -259.24 / 16632 = -0.0156$$

وبما أن $d=75$ ، و $m_1 = 1$ ، $m_2 = 3$ كما معرفة في الجدول (7-7) و $\overline{X} = 300$ يصبح النموذج السابق كما يلي :

$$\hat{Y} = 5.145 + 0.0885(1)\left[\frac{X-300}{75}\right] - 0.0156(3)\left[\left(\frac{X-300}{75}\right)^2 - \frac{9^2-1}{12}\right]$$

وبعد تبسيط وترتيب هذا النموذج نحصل على العلاقة التربيعية التالية:

$$\hat{Y} = 4.352 + 0.006172\,X - 0.00000832\,X^2$$

وبواسطة هذه النموذج يمكن التنبؤ بقيمة تقديرية لمحصول القمح تحت مستويات مختلفة من التسميد الفسفوري X . فمثلا لو كانت $X = 300$ ، نعوض هذه القيمة داخل النموذج السابق ونحصل على $\hat{y} = 5.46$ ، وهذه القيمة قريبة من المتوسط $\bar{y} = 5.628$ الذي بالجدول (5-3) .

ونلاحظ أنه قد تم ادخال الدرجة الأولى والثانية فقط في نموذج الإنحدار وهذا بناء على اختبارات F في جدول تحليل التباين . وليس خطأ إدخال الدرجات الأخرى في نموذج الإنحدار ، بل سيتم تقدير المنحنى الحقيقي بطريقة أفضل ، ولكن نفضل دائماً النموذج المبسط . وفي الحقيقة الميزة الأساسية لاستخدام المقارنات المتعامدة كثيرة الحدود هي سهولة حذف وإضافة أي درجة في النموذج بدون أن يؤثر ذلك في تقديرات المعامل الأخرى لنموذج الإنحدار .

ونظراً لتوفر الحاسبات الشخصية فبإمكان الباحث الحصول على نموذج الانحدار السابق باستخدام برنامج SAS و PROC·REG ، (انظر في ملحق هذا الفصل) . فلقد عرفنا $X_1 = (X-300)/75$ و $X_2 = X_1^2$. واستخدمنا طريقة المربعات الصغرى لتقدير معالم دالة الانحدار وكانت النتيجة كالتالي :

$$\hat{Y} = 5.4565 + 0.0885\left(\frac{X-300}{75}\right) - 0.04676\left(\frac{X-300}{75}\right)^2$$

وبعد ترتيب وتبسيط هذه المعادلة نحصل على نفس النموذج الذي حصلنا عليه باستخدام المقارنات المتعامدة كثيرة الحدود . والفكرة من استخدام $(X - 300)/75$ عوض قيم X الواردة في التجربة هو لتجنب الارتباط الذي يحصل بين X و X^2 .

ولتقدير نموذج الإنحدار كثير الحدود بالنسبة لبيانات التجارب التي تكون فيها المعالجات عبارة عن مستويات كمية نستخدم طريقة الإنحدار العادية مع المتغيرات المعدلة $(X - \bar{X})/d$.

وإلى جانب التنبؤ يمكّننا أيضاً النموذج المقدر من تقدير أفضل مستوى للعامل X ، لنقل X_s ، أي الذي تكون عنده الاستجابة Y أكبر (أو أصغر) قيمة ممكنة ولنقل Y_m . ونستنتج X_s بتسوية تفاضل Y على X بالصفر:

$$\frac{dy}{dx} = \hat{\beta}_1 + 2\hat{\beta}_2 X = 0$$

ومن هنا نحصل على

$$X_s = -\hat{\beta}_1 / 2\hat{\beta}_2$$

بحيث

$$\hat{Y}_m = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_s + \hat{\beta}_2 X_s^2$$

وباستخدام نتائج المثال تكون X_s كما يلي :

$$X_s = -0.006172 / 2(0.00000832) = 370.9 \text{ kg/ha}$$

وهذا يعني أنه باستخدام التسميد الفسفوري بمستوى 370.9 kg/ha نحصل على أعلى منتوج ، ولكن لا يعني بالضرورة أن هذا المستوى اقتصادي حيث يتوقع أن يكون المستوى الاقتصادي X_e أقل من X_s ويكون المحصول المنتج عند X_e أي Y_e أقل من Y_m وبالتالي فإن :

$$(1-\Delta)\hat{Y}_m = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_e + \hat{\beta}_2 X_e^2$$

حيث $(1-\Delta)$ هي النسبة المئوية من أعلى انتاج ممكن $\hat{Y}_m$. والحل لقيمة X_e من المعادلة التربيعية السابقة هو إحدى القيمتين :

$$X_e = \frac{-\hat{\beta}_1 \pm \sqrt{\hat{\beta}_1^2 - 4\hat{\beta}_2\left[\hat{\beta}_0 - (1-\Delta)\hat{Y}_m\right]}}{2\hat{\beta}_2}$$

وبالتعويض عن قيمة $\hat{Y}_m$ تصبح X_e

$$X_e = X_s \pm \sqrt{\Delta (X_s^2 - \hat{\beta}_0 / \hat{\beta}_2)}$$

ولنفترض الآن أن سعر وحدة العامل هو C ، وفي المثال هو سعر الكيلوغرام من التسميد الفسفوري ، والعائد الإقتصادي للوحدة المنتجة هو R ، فيصبح التوفير باستخدام X_e بدلا من X_s هو : $S = C(X_s - X_e)$ والخسارة في العائد الاقتصادي هي : $L = R\Delta \hat{Y}_m$. فيصبح الربح الاقتصادي الصافي (Net economic gain) هو S - L وبتعضيم الربح :

$$G = S - L = C(X_s - X_e) - R\Delta \hat{Y}_m$$

بتفاضل G على Δ ، نستنتج أن

$$\Delta = \frac{C^2 (X_s^2 - \hat{\beta}_0 / \hat{\beta}_2)}{(2R\hat{Y}_m)^2} .$$

ثم لنفترض أن التكلفة الاجمالية للعامل عند الحصول على أكبر انتاج هي $C_s = C X_s$ والعائد الاقتصادي الاجمالي عند $\hat{Y}_m$ هو $R_m = R\hat{Y}_m$ إذن يكون المستوى الاقتصادي للعامل هو

$$X_e = X_s (1 \pm C_s / 2R_m) \pm (C_s / 2R_m X_s)(\hat{\beta}_0 / \hat{\beta}_2)$$

ونذكر هنا أنه في حالة تقدير نموذج انحدار بدون تقاطع (Intercept)، أي $\hat{\beta}_0 = 0$ ، تعدل كل القيم السابقة بحيث تكون $\hat{\beta}_0 = 0$ ، فمثلاً تصبح X_e الأخيرة كما يلي :

$$X_e = X_s (1 \pm C_s / 2R_m)$$

تمـارين

1-7 استخدم بيانات التصميم التام التعشية التي بالتمرين (3-4) وطبق طريقة Dunnett لمقارنة متوسط V_1 و V_2 ضد معالجة المراقبة .

2-7 أوجد تحليل الإتجاهات للتمرين (2-6) باستخدام المقارنات كثيرة الحدود .

3-7 أختبر المقارنات التالية للتمرين (1-6)

أ – صنف A ضد B ، C ، D و E

ب – صنف B و C ضد D و E

ج – صنف B ضد C .

د – صنف D ضد E .

4-7 إستخدم بيانات التجربة التي بالتمرين (2-5) لاختبار المقارنات أ – ب – ج – التي بالمثال (3-7) عن طريق المقارنات المصممة .

مثال (7 - 4)

```
OPTION PS=65;
DATA SUGBEET;
    DO ROW = 1 TO 6;
        DO COL = 1 TO 6;
        INPUT FERT $ Y @ @;OUTPUT;
        END;
    END;
CARDS;
F 61.6 D 63.8 A 70.4 B 72.6 E 68.2 C 70.4
E 68.2 B 63.8 C 66.0 F 55.0 D 72.5 A 67.3
D 67.2 E 63.4 F 47.7 C 67.8 A 70.2 B 66.2
C 72.8 A 66.9 B 63.4 D 69.0 F 58.7 E 70.2
B 65.8 F 56.8 E 66.7 A 66.7 C 73.7 D 71.1
A 67.8 C 65.3 D 60.3 E 64.0 B 67.5 F 47.1
;
PROC GLM DATA=SUGBEET;
CLASS ROW COL FERT;
MODEL Y = ROW COL FERT;
CONTRAST 'No FERT. vs. FERT.'
FERT -1 -1 -1 -1 -1 +5;
CONTRAST 'Org. vs. inorg. FERT.'
FERT -1 -1 +4 -1 -1 0;
CONTRAST 'NH4-N vs. NO3-N'
FERT +1 +1 0 -1 -1 0;
CONTRAST '(NH4)2SO vs. NH4NO3'
FERT +1 -1 0 0 0 0;
CONTRAST 'Ca(NO3)2 vs. NaNO3'
FERT 0 0 0 +1 -1 0;
MEANS FERT / LSD;
RUN;
```

```
                         General Linear Models Procedure
                             Class Level Information

                          Class      Levels     Values
                          ROW             6     1 2 3 4 5 6
                          COL             6     1 2 3 4 5 6
                          FERT            6     A B C D E F

                      Number of observations in data set = 36

                         General Linear Models Procedure

Dependent Variable: Y
                                      Sum of            Mean
Source                   DF          Squares          Square      F Value      Pr > F

Model                    15     1198.8608333      79.9240556        11.06      0.0001

Error                    20      144.4688889       7.2234444

Corrected Total          35     1343.3297222

                   R-Square             C.V.        Root MSE                   Y Mean
                   0.892455        4.1065863       2.6876466              65.44722222
```

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
ROW	5	145.25472	29.05094	4.02	0.0109
COL	5	156.75806	31.35161	4.34	0.0078
FERT	5	896.84806	179.36961	24.83	0.0001

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
ROW	5	145.25472	29.05094	4.02	0.0109
COL	5	156.75806	31.35161	4.34	0.0078
FERT	5	896.84806	179.36961	24.83	0.0001

Contrast	DF	Contrast SS	Mean Square	F Value	Pr > F
No FERT. vs. FERT.	1	865.48938889	865.48938889	119.82	0.0001
Org. vs. inorg. FERT	1	21.50533333	21.50533333	2.98	0.0999
NH4-N vs. NO3-N	1	0.66666667	0.66666667	0.09	0.7644
(NH4)2SO vs. NH4NO3	1	8.33333333	8.33333333	1.15	0.2956
Ca(NO3)2 vs. NaNO3	1	0.85333333	0.85333333	0.12	0.7347

General Linear Models Procedure

T tests (LSD) for variable: Y

NOTE: This test controls the type I comparisonwise error rate
not the experimentwise error rate.

Alpha= 0.05 df= 20 MSE= 7.223444
Critical Value of T= 2.09
Least Significant Difference= 3.2368

Means with the same letter are not significantly different.

T Grouping	Mean	N	FERT
A	69.333	6	C
A			
A	68.217	6	A
A			
A	67.317	6	D
A			
A	66.783	6	E
A			
A	66.550	6	B
B	54.483	6	F

مثال (7 - 5)

```
OPTION PS=65;
DATA WFERT;
DO FERT = 1 TO 9;
   DO BLOCK = 1 TO 6;
   INPUT Y @ @;OUTPUT;
  END;
END;
CARDS;
4.80 4.63 3.98 4.05 4.51 4.32
5.03 5.20 4.03 4.13 4.83 4.85
5.12 5.23 4.28 4.60 5.63 5.28
5.28 5.68 5.01 4.83 6.31 5.85
5.29 5.53 5.36 5.18 6.21 6.20
5.28 5.63 5.40 5.13 5.23 5.48
5.13 5.48 5.33 5.11 5.43 5.43
5.18 5.50 5.32 5.18 5.18 5.26
5.13 5.33 5.26 5.01 5.08 5.10
;
PROC GLM DATA=WFERT;
CLASS BLOCK FERT;
MODEL Y = BLOCK FERT;
MEANS FERT;
CONTRAST 'Linear'
FERT -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4;
CONTRAST 'Quadr.'
FERT 28 7 -8 -17 -20 -17 -8 7 28;
CONTRAST 'Cubic'
FERT -14 7 13 9 0 -9 -13 -7 14;
CONTRAST 'Quart.'
FERT 14 -21 -11 9 18 9 -11 -21 14;
RUN;
```

General Linear Models Procedure
Class Level Information

Class	Levels	Values
BLOCK	6	1 2 3 4 5 6
FERT	9	1 2 3 4 5 6 7 8 9

Number of observations in data set = 54

General Linear Models Procedure

Dependent Variable: Y

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	13	10.36635185	0.79741168	10.05	0.0001
Error	40	3.17479630	0.07936991		
Corrected Total	53	13.54114815			

R-Square	C.V.	Root MSE	Y M
0.765545	5.4759338	0.28172665	5.1448

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BLOCK	5	2.7977704	0.5595541	7.05	0.0001
FERT	8	7.5685815	0.9460727	11.92	0.0001

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BLOCK	5	2.7977704	0.5595541	7.05	0.0001
FERT	8	7.5685815	0.9460727	11.92	0.0001

Level of FERT	N	Y Mean	Y SD
1	6	4.38166667	0.32504871
2	6	4.67833333	0.48358729
3	6	5.02333333	0.49350447
4	6	5.49333333	0.55644107
5	6	5.62833333	0.46093022
6	6	5.35833333	0.18170489
7	6	5.31833333	0.16129683
8	6	5.27000000	0.12633289
9	6	5.15166667	0.11990274

General Linear Models Procedure

Dependent Variable: Y

Contrast	DF	Contrast SS	Mean Square	F Value	Pr > F
Linear	1	2.81961000	2.81961000	35.52	0.0001
Quadr.	1	4.04072737	4.04072737	50.91	0.0001
Cubic	1	0.09786062	0.09786062	1.23	0.2735
Quart.	1	0.28597503	0.28597503	3.60	0.0649

```
OPTION PS=65;
DATA WFERT;
DO FERT = 1 TO 9;
   DO BLOCK = 1 TO 6;
   INPUT Y @ @;OUTPUT;
  END;
END;
CARDS;
4.80 4.63 3.98 4.05 4.51 4.32
5.03 5.20 4.03 4.13 4.83 4.85
5.12 5.23 4.28 4.60 5.63 5.28
5.28 5.68 5.01 4.83 6.31 5.85
5.29 5.53 5.36 5.18 6.21 6.20
5.28 5.63 5.40 5.13 5.23 5.48
5.13 5.48 5.33 5.11 5.43 5.43
5.18 5.50 5.32 5.18 5.18 5.26
5.13 5.33 5.26 5.01 5.08 5.10
;
DATA WREG;
SET WFERT;
IF FERT=1 THEN X=0;
```

```
IF FERT=2 THEN X=75;
IF FERT=3 THEN X=150;
IF FERT=4 THEN X=225;
IF FERT=5 THEN X=300;
IF FERT=6 THEN X=375;
IF FERT=7 THEN X=450;
IF FERT=8 THEN X=525;
IF FERT=9 THEN X=600;
X1=(X-300)/75;X2=X1*X1;
RUN;

PROC REG DATA=WREG;
MODEL Y = X1 X2 / SS1 SS2;
RUN;

PROC GLM DATA=WFERT;
CLASS FERT;
MODEL Y = FERT;
MEANS FERT;
CONTRAST 'Linear'
FERT -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4;
CONTRAST 'Quadr.'
FERT 28 7 -8 -17 -20 -17 -8 7 28;
RUN;
```

Regression Analysis for the Data on Wheat Yield
with Phosphorus Fertilizers

Model: MODEL1
Dep Variable: Y

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	2	6.86034	3.43017	26.185	0.0001
Error	51	6.68081	0.13100		
C Total	53	13.54115			

Root MSE	0.36193	R-Square	0.5066
Dep Mean	5.14481	Adj R-Sq	0.4873
C.V.	7.03493		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob > |T|
INTERCEP	1	5.456551	0.07467477	73.071	0.0001
X1	1	0.088500	0.01907560	4.639	0.0001
X2	1	-0.046760	0.00841935	-5.554	0.0001

Variable	DF	Type I SS	Type II SS
INTERCEP	1	1429.332452	699.435534
X1	1	2.819610	2.819610
X2	1	4.040727	4.040727

Analysis of Variance for the Data on Wheat Yield
with Phosphorus Fertilizers (No Blocks)

General Linear Models Procedure
Class Level Information

Class	Levels	Values
FERT	9	1 2 3 4 5 6 7 8 9

Number of observations in data set = 54

General Linear Models Procedure

Dependent Variable: Y

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	8	7.56858148	0.94607269	7.13	0.0001
Error	45	5.97256667	0.13272370		
Corrected Total	53	13.54114815			

R-Square	C.V.	Root MSE	Y Mean
0.558932	7.0811615	0.36431265	5.14481481

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
FERT	8	7.5685815	0.9460727	7.13	0.0001

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
FERT	8	7.5685815	0.9460727	7.13	0.0001

General Linear Models Procedure

Dependent Variable: Y

Contrast	DF	Contrast SS	Mean Square	F Value	Pr > F
Linear	1	2.81961000	2.81961000	21.24	0.0001
Quadr.	1	4.04072737	4.04072737	30.44	0.0001

الفصل الثامن
التجارب العاملية
FACTORIAL EXPERIMENTS

8 - 1 مقدمة :

التجربة العاملية هي تجربة تكون فيها المعالجات عبارة عن مجموعة من التوافيق بين عدة مستويات (Levels) لعدة عوامل (Factors) . فهي إذن ليست بتصميم مثل التصميم التام التعشية أو تصميم القطاعات العشوائية أو تصميم المربع اللاتيني ولكن تتميز بنوعية المعالجات المدخلة في التجربة ، وتطبق هذه المعالجات في أي من التصميمات المعروفة .

ويعرف العامل بأنه نوع من المعالجة التي تحتوي على تقسيمات متعددة تسمى بالمستويات وكمثال لذلك قد يتكون عامل التربة من ثلاثة مستويات : رملية وطينية وطمئية ، وعامل الحرارة من أربعة مستويات: 0 deg. c ، 10 ، 20 ، 30 . ويتضح من هذه الأمثلة أن مستويات العامل إما أن تكون كمية لعامل كمي كالحرارة أو وصفية لعامل وصفي مثل نوعية التربة .

ولتوضيح الميزة الأساسية للتجارب العاملية نستخدم المثال التالي . يود باحث في ميدان الانتاج الزراعي ادخال صنف جديد من الذرة في منطقة معينة لم يسبق وأن زرعت بها الذرة ، أي يجهل كل خصائص زراعتها . فستكون هناك العديد من الأسئلة المطروحة للبحث مثل :

- ما هو أفضل وقت للزراعة ؟
- ما هي كمية التقاوي للهكتار ؟

- ما هي الأسمدة الضرورية لها وما هي مستوياتها ؟
- ما هي كمية المياه المطلوبة ؟
- ما هي نوعية التربة المفضلة ؟
- ما هي أفضل المسافات بين النباتات داخل الصفوف وبين الصفوف.

ولدراسة تأثير كل هذه العوامل على انتاج الذرة قد يقوم الباحث بتجربة كل عامل على حدة حيث يجرى تجربة بمستويات عامل واحد مع تثبيت باقي العوامل وأخرى بعامل آخر ... الخ . وتسمى مثل هذه التجارب بالتجارب ذات العامل الواحد (One factor experiment) . غير أنه هناك بعض المشاكل في التجارب ذات العامل الواحد مثل ارتباط كمية الري بنوعية التربة وكمية السماد بكمية التقاوي ويعبر عن هذه التأثيرات المشتركة بالتفاعلات (Interactions) . وقد تكون هذه التفاعلات ذات أهمية كبيرة في التجربة بحيث لا يمكن تجاهلها . ومن هنا فمن الأفضل ادخال كل العوامل في تجربة واحدة . وبهذا المثال تتضح الاهداف الرئيسية للتجارب العاملية وهي تحديد أهم العوامل وأفضل مستوياتها، واكتشاف ما إذا كان هناك تفاعلات بينها .

ويرمز للعوامل دائماً بأحرف إنجليزية كبيرة مثل C ، B ، A وللمستويات بالأحرف الصغيرة مع دليل لرتبة ذلك المستوى مثل a_i ، b_j ، c_k ، أما عدد مستويات العامل فيرمز له بالأحرف الصغيرة مثل c ، b ، a . فمثلاً $a_1 b_2$ هي المعالجة المتكونة من المستوى الأول للعامل A والمستوى الثاني للعامل B . وإذا كانت تحتوي التجربة العاملية على العاملين B , A فسيشمل التكرار الواحد a b معالجة . وتعرف التجارب العاملية بعدد العوامل الداخلة فيها مع مستويات كل عامل، فمثلاً التجربة العاملية التي تحتوي على ثلاثة عوامل C ، B ، A و a = 3 وb = 3 و c = 4 تسمى تجربة عاملية 3 x 3 x 4 أو $3^2 \times 4$ Factorial Experiment) $3^2 \times 4$) . .

تتمثل المعالجات في التجارب العاملية في مجموعة من التوافيق (Combinations) بين مستويات عاملين فأكثر، بحيث يوجد مستوى كل عامل في

التجربة مع مستويات كل العوامل الأخرى . ولهذا يصبح عدد المعالجات هو ضارب مستويات كل العوامل المدخلة في التجربة . فمثلاً إذا كان العامل A بثلاثة مستويات والعامل B بمستويين تكون المعالجات الست (3 x 2) كما في الجدول (1-8) .

جدول (1-8) : معالجات تجربة عاملية 2 x 3 .

		A		
		a_1	a_2	a_3
B	b_1	$a_1 b_1$	$a_2 b_1$	$a_3 b_1$
	b_2	$a_1 b_2$	$a_2 b_2$	$a_3 b_2$

2-8 استخدامات ومزايا وعيوب التجارب العاملية :

تستخدم التجارب العاملية في جميع ميادين البحث العلمي كتجارب أولية لدراسة تأثير العديد من العوامل في تجربة واحدة ، والتي على إثرها يتم اختيار أهم العوامل وترك الباقي . وغالباً ما تدرس العوامل المختارة في تجارب أخرى للمزيد من المعلومات حولها . كما تستخدم هذه التجارب لاكتشاف التفاعلات بين العوامل ، ولتوسيع مجال التجربة على ظروف مختلفة وبالتالي يتسع مدى تطبيق نتائجها.

أما الميزات الأساسية للتجارب العاملية فهي :

أ – تقليل التكلفة والوقت : عندما تكون العوامل مستقلة، أي ليست بينها تفاعل، تقدر تأثيرات العوامل بدرجة عالية من الدقة كما لو أجريت كل التجربة لعامل واحد، وذلك نتيجة للتكرار الخفي (Hidden replication) . ونلاحظ ذلك في المثال السابق الموضح في الجدول (1-8) حيث يحتوي نصف المعالجات على b_1 والنصف الثاني على b_2 كما يحتوي الثلث على كل مستويات العامل A . فإذا استخدمنا تجربة لكل عامل على حدة سنحتاج لضعف عدد الوحدات التجريبية للحصول على نفس الدقة التي نحصل عليها باستخدام

التجربة العاملية .

ب - اكتشاف التفاعلات وتقديرها .

ج - تكون الاستنتاجات المستخلصة من التجارب العاملية صالحة لظروف تجريبية مختلفة نظراً لدراسة تأثير عامل معين عند عدة مستويات العوامل الأخرى.

والعيوب هي :

أ - يكبر حجم التجربة بازدياد عدد العوامل . فمثلا بالنسبة لتجربة عاملية 3 x 4 x 4 هناك 48 معالجة، ولو أردنا وضعها في 4 قطاعات فستتطلب هذه التجربة 192 وحدة تجريبية، وبذلك تصبح التجربة مكلفة ويصعب توفير المادة التجريبية المتجانسة داخل القطاع الواحد في صورة ما إذا كان التصميم المقترح هو تصميم القطاعات العشوائية الكاملة . ويعالج هذا العيب باستخدام الإدماج (Confounding) أو التكرارات الجزئية (Fractional replications) ، وسنتطرق لهذه المواضيع في الفصول القادمة .

ب - يصعب تطبيق التجارب العاملية الكبيرة في الحقل أو المعمل إضافة إلى أنها تزيد في قيمة الخطأ التجريبي نتيجة لعدم تجانس الوحدات التجريبية .

ج - يصعب تفسير التفاعلات ذات الدرجات العليا مثل التفاعلات الثلاثية التي بين ثلاثة عوامل أو التفاعلات التي بين أكثر من ثلاثة عوامل .

3-8 التأثيرات الرئيسية والتفاعل

: Main Effects and Interactions

يعرف التأثير الرئيسي للعامل (Main effect of a factor) بالتغير في الاستجابة نتيجة لتغير مستوى العامل . وتسمى هذه التأثيرات بالرئيسية لأنها تحظى بأكثر الاهتمام في التجربة . أما التأثير البسيط للعامل (Simple effect of a factor) فهو الفرق في الاستجابة بين مستويي عامل عند مستوى معين لعامل آخر . والتأثير الرئيسي للعامل هو متوسط تأثيراته البسيطة . أما التفاعل (Interaction) فهو الاختلاف في الاستجابة بين مستويات

عامل معين نتيجة لتغير مستويات عامل آخر.

ولنأخذ مثال بسيط لتوضيح هذه المفاهيم . لنفترض أن تجربة عاملية تحتوي على العاملين A و B كل منهما له مستويان حيث A هو عامل التسميد بمستويين a_1 , a_2 و B هو يوم البذر بتاريخين b_1 و b_2 والمراد دراسة تأثيرهما على محصول القمح . ويوضح الجدول (2-8) بيانات هذه التجربة .

جدول (2-8) : محصول القمح (طن في الهكتار) تحت 4 معالجات

		A		Effect			
		a_1	a_2	Mean	Simple	Main	Interaction
B	b_1	4.25	3.81	4.03	- 0.44	0.11	1.10
	b_2	3.97	4.63	4.30	0.66		
Mean		4.11	4.22				
Simple		- 0.28	0.82				
Main		0.27					
Inter.		1.10					

ونعرف فيما يلي :

أ - التأثير البسيط للعامل :

في هذه التجربة هناك تأثيران بسيطان للعامل A وآخران للعامل B . فالتأثير البسيط للعامل A عند يوم البذر b_1 هو 0.44 - وعند يوم البذر b_2 هو 0.66 . والتأثير البسيط للعامل B هو 0.28 - عند a_1 و 0.82 عند a_2 .

ب - التأثير الرئيسي للعامل :

هو عبارة عن متوسط التأثيرات البسيطة للعامل . لذلك فالتأثير الرئيسي للعامل A هو 0.27 وللعامل B هو 0.11 . ولهذا فزيادة السماد من مستوى a_1 إلى مستوى a_2 تنتج عنها زيادة في متوسط الاستجابة أو المحصول قدرها 0.27 طن في الهكتار . وتغير يوم البذر من b_1 إلى b_1 ينتج عنه أيضاً زيادة

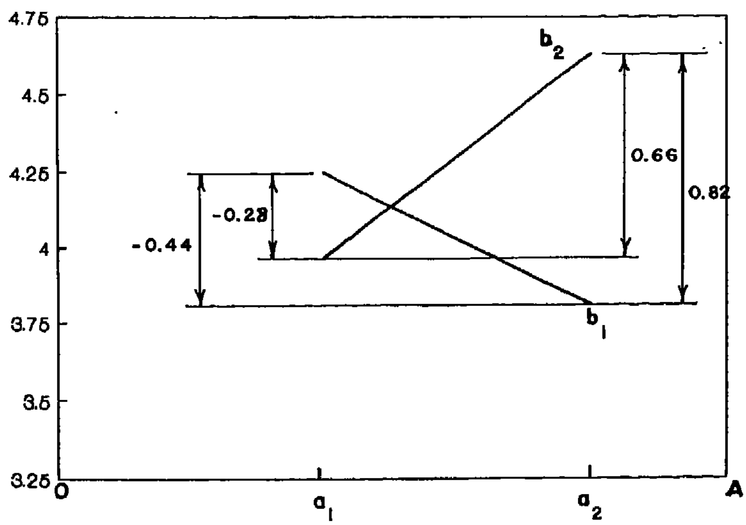
في المحصول قدرها 0.11 طن في الهكتار .

ج - التفاعل :

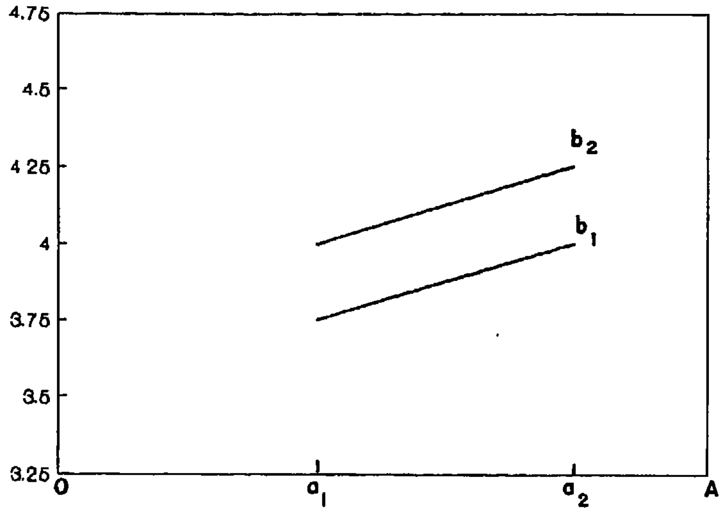
هو الفرق بين التأثيرات البسيطة وهنا هو 1.10 . وإذا لم يوجد تفاعل، أي العاملين مستقلين ، يكون التأثير البسيط للعامل A لمستويي العامل B هو نفسه، وإذن يساوي التفاعل صفراً . ويوضح الشكل (8-1) التفاعل بين العاملين A و B بتقاطع خط الاستجابة عند b_1 والذي عند b_1 .

ومن التوضيحات السابقة يتبين لنا أنه إذا كان العامل A مستقلا عن العامل B أي ليس بينهما تفاعل يكون الرسم البياني على النحو الذي بالشكل (8-2) . ونلاحظ في هذا الشكل أن الخطين متوازيان مما يدل على عدم وجود تفاعل بين A و B .

وإذا ما وجد تفاعل بين العوامل يصبح التركيز على التأثيرات الرئيسية للعوامل بدون فائدة والأصح هو دراسة مثلا مستويات العامل A مع مستويات العوامل الأخرى، أي بدلاً من دراسة متوسطات العامل A ومتوسطات العامل B على حدة ندرس متوسطات التفاعل AB .



شكل (8-1) : التفاعل بين السماد A ويوم البذر B لبيانات الجدول (8-2)



شكل (8-2) : ليس هناك تفاعل بين العامل A والعامل B .

والرسومات الموضحة في الشكلين (8-1) و (8-2) تعتبر وسيلة بسيطة ومعبرة لتلخيص البيانات، ونوصي باستخدامها في التقارير الإحصائية للتجارب متى كان ذلك ممكناً ، لأن الرسومات البيانية تعطي الباحث فكرة أولية عن طبيعة البيانات ثم بواسطة التحليل الإحصائي تدعم تلك الفكرة غالباً، وليس دائماً .

8 - 4 تجربة عاملية ذات عاملين

Two - Factor Factorial Experiment

تشتمل أبسط التجارب العاملية على عاملين ، العامل A وعدد مستوياته a والعامل B وعدد مستوياته b بحيث يصبح عدد المعالجات في هذه التجربة t = ab . وتدخل هذه المعالجات في تصميم من التصميمات الأساسية، مثل التصميم التام التعشية (CRD) وتصميم القطاعات العشوائية الكاملة (RCBD) وتصميم المربع اللاتيني (LS) ، وذلك حسب الظروف الخاصة بكل تجربة، وأكثر التصميمات استخداما تصميم RCBD ويتكون جدول تحليل التباين للتجربة العاملية من جدول تحليل التباين للتصميم المستخدم مع تجزئة مجموع مربعات

المعالجات إلى أجزاء خاصة بالعوامل والتفاعلات التي بينها .

8-4-1 تجربة عاملية ذات عاملين في التصميم التام التعشية

لنفترض أن المعالجات ab كررت كل واحدة r مرة في التصميم التام التعشية وأن Y_{ijk} هي المشاهدة k من مستوى i من العامل A ومستوى j من العامل B فيكون النموذج الخطي (Linear Model) لهذه التجربة كما يلي :

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

$$i = 1, ..., a \quad ; \quad j = 1, ..., b \quad ; \quad k = 1, ..., r$$

حيث

μ المتوسط العام

α_i تأثير مستوى i من العامل A

β_j تأثير مستوى j من العامل B

$(\alpha\beta)_{ij}$ تأثير التفاعل بين α_i و β_j

ε_{ijk} الخطأ العشوائي الخاص بالوحدة التجريبية k والتي أخذت المعالجة $a_i\ b_j$ ونفترض أن $\varepsilon_{ijk} \sim NI(0, \sigma^2)$.

ويحسب جدول تحليل التباين لتجربة عاملية a x b في التصميم التام التعشية بنفس طريقة تحليل التباين للتصميم التام التعشية مع تجزئة مجموع مربعات المعالجات إلى ثلاثة أجزاء : جزء خاص بالعامل A وجزء خاص بالعامل B وثالث خاص بالتفاعل AB . ويمثل الجدول (8-3) نموذجاً لتحليل التباين لتجربة عاملية a x b في التصميم التام التعشية مع تساوي عدد التكرارات . ونعرف المجاميع التالية $Y_{i..}$, $Y_{.j.}$, $Y_{ij.}$

و $Y_{...}$ كما يلي

$$Y_{i..} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk} \; ; \; Y_{.j.} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk} \; ; \; Y_{ij.} = \sum_{k=1}^{r} Y_{ijk} \; , \; Y_{...} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk}$$

جدول (8-3) : جدول تحليل التباين لتجربة عاملية a x b في التصميم التام التعشية .

S.O.V.	df	SS	MS
Treatments	ab - 1	SST	MST
A	a - 1	SSA	MSA
B	b - 1	SSB	MSB
AB	(a-1)(b-1)	SSAB	MBAB
Error	ab(r-1)	SSE	MSE
Total	abr - 1	SSTo	

والمتوسطات هي :

$$\overline{Y}_{i..} = Y_{i..} / br \ , \ \overline{Y}_{.j.} = Y_{.j.} / ar \ , \ \overline{Y}_{ij.} = Y_{ij.} / r \ , \ \overline{Y}... = Y... / abr$$

والأخطاء المعيارية للمتوسطات هي :

$$S_{\overline{Y}_{i..}} = \sqrt{MSE/br} \ ; \ S_{\overline{Y}_{.j.}} = \sqrt{MSE/ar} \ , \ S_{\overline{Y}_{ij.}} = \sqrt{MSE/r}$$

والأخطاء المعيارية للفروق بين المتوسطات هي :

$$S_{\overline{Y}_{i..}-\overline{Y}_{i..}} = \sqrt{2MSE/br} \ ; \ S_{\overline{Y}_{.j.}-\overline{Y}_{.j.}} = \sqrt{2MSE/ar} \ , \ S_{\overline{Y}_{ij.}-\overline{Y}_{ij.}} = \sqrt{2MSE/r}$$

وتحسب مكونات جدول تحليل التباين كالتالي :

$$SSTo = \sum_i \sum_j \sum_k (Y_{ijk} - \overline{Y}...)^2 = \sum_i \sum_j \sum_k Y_{ijk}^2 - CF \ , \quad CF = \frac{Y_{...}^2}{abr}$$

$$SSA = br \sum_{i=1}^{a} (\overline{Y}_{i..} - \overline{Y}...)^2 = \sum_{i=1}^{a} Y_{i..}^2 / br - CF$$

$$SSB = ar\sum_{j=1}^{b}(\overline{Y}_{.j.} - \overline{Y}_{...})^2 = \sum_{j=1}^{b} Y^2_{.j.} / ar - CF$$

$$SSAB = r\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\overline{Y}_{ij.} - \overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{.j.} + \overline{Y}_{...})^2 - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} Y^2_{ij.} / r - SSA - SSB - CF$$

$$SSE = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(Y_{ijk} - \overline{Y}_{ij.})^2 = SSTo - SSA - SSB - SSAB$$

ونذكر هنا بأن مجموع مربعات المعالجات هي :

$$SST = SSA + SSB + SSAB$$

ودرجات الحرية للمعالجات هي : $ab - 1 = (a - 1) + (b - 1) + (a-1)(b-1)$

وبعد توضيح عملية حساب جدول تحليل التباين للتجربة العاملية $a \times b$ نتطرق الآن للافتراضات التي حول مستويات العوامل والاختبارات الملائمة لكل حالة . فإما أن تكون مستويات العوامل ثابتة وإما عشوائية وذلك حسب نوعية وأهداف التجربة وبالتالي فهناك أربعة نماذج خطية ممكنة .

– نموذج I : سنفترض في النموذج I أن مستويات A ثابتة (a fixed) ومستويات B ثابتة (b fixed) ، وتقدر تأثيرات المستويات بالانحرافات عن المتوسط العام وإذن تكون $\Sigma \alpha_i = \Sigma \beta_j = 0$ وبالتالي تكون التفاعلات ثابتة أي $\sum_i (\alpha\beta)_{ij} = \sum_j (\alpha\beta)_{ij} = 0$ ويسمى نموذج I بالنموذج الثابت (Fixed effects model) .

– نموذج II : نفترض في النموذج II أن مستويات A ثابتة (a fixed) ومستويات B عشوائية (b random) أي $\sum_i \alpha_i = \sum_i (\alpha\beta)_{ij} = 0$

و $\beta_j \sim NI(0, \sigma^2_\beta)$ ، ويسمى هذا النموذج بالمختلط (Mixed model) .

– نموذج III : نفترض في النموذج III عكس ما في النموذج II أي أن a عشوائية

و b ثابتة أي $\alpha_i \sim NI(0, \sigma^2_\alpha)$ و $\sum_j \beta_j = \sum_j (\alpha\beta)_{ij} = 0$. وهذا أيضا نموذج مختلط (Mixed model) .

– نموذج IV : نفترض هنا أن a و b عشوائية أي $\alpha_i \sim NI(0, \sigma^2_\alpha)$

و $\beta_j \sim NI(0,\sigma^2_\beta)$ ويسمى هذا بالنموذج العشوائي (Random effects model) .

ونوضح في الجدول (8-4) التباين المتوقع (Expected mean squares) للنماذج الأربعة كما يلخص الجدول (8-5) اختبارات F الملائمة لاختبار التأثيرات المختلفة لظروف النماذج الأربعة . وتم اشتقاق الجدول (8-5) بمجرد النظر إلى النتائج الموضحة بالجدول (8-4) . فيختبر F_A الفرضية $H_0 : \alpha_i = 0 ,\ i = 1,..., a$ أو $H_0 : \sigma^2_\alpha = 0$ وذلك حسب ما إذا كانت مستويات a ثابتة أم عشوائية. ويختبر F_B $H_0 : \beta_j = 0 ,\ j = 1 ,..., b$ أو $H_0 : \sigma^2_\beta = 0$ وأخيراً يختبر

$$K^2_A = \sum_i \alpha^2_i/(a-1)\ ,\ K^2_B = \sum_j \beta^2_j/(b-1)\ ,\ K^2_{AB} = \sum_i\sum_j (\alpha\beta)^2_{ij}/(a-1)(b-1) .$$

F_{AB} $H_0: (\alpha\beta)_{ij} = 0 \quad i = 1,..., a \quad j = 1 ,..., b$ أو $H_0 : \sigma^2_{\alpha\beta} = 0$

جدول (8-4) : التباين المتوقع لتجربة عاملية a x b في تصميم CRD .

S.O.V.	Model I (a fixed, b fixed)	Model II (a fixed, b random)	Model III (a random, b fixed)	Model IV (a random, b random)
A	$\sigma^2 + rbK^2_A$	$\sigma^2 + r\sigma^2_{\alpha\beta} + rbK^2_A$	$\sigma^2 + rb\sigma^2_\alpha$	$\sigma^2 + r\sigma^2_{\alpha\beta} + rb\sigma^2_\alpha$
B	$\sigma^2 + raK^2_B$	$\sigma^2 + ra\sigma^2_\beta$	$\sigma^2 + r\sigma^2_{\alpha\beta} + raK^2_B$	$\sigma^2 + r\sigma^2_{\alpha\beta} + ra\sigma^2_\beta$
AB	$\sigma^2 + rK^2_{AB}$	$\sigma^2 + r\sigma^2_{\alpha\beta}$	$\sigma^2 + \sigma^2_{\alpha\beta}$	$\sigma^2 + r\sigma^2_{\alpha\beta}$
Error	σ^2	σ^2	σ^2	σ^2

جدول (8-5): اختبارات F للنماذج الأربعة التي بالجدول (8-4) .

S.O.V.	F	Model I (a fixed, b fixed)	Model II (a fixed, b random)	Model III (a random, b fixed)	Model IV (a random, b random)
A	F_A	MSA/MSE	MSA/MSAB	MSA/MSE	MSA/MSAB
B	F_B	MSB/MSE	MSB/MSE	MSB/MSAB	MSB/MSAB
AB	F_{AB}	MSAB/MSE	MSAB/MSE	MSAB/MSE	MSAB/MSE

مثال (8-1)

أجريت تجربة عاملية لاختبار تأثير وتفاعل عاملين ، العامل الأول A هو عامل الحرارة بثلاثة مستويات 20 deg. c - , 15 - , 5 - و B هو عامل مدة التخزين بالأسابيع 2 ,4 ,6 ,8 ، على حامض الأسكربك (Ascorbic acid) في الفاصوليا الخضراء . جمعت الكمية الضرورية من الفاصوليا ووزعت إلى 36 مجموعة ثم استلمت كل مجموعة معالجة معينة من 12 معالجة ، بحيث كررت كل واحدة ثلاث مرات . وكانت نتائج هذه التجربة على النحو الموضح بالجدول (8-6) .

وبعد إجراء حسابات تحليل التباين نلخص ذلك في الجدول (8-7) . ونستخدم في هذا الجدول اختبارات F المعرفة تحت النموذج I بالجدول (8-5) ، حيث أن كل مستويات العوامل المدخلة في هذه التجربة ثابتة . ويتضح من البيانات الأصلية التي بالجدول (8-6) ، ومن الرسم البياني للمتوسطات الذي بالشكل (8-3) ، أن تركيز حامض الأسكربك يتناقص مع ارتفاع درجة حرارة التخزين ، مع أسابيع التخزين عند T_2 و T_3 . ونستنتج أيضاً أن هذا التناقص يختلف حسب درجات الحرارة ومدة التخزين . ويؤكد تحليل التباين لهذه التجربة الموضح بالجدول (8-7) هذه الاستنتاجات حيث أن F_A ، F_B ، F_{AB} معنوية، ولكن بما أن F_{AB} معنوية ، فليست هناك أية فائدة في الحديث عن التأثيرات الرئيسية للعوامل، ونركز إذن على دراسة التفاعل الذي بين درجة الحرارة ومدة التخزين . و يعني هذا أن كمية حامض الأسكربك ، التي نحصل عليها عند درجات التخزين المختلفة ، تتغير بتغير أسابيع التخزين ولهذا سنلخص متوسطات التفاعل في الجدول (8-8) .

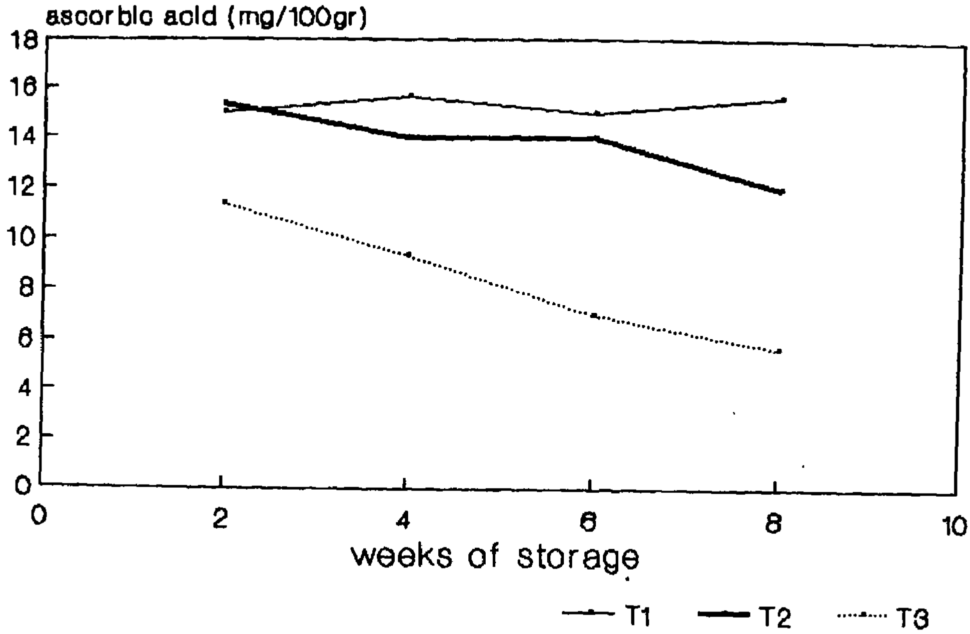
جدول (8-6) : كمية حامض الأسكربك (mg/100gr) في الفاصوليا الخضراء تحت 12 معالجة في تجربة عاملية 3x4 .

Temp.	Weeks 2	4	6	8	Sum
$T_1 = -20$	15	17	15	14	
	16	15	16	17	
	14	15	14	16	184
$T_2 = -15$	15	12	13	12	
	15	15	15	13	
	16	15	14	11	166
$T_3 = -10$	11	11	8	6	
	11	9	7	5	
	12	8	6	6	100
Sum	125	117	108	100	450

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{4}\sum_{k=1}^{3} Y_{ijk}^{2} = 6056$$

جدول (8-7) : تحليل التباين لبيانات حامض الأسكربك .

S.O.V.	df	SS	MS	F	P-Value
Temperature	2	326.00	163.00	130.4	< .001
Weeks	3	39.22	13.07	10.5	< .001
Temp * Weeks	6	35.78	5.96	4.8	< .003
Error	24	3.00	1.25		
Total	35	431.00			



شكل (8-3): الرسم البياني لمتوسطات التجربة التي بالجدول (8-6)

جدول (8-8) : جدول متوسطات التفاعل بين درجة الحرارة ومدة التخزين

	Weeks			
Temp.	2	4	6	8
$T_1 = -20$	15.00	15.67	15.00	15.67
$T_2 = -15$	15.33	14.00	14.00	12.00
$T_3 = -10$	11.33	9.33	7.00	5.67
Standard error for $\overline{Y}_{ij.}$: $S_{\overline{Y}_{ij.}} = \sqrt{MSE / r} = 0.645$				

كما يريد الباحث أيضاً معرفة علاقة الاستجابة بدرجة الحرارة وبمدة التخزين وبالتفاعل بينهما، أي يريد إيجاد أفضل نموذج انحدار يستطيع بواسطته تقدير كمية حامض الأسكربك عند الظروف المختلفة للعاملين . وبإمكاننا تقدير تلك العلاقة عن طريق استخدام المقارنات المتعامدة كثيرة الحدود التي

جدول (8-9) : طريقة حساب أجزاء مجاميع المربعات لبيانات الحامض الأسكربك

													Q	Div.	SSQ
	Temperature														
	$Y_{1..}$	$Y_{2..}$	$Y_{3..}$												
	184	166	100												
T_L	-1	0	1										-84	24	294.0
T_Q	1	-2	1										-48	72	32.0
	Weeks														
	$Y_{.1.}$	$Y_{.2.}$	$Y_{.3.}$	$Y_{.4.}$											
	125	117	108	100											
W_L	-3	-1	1	3									-84	180	39.2
W_Q	1	-1	-1	1									0	36	0
W_C	-1	3	-3	1									2	180	0.022
						Interaction									
	$Y_{11.}$	$Y_{12.}$	$Y_{13.}$	$Y_{14.}$	$Y_{21.}$	$Y_{22.}$	$Y_{24.}$	$Y_{23.}$	$Y_{31.}$	$Y_{32.}$	$Y_{33.}$	$Y_{34.}$			
	45	47	45	47	46	42	42	36	34	28	21	17			
T_LW_L	3	1	-1	-3	0	0	0	0	-3	-1	1	3	-62	120	32.03
T_LW_Q	-1	1	1	-1	0	0	0	0	1	-1	-1	1	2	24	0.167
T_LW_C	1	-3	3	-1	0	0	0	0	-1	3	-3	1	-4	120	0.133
T_QW_L	-3	-1	1	3	6	2	-2	-6	-3	-1	1	3	6	360	0.100
T_QW_Q	1	-1	-1	1	-2	2	2	-2	1	-1	-1	1	6	72	0.500
T_QW_C	-1	3	-3	1	2	-6	6	-2	-1	3	-3	1	32	360	2.844

تطرقنا لها في الفصل السابق . فنبدأ أولا بتحديد نوعية تلك العلاقة في جدول تحليل التباين بتجزئة مجموع مربعات العامل الحرارة إلى جزءين : خطي وتربيعي، ومجموع مربعات عامل التخزين إلى ثلاثة أجزاء : خطي وتربيعي وتكعيبي، وأخيراً مجموع مربعات التفاعل إلى ستة أجزاء . ويوضح الجدول (8-9) طريقة حساب كل من تلك الأجزاء . ونلخص نتائج التجزئة التي بالجدول (8-9) في جدول تحليل التباين الكامل والموضح في الجدول (8-10) .

جدول (8-10) : تحليل التباين الكامل لبيانات حامض الأسكربك .

S.O.V.	df	SS	MS	F
Temp.	2	326.00		
T_L	1	294.0	294.0	235.20**
T_Q	1	32.0	32.0	25.60**
Weeks	3	39.22		
W_L	1	39.20	39.20	13.36**
W_Q	1	0.00	0.00	0.00
W_C	1	0.02	0.02	0.02
Interaction	6	35.78		
T_LW_L	1	32.03	32.03	25.63**
T_LW_Q	1	0.17	0.17	0.13
T_LW_C	1	0.13	0.13	0.11
T_QW_L	1	0.10	0.10	0.08
T_QW_Q	1	0.50	0.50	0.40
T_QW_C	1	2.84	2.84	2.28
Error	24	30.00	1.25	

$F^{.95}_{1,24} = 4.26$; $F^{.99}_{1,24} = 7.82$

ونلاحظ من الجدول (8-10) أن هناك أربعة أجزاء معنوية وهي T_L ، T_Q ، W_L ، T_LW_L . وهي كافية لوصف الاختلافات التي وردت في كمية حامض الأسكربك Y . وباستخدام المعادلات التي بالفقرة (7-4-3) يكون النموذج كالتالي :

$$\hat{Y} = \hat{\beta}'_0 + \hat{\beta}'_1 P_1(T) + \hat{\beta}'_2 P_2(T) + \hat{\beta}'_3 P_1(W) + \hat{\beta}'_4 P_{11}(T_L W_L)$$

حيث

$$\hat{\beta}'_0 = \bar{y}.. = 12.5$$

$$\hat{\beta}'_1 = Q_{T_L} / r\Sigma \lambda_i^2 = -84/24 = -3.5$$

$$\hat{\beta}'_2 = Q_{T_Q} / r \Sigma \lambda_i^2 = -48/72 = -0.6667$$

$$\hat{\beta}'_3 = Q_{W_L} / r \Sigma \lambda_i^2 = -84/180 = -0.4667$$

$$\hat{\beta}'_4 = Q_{T_L W_L} / r \Sigma \lambda_i^2 = -62/120 = -0.5167$$

$$P_1(T) = m_1 \left(\frac{T - \overline{T}}{d_T}\right) = (1)\left(\frac{T + 15}{5}\right)$$

$$P_2(T) = m_2 \left[\left(\frac{T - \overline{T}}{d_T}\right) - \frac{t^2 - 1}{12}\right] = 3\left[\frac{T + 15}{5} - \frac{3^2 - 1}{12}\right]$$

$$P_1(W) = m_1 \left(\frac{W - \overline{W}}{d_W}\right) = 2\left(\frac{W - 5}{2}\right)$$

$$P_{11}(T_L W_L) = 2\left(\frac{T + 15}{5}\right)\left(\frac{W - 5}{2}\right)$$

ولتكن $X_1 = (T - \overline{T})/d_T, \ X_2 = (W - \overline{W})/d_W$

فيصبح النموذج كما يلي :

$$\hat{Y} = 12.5 - 3.5 X_1 - 0.6667(3)\left[X_1^2 - \frac{8}{12}\right]$$
$$- 0.4667(2) X_2 - 0.5167(2) X_1 X_2 .$$

وبعد ترتيب هذا النموذج نحصل على نفس النموذج الذي نحصل عليه

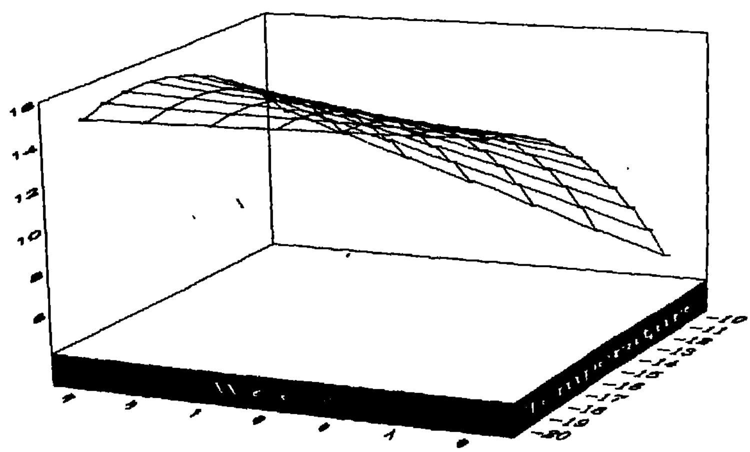
إذا ما استخدمنا طريقة تحليل الانحدار مع المتغيرات X_1 و X_2 (انظر في ملحق هذا الفصل) وهو كالتالي :

$$\hat{Y} = 13.8333 - 3.5\,X_1 - 2.0\,X_1^2 - 0.9333\,X_2 - 1.033\,X_1\,X_2$$

وبعد التعويض عن X_1 و X_2 وكتابة النموذج على شكل دالة في T و W يصبح النموذج التقديري لكمية حامض الأسكربك كما يلي :

$$\hat{Y} = -\,4.586 - 2.58\,T - 0.08\,T^2 - 2.016\,W - 0.1033\,TW$$

ونذكر هنا بأن هذا النموذج لا يصلح إلا للمجال الذي تنحصرفيه مستويات العوامل بالتجربة ، أي لا يجوز استخدامه لدرجة حرارة T = 0 deg. c ومدة تخزين W = 15 . فمثلاً بالنسبة لدرجة حرارة T = -10 ومدة تخزين W = 2 يعطينا هذا النموذج التقديرالتالي $\hat{y} = 11.24$ ، وهو قريب من الوسط الحسابي لهذه المعالجة بالجدول (8-8) أي $\bar{y}_{31} = 11.33$. ونسمي المعادلة الأخيرة المقترحة بمسطح الاستجابة (Response surface) لحامض الأسكربك . ورسم المسطح لهذه الدالة في الشكل (8-4) .



الشكل (8-4) : مسطح الاستجابة لحامض الأسكربك .

2-4-8 تجربة عاملية ذات عاملين في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة :

إذا أجريت تجربة عاملية ذات عاملين في تصميم قطاعات عشوائية كاملة يكون النموذج الخطي لهذه التجربة كما يلي :

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \varepsilon_{ijk}$$

حيث $i = 1, ..., a \; ; \; j = 1, ..., b_j \; ; \; k = 1, ..., r$

μ المتوسط العام

α_i تأثير مستوى i من العامل A

β_j تأثير مستوى j من العامل B

$(\alpha\beta)_{ij}$ تأثير التفاعل بين مستوى i من العامل A ومستوى j من العامل B

ρ_k تأثير القطاع k حيث $\rho_k \sim NI(0, \sigma^2_\rho)$.

ε_{ijk} الخطأ العشوائي ونفترض أن $\varepsilon_{ijk} \sim NI(0, \sigma^2)$.

وتعرف المجاميع والمتوسطات والأخطاء المعيارية بنفس الطريقة التي استخدمت للتصميم التام التعشية، مع إضافة مجموع مربعات القطاعات لمصادر الاختلاف . ويوضح الجدول (8-11) تحليل التباين للتجارب العاملية في تصميم RCBD ، وطريقة حساب مجاميع المربعات مع التباين المتوقع في حالة ثبات مستويات العامل A و B . أما التباينات المتوقعة للحالات العشوائية والمختلطة فتستنتج بنفس الطريقة التي بالجدول (8-4) .

جدول (8-11) : جدول تحليل التباين لتجربة عاملية a x b في RCBD .

S.O.V	df	SS	MS	EMS	F
Blocks	r - 1	SSR	MSR	$\sigma^2 + ab\,\sigma^2_p$	
A	a - 1	SSA	MSA	$\sigma^2 + rbK^2_A$	F_A = MSA/MSE
B	b - 1	SSB	MSB	$\sigma^2 + raK^2_B$	F_B = MSB/MSE
AB	(a-1)(b-1)	SSAB	MSAB	$\sigma^2 + rK^2_{AB}$	F_{AB}=MSAB/MSE
Error	(ab-1)(r-1)	SSE	MSE	σ^2	
Total	abr-1	SSTo			

وتحسب مجاميع المربعات كالتالي :

$$SSTo = \sum_i \sum_j \sum_k Y^2_{ijk} - CF \quad , \quad CF = (Y...)^2 / abr$$

$$SSR = \sum_k Y^2_{..k} / ab - CF$$

$$SSA = \sum_i Y^2_{i..} / br - CF$$

$$SSB = \sum_j Y^2_{.j.} / ar - CF$$

$$SSAB = \sum_i \sum_j Y^2_{ij.} / r - SSA - SSB - CF$$

$$SSE = SSTo - SSA - SSB - SSAB$$

وتحسب متوسطات المربعات بتقسيم مجموع المربعات على درجات الحرية الخاصة بها .

مثال (8-2) :

أجريت تجربة عاملية في محطة الأبحاث الزراعية بديراب - جامعة الملك سعود (1988) - على صنف البطاطس Ajax . واستخدم لهذه التجربة تصميم القطاعات العشوائية الكاملة لست معالجات عاملية 3 x 2 ، حيث العامل A هو تاريخ رش مجفف خضري بمستويين a_1 : بعد 80 يوماً من الزراعة و a_2 : بعد 95 يوماً من الزراعة ، والعامل B هو تركيز المجفف بثلاثة مستويات $b_1 = 0$ t/ha , $b_2 = 3$, $b_3 = 5$ .. وعرضت بيانات محصول البطاطس في الجدول (8-12).

جدول (8-12) : بيانات محصول البطاطس (t/ha) في تجربة عاملية 3 x 2 في RCBD

Date	Dose	Blocks 1	2	3	4	Sum	Sum
a_1	b_1	24.10	23.66	22.05	22.20		
	b_2	19.30	18.14	18.70	20.05	$Y_{1..}$ =	$Y_{.1.}$=203.63
	b_3	19.34	18.89	20.18	19.92	246.53	
a_2	b_1	29.30	30.69	25.00	26.63		$Y_{.2.}$=156.88
	b_2	20.42	22.25	18.77	19.25	$Y_{2..}$ =	$Y_{.3.}$=162.11
	b_3	21.98	22.40	20.20	19.20	276.09	
Sum		134.44	136.03	124.90	127.25	522.62	522.62

ويوضح الجدول (8-13) تحليل التباين لهذه التجربة ، ونستنتج منه أن التفاعل AB معنوي عند مستوى المعنوية $\alpha = .05$ ، ولهذا لا ننظر إلى معنوية التأثيرات الرئيسية للعاملان A و B . ويوضح الشكل (8-5) ذلك التفاعل بين العاملين A وB . وبما أن التفاعل معنوي فيمكن إجراء مقارنة متعددة بين متوسطات التفاعل لتحديد أنسب وأحسن المعالجات العاملية في هذه التجربة . والخطأ المعياري للفرق بين أي متوسطي التفاعل هو

$$S_{\bar{Y}_{ij.}-\bar{Y}_{ij.}'} = \sqrt{2MSE/r} = \sqrt{2(1.687)/4} = 0.918 \ .$$

جدول (13–8) : تحليل التباين لمحصول البطاطس في تجربة عاملية 2x3 في RCBD

S.O.V.	df.	SS	MS	F	Table F
Blocks	3	14.655	4.885		
A	1	36.408	36.408	21.58	$F^{.95}_{1,15} = 4.54$
B	2	164.034	82.017	48.62	$F^{.95}_{2,15} = 3.68$
AB	2	17.905	8.952	5.31	
Error	15	25.306	1.687		
Total	23	258.308			

جدول (14-8) : متوسطات التفاعل لتجربة البطاطس .

		B		
		b_1	b_2	b_3
A	a_1	23.00	19.05	19.58
	a_2	27.91	20.17	20.95

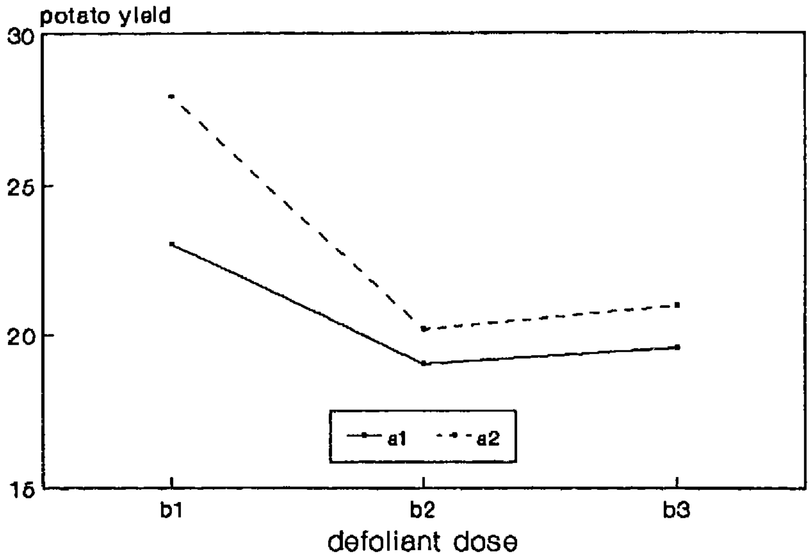
ونستخدم طريقة PLSD لمقارنة المتوسطات التي بالجدول (14-8) . فتكون قيمة أقل فرق معنوي محفوظ عند مستوى المعنوية $\alpha = .05$ كما يلي :

$$PLSD = t_{(1-\alpha/2,\ \upsilon)}\, S_{\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{ij.'}} = t_{(.975,\ 15)}\ 0.918$$

$$= 2.131(0.918) = 1.956$$

وبعد ترتيب المتوسطات تصاعدياً واختبار الفروق بينها نحصل على التالي :

a_1b_2	a_1b_3	a_2b_2	a_2b_3	a_1b_1	a_2b_1
19.05	19.58	20.17	20.95	23.00	27.91



الشكل (5-8) : الرسم البياني لمتوسطات البطاطس موضحاً التفاعل بين A و B .

وتدل هذه النتائج على أن أفضل محصول للبطاطس كان مع المعالجة a_2b_1 أي بدون رش المجفف الخضري، وثاني أفضل محصول هو عند a_1b_1 وهو أيضاً بدون رش المجفف الخضري، وهذا لا يعني أن ليست هناك فائدة من وراء استخدام المجفف ، الذي يجفف النبات قبل ارتفاع درجة الحرارة في آخر الربيع ، ولكن الموسم الذي أجريت فيه التجربة كان معتدلاً نسبياً حيث تأخر وصول الحر، والمطلوب إذن تكرار التجربة العديد من السنوات لتغطية الاختلافات السنوية والتأكد من الفائدة ، إن وجدت ، لمادة المجفف الخضري (Diquat) .

وبالنسبة لهذا المثال، إذا أراد الباحث القيام بتحليل الاتجاهات، رغم عدم تساوي أبعاد مستويات B ، فبامكانه تكوين مقارنات متعامدة كثيرة الحدود خاصة بهذا المثال وليست تلك الموضحة بالجدول (7-7)، ونوجه المهتم إلى المرجع (Draper and Smith, 1981) للمزيد من التوضيح حول هذا الموضوع .

3-4-8 . تجربة عاملية ذات عاملين في تصميم مربع لاتيني :

قد يستخدم تصميم المربع اللاتيني لتجربة عاملية صغيرة الحجم ، حيث يكون عدد التوافيق قليلاً، مع تطبيق طريقة التعشية الموضحة في الفصل

السادس على المعالجات العاملية التي نرمز لها بالحروف A ، B ، C ، D . فمثلاً إذا كان لدينا العامل A وله ثلاثة مستويات : a_1, a_2, a_3 والعامل B وله مستويين b_1 , b_2 . ونرمز للمعالجات العاملية كالتالي:

$$A = a_1 b_1 \quad B = a_1 b_2 \quad C = a_2 b_1 \quad D = a_2 b_2 \quad E = a_3 b_1 \quad F = a_3 b_2$$

وهذا للحفاظ على الرموز التي استخدمت للمعالجات عند تقديم تصميم المربع اللاتيني .

ويكون النموذج الخطي لتجربة عاملية a x b في تصميم مربع لاتيني كما يلي :

$$Y_{ijk\ell} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \gamma_\ell + \varepsilon_{ijk\ell}$$

$$i = 1, ..., a \;;\; j = 1, ..., b \quad k = 1, ..., ab \;;\; l = 1, ..., ab$$

حيث

$Y_{ijk\ell}$ هي مشاهدة الوحدة التجريبية من الصف k والعمود ℓ والتي استلمت مستوى i من العامل A ومستوى j من العامل B .

α_i, β_j, $(\alpha\beta)_{ij}$ هي التأثيرات الرئيسية والتفاعل بين العاملين A و B .

ρ_k تأثير الصف k .

γ_ℓ تأثير العمود ℓ .

$\varepsilon_{ijk\ell}$ الخطأ العشوائي ونفترض أن $\varepsilon_{ijk\ell} \sim NI(0, \sigma^2)$

ويحسب جدول تحليل التباين بنفس الطريقة التي وضحت في الفصل السادس ونذكر بجزء من ذلك في الجدول (8-15) مع التوقعات الرياضية لمتوسطات التباين في حالة النماذج الثابتة والعشوائية . وكمثال لتجربة عاملية 2 x 2 مع معالجة المراقبة في تصميم مربع لاتيني 5 x 5 انظر التمرين (8-3) .

جدول (8-15) : جدول تحليل التباين وتوقعات التباين لتجربة عاملية a x b في تصميم مربع لاتيني .

S.O.V.	df	(EMS) Fixed	Random
Rows	ab - 1		
Columns	ab - 1		
A	a - 1	$\sigma^2 + ab^2 K^2_A$	$\sigma^2 + ab\sigma^2_{\alpha\beta} + ab^2\sigma^2_\alpha$
B	b - 1	$\sigma^2 + a^2bK^2_B$	$\sigma^2 + ab\sigma^2_{\alpha\beta} + a^2b\sigma^2_\beta$
AB	(a-1)(b-1)	$\sigma^2 + abK^2_{AB}$	$\sigma^2 + ab\sigma^2_{\alpha\beta}$
Error	(ab-1)(ab-2)	σ^2	σ^2
Total	$a^2b^2 - 1$		

8 - 5 تجربة عاملية ذات ثلاثة عوامل :

تعتبر التجربة العاملية a x b x c امتداداً للتجارب السابقة وبها ثلاثة عوامل : A وله a مستوى وB وله b مستوى وC وله c مستوى ، بحيث يصبح عدد المعالجات العاملية abc . ولهذا سيرتفع عدد المعالجات في مثل هذه التجارب وبالتالي يرتفع عدد الوحدات التجريبية المطلوبة، فمثلاً إذا كان هناك r تكرار يصبح عدد الوحدات المطلوب abcr .

والنموذج الخطي لمثل هذه التجارب في حالة استخدام التصميم التام التعشية هو :

$$Y_{ijk\ell} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\alpha\beta\gamma)_{ijk} + \varepsilon_{ijk\ell}$$

$$i = 1, ..., a \;;\; j = 1, ..., b \;;\; k = 1, ..., c \;;\; \ell = 1, ..., r$$

حيث $Y_{ijk\ell}$ هي المشاهدة ℓ لمستوى k من العامل C ومستوى j من العامل B ومستوى i من العامل A و γ_k هي تأثير مستوى k من العامل C . وبالإضافة للتفاعلات الثنائية فهناك نوع جديد من التفاعل وهو التفاعل الثلاثي الذي بين

العوامل الثلاثة (ABC) . وعادة تكون التفاعلات الثلاثية غير مهمة من الناحية التطبيقية ويمكن تجاهلها وأحياناً قد تكون مهمة حيث يحصل أن يكون مثلاً التفاعل الثنائي AB يتغير بتغير مستوى العامل C .

وإذا افترضنا أن كل العوامل المدخلة في التجربة ثابتة فيصبح جدول التباين كما هو موضح في الجدول (16-8) . أما بالنسبة للحالات العشوائية والمختلطة فبامكان المهتم مراجعة Ostle and Mensing (1975) أو Steel and Torrie (1980) وذلك للتحقق من اختبارات F الملائمة . أما حسابات مجموع المربعات فتحسب بنفس الطريقة .

ونستعرض فيما يلي طريقة حساب مجموع المربعات الموجودة بالجدول (16-8) :

$$SSTo = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_{\ell} Y^2_{ijk\ell} - CF \quad ; \quad CF = (Y_{\cdots})^2 / abcr$$

$$SSA = \sum_i Y^2_{i\ldots} / bcr - CF$$

$$SSB = \sum_j Y^2_{.j..} / acr - CF$$

$$SSC = \sum_k Y^2_{..k.} / abr - CF$$

$$SSAB = \sum_i \sum_j Y^2_{ij..} / cr - SSA - SSB - CF$$

$$K^2_{ABC} = \sum_i \sum_j \sum_k (\alpha\beta\gamma)^2_{ijk} / (a-1)(b-1)(c-1)$$

$$SSAC = \sum_i \sum_j Y^2_{i.k.} / br - SSA - SSC - CF$$

جدول (16-8) : جدول تحليل التباين لتجربة عاملية a x b x c في التصميم التام التعشية .

S.O.V	df	SS	MS	EMS	F
A	a - 1	SSA	MSA	$\sigma^2 + bcrK^2_A$	$F_A = MSA/MSE$
B	b - 1	SSB	MSB	$\sigma^2 + acrK^2_B$	$F_B = MSB/MSE$
C	c - 1	SSC	MSC	$\sigma^2 + abrK^2_C$	$F_C = MSC/MSE$
AB	(a-1)(b-1)	SSAB	MSAB	$\sigma^2 + crK^2_{AB}$	$F_{AB} = MSAB/MSE$
AC	(a-1)(c-1)	SSAC	MSAC	$\sigma^2 + brK^2_{AC}$	$F_{AC} = MSAC/MSE$
BC	(b-1)(c-1)	SSBC	MSBC	$\sigma^2 + arK^2_{BC}$	$F_{BC} = MSBC/MSE$
ABC	(a-1)(b-1)(c-1)	SSABC	MSABC	$\sigma^2 + rK^2_{ABC}$	$F_{ABC} = MSABC/MSE$
Error	abc(r-1)	SSE	MSE	σ^2	
Total	abcr - 1	SSTo			

$$SSBC = \sum_i \sum_j \sum_k Y^2_{.jk.} / ar - SSB - SSC - CF$$

$$SSABC = \sum_i \sum_j \sum_k Y^2_{ijk.} / r - SSA - SSB - SSC - SSAB - SSAC - SSBC - CF$$

$$SSE = SSTo - (SSA + \ldots + SSABC) .$$

وبعد حساب مجموع المربعات ومتوسطات التباين ندرس اختبارات F . ونبدأ بالنظر إلى اختبار F_{ABC} للتأكد من معنوية التفاعل الثلاثي ABC . وإذا كان هذا التفاعل معنويا فنستنتج أن العوامل متفاعلة وليست ذات تأثيرات مستقلة عن بعضها البعض . ثم نلخص متوسطات التفاعل في جدول ثلاثي a x b x c (Three-way table) مع حساب الخطأ المعياري لهذه المتوسطات . أما إذا كان التفاعل ABC غير معنوي فننظر إلى التفاعلات الثنائية بواسطة

F_{AB} ، F_{AC} ، F_{BC} . وإذا كان هناك تفاعل ثنائي معنوي فتأثيرات العاملين المشتركين في ذلك التفاعل ليست مستقلة وتلخص متوسطاتها في جدول ثنائي .

وأخيراً إذا كانت التفاعلات الثنائية غير معنوية فننظر إلى التأثيرات الرئيسية (Main effects) للعوامل الثلاثة وتلخص متوسطات العامل الذي كانت نتائجه معنوية في جدول ذي اتجاه واحد .ويلخص الجدول (8-17) طريقة حساب المتوسطات والأخطاء المعيارية للمتوسطات وللفروق بين المتوسطات . إذن لقد تطرقنا في الفقرة السابقة لتصميم CRD ولكن بامكان القارىء اشتقاق جدول تحليل التباين للتصاميم الأخرى بسهولة وسنأخذ في المثال التالي تصميم القطاعات العشوائية الكاملة .

جدول (8-17) : المتوسطات والأخطاء المعيارية لتجربة عاملية axbxc في CRD .

Factor	Mean	SE(Mean)	SE(Difference)
A	$\overline{Y}_{i...} = Y_{i...}/bcr$	$\sqrt{MSE/bcr}$	$\sqrt{2MSE/bcr}$
B	$\overline{Y}_{.j..} = Y_{.j..}/acr$	$\sqrt{MSE/acr}$	$\sqrt{2MSE/acr}$
C	$\overline{Y}_{..k.} = Y_{..k.}/abr$	$\sqrt{MSE/abr}$	$\sqrt{2MSE/abr}$
AB	$\overline{Y}_{ij..} = Y_{ij..}/cr$	$\sqrt{MSE/cr}$	$\sqrt{2MSE/cr}$
AC	$\overline{Y}_{i.k.} = Y_{i.k.}/br$	$\sqrt{MSE/br}$	$\sqrt{2MSE/br}$
BC	$\overline{Y}_{.jk.} = Y_{.jk.}/ar$	$\sqrt{MSE/ar}$	$\sqrt{2MSE/ar}$
ABC	$\overline{Y}_{ijk.} = Y_{ijk.}/r$	$\sqrt{MSE/r}$	$\sqrt{2MSE/r}$

مثال (8-3)

أجريت تجربة لدراسة تأثير العوامل التالية :

- التسميد النتروجيني : N بمستويين : $n_0 = 0$ kg/ha , $n_1 = 50$ kg/ha
- التسميد الفسفوري : P بمستويين : $p_0 = 0$ kg/ha , $p_1 = 20$ kg/ha
- التسميد البوتاسي : K بمستويين : $k_0 = 0$ kg/ha , $k_1 = 20$ kg/ha

على محصول الذرة . واستخدمت المعالجات العاملية 2x2x2 = 8 لتوقع وجود تفاعل بين N و P و K . لذلك كانت المعالجات على الشكل التالي :

	1	2	3	4	5	6	7	8
Treat.	$n_0p_0k_0$	$n_1p_0k_0$	$n_0p_1k_0$	$n_1p_1k_0$	$n_0p_0k_1$	$n_1p_0k_1$	$n_0p_1k_1$	$n_1p_1k_1$
Symbol	(1)	n	p	np	k	nk	pk	npk

واستخدم لهذه التجربة تصميم القطاعات العشوائية الكاملة . وكانت البيانات كما في الجدول (8-18) .

جدول (8-18) : محصول الذرة (gr/plot) لتجربة عاملية 2^3 في RCBD

	المعالجات								
Blocks	(1)	n	p	np	k	nk	pk	npk	Sum
1	101	106	312	373	265	291	398	450	2296
2	106	89	324	338	272	306	407	449	2291
3	87	128	323	324	279	334	423	471	2369
4	131	103	324	361	302	272	445	437	2375
Sum	425	426	1283	1396	1118	1203	1673	1807	9331

وتحسب مجاميع المربعات لجدول تحليل التباين مع اعتبار أن هناك 8 معالجات كالتالي :

$$SSTo = \left[101^2 + \ldots + 437^2\right] - \frac{(9331)^2}{32} = 466779.7$$

$$SSB = \frac{1}{8}\left[2296^2 + \ldots + 2375^2\right] - \frac{(9331)^2}{32} = 774.1$$

$$SST = \frac{1}{4}\left[425^2 + \ldots + 1807^2\right] - \frac{(9331)^2}{32} = 458718.0$$

$$SSE = 466779.7 - 774.1 - 458718 = 7287.6$$

ونلخص ذلك في جدول تحليل التباين المبين بالجدول (8-19) .

جدول (8-19) : تحليل التباين لبيانات الذرة .

S.O.V	df	SS	MS	F	
Blocks	3	774.1	258.03	0.74	
Treatment	7	458718.0	65531.14	188.83**	$F^{.99}_{7,21} = 3.7$
Error	21	7287.6	347.03		
Total	31	466779.7			

ثم نقوم بتجزئة مجموع مربعات المعالجات التي بالجدول (8-19) إلى 7 أجزاء كل جزء بدرجة حرية واحدة نختبر به تأثير عامل أو تفاعل معين ، وذلك عن طريق استخدام المقارنات . وسنرجع للتجارب العاملية 2^3 بمزيد من التوضيح في الفصل العاشر. ونلاحظ من النتائج التي بالجدول (8-20) أولا أن NPK غير معنوي، ومن التفاعلات الثنائية هناك التفاعل الثنائي PK فقط هو المعنوي، ويعني ذلك تلخيص متوسطات هذا التفاعل بدون النظر للتأثيرات الرئيسية لكل من P و K. ونلاحظ أن العامل N معنوي ولهذا سنلخص متوسطات العامل N في جدول ذي اتجاه واحد .

جدول (8-20) : حساب مجموع مربعات العوامل بواسطة المقارنات المتعامدة.

المقارنة	(1) 425	n 426	p 1283	np 1396	k 1118	nk 1203	pk 1673	npk 1807	Q	SSQ	F
N	−	+	−	+	−	+	−	+	333	3465.28	9.98**
P	−	−	+	+	−	−	+	+	2987	278817.78	803.4**
NP	+	−	−	+	+	−	−	+	161	810.03	2.33
K	−	−	−	−	+	+	+	+	2271	161170.03	464.4**
NK	+	−	+	−	−	+	−	+	105	344.53	0.99
PK	+	+	−	−	−	−	+	+	- 669	13986.28	40.3**
NPK	−	+	+	−	+	−	−	+	- 63	124.03	0.36

لذلك نلخص نتائج هذه التجربة فيما يلي :

- متوسطات عامل N

	N		Standard Error
	n_0	n_1	
المتوسط	281.19	302.0	4.66

- متوسطات التفاعل PK

		P		Standard Error
		P_0	P_1	
	k_0	106.38	334.88	6.59
K	k_1	290.13	435.00	

ونلاحظ من متوسطات العامل N أن محصول الذرة يزداد بقيمة 20 عند إضافة 50 kg/ha من السماد النتروجيني، وذلك بغض النظر عن مستويات العوامل الأخرى. أما الجدول الثاني فيوضح أن محصول الذرة عند k_0 يختلف بين p_0 و p_1 إلى ثلاثة أضعاف وأيضاً عند k_1 محصول الذرة مرتفع عند p_1 مقارنة بمستوى p_0.

8 - 6 الخلاصة

تطرقنا في هذا الفصل لجزء بسيط من التجارب العاملية لأنه لو أردنا سرد كل الحالات الممكنة في هذا الباب لتطلب ذلك كتاب بأكمله مختص في التجارب العاملية . ونوجه القارىء للمراجع التالية للمزيد من التعمق : Paktoe, et al. (1981) و Kempthorne (1983) .

تمارين

8 - 1 أجريت تجربة في محطة التجارب بالرياض - جامعة الملك سعود (1986) - لدراسة تأثير ثلاثة مستويات للري (Stress, Medium, Wet) على محصول

(kg/m^2) صنفين من البطاطس (V_1, V_2) ونفذت التجربة العاملية 3 x 2 في التصميم التام التعشية وكانت البيانات كما يلي :

Varieties	Treatment Stress	Medium	Wet
V_1	2.60	2.30	0.93
	2.80	2.15	1.25
	2.75	2.05	1.55
V_2	2.10	1.73	0.78
	2.45	1.45	1.23
	2.15	2.03	1.35

أ – أوجد جدول تحليل التباين لهذه التجربة .

ب – اختبر تأثير التفاعل والتأثيرات الرئيسية ولخص النتائج في الجداول الملائمة مع الرسومات البيانية .

ج – استخدم طريقة PLSD للمقارنة بين المتوسطات التي اختلفت معنويا عند $\alpha = .05$.

2–8 أراد باحث معرفة تأثير مسافة الزراعة على محصول الفاصوليا . ونظراً لاختلاف أنماط النمو بين الأصناف وما لذلك من أثر على المحصول ، قرر الباحث استخدام تجربة عاملية 3 x 4 ، أي ثلاثة مستويات لمسافات الزراعة S : 20 cm , 40 , 60 وأربعة أصناف من الفاصوليا V : حيث كان الصنفان الأولان Big Green , New Era من الأصناف القصيرة والمتفرعة و Red Lake, Little Gem طويلة وقليلة الفروع . ونفذت التجربة في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة في أربعة قطاعات نظراً لوجود ميل في مستوى سطح التربة. وتمثل البيانات التالية محصول الفاصوليا (kg/plot) :

V Variety	S Spacing (cm)	Block I	II	III	IV
New Era (Bushy)	20	23	21	19	22
	40	36	26	21	24
	60	42	33	26	26
Big Green (Bushy)	20	37	38	27	30
	40	39	45	44	37
	60	50	54	54	42
Little Green (Tall)	20	35	32	29	30
	40	34	33	28	28
	60	33	29	25	26
Red Lake (Tall)	20	40	36	35	38
	40	35	33	31	35
	60	28	28	23	30

Petersen (1985) .

أ – أوجد تحليل التباين لهذه التجربة العاملية (MSE = 12.98) .

ب – اختبر التفاعل VS عند $\alpha = .05$ وإن كان معنوياً لخص المتوسطات .

ج – استخدم طريقة المقارنات للإجابة عن الأسئلة التالية :

1 – قارن بين الأصناف القصيرة والطويلة؟

2 – قارن المحصول بين الأصناف القصيرة ؟

3 – قارن المحصول بين الأصناف الطويلة ؟

4 – هل هناك علاقة خطية بين المحصول والمسافات ؟

5 – هل هناك علاقة تربيعية بين المحصول والمسافات ؟

6 – هل العلاقة الخطية بين Y و S تختلف بين الأصناف القصيرة والطويلة ؟

7 – هل العلاقة التربيعية بين Y و S تختلف بين الأصناف القصيرة والطويلة ؟

8 – هل العلاقة الخطية هي نفسها بين الأصناف القصيرة ؟

9 – هل العلاقة التربيعية هي نفسها بين الأصناف ؟

10 – هل العلاقة الخطية هي نفسها بين الأصناف الطويلة ؟

11 – هل العلاقة التربيعية هي نفسها بين الأصناف الطويلة ؟

د – أوجد الرسم البياني لمتوسطات التفاعل بين المسافات والأصناف .

هـ– أكتب التعليق الكامل عن التجربة والنتائج .

3-8 أستخدم تصميم المربع اللاتيني 5 x 5 لدراسة تأثير معالجات أولية على التركيز القاتل (Lethal dose) لمادة المركوبيرين (Mercupurin) في الأرانب . واختير هذا التصميم للتحكم في مصدرين للإختلاف وهي : الأيام والزمن بين الحقن . والمعالجات هي معالجة المراقبة : A و $B : n_1p_1$ ، $C : n_2p_1$ ، $D : n_1p_2$ ، $E : n_2p_2$ حيث العامل N هو Ammonium chloride بمستويين : منخفض (n_0) وعال (n_1) والعامل P هو مادة Phenobarbital بمستويين : منخفض (p_0) وعال (p_1) . ولذلك فالمعالجات هي عبارة عن توافيق 2 x 2 بإضافة إلى معالجة المراقبة . وسجلت البيانات عن الاستجابة

Y : (log ml injected for Threshold toxic dose of mercupurin / log body weight in kg)

Day	Minutes between injections 0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
1	A 1.576	C 1.161	D 1.231	E 1.032	B 1.048
2	C 1.432	E 1.168	B 1.220	A 1.031	D 0.935
3	B 1.394	D 1.266	E 0.580	C 0.934	A 0.925
4	E 1.199	B 1.240	A 1.168	D 1.139	C 0.665
5	D 0.856	A 1.182	C 1.023	B 0.889	E 0.983

Gill (1978)

أ – أوجد جدول تحليل التباين لهذه التجربة (MSE = 0.0372)

ب – استخدم طريقة المقارنات لتجزئة درجات الحرية للمعالجات إلى المقارنات التالية :

- معالجة المراقبة ضد المعالجات العاملية 2 x 2 .
- التأثير الرئيسي للعامل N .
- التأثير الرئيسي للعامل P .
- التفاعل بين N و P .

4-8 في تجربة لدراسة مدى تحمل البقر للحرارة جمعت ثلاث مشاهدات على 32 معالجة في تجربة عاملية 4 x 2 x 4 حيث كان العامل A هو عامل الزمن بأربعة مستويات والعامل B هو صنفين من البقر والعامل C هو عامل الغطاء من 4 أنواع وسجلت درجات تحمل الحرارة (Heat tolerance) التالية :

	B1				B2			
	C1	C2	C3	C4	C1	C2	C3	C4
A1	3.6	3.4	2.9	2.5	4.2	4.4	3.6	3.0
	3.8	3.7	2.8	2.4	4.0	3.9	3.7	2.8
	3.9	3.9	2.7	2.2	3.9	4.2	3.4	2.9
A2	3.8	3.8	2.9	2.4	4.4	4.2	3.8	2.0
	3.6	3.9	2.9	2.2	4.4	4.3	3.7	2.9
	4.0	3.9	2.8	2.2	4.6	4.7	3.4	2.8
A3	3.7	3.8	2.9	2.1	4.2	4.0	4.0	2.0
	3.9	4.0	2.7	2.0	4.4	4.6	3.8	2.4
	4.2	3.9	2.8	1.8	4.5	4.5	3.3	2.0
A4	3.6	3.6	2.6	2.0	4.0	4.0	3.8	2.0
	3.5	3.7	2.9	2.0	4.1	4.4	3.7	2.2
	3.8	3.9	2.9	1.9	4.2	4.2	3.5	2.3

أ – أوجد جدول تحليل التباين (MSE = 0.0395)

ب – نفذ كل الاختبارات اللازمة مع العلم أن كل العوامل ثابتة .

ج – أوجد جداول المتوسطات الضرورية بناء على توصية السؤال (ب) .

مثال (8 - 1)

```
OPTION PS=65;
DATA QASCACID;
 DO TEMP = 'T1', 'T2', 'T3';
  DO REP = 1 TO 3;
   DO WEEKS = 2 TO 8 BY 2;
     INPUT Y @ @; OUTPUT;
   END;
  END;
 END;
CARDS;
15 17 15 14
16 15 16 17
14 15 14 16

15 12 13 12
15 15 15 13
16 15 14 11

11 11  8  6
11  9  7  5
12  8  6  6
;
PROC GLM;
 CLASS TEMP WEEKS;
  MODEL Y = TEMP WEEKS TEMP*WEEKS;
  CONTRAST 'TEMP LIN'  TEMP -1  0  1;
  CONTRAST 'TEMP QUA'  TEMP  1 -2  1;
  CONTRAST 'WEEKS LIN' WEEKS -3 -1  1  3;
  CONTRAST 'WEEKS QUA' WEEKS  1 -1 -1  1;
  CONTRAST 'WEEKS CUB' WEEKS -1  3 -3  1;
  CONTRAST 'T(L)*W(L)' TEMP*WEEKS  3  1 -1 -3  0  0  0  0 -3 -1  1 3;
  CONTRAST 'T(L)*W(Q)' TEMP*WEEKS -1  1  1 -1  0  0  0  0  1 -1 -1 1;
  CONTRAST 'T(L)*W(C)' TEMP*WEEKS  1 -3  3 -1  0  0  0  0 -1  3 -3 1;
  CONTRAST 'T(Q)*W(L)' TEMP*WEEKS -3 -1  1  3  6  2 -2 -6 -3 -1  1 3;
  CONTRAST 'T(Q)*W(Q)' TEMP*WEEKS  1 -1 -1  1 -2  2  2 -2  1 -1 -1 1;
  CONTRAST 'T(Q)*W(C)' TEMP*WEEKS -1  3 -3  1  2 -6  6 -2 -1  3 -3 1;
MEANS TEMP WEEKS TEMP*WEEKS;
RUN;

DATA QASCACIM;SET QASCACID;
IF TEMP='T1' THEN X1=(-20+15)/5;
IF TEMP='T2' THEN X1=(-15+15)/5;
IF TEMP='T3' THEN X1=(-10+15)/5;
X2=(WEEKS-5)/2;
X12=X1*X1;
X1X2=X1*X2;
RUN;

PROC REG DATA=QASCACIM;
MODEL Y = X1 X2 X12 X1X2 / SS1 SS2;
RUN;
```

```
                    General Linear Models Procedure
                        Class Level Information

                      Class     Levels    Values.

                      TEMP           3    T1 T2 T3
                      WEEKS          4    2 4 6 8

               Number of observations in data set = 36

                    General Linear Models Procedure

Dependent Variable: Y
                                        Sum of          Mean
Source                       DF        Squares        Square      F Value      Pr > F

Model                        11   401.00000000   36.45454545        29.16      0.0001

Error                        24    30.00000000    1.25000000

Corrected Total              35   431.00000000

                  R-Square            C.V.      Root MSE                       Y Mean

                  0.930394       8.9442719     1.1180340                  12.50000000

Source                       DF    Type I SS   Mean Square      F Value      Pr > F

TEMP                          2  326.0000000   163.0000000       130.40      0.0001
WEEKS                         3   39.2222222    13.0740741        10.46      0.0001
TEMP*WEEKS                    6   35.7777778     5.9629630         4.77      0.0025

Source                       DF  Type III SS   Mean Square      F Value      Pr > F

TEMP                          2  326.0000000   163.0000000       130.40      0.0001
WEEKS                         3   39.2222222    13.0740741        10.46      0.0001
TEMP*WEEKS                    6   35.7777778     5.9629630         4.77      0.0025

Contrast                     DF  Contrast SS   Mean Square      F Value      Pr > F

TEMP LIN                      1 294.00000000  294.00000000       235.20      0.0001
TEMP QUA                      1  32.00000000   32.00000000        25.60      0.0001
WEEKS LIN                     1  39.20000000   39.20000000        31.36      0.0001
WEEKS QUA                     1   0.00000000    0.00000000         0.00      1.0000
WEEKS CUB                     1   0.02222222    0.02222222         0.02      0.8950
T(L)*W(L)                     1  32.03333333   32.03333333        25.63      0.0001
T(L)*W(Q)                     1   0.16666667    0.16666667         0.13      0.7182
T(L)*W(C)                     1   0.13333333    0.13333333         0.11      0.7468
T(Q)*W(L)                     1   0.10000000    0.10000000         0.08      0.7797
T(Q)*W(Q)                     1   0.50000000    0.50000000         0.40      0.5331
T(Q)*W(C)                     1   2.84444444    2.84444444         2.28      0.1445

          Level of        --------------Y--------------
          TEMP       N        Mean               SD

          T1        12     15.3333333        1.07308674
          T2        12     13.8333333        1.58592292
          T3        12      8.3333333        2.42462118
```

Level of WEEKS	N	Y Mean	Y SD
2	9	13.8888889	2.02758751
4	9	13.0000000	3.12249900
6	9	12.0000000	3.87298335
8	9	11.1111111	4.48454135

General Linear Models Procedure

Level of TEMP	Level of WEEKS	N	Y Mean	Y SD
T1	2	3	15.0000000	1.00000000
T1	4	3	15.6666667	1.15470054
T1	6	3	15.0000000	1.00000000
T1	8	3	15.6666667	1.52752523
T2	2	3	15.3333333	0.57735027
T2	4	3	14.0000000	1.73205081
T2	6	3	14.0000000	1.00000000
T2	8	3	12.0000000	1.00000000
T3	2	3	11.3333333	0.57735027
T3	4	3	9.3333333	1.52752523
T3	6	3	7.0000000	1.00000000
T3	8	3	5.6666667	0.57735027

Model: MODEL1
Dep Variable: Y

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	4	397.23333	99.30833	91.172	0.0001
Error	31	33.76667	1.08925		
C Total	35	431.00000			

Root MSE	1.04367	R-Square	0.9217
Dep Mean	12.50000	Adj R-Sq	0.9115
C.V.	8.34936		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob > |T|
INTERCEP	1	13.833333	0.30128161	45.915	0.0001
X1	1	-3.500000	0.21303827	-16.429	0.0001
X2	1	-0.933333	0.15558116	-5.999	0.0001
X12	1	-2.000000	0.36899311	-5.420	0.0001
X1X2	1	-1.033333	0.19054722	-5.423	0.0001

```
Variable     DF       Type I SS       Type II SS

INTERCEP      1     5625.000000     2296.333333
X1            1      294.000000      294.000000
X2            1       39.200000       39.200000
X12           1       32.000000       32.000000
X1X2          1       32.033333       32.033333
```

مثال (8 - 2)

```
OPTION PS=65;
DATA POTATO;
DO A ='A1','A2';
        DO B ='B1','B2','B3';
                DO BLOCK = 1 TO 4;
                INPUT Y @ @;OUTPUT;
                END;
        END;
END;
CARDS;
24.10 23.66 22.05 22.20
19.30 18.14 18.70 20.05
19.34 18.89 20.18 19.92

29.30 30.69 25.00 26.63
20.42 22.25 18.77 19.25
21.98 22.40 20.20 19.20
;
PROC GLM DATA=POTATO;
CLASS A B BLOCK;
MODEL Y = BLOCK A B A*B;
LSMEANS A*B/ PDIFF;
RUN;
```

```
                    General Linear Models Procedure
                       Class Level Information

                     Class     Levels    Values

                     A              2    A1 A2
                     B              3    B1 B2 B3
                     BLOCK          4    1 2 3 4

               Number of observations in data set = 24

                    General Linear Models Procedure

Dependent Variable: Y
                                  Sum of          Mean
Source                  DF       Squares        Square     F Value     Pr > F

Model                    8  233.00263333   29.12532917       17.26     0.0001

Error                   15   25.30575000    1.68705000

Corrected Total         23  258.30838333
```

```
                     R-Square          C.V.      Root MSE                   Y Mean

                     0.902033     5.9647081     1.2988649              21.77583333

Source                     DF     Type I SS   Mean Square      F Value      Pr > F

BLOCK                       3     14.655150      4.885050         2.90      0.0698
A                           1     36.408067     36.408067        21.58      0.0003
B                           2    164.034408     82.017204        48.62      0.0001
A*B                         2     17.905008      8.952504         5.31      0.0181

Source                     DF   Type III SS   Mean Square      F Value      Pr > F

BLOCK                       3     14.655150      4.885050         2.90      0.0698
A                           1     36.408067     36.408067        21.58      0.0003
B                           2    164.034408     82.017204        48.62      0.0001
A*B                         2     17.905008      8.952504         5.31      0.0181


                         General Linear Models Procedure
                               Least Squares Means

  A    B            Y   Prob > |t| HO: LSMEAN(i)=LSMEAN(j)
               LSMEAN   i/j      1       2       3       4       5       6

  A1   B1  23.0025000   1   .       0.0006  0.0020  0.0001  0.0076  0.0406
  A1   B2  19.0475000   2 0.0006    .       0.5689  0.0001  0.2395  0.0565
  A1   B3  19.5825000   3 0.0020  0.5689    .       0.0001  0.5303  0.1586
  A2   B1  27.9050000   4 0.0001  0.0001  0.0001    .       0.0001  0.0001
  A2   B2  20.1725000   5 0.0076  0.2395  0.5303  0.0001    .       0.4135
  A2   B3  20.9450000   6 0.0406  0.0565  0.1586  0.0001  0.4135    .

NOTE: To ensure overall protection level, only probabilities associated with
      pre-planned comparisons should be used.
```

مثال (8 - 3)

```
OPTION PS=65;
DATA CORN;
INPUT TREAT $ NPK $ @;
      DO BLOCK = 1 TO 4;
      INPUT Y @@;OUTPUT;
      END;
CARDS;
T1 000 101 106  87 131
T2 100 106  89 128 103
T3 010 312 324 323 324
T4 110 373 338 324 361
T5 001 265 272 279 302
T6 101 291 306 334 272
T7 011 398 407 423 445
T8 111 450 449 471 437
;
PROC GLM DATA=CORN;
CLASS BLOCK TREAT;
MODEL Y = BLOCK TREAT;

CONTRAST 'N    '
TREAT -1 +1 -1 +1 -1 +1 -1 +1;
```

```
CONTRAST 'P   '
TREAT -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1 +1;
CONTRAST 'NP  '
TREAT +1 -1 -1 +1 +1 -1 -1 +1;
CONTRAST 'K   '
TREAT -1 -1 -1 -1 +1 +1 +1 +1;
CONTRAST 'NK  '
TREAT +1 -1 +1 -1 -1 +1'-1 +1;
CONTRAST 'PK  '
TREAT +1 +1 -1 -1 -1 -1 +1 +1;
CONTRAST 'NPK '
TREAT -1 +1 +1 -1 +1 -1 -1 +1;
RUN;
```

General Linear Models Procedure
Class Level Information

Class	Levels	Values
BLOCK	4	1 2 3 4
TREAT	8	T1 T2 T3 T4 T5 T6 T7 T8

Number of observations in data set = 32

General Linear Models Procedure

Dependent Variable: Y

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	10	459492.06250	45949.20625	132.41	0.0001
Error	21	7287.65625	347.03125		
Corrected Total	31	466779.71875			

R-Square	C.V.	Root MSE	Y Mean
0.984387	6.3886056	18.628775	291.59375000

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BLOCK	3	774.0937	258.0312	0.74	0.5381
TREAT	7	458717.9688	65531.1384	188.83	0.0001

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BLOCK	3	774.0938	258.0313	0.74	0.5381
TREAT	7	458717.9688	65531.1384	188.83	0.0001

Contrast	DF	Contrast SS	Mean Square	F Value	Pr > F
N	1	3465.28125	3465.28125	9.99	0.0047
P	1	278817.78125	278817.78125	803.44	0.0001
NP	1	810.03125	810.03125	2.33	0.1415
K	1	161170.03125	161170.03125	464.43	0.0001
NK	1	344.53125	344.53125	0.99	0.3304
PK	1	13986.28125	13986.28125	40.30	0.0001
NPK	1	124.03125	124.03125	0.36	0.5563

الفصل التاسع
تصميمات القطع المنشقة والقطاعات المنشقة
SPLIT-PLOT AND SPLIT-BLOCK DESIGNS

9 - 1 مقدمة :

تعتبر تصميمات القطع المنشقة والقطاعات المنشقة من التصميمات البسيطة وغير المعقدة ، وهي لا تحتوي في الحقيقة على الكثير من الجديد لا من ناحية التصميم نفسه ولا من ناحية تحليل البيانات . ولكن نظراً لكثرة استخدامها في العلوم التطبيقية، فهي تستحق أن نتطرق لها في فصل مستقل.

تشتمل التركيبة الأساسية لتصميم القطع المنشقة على وحدات تجريبية داخل قطاعات، وتوجد هذه القطاعات داخل تكرارات (أو قطاعات) ، وتسمى القطاعات بالوحدات الكاملة (Wholeplots) والوحدات التجريبية بالوحدات الثانوية (Subplots أو Split-plots) . ونهتم في هذه التصميمات بعاملين على الأقل مع طلب مزيد من الدقة على عامل دون الآخر . فمثلاً لو كان لدينا العامل A وله a مستوى ، والعامل B وله b مستوى ونريد دقة أكبرعلى العامل B ، فنقوم أولاً بتوزيع مستويات العامل A على الوحدات الكاملة في كل تكرار أو قطاع ، مثل ما في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة ، ثم نقسم الوحدات الكاملة إلى وحدات ثانوية ، لتستلم مستويات العامل B، ومن هنا أتت تسمية هذه التصميمات بالقطع المنشقة . ولهذا النوع من التعشية غرضان

- الحصول على دقة أكبر للعامل B مقارنة بالعامل A .

- لأن التصميم ملائم لطبيعة بعض العوامل وطريقة تطبيقها على المادة التجريبية .

9 - 2 تصميم القطع المنشقة Split-Plot Design :

ذكرنا في الفصل السابق أن معظم التجارب العاملية تطبق في تصميم RCBD بحيث إذا كان هناك عاملان A و B ، وعدد المعالجات a b ، فتوزع هذه المعالجات عشوائياً داخل كل قطاع . ولكن قد تحتاج مستويات عامل معين في بعض التجارب إلى كميات من المادة التجريبية لتطبيقها أكبر مما تحتاجه مستويات عامل آخر ، وبعبارة أخرى قد يسبب تطبيقها على الطريقة العاملية بعض المشكلات .

فمثلاً في التجارب الحقلية قد يكون أحد العوامل هو طريقة إعداد الأرض بحراثات مختلفة، وعامل آخر هو أصناف البرسيم ، فمن الأفضل وضع العامل الأول في وحدات كبيرة والعامل الثاني في وحدات أصغر. وعلى سبيل المثال أيضاً في تجارب علوم الأغذية، قد يكون العامل الأول زمن التخزين والآخر نوعية الوعاء الذي تخزن فيه المادة، وذلك لدراسة تأثيرهما على جودة المادة الغذائية. فيكون من الأفضل وضع زمن التخزين كوحدة كاملة والأوعية كوحدات ثانوية . ونذكر هنا أن تصميم القطع المنشقة شائع في جميع ميادين البحث العلمي مثل العلوم الزراعية والهندسية والصيدلة وغيرها . والمسميات المستخدمة مثل (Plot) التي تعني قطعة أرض تدل على أن مصدر هذه التصميمات هو التجارب الزراعية . ويدخل هذا التصميم في التجارب الهندسية تحت التصميمات المتشعبة (Nested designs).

وتوزع المعالجات التي ستطبق في الوحدات الكاملة أولاً وفق أي من التصميمات الأساسية أي CRD أو RCBD أو LSD ، ثم توزع المعالجات التي ستطبق في الوحدات الثانوية عشوائياً داخل كل وحدة كاملة . ويتضح من هذا التوزيع أن هناك نوعين من الوحدات التجريبية، مما ينتج عنه نوعان من

الأخطاء التجريبية : خطأ تجريبي للوحدات الكاملة وخطأ تجريبي للوحدات الثانوية، ويكون الثاني غالباً أصغر من الأول لسببين :

- أن الوحدات الثانوية داخل الوحدات الكاملة تكون متشابهة أو متجانسة ، ولهذا يكون الخطأ التجريبي الخاص بالوحدات الثانوية صغيراً.
- أن عدد تكرارات الوحدات الثانوية يفوق عدد تكرارات الوحدات الكاملة مما ينتج عنه صغر الخطأ التجريبي الخاص بالوحدات الثانوية عن الخطأ التجريبي الخاص بالوحدات الكاملة .

ولذا فإن تصميم القطع المنشقة يستخدم في :

- التجارب العاملية التي يحتاج فيها عامل معين إلى مادة تجريبية أكبر .
- التجارب التي يتم فيها إدخال عامل ثان والتجربة قائمة بمستويات عامل أول.
- التجارب المطلوب فيها درجة أعلى من الدقة لعامل معين مقارنة بعامل آخر .

ومن عيوب هذا التصميم أنه يتيح درجة أعلى من الدقة للعامل المطبق في الوحدات الثانوية B ولتفاعله مع العامل الأول AB ، وذلك على حساب دقة العامل الأول A . ونذكر هذا كميزة وعيب في الوقت نفسه وذلك حسب طبيعة التجربة .

1-2-9 معالجات القطع الكاملة في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة Whole Plot Treatment in RCBD :

يوضح الشكل (9-1) عملية توزيع عاملين : العامل A بثلاثة مستويات في الوحدات الكاملة داخل تصميم RCBD و B بمستويين في الوحدات الثانوية .

ونعرف النموذج الخطي لتجربة طبقت بتصميم قطع منشقة مع وضع الوحدات الكاملة في RCBD كما يلي :

$$Y_{ijk} = \mu + \rho_i + \alpha_j + \eta_{ij} + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + \varepsilon_{ijk},$$

$$i = 1, \ldots, r \;;\quad j = 1, \ldots, a \;;\quad k = 1, \ldots, b$$

Block 1			Block 2			Block 3		
a_3	b_1	b_2	a_1	b_2	b_1	a_2	b_2	b_1
a_1	b_2	b_1	a_3	b_1	b_2	a_3	b_2	b_1
a_2	b_1	b_2	a_2	b_1	b_2	a_1	b_1	b_2

شكل (9-1) : مخطط لتجربة عاملية 3x2 في تصميم قطع منشقة مع استخدام RCBD للوحدات الكاملة .

حيث Y_{ijk} هي المشاهدة من القطاع i التي استلمت مستوى j من العامل A ومستوى k من العامل B ، و η_{ij} و ε_{ijk} قيمتان عشوائيتان مستقلتان وموزعتان حسب التوزيع الطبيعي بمتوسط صفر وتباين σ^2_η و σ^2_ε . ويساعدنا هذا النموذج في وضع جدول تحليل التباين لهذه التجربة والموضح بالجدول (9-1) ، كما ذكر في الجدول (9-1) توقعات التباين مع افتراض أن العاملين A و B ثابتان . ونلاحظ من الجدول (9-1) أن F_A الذي يختبر الفرضية $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_a = 0$ يستخدم E_a في مقامه أما F_B و F_{AB} فيختبران $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \ldots \beta_b = 0$ و $H_0: (\alpha\beta)_{jk} = 0 \ \forall_{j,k}$ ويستخدمان E_b في مقامهما . وعلى غرار ما قمنا به في التجارب العاملية فنختبر التفاعل AB أولا وإذا كان غير معنوي نختبر التأثيرات الرئيسية لعامل A و B .

ومما سبق نتوقع دائماً أن تكون E_a أكبر من E_b . وإذا حصل العكس بالصدفة نتيجة أخطاء المعاينة (Sampling errors) أي إذا كانت $E_a < E_b$ ، فينصح Steel and Torrie (1980) باستخدام التباين التجميعي من E_a و E_b ، كتقدير للتباين σ^2_ε ، كالتالي :

$$CF = (Y\ldots)^2/rab \qquad MSE_a = E_a \ , \ \ MSE_b = E_b$$

$$E' = \frac{df\,E_a(E_a) + df\,E_b(E_b)}{df\,E_a + df\,E_b}$$

جدول (9-1) : جدول تحليل التباين لتصميم القطع المنشقة مع استخدام RCBD للوحدات الكاملة

S.O.V.	df.	SS	EMS	F
Blocks(R)	r - 1	$\sum_{i} Y_{i..}^{2}/ab - CF$		
A	a - 1	$\sum_{j} Y_{.j.}^{2}/rb - CF$	$\sigma_{\varepsilon}^{2} + b\sigma_{\eta}^{2} + rbK_{A}^{2}$	$F_{A} = MSA/E_{a}$
Error(a)(RA)	(r-1)(a-1)	$\sum_{ij} Y_{ij.}^{2}/b - SSR - SSA - CF$	$\sigma_{\varepsilon}^{2} + b\,\sigma_{\eta}^{2}$	
B	b - 1	$\sum_{k} Y_{..k}^{2}/a\,r - CF$	$\sigma_{\varepsilon}^{2} + r\,a\,K_{B}^{2}$	$F_{B} = MSB/E_{b}$
AB	(a-1)(b-1)	$\sum_{jk} Y_{.jk}^{2}/r - SSA - SSB - CF$	$\sigma_{\varepsilon}^{2} + r\,K_{AB}^{2}$	$F_{AB} = MSAB/E_{b}$
Error(b) (RB+RAB)	a(r-1)(b-1)	by Substraction	σ_{ε}^{2}	
Total	r a b - 1	$\sum_{ijk} Y_{ijk}^{2} - CF$		

وذلك لاختبار كل من تأثيرات A و B والتفاعل AB .

وللقيام بالمقارنات بين مستويات العامل A أو العامل B أو التفاعل AB ، ولإيجاد فترات الثقة المطلوبة نلخص الأخطاء المعيارية الضرورية في الجدول (2-9) .

ونذكر هنا أنه بالنسبة للحالة (4) الموضحة في الجدول (2-9) والتي تخص مقارنة متوسطي مستويين من عامل A لنفس مستوى عامل B أو لمستويات مختلفة من B فإن القيمة التالية :

$$\frac{\text{Diff. between Means}}{\text{Std. Error}} = \frac{\text{الفرق بين متوسطين}}{\text{الخطأ المعيارى}}$$

جدول (2-9) : الأخطاء المعيارية لتصميم القطع المنشقة .

الفرق بين Difference between	مثال Example	الخطأ المعياري Standard Error
1. Two A means	$a_1 - a_2$	$\sqrt{\frac{2E_a}{rb}}$
2. Two B means	$b_1 - b_2$	$\sqrt{\frac{2E_b}{ra}}$
3. Two B means at the same level of A	$a_1b_1 - a_1b_2$	$\sqrt{\frac{2E_b}{r}}$
4. Two A means at		$\sqrt{2[(b-1)E_b + E_a]/rb}$
- Same level of B	$a_1b_1 - a_2b_1$	
or - Diff. levels of B	$a_1b_2 - a_2b_1$	

لا تخضع لتوزيع t ، ولكن في هذه الحالة يمكن استخدام توزيع t التقريبي الموضح في الفقرة (4-2) من الفصل الثاني وهو طريقة تقريبية قديمة اقترحها Satterthwaite (1946) وما زالت مستخدمة إلى الآن مثلما في Limam (1988) و Carmer et al. (1989) .

مثال (1-9) :

أجريت تجربة في مصنع لصناعة الورق لاختبار تأثير ثلاث طرق لاعداد العجينة الورقية ، وأربعة مستويات لعامل الحرارة عند طبخ العجينة، على مقاومة الورق المصنع ضد الشد . وقد استخدم تصميم القطاعات المنشقة حيث كان القطاع هو اليوم ، والوحدات الكاملة هي ثلاث كميات من العجينة المعدة بالطرق المختلفة. وقسمت كل كمية إلى أربعة أجزاء ليطبخ كل جزء تحت درجة حرارة معينة من المستويات التالية : 100 deg. c ، 110 ، 120 ، 130 ويبين الجدول (3-9) قياسات مقاومة الشد للورق المصنع .

وإذا كانت Y_{ijk} هي مقاومة الشد للورق الذي في القطاع i وأعد بالطريقة j وبدرجة الحرارة k فتكون المجاميع كالتالي :

جدول (9-3) : بيانات مقاومة الورق للشد

	Block									
	1			2			3			
Method	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
Temp 100	30	34	29	28	31	31	31	35	32	281
110	35	41	26	32	36	30	37	40	34	311
120	37	38	33	40	42	32	41	39	39	341
130	36	42	36	41	40	40	40	44	45	364
Total	138	155	124	141	149	133	149	158	150	1297

القطاعات : $Y_{1..} = 417 \quad Y_{2..} = 423 \quad Y_{3..} = 457$

الطرق : $Y_{.1.} = 428 \quad Y_{.2.} = 462 \quad Y_{.3.} = 407$

الحرارة : $Y_{..1} = 281 \quad Y_{..2} = 311 \quad Y_{..3} = 341 \quad Y_{..4} = 364$

وتحسب مجاميع المربعات المختلفة على النحو التالي :

$$SSTo = 30^2 + \dots + 45^2 - CF = 822.972, \quad CF = (1297)^2/36$$

$$SSR = \frac{1}{12}\left[417^2 + 423^2 + 457^2\right] - CF = 77.556$$

$$SSA = \frac{1}{12}\left[428^2 + 462^2 + 407^2\right] - CF = 128.389$$

$$SSE_a = \frac{1}{4}\left[138^2 + \dots + 150^2\right] - SSR - SSA - CF$$

$$= 46970.25 - 77.556 - 128.389 - CF = 36.278$$

$$SSB = \frac{1}{9}\left[281^2 + \dots + 364^2\right] - CF = 434.083$$

$$SSAB = \frac{1}{3}\left[89^{2} + ... + 121^{2}\right] - 128.389 - 434.083 - CF = 75.167$$

$$SSE_{b} = 822.972 - 77.556 - 128.389 - 36.278 - 434.083 - 75.167 = 71.5$$

ونلخص نتائج تحليل التباين في الجدول (9-4) . ويتضح لنا من الجدول (9-4) أن التفاعل معنوي نظراً لأن $F^{.95}_{6, 18} = 2.66$ ، وبالتالي لا ننظر لمعنوية التأثيرات الرئيسية، ونلخص نتائج هذه التجربة في متوسطات التفاعل وإجراء المقارنات بينها على غرار ما هو موضح بالجدول (9-2) .

جدول (9-4) : تحليل التباين لمقاومة الورق للشد

S.O.V.	df	SS	MS	F
Blocks	2	77.556		
Method(A)	2	128.389	64.194	7.08
Error(a)	4	36.278	9.069	
Temp(B)	3	434.083	144.694	36.43
AB	6	75.167	12.528	3.15
Error(b)	18	71.500	3.972	
Total	35	822.972		

مثال (9-2) :

أجريت تجربة عاملية 3 x 3 في جامعة Iowa (Bouchandira, 1984) لدراسة تأثير ثلاثة أصناف من الحراثات وثلاثة مستويات لعامل سرعة الجرار على نسبة إنبات الذرة . و قد طور الباحث آلة بذر وأراد اختبارها مع الظروف العاملية التسعة ، واقترح لهذه التجربة تصميم القطع المنشقة حيث استخدمت الحراثات في الوحدات الكاملة وعامل سرعة الجرار في الوحدات الثانوية وكانت البيانات كما موضحة في الجدول (9-5) .

نلاحظ من الجدول (9-5) أن البيانات هي عبارة عن نسب مئوية لانبات بذور الذرة، وذكرنا أن هذا النوع من البيانات يتبع توزيع ذي الحدين (انظر الفقرة3-4-2) ، وبالتالي فإن التباينات تتناسب مع المتوسطات وهذا مخالف

جدول (9-5) : نسبة إنبات الذرة (%) لتجربة في تصميم القطع المنشقة

Speed (Km/h)	No till				Fall Chisel plow				Fall Moldboard plow			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	3	3	4
2.82	89	100	89	97	90	80	91	91	90	99	58	89
4.02	95	89	79	38	93	100	96	63	93	89	83	64
7.24	62	66	64	42	76	78	66	95	70	68	85	91

لافتراضات تحليل التباين . وفي هذه الحالة وأيضا عندما تكون معظم النسب المئوية الموجودة في البيانات أقل من 25 أو أكثر من 75 ، أو إذا كان مدى النسب المئوية يفوق 40 ، فينصح باستخدام التحويل الزاوي (Arcsine transformation) الذي يتمثل في إيجاد الزاوية التي يكون جيبها (sine) الجذر لتربيعي للنسبة المئوية Y . وتكتب رياضيا كالتالي : $\text{Arcsine}\sqrt{Y/100}$ أو $\text{Sine}^{-1}\sqrt{Y/100}$. ومعظم الآلات الحاسبة العلمية توفر هذه التحويلة . ونذكر أن هذه التحويلة ليست لها أية فائدة إذا لم تتوفرفي البيانات الشروط المذكورة .

ونشير هنا إلى أن البيانات الموضحة بالجدول (9-5) تنطبق عليها تلك الشروط حيث إن معظم النسب أكبر من 75 والمدى الموجود بينها يفوق 40 . ولذلك استخدمنا التحويل الزاوي لهذه النسب ولخصت القيم المحولة في الجدول (9-6) . ثم نقوم بإجراء تحليل التباين والمقارنات المتعددة على البيانات المحولة، وفي الآخر نرجع النتائج مثل المتوسطات إلى وحدة القياس الأصلية بأخذ Sine ثم تربيع الناتج وضربه في 100 .

جدول (9-6) : التحويل الزاوي لنسب الانبات التي بالجدول (9-5) .

Speed	No till				Fall Chisel plow				Fall Moldboard plow				Sum
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	3	3	4	
2.82	70.63	90.00	70.63	80.03	71.56	63.43	72.54	72.54	71.56	84.26	49.60	70.63	867.43
4.02	77.08	70.63	62.63	38.06	74.66	90.00	78.46	52.53	74.66	70.63	65.65	53.13	808.21
7.24	51.94	54.33	53.13	40.40	60.67	62.03	54.33	77.08	56.79	55.55	67.21	72.54	706.00
$\Sigma\Sigma\Sigma Z^2_{ijk} = 163035.78$													2381.64

وباستخدام معادلات حساب مجموع المربعات الموضحة بالجدول (9-1) نحصل على مكونات تحليل التباين لهذه التجربة والملخصة في الجدول (9-7) . ونلاحظ من الجدول (9-7) أن الخاصية $E_a > E_b$ لم تتوفر، حيث حصل العكس ، أي أن $E_b > E_a$. وفي هذه الحالة ننصح باستخدام التباين التجميعي بين E_a و E_b على الشكل الموضح سابقا للاختبارات الثلاثة . ويحسب التباين التجميعي كما يلي :

$$E' = \frac{(r-1)(a-1)E_a + a(r-1)(b-1)E_b}{(r-1)(a-1) + a(r-1)(b-1)}$$

$$= \frac{(a-1)E_a + a(b-1)E_b}{(a-1) + a(b-1)}$$

ودرجات الحرية للتباين E' هي $df_{E'} = df_{E_a} + df_{E_b}$.

ويعتبر E' التباين المقدر في صورة ما إذا استخدم لهذه التجربة تصميم القطاعات العشوائية الكاملة مع احتواء كل قطاع على ab معالجة . وقيمة E' لهذه التجربة هي :

$$E' = \frac{(3-1)(46.98) + 3(3-1)148.14}{(3-1) + 3(3-1)} = 122.85$$

جدول (9-7) : تحليل التباين لنسب الانبات مع التحويل الزاوي .

S.O.V	df	SS	MS	F
Blocks	3	465.83	155.28	
A	2	206.07	103.03	0.84
Error (a)RA	6	281.90	46.98	
B	2	1111.49	555.76	4.52**
AB	4	742.52	185.63	1.51
Error (b)	18	2666.61	148.14	
Total	35	5474.42		

وتوجد هذه القيمة بين E_a و E_b ، ودرجات الحرية للتباين E' هي 24 . ثم نحسب الاختبارات الثلاثة التي بالجدول (9-7) كالتالي :

$$F_A = \frac{MSA}{E'} = \frac{103.03}{122.85} = 0.84$$

$$F_B = \frac{MSB}{E'} = \frac{555.76}{122.85} = 4.52^{**}$$

$$F_{AB} = \frac{MSAB}{E'} = \frac{185.63}{122.85} = 1.51$$

ونبدأ أولا باختبار التفاعل AB وذلك بمقارنة F_{AB} بقيمة F الجدولية $F^{.95}_{4,24} = 2.78$. ونستنتج من هذه المقارنة أن التفاعل غير معنوي .ثم نقارن كلاً من F_A , F_B مع قيمة F الجدولية $F^{.95}_{2,24} = 3.40$ ونستنتج أن العامل B معنوي أي أن هناك اختلافات معنوية بين المستويات الثلاثة لسرعة الجرار عند البذر وليست هناك اختلافات بين طرق اعداد الأرض . ونذكر هنا أنه قد تم تحليل البيانات الأصلية التي بالجدول (9-5) ، أي بدون استخدام التحويل الزاوي، ولم تكشف نتائج ذلك التحليل عن أية نتائج معنوية .

وللتأكد من الكفاءة النسبية لتصميم القطع المنشقة نستخدم المعادلتين :

- E'/E_a وهي دائماً أقل من واحد إذا كانت عملية توزيع معالجات الوحدات الكاملة ناجحة .
- E'/E_b و هي أكبر من واحد إذا كنا قد حصلنا على زيادة دقة أو معلومات أكثر بالنسبة للمعالجات الثانوية مقارنة بمعالجات الوحدات الكاملة .

ولكن في المثال (9-2) كانت $E'/E_a = 122.85/46.98 = 2.6$ وهي أكبر من واحد أي عكس المتوقع و $E'/E_b = 122.85/148.14 = 0.89$ وهي أقل من واحد وهذا أيضاً عكس المتوقع.

ونستخلص من هذه النتائج أنه لم نحصل في المثال (9-2) على دقة أكبر بالنسبة لمعالجات الوحدات الثانوية ، والتي هي مستويات عامل السرعة مقارنة

بمعالجات الوحدات الكاملة وهي طريقة تحضير الأرض . وبعبارة أخرى حصلنا في المثال (9-2) على عكس المتوقع لهذا التصميم . وفي الواقع يلجأ الباحثون لهذا التصميم لسببين رئيسين : الأول هو ما يفرضه واقع تنفيذ التجربة والثاني إذا أراد الباحث أكبردقة للعامل B وللتفاعل AB . وإذا حصل خلاف المتوقع بالنسبة للسبب الثاني نوصي بمراجعة هذا التصميم عند تنفيذ تجارب مماثلة قادمة .

9-2-2 معالجات القطع الكاملة في تصميم المربع اللاتيني

Wholeplot Treatments in a Latin Square Design

توزع معالجات القطع الكاملة في هذا التصميم على الوحدات التجريبية بالشكل الموضح في الفصل السادس وتقسم كل وحدة كاملة إلى وحدات ثانوية لكي تستلم عشوائياً مستويات العامل B . ويكون النموذج الخطي لهذه التجربة كما يلي :

$$Y_{ijk\ell} = \mu + \rho_i + \gamma_j + \alpha_k + \eta_{ijk} + \beta_\ell + (\alpha\beta)_{k\ell} + \varepsilon_{ijk\ell}$$

$$i = 1, ..., a \;,\quad j = 1, ..., a \;,\quad k = 1, ..., a \;,\quad \ell = 1, ..., b$$

حيث

$Y'_{ijk\ell}$ هي المشاهدة من الصف i والعمود j التي استلمت مستوى ℓ من العامل B ومستوى k من العامل A .

μ المتوسط العام

ρ_i تأثير الصف i

γ_i تأثير الصف j

α_k تأثير مستوى k من العامل A

η_{ijk} الخطأ العشوائي للوحدات الثانوية ونفترض أنه $\eta_{ijk} \sim N(0, \sigma^2_\eta)$

β_ℓ تأثير مستوى ℓ من العامل B

$(\alpha\beta)_{k\ell}$ التفاعل

$\varepsilon_{ijk\ell}$ الخطأ العشوائي للوحدات الثانوية ونفترض أن $\varepsilon_{ijk\ell} \sim N(0, \sigma^2_\varepsilon)$

ونلخص جدول تحليل التبـاين لمثل هذه التجـربة في الجدول (9-8) مع التوقعات الرياضية لمتوسطات التباين . وتبقى الاختبارات الإحصائية والأخطاء المعيارية للمتوسطات وللفروق بين المتوسطات بالنسبة لهذا التصميم كما عرفت بالفقـــرة السابقــة (9-2-1) .

جدول (9-8) : جدول تحليل التباين لتصميم القطع المنشقة في تصميم مربع لاتيني

S.O.V	df	SS	EMS	F
Rows	a - 1	$SSR = \sum_i Y^2_{i...}/ab - CF$		
Columns	a - 1	$SSC = \sum_j Y^2_{.j..}/ab - CF$		
A	a - 1	$SSA = \sum_k Y^2_{..k.}/ab - CF$	$\sigma^2_\varepsilon + b\sigma^2_\eta + abK^2_A$	$F_A = MSA/E_a$
Error(a)	(a-1)(a-2)	$SSE_a = \sum_{ij} Y^2_{ij..}/b - SSR - SSC - SSA + 2CF$	$\sigma^2_\varepsilon + b\sigma^2_\eta$	
B	b - 1	$SSB = \sum_\ell Y^2_{...\ell}/a^2 - CF$	$\sigma^2_\varepsilon + a^2 K^2_B$	$F_B = MSB/E_b$
AB	(a-1)(b-1)	$SSAB = \sum Y^2_{..k\ell}/a - SSA - SSB - CF$	$\sigma^2_\varepsilon + aK^2_{AB}$	$F_{AB} = MSAB/E_b$
Error(b)	a(a-1)(b-1)	SSE_b = by Substraction	σ^2_ε	
Total	$a^2 b - 1$	$SSTo = \Sigma Y^2_{ijk\ell} - CF$		

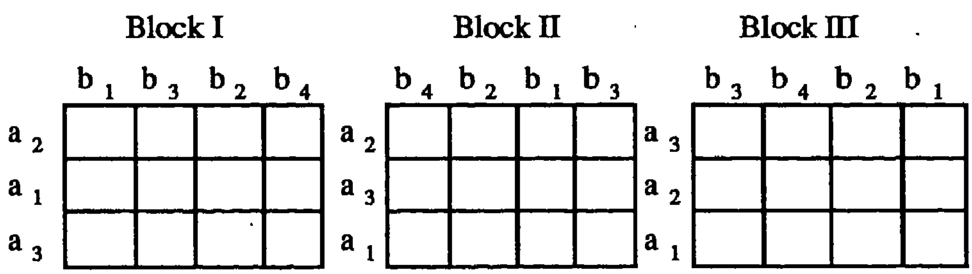
9- 3 تصميم القطاعات المنشقة

Split - Block Design (Strip-plot)

هناك العديد من الصور المختلفة والمفيدة لتصميم القطع المنشقة التي استخدمت كتصميمات للتجارب العلمية ، نذكر منها تصميم القطاعات المنشقة كما سماه Federer (1955) . في هذا التصميم يقسم القطاع في أحد الاتجاهات إلى أشرطة أفقية وتوزع مستويات العامل A على هذه الأشرطة بطريقة عشوائية، وفي نفس الوقت يقسم القطاع إلى أشرطة عمودية وتوزع مستويات العامل B عشوائياً

على هذه الأشرطة . وبالتالي فلن تكون هناك وحدات كاملة ووحدات ثانوية كما في تصميم القطع المنشقة . وتتم عملية التعشية بطريقة مستقلة داخل كل قطاع .

ولتوضيح هذا التصميم ، نفترض أن هناك تجربة عاملية 3 x 4 أي العامل A بثلاثة مستويات : a_1, a_2, a_3 والعامل B بأربعة مستويات : $b_1\ b_2\ b_3\ b_4$، ولدينا ثلاثة قطاعات، فيمثل الشكل (9-2) مخطط هذه التجربة . ونلاحظ من الشكل (9-2) أن هناك ثلاثة أنواع من الوحدات التجريبية : وحدات لمستويات العامل A ووحدات لمستويات العامل B وأخرى للتفاعل AB . وبالتالي فسيكون هناك ثلاثة أخطاء تجريبية في جدول تحليل التباين لهذه التجربة .



شكل (9-2) : مخطط تجربة عاملية 3x4 باستخدام تصميم القطاعات المنشقة .

ويستخدم هذا التصميم عندما يتطلب كل من العامل A أو العامل B أكبر قدر من المادة التجريبية ، فمثلاً في التجارب الزراعية عندما يكون العامل A : طريقة تحضير الأرض والعامل B : طريقة الري فيفضل استخدام وحدات تجريبية طويلة وقليلة العرض لكل من مستويات العاملين . كما يستخدم أيضاً عند تسجيل العديد من المشاهدات في أوقات مختلفة لوحدات تجريبية في تصميم قطاعات عشوائية كاملة (RCBD) ، حيث لن يكون هناك تقسيم فعلي للقطاعات في اتجاهين . فمثلاً بالنسبة لتجارب البرسيم قد تؤخذ بيانات متتالية على نفس الوحدة التجريبية مثل أخذ عدة حشات لنفس الوحدة التجريبية .

ومن خصائص هذا التصميم أنه يعطي التفاعل AB أكبر درجة من الدقة مقارنة بالتأثيرات الرئيسية للعاملين A و B . ولهذا نوصي باستخدامه كلما أراد باحث الحصول على هذه الميزة .

والنموذج الخطي لهذه التجربة هو كالتالي :

$$Y_{ijk} = \mu + \rho_i + \alpha_j + \gamma_{ij} + \beta_k + \theta_{ik} + (\alpha\beta)_{jk} + \varepsilon_{ijk}$$

$$i = 1, ..., r \ , \quad j = 1, ..., a \ , \quad k = 1, ..., b$$

حيث

Y_{ijk} هي المشاهدة من القطاع i التي استلمت مستوى j من A ومستوى k من B

ρ_i تأثير القطاع i

α_i تأثير مستوى j من العامل A

γ_{ij} الخطأ العشوائي الخاص بالوحدات التجريبية لمستويات العامل A

β_k تأثير مستوى k من العامل B

θ_{ik} الخطأ العشوائي الخاص بالوحدات التجريبية لمستويات العامل B

$(\alpha\beta)_{jk}$ التفاعل بين α_j و β_k

ε_{ijk} الخطأ العشوائي للمشاهدة Y_{ijk}

ويكون جدول تحليل التباين لمثل هذا النموذج كما هو موضح في الجدول (9-9) . ويلخص جدول (9-10) الأخطاء المعيارية للفروق بين المتوسطات وهي عبارة عن الأخطاء المعيارية للمتوسطات مضروبة في $\sqrt{2}$ ، فمثلاً الخطأ المعياري لمتوسطات العامل A عند نفس مستويات B هو $\sqrt{[(b-1) E_c + E_a]/rb}$ وبضرب هذه القيمة في $\sqrt{2}$ نحصل على الخطأ المعياري للفرق بين متوسطي مستويي العامل A عند نفس مستوى العامل B .

جدول (9-9) : تحليل التباين لتصميم القطاعات المنشقة .

S.O.V.	df	SS	F
Blocks, R	r - 1	$SSR = \sum_{i} Y_{i..}^2/ab - CF$	
A	a - 1	$SSA = \sum_{j} Y_{.j.}^2/rb - CF$	$F_A = MSA/E_a$
Error(a),RA	(r-1)(a-1)	$SSE_a = \sum_{ij} Y_{ij.}^2/b - SSR - SSA - CF$	
B	b - 1	$SSB = \sum_{k} Y_{..k}^2/ra - CF$	$F_B = MSB/E_b$
Error(b),RB	(r-1)(b-1)	$SSE_b = \sum_{ik} Y_{i.k}^2/a - SSR - SSB - CF$	
AB	(a-1)(b-1)	$SSAB = \sum_{jk} Y_{.jk}^2/r - SSA - SSB - CF$	$F_{AB} = MSAB/E_c$
Error(c),RAB	(r-1)(a-1)(b-1)	SSE_c = by Substraction	
Total	rab - 1	$\sum_{ijk} Y_{ijk}^2 - CF$	

جدول (9-10) : الأخطاء المعيارية للفروق بين متوسطات تصميم القطاعات المنشقة

الفرق بين Diff. between	مثال Example	الخطأ المعياري Standard Error
1. Two A means	$a_1 - a_2$	$\sqrt{2E_a/rb}$
2. Two B means	$b_1 - b_2$	$\sqrt{2E_b/ra}$
3. Two A means at the same level of B	$a_1b_1 - a_2b_1$	$\sqrt{\dfrac{2[(b-1)E_c + E_a]}{rb}}$
4. Two A means at diff. levels of B	$a_1b_1 - a_2b_2$	$\sqrt{\dfrac{2[(ab-a-b)E_c + bE_a + aE_a]}{rab}}$
5. Two B means at the same level of A	$a_1b_1 - a_1b_2$	$\sqrt{\dfrac{2[(a-1)E_c + E_b]}{ra}}$

مثال (9-3)

أجريت تجربة بتصميم القطاعات المنشقة لدراسة تأثير مستويين لعامل الري (Light, Heavy) مع ثلاثة مستويـات لمعدل البذر (low, Med, High) على محصول القطن (قنطار في الهكتار : Q/ha) . وكانت البيانات مع مخطط التجربة على النحو التالي :

	Block I			Block II			Block III			Block IV	
	Heavy			Light	Heavy		Light	Heavy		Light	Heavy Light
Low	16.5	16.6	High	22.0	16.1	Med	18.3	19.7	Med	16.5	21.2
High	17.0	18.0	Med	17.5	17.7	High	15.6	20.2	Low	15.9	19.6
Med	16.9	19.0	Low	18.8	16.1	Low	16.8	18.4	High	16.8	21.8

ونلاحظ من هذا الشكل أن هناك تقسيماً فعلياً للقطاعات إلى وحدات أفقية وأخرى عمودية . ونلخص هذه البيانات في الجدول (9-11) المبسط والذي على أساسه أدخلت البيانات في برنامج SAS للتحليل الإحصائي (انظر الملحق في هذا الفصل).

جدول (9-11) : محصول القطن (Q/ha) في تصميم القطاعات المنشقة

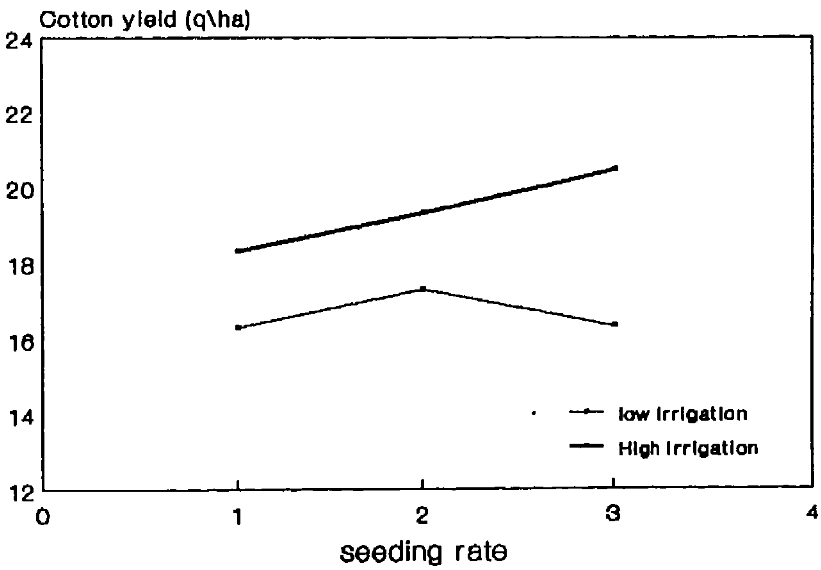
Irrigation	Seeding Rate	Block 1	2	3	4
Light	Low	16.5	16.1	16.8	15.9
	Med	16.9	17.7	18.3	16.5
	High	17.0	16.1	15.6	16.8
Heavy	Low	16.6	18.8	18.4	19.6
	Med	19.0	17.5	19.7	21.2
	High	18.0	22.9	20.2	21.8

ويوضح الجدول (9-12) نتائج تحليل التباين لهذه التجربة بدون التفصيلات الحسابية . ونستنتج من هذا التحليل أن التفاعل بين عامل الري

جدول (9-12) : تحليل التباين لمحصول القطن في تصميم القطاعات المنشقة .

S.O.V.	df	SS	MS	F	P-value
Blocks (R)	3	5.205			
Irrig. (A)	1	44.282	44.282	15.20	0.03
Error(a) RA	3	8.738	2.913		
Seed(B)	2	5.981	2.991	4.60	0.06
Error(b) RB	6	3.903	0.651		
Irrig x Seed	2	5.951	2.975	2.22	0.19
Error(c) RAB	6	8.039	1.340		
Total	23	82.098			

وعامل البذر غير معنوي (P-value = 0.19) أما التأثير الرئيسي لعامل الري فهو معنوي عند $\alpha = .05$ ، ويدل هذا على أن هناك فرقاً معنويا بين مستويي الري . وأخيراً فإن عامل البذر له معنوية ضعيفة (Borderline) . وإذا استخدمنا $\alpha = .05$ فلا نستطيع إتخاذ قرار بمعنوية أو عدم معنوية تلك النتيجة . ونلاحظ تطابق هذه النتائج مع الرسم البياني للمتوسطات الذي بالشكل (9-3) .



شكل (9-3) : متوسطات محصول القطن

ويلخص الجدول (9-13) نتائج هذه التجربة موضحاً متوسطي عامل الري مع الخطأ المعياري ، ونلاحظ من هذا الجدول أن متوسط المحصول ارتفع بقيمة 2.7 Q/ha برفع مستوى الري من خفيف إلى مكثف وهذا الاختلاف معنوي عند مستوى المعنوية $\alpha = .05$. وبامكاننا إيجاد 95% فترة الثقة لهذا الفرق على النحو التالي :

جدول (9-13) : محصول القطن عند مستويي عامل الري .

	light	Heavy
Mean	16.683	19.400
Standard Error	$\sqrt{E_a / rb}$	$= \sqrt{2.913/4(3)} = 0.49$

$$\overline{Y}_1 - \overline{Y}_2 \pm t_{(.975,\ 3)} \sqrt{2E_a / rb}$$

$$2.717 \pm 3.182(0.697) : \ (0.50\ ,\ 4.935)$$

ويعني هذا أن الفرق في المحصول يتراوح بين نصف قنطار و 5 قنطارات للهكتار بمجرد رفع مستوى الري من خفيف إلى مكثف .

9 - 4 تصميم القطع المنشقة ثنائياً

: Split - Split - Plot Design

إذا أردنا ادخال عامل ثالث وليكن العامل C في تصميم القطع المنشقة ، فنقوم بتقسيم الوحدات الثانوية إلى قطع أصغر بعدد مستويات العامل C ، وتوزع مستويات هذا العامل عشوائياً داخل الوحدات الثانوية . ومن هنا سمي بتصميم القطع المنشقة ثنائياً (Split-split plot design) . ونظراً لوجود ثلاثة أحجام مختلفة للوحدات التجريبية وهي :

- وحدات تجريبية للعامل A
- وحدات تجريبية للعامل B وللتفاعل AB
- وحدات تجريبية للعامل C وللتفاعلات AC و BC و ABC

فسيكون هناك ثلاثة أخطاء تجريبية في جدول تحليل التباين الموضح بالجدول

(14-9) ، ونذكر أن الوحدات الكاملة وضعت في تصـميم القطاعات العشوائيـة الكاملة .

جدول (14-9) : تحليل التباين لتصميم القطع المنشقة ثنائياً

S.O.V.	df	MS	F
Blocks (R)	r - 1		
A	a - 1	MSA	$F_A = MSA/E_a$
Error(a) RA	(r-1)(a-1)	E_a	
B	b - 1	MSB	$F_B = MSB/E_b$
AB	(a-1)(b-1)	MSAB	$F_{AB} = MSAB/E_b$
Error(b) RB+RAB	a(r-1)(b-1)	E_b	
C	c - 1	MSC	$F_c = MSC/E_c$
AC	(a-1)(c-1)	MSAC	$F_{AC} = MSAC/E_c$
BC	(b-1)(c-1)	MSBC	$F_{BC} = MSBC/E_c$
ABC	(a-1)(b-1)(c-1)	MSABC	$F_{ABC} = MSABC/E_c$
Error(c)	ab(r-1)(c-1)	E_c	
Total	rabc - 1		

وبامكان القارىء حساب مجموع المربعات والأخطاء المعيارية بطريقة مماثلة للتي بالفقرة (9-2) . وهناك صور أخرى عديدة لتصميم القطع المنشقة سنذكر منها في الفقرة القادمة تصميم القطع المنشقة المعادة .

9 - 5 تصميم القطع المنشقة المعادة

: Repeated Split-Plot Design

في بعض التجارب التي نفذت حسب تصميم القطع المنشقة، قد تؤخذ المشاهدات على عدة فترات زمنية، مثل ما في التجارب الزراعية المعادة كالأشجار المثمرة التي نسجل محصولها لعدة سنوات أو عدة حشات من زراعة البرسيم . في هذه التجارب تكون التجربة منفذة في الحقل حسب تصميم

القطع المنشقة وتكرر المشاهدات على نفس التصميم. وبامكان الباحث تحليل بيانات كل تجربة لفترة زمنية واحدة على الطريقة الموضحة في الفقرة (2-9) ، كما يمكنه تحليل كامل البيانات للاستدلال حول تأثير المعالجات بكامل الفترة، واختبار ما إذا كانت تختلف مع الفترات الزمنية . ويوضح الجدول (15-9) تقسيم درجات الحرية والاختبارات الإحصائية في تصميم القطع المنشقة المعادة . ووضعت في هذا التصميم مستويات العامل A في الوحدات الكاملة

جدول (15-9) : تحليل التباين لتصميم القطع المنشقة المعادة

S.O.V.	df	MS	F
Blocks (R)	r - 1	MSR	
A	a - 1	MSA	$F_A = MSA/E_a$
Error(a) RA	(r-1)(a-1)	E_a	
B	(b-1)	MSB	$F_B = MSB/E_b$
AB	(a-1)(b-1)	MSAB	$F_{AB} = MSAB/E_b$
Error(b) RB+RAB	(r-1)a(b-1)	E_b	
C	(c-1)	MSC	$F_C = MSC/E_c$
Error(c) RC	(r-1)(c-1)	E_c	
AC	(a-1)(c-1)	MSAC	$F_{AC} = MSAC/E_d$
Error(d) RAC	(r-1)(a-1)(c-1)	E_d	
BC	(b-1)(c-1)	MSBC	$F_{BC} = MSBC/E_e$
ABC	(a-1)(b-1)(c-1)	MSABC	$F_{ABC} = MSABC/E_e$
Error(e)RBC+RABC	(r-1)a(b-1)(c-1)	E_e	
Total	rabc - 1		

ومستويات العامل B في الوحدات الثانوية وسجلت المشاهدات على c فترة زمنية . ونلاحظ من الجدول (15-9) أن هناك خمسة أخطاء مختلفة أو خمسة أجزاء : يمثل الجزءان الأولان تحليل التباين العادي للقطع المنشقة ويهتم بدراسة تأثير كل من العامل A والعامل B والتفاعل AB لكل الفترات الزمنية ، أي بغض النظر عن الفترات الزمنية . أما الأجزاء الثلاثة الأخيرة فهي امتداد لمفهوم

التحليل الذي استخدم لتصميم القطاعات المنشقة بالفقرة (9-3) . ونستنتج الأخطاء المعيارية بنفس الطريقة الموضحة بالجدول (9-2) مع ضرب كل مقام في القيمة $\sqrt{c}$.

ومن فوائد كتابة جدول تحليل التباين بالشكل الذي بالجدول (9-15) أوما ماثله هي تسهيل عملية كتابة النموذج في برنامج SAS وتحديد الاختبارات الإحصائية الملائمة ، حيث نلاحظ في ملحق هذا الفصل أن لكلا التصميمين : تصميم القطع المنشقة وتصميم القطاعات المنشقة كتبت جمل داخل برنامج SAS تبدأ بكلمة TEST وتحدد النظرية الفرضية H_0 والخطأ التجريبي E الملائم لها مثل : Test H = A E = RA;.

9 - 6 الخلاصة

تعتبر العلوم الزراعية الميدان الأول الذي استخدمت فيه مثل التصميمات السابقة والمصدر الرئيسي للمسميات التي ورد ذكرها ، فمثلاً Wholeplot تعني قطعة أرض كبيرة و Subplot تعني قطعة أرض صغيرة . ولكن نجد الآن هذه التصميمات مستخدمة في عدة ميادين علمية أخرى مثل العلوم الصناعية والهندسية (Montgomery 1984) .

وغالباً ما تتطرق كتب تصميم التجارب إلى هذه التصميمات في الفصول الأخيرة نظراً لأنها معقدة بعض الشيء ولأنها تستخدم مفاهيم متطورة مثل الإدماج (confounding) والقطاعـــات غير التامة (Incomplete Block) . وسنرجع لهذه الموضوعات بمزيد من التوضيح في الفصول القادمة . فمثلاً في تصميم القطع المنشقة تكون معالجات الوحدات الكاملة مدمجة مع الوحدات الكاملة ولهذا السبب نضع المعالجات التي نريد لها درجة دقة أقل في الوحدات الكاملة . وفي هذا التصميم أيضاً تعتبر الوحدات الكاملة قطاعات كاملة لمعالجات الوحدات الثانوية وقطاعات غير كاملة لمعالجات الوحدات الكاملة ومن هنا فتصميم القطع المنشقة هو حالة خاصة من تصميمات القطاعات غير التامة . وفي الواقع هناك العديد من الصور المختلفة لهذه التصميمات ويمكن للقارىء الرجوع إلى Gill (1978) و Federer (1975) و Carmer et al. (1989) للمزيد من التوضيح .

تمارين

9 - 1 أجريت تجربة في محطة التجارب بجامعة الملك سعود لدراسة تأثير المجفف الخضري (Diquat) على تبكير نضج البطاطس (Ajax) ، قبل ارتفاع درجة حرارة الطقس في الربيع ، وتأثير تاريخ إضافة المجفف والكمية المستخدمة منه . واستخدم الباحث لهذه التجربة تصميم القطع المنشقة حيث كانت معالجات الوحدات الكاملة هي المعالجات العاملية 3 x 2 : العامل D هو تاريخ الرش : بعد 80 و 95 يوماً من الزراعة (D_1, D_2) والعامل C هو تركيز المجفف بالمستويات : $(0\ell/ha, 1, 5) : (C_1, C_2, C_3)$. وقسمت كل وحدة كاملة إلى وحدتين ثانويتين واستلمت مستويي عامل عمق الزراعة S : $(10, 20\ cm) : (S_1, S_2)$. وقيس محصول البطاطس لهذه التجربة وكانت البيانات كما مبينة في الجدول :

Date of Spray.	Conc.	Soil Depth	Block 1	2	3	4
D_1	C_1	S_1	23.80	22.77	21.72	21.65
		S_2	24.40	24.55	22.37	22.75
	C_2	S_1	18.90	17.52	18.44	19.70
		S_2	19.70	18.75	18.95	20.40
	C_3	S_1	18.73	18.12	19.40	19.82
		S_2	19.95	19.66	20.95	20.02
D_2	C_1	S_1	28.25	27.50	23.60	25.75
		S_2	30.35	33.85	26.38	27.50
	C_2	S_1	18.65	20.75	18.10	18.95
		S_2	22.18	23.75	19.43	19.55
	C_3	S_1	21.20	22.25	19.90	18.75
		S_2	22.75	22.55	20.50	19.65

أ - أوجد التحليل الإحصائي الملائم لهذه البيانات .

ب - اختبر الفرق بين إضافة وعدم إضافة المجفف الخضري .

ج - قدر الكفاءة النسبية للوحدات الكاملة وللوحدات الثانوية .

د - اكتب التقرير الإحصائي عن نتائج هذه التجربة .

9 - 2 لنفس التجربة التي بالتمرين (9-1) سجلت النسب المئوية للمحصول القابل للتسويق وكانت كما يلي :

Date of Spray.	Conc.	Soil Depth	Block 1	2	3	4
D_1	C_1	S_1	84.2	82.7	83.4	78.1
		S_2	93.4	89.7	91.6	91.3
	C_2	S_1	81.4	87.1	82.8	86.6
		S_2	88.7	89.1	89.9	87.6
	C_3	S_1	88.7	92.1	92.2	86.8
		S_2	88.5	85.7	87.7	89.7
D_2	C_1	S_1	86.6	90.0	78.4	92.8
		S_2	91.5	89.8	92.5	88.1
	C_2	S_1	93.3	93.5	92.0	79.0
		S_2	94.3	93.5	80.1	88.5
	C_3	S_1	78.9	82.2	96.4	92.1
		S_2	98.3	94.5	92.2	89.4

أ - هل التحويل الزاوي (Arcsine) ملائم لهذه البيانات أم لا ؟ ولماذا ؟

ب - أوجد تحليل التباين لهذه التجربة باستخدام التحويلة وبدون استخدامها.

ج - اكتب التقرير الإحصائي لهذه التجربة .

9 - 3 بالنسبة للتجربة التي بالمثال (9-2) سجلت مشاهدات عن انتاج محصول الذرة (t/ha) وكانت البيانات كما يلي :

Planting speed km/h	No-till 1	2	3	4	Fall Chisel Plow 1	2	3	4	Fall MoldBoard Plow 1	2	3	4
2.82	2.49	3.37	2.47	4.19	5.80	5.62	2.35	4.29	6.12	4.59	6.04	4.45
4.02	2.21	3.87	2.50	2.76	5.56	3.51	3.62	4.39	4.62	5.78	4.93	4.93
7.24	2.66	2.07	2.05	2.70	4.35	4.67	3.10	3.39	5.05	4.07	4.34	5.60

أ - أوجد تحليل التباين لهذه التجربة ($E_a = 1.08$, $E_b = 0.586$)

ب - أوجد الرسم البياني لمتوسط المحصول مع سرعة البذر لكل نوع من أنواع تحضير الأرض .

ج - استخدم طريقة PLSD لمقارنة المتوسطات التي بينها اختلافات معنوية .

د - اكتب التقرير الإحصائي لهذه التجربة .

9 - 4 أجريت تجربة بمحطة التجارب والبحوث الزراعية بجامعة الملك سعود لدراسة تأثير كل من أوقات البذر (Sowing date) ونسبة البذر (Seeding rate) على محصول أربعة سلالات جديدة من القمح . وكانت نسب البذر : 100 kg/ha , 140 و 180 . واستخدم لهذه التجربة تصميم القطع المنشقة ثنائياً حيث وضعت أوقات البذر في الوحدات الكاملة بتصميم القطاعات العشوائية الكاملة ونسب البذر في الوحدات الثانوية وأخيراً أصناف القمح في القطع الصغرى . وكانت البيانات عبارة عن محصول القمح في قطعة الأرض (gr/plot) حيث كانت مساحة القطعة تساوي $0.8m^2$:

أ - أوجد جدول تحليل التباين .

ب - اختبر المعالجات وتفاعلاتها .

ج - أوجد تحليل الاتجاهات لنسب البذر

د - قارن بين V_1 و V_2 ضد V_3 و V_4 .

هـ - لخص نتائج التحليل الإحصائي .

Sowing date	Seeding rate	Varieties	Replication 1	2	3
d_1	100	V_1	560	603	472
		V_2	485	595	569
		V_3	581	622	556
		V_4	564	471	607
	140	V_1	445	588	432
		V_2	477	552	479
		V_3	326	594	716
		V_4	484	483	436
	180	V_1	386	654	473
		V_2	509	633	549
		V_3	516	497	625
		V_4	492	511	457
d_2	100	V_1	597	618	736
		V_2	552	738	656
		V_3	542	551	519
		V_4	585	590	459
	140	V_1	598	710	506
		V_2	503	683	541
		V_3	537	583	578
		V_4	709	510	624
	180	V_1	474	595	922
		V_2	612	720	700
		V_3	548	671	622
		V_4	543	630	549

مثال (9 - 1)

```
OPTION PS=65;
DATA TENSILE;
     DO TEMP = 1 TO 4;
         DO BLOCK = 1 TO 3;
             DO METHOD = 1 TO 3;
             INPUT Y @@;OUTPUT;
             END;
         END;
    END;
CARDS;
30 34 29  28 31 31  31 35 32
35 41 26  32 36 30  37 40 34
37 38 33  40 42 32  41 39 39
36 42 36  41 40 40  40 44 45
;
PROG GLM DATA=TENSILE;
CLASS BLOCK METHOD TEMP;
MODEL Y = BLOCK METHOD BLOCK*METHOD TEMP TEMP*METHOD;
TEST H=METHOD E=BLOCK*METHOD;
MEANS METHOD / LSD E=BLOCK*METHOD;
MEANS METHOD * TEMP / LSD;
RUN;
```

General Linear Models Procedure

Class	Levels	Values
BLOCK	3	1 2 3
METHOD	3	1 2 3
TEMP	4	1 2 3 4

Number of observations in data set = 36

General Linear Models Procedure

Dependent Variable: Y

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	17	751.47222222	44.20424837	11.13	0.0001
Error	18	71.50000000	3.97222222		
Corrected Total	35	822.97222222			

R-Square	C.V.	Root MSE	Y Mean
0.913120	5.5319633	1.9930435	36.02777778

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BLOCK	2	77.555556	38.777778	9.76	0.0013
METHOD	2	128.388889	64.194444	16.16	0.0001
BLOCK*METHOD	4	36.277778	9.069444	2.28	0.1003
TEMP	3	434.083333	144.694444	36.43	0.0001
METHOD*TEMP	6	75.166667	12.527778	3.15	0.0271

```
Tests of Hypotheses using the Type III MS for BLOCK*METHOD as an error term

Source                  DF   Type III SS   Mean Square     F Value      Pr > F

METHOD                   2  128.38888889   64.19444444        7.08      0.0485

                     General Linear Models Procedure

                      T tests (LSD) for variable: Y

        NOTE: This test controls the type I comparisonwise error rate
              not the experimentwise error rate.

                     Alpha= 0.05  df= 4  MSE= 9.069444
                        Critical Value of T= 2.78
                    Least Significant Difference= 3.4135

        Means with the same letter are not significantly different.

              T Grouping              Mean       N  METHOD

                       A            38.500      12  2
                       A
                  B    A            35.667      12  1
                  B
                  B                 33.917      12  3


           Level of  Level of         ---------------Y--------------
           METHOD    TEMP       N       Mean                 SD

           1         1          3     29.6666667          1.52752523
           1         2          3     34.6666667          2.51661148
           1         3          3     39.3333333          2.08166600
           1         4          3     39.0000000          2.64575131
           2         1          3     33.3333333          2.08166600
           2         2          3     39.0000000          2.64575131
           2         3          3     39.6666667          2.08166600
           2         4          3     42.0000000          2.00000000
           3         1          3     30.6666667          1.52752523
           3         2          3     30.0000000          4.00000000
           3         3          3     34.6666667          3.78593890
           3         4          3     40.3333333          4.50924975
```

مثال (9 - 2)

```
OPTION PS=65;
DATA TILL;
 DO A = 1 TO 3;
   DO B = 1 TO 3;
      DO BLOCK = 1 TO 4;
      INPUT Y @ @ ;
    Z = ARSIN(SQRT(Y/100))*(180/3.1416);    (We multiplied by 180/π
      OUTPUT;                           to transform from Rad. to Deg.)
      END;
```

```
  END;
 END;
CARDS;
89 100 89 97
95  89 79 38
62  66 64 42

90  80 91 91
93 100 96 63
76  78 66 95

90  99 58 89
93  89 83 64
70  68 85 91
;
PROC GLM DATA=TILL;
CLASS BLOCK A B;
MODEL Z = BLOCK A BLOCK*A B A*B;
TEST H = A E = BLOCK*A;
MEANS B / LSD;
RUN;
```

General Linear Models Procedure

Class	Levels	Values
BLOCK	4	1 2 3 4
A	3	1 2 3
B	3	1 2 3

Number of observations in data set = 36

General Linear Models Procedure

Dependent Variable: Z

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	17	2807.8114446	165.1653791	1.11	0.4095
Error	18	2666.6053627	148.1447424		
Corrected Total	35	5474.4168074			

R-Square	C.V.	Root MSE	Z Mean
0.512897	18.397934	12.171472	66.15673589

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BLOCK	3	465.82519	155.27506	1.05	0.3954
A	2	206.06811	103.03405	0.70	0.5117
BLOCK*A	6	281.90383	46.98397	0.32	0.9196
B	2	1111.49182	555.74591	3.75	0.0435
A*B	4	742.52249	185.63062	1.25	0.3245

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BLOCK	3	465.82519	155.27506	1.05	0.3954
A	2	206.06811	103.03405	0.70	0.5117

```
BLOCK*A                 6     281.90383      46.98397         0.32      0.9196
B                       2    1111.49182     555.74591         3.75      0.0435
A*B                     4     742.52249     185.63062         1.25      0.3245

Tests of Hypotheses using the Type III MS for BLOCK*A as an error term

Source                 DF   Type III SS    Mean Square      F Value     Pr > F

A                       2  206.06810600  103.03405300         2.19      0.1928


                  General Linear Models Procedure

                   T tests (LSD) for variable: Z

       NOTE: This test controls the type I comparisonwise error rate
             not the experimentwise error rate.

                 Alpha= 0.05  df= 18  MSE= 148.1447
                     Critical Value of T= 2.10
                Least Significant Difference= 10.439

       Means with the same letter are not significantly different.

              T Grouping             Mean       N  B

                      A            72.286      12  1
                      A
                  B   A            67.351      12  2
                  B
                  B                58.833      12  3
```

مثال (9 - 3)

```
OPTION LS=65;
DATA COTTON;
  DO IRRIG =  1 TO 2;
     DO SEED = 1 TO 3;
       DO BLOCK = 1 TO 4;
         INPUT Y @ @; OUTPUT;
       END;
     END;
  END;
CARDS;
16.5 16.1 16.8 15.9
16.9 17.7 18.3 16.5
17.0 16.1 15.6 16.8

16.6 18.8 18.4 19.6
19.0 17.5 19.7 21.2
18.0 22.0 20.2 21.8
;
PROC GLM DATA = COTTON;
  CLASS IRRIG SEED BLOCK;
   MODEL Y = BLOCK IRRIG BLOCK*IRRIG SEED SEED*BLOCK IRRIG*SEED;
  TEST H = IRRIG E = BLOCK*IRRIG;
 TEST  H = SEED  E = BLOCK*SEED;
```

```
MEANS IRRIG SEED IRRIG*SEED;
RUN;
```

General Linear Models Procedure
Class Level Information

Class	Levels	Values
IRRIG	2	1 2
SEED	3	1 2 3
BLOCK	4	1 2 3 4

Number of observations in data set = 24

General Linear Models Procedure

Dependent Variable: Y

Source	DF	Sum of Squares	F Value	Pr > F
Model	17	74.05916667	3.25	0.0757
Error	6	8.03916667		
Corrected Total	23	82.09833333		

R-Square	C.V.	Y Mean
0.902079	6.4158357	18.04166667

General Linear Models Procedure

Dependent Variable: Y

Source	DF	Type I SS	F Value	Pr > F
BLOCK	3	5.20500000	1.29	0.3591
IRRIG	1	44.28166667	33.05	0.0012
IRRIG*BLOCK	3	8.73833333	2.17	0.1921
SEED	2	5.98083333	2.23	0.1885
SEED*BLOCK	6	3.90250000	0.49	0.7997
IRRIG*SEED	2	5.95083333	2.22	0.1897

IRRIG*BLOCK as an error term

Source	DF	Type I SS	F Value	Pr > F
IRRIG	1	44.28166667	15.20	0.0299

SEED*BLOCK as an error term

Source	DF	Type I SS	F Value	Pr > F
SEED	2	5.98083333	4.60	0.0616

General Linear Models Procedure

Level of IRRIG	N	Y Mean	Y SD
1	12	16.6833333	0.76018339
2	12	19.4000000	1.69115345

Level of SEED	N	Y Mean	Y SD
1	8	17.3375000	1.38969421
2	8	18.3500000	1.56021976
3	8	18.4375000	2.55115520

Level of IRRIG	Level of SEED	N	Y Mean	Y SD
1	1	4	16.3250000	0.40311289
1	2	4	17.3500000	0.80622577
1	3	4	16.3750000	0.64485140
2	1	4	18.3500000	1.26885775
2	2	4	19.3500000	1.53731367
2	3	4	20.5000000	1.85112578

الفصل العاشر
الادماج في التجارب العامليـة
CONFOUNDING IN FACTORIAL EXPERIMENTS

10 - 1 مقدمـة :

هناك العديد من التجارب العاملية التي يصعب فيها وضع كل المعالجات العاملية في قطاع واحد، حيث يزداد عدد المعالجات العاملية زيادة كبيرة كلما ازداد عدد العوامل أو عدد مستوياتها . ونخص بالذكر التجارب العاملية من النوع 2^k أو 3^k ، أي التي تحتوي على k عامل بمستويين أو k عامل بثلاثة مستويات . فمثلاً إذا كانت لدينا تجربة عاملية 3^4 ، فيها 81 معالجة ، فمن الصعب وضع هذا العدد من المعالجات في قطاع واحد ، كما قد تكون كمية المادة التجريبية المستخدمة صغيرة بحيث لا تكفي لهذا العدد، أو لا نجد العدد المناسب من الوحدات التجريبية المتجانسة بحيث تجمع في قطاعات ، مع العلم أن القطاعات الصغيرة تكون أفضل تجانساً من القطاعات الكبيرة .

ولتصغير حجم القطاع نستخدم طريقة الإدماج (Confounding) التي تتمثل في التضحية بأحد التاثيرات العاملية غير المهمة أو ببعضها، مثل التفاعلات من الدرجة العليا (Higher order interaction) ، في سبيل تصغير القطاع . وتصبح هذه التاثيرات مدمجة مع القطاعات فلا نستطيع تقديرها أو اختبارها ، وبما أن القطاع الواحد يشتمل على جزء فقط من المعالجات العاملية فتسمى هذه التجارب تجارب القطاعات غير الكاملة (Incomplete block designs) .

وهناك نوعان من الإدماج :

- الإدماج الكامل (Complete confounding) : الذي يحصل في حالة إدماج تأثير عاملي (Factorial effect) مع تأثير الاختلافات بين القطاعات في جميع التكرارات، مما ينتج عنه فقدان امكانية تقدير هذا التأثير العاملي .

- الإدماج الجزئي (Partial confounding) : ويحصل في حالة إدماج تأثير عاملي مع تأثير الاختلافات بين القطاعات في التكرار (Replicate) الأول، وإدماج تأثير عاملي آخر في التكرار الثاني . وفي هذا الإدماج يمكننا الحصول على معلومة عن التأثير المدمج جزئياً من التكرارات التي لم يدمج فيها التأثير العاملي .

والفكرة الأساسية في الإدماج هي جعل مقارنة تأثير عاملي يراد إدماجه، متساوياً مع مقارنة القطاعات في الإدماج الكامل، ومع جزء من القطاعات في الإدماج الجزئي . ولكن قبل الخوض في الإدماج لا بد من مراجعة الطبيعة الخاصة للتجارب العاملية 2^k و 3^k بمزيد من التفصيل وإن كنا قد استخدمنا تجربة عاملية 2^3 في المثال (3-8) .

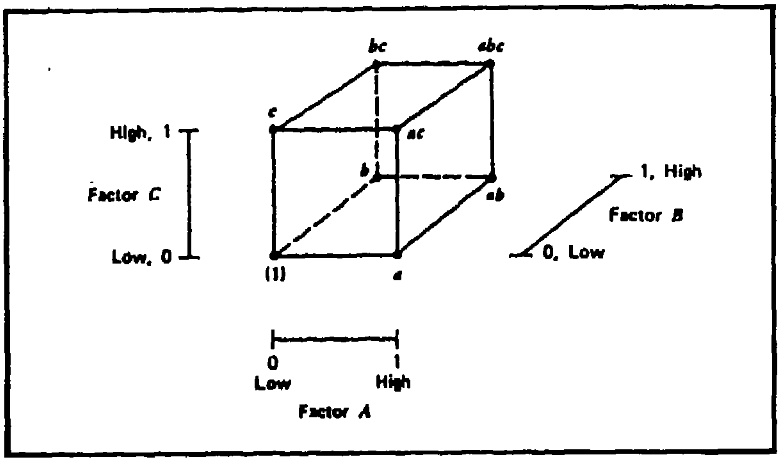
10 - 2 التجارب العاملية 2^k Factorial Experiments 2^k :

في هذه التجارب يكون لدينا k عامل لكل منها مستويان : مستوى منخفض وآخر عال . وإذا اشتملت تجربة عاملية على ثلاثة عوامل A و B و C ولكل منها مستويان، فستضم هذه التجربة 8 معالجات نوضحها في الجدول (10-1) مع الرموز الخاصة بها .

جدول (10-1) : المعالجات العاملية ورموزها

Factors	$A = a_0, a_1$; $B = b_0, b_1$; $C = c_0, c_1$							العوامل
Treatments	$a_0b_0c_0$	$a_1b_0c_0$	$a_0b_1c_0$	$a_1b_1c_0$	$a_0b_0c_1$	$a_1b_0c_1$	$a_0b_1c_1$	$a_1b_1c_1$	المعالجات
Symbols	(1)	a	b	ab	c	ac	bc	abc	الرموز

ويعتبر هذا الترتيب هو الترتيب القياسي (Standard order) للمعالجات الثمان الموضحة بيانياً في الشكل (10-1) . وسيكون لهذه المعالجات سبع درجات



شكل (10-1) : المعالجات العاملية لتجربة عاملية 2^3 .

حرية في جدول تحليل التباين ، بإمكاننا تجزئتها إلى سبع مقارنات مستقلة تمثل التأثيرات العاملية السبعة .

ونوضح في الجدول (10-2) المقارنات السبع لتلك التأثيرات ونذكر أن الرموز التي استخدمناها للمعالجات العاملية استخدمت أيضاً في الجدول (10-2) لتدل على مجموع المشاهدات لكل معاملة ، فمثلاً a هي المعاملة $a_1b_0c_0$ وهي

جدول (10-2) : مقارنات التأثيرات العاملية .

Factorial	Treatment Totals								Divisor for	
Effect	(1)	a	b	ab	c	ac	bc	abc	Factorial Effect	SS
A	-	+	-	+	-	+	-	+	4r	8r
B	-	-	+	+	-	-	+	+	4r	8r
AB	+	-	-	+	+	-	-	+	4r	8r
C	-	-	-	-	+	+	+	+	4r	8r
AC	+	-	+	-	-	+	-	+	4r	8r
BC	+	+	-	-	-	-	+	+	4r	8r
ABC	-	+	+	-	+	-	-	+	4r	8r

أيضاً مجموع مشاهدات المعالجة العاملية a من r قطاع .

وتكتب مقارنات التأثيرات العاملية الرئيسية بالطريقة التالية:
وضع الاشارة (+) إذا كان مستوى العامل عالياً والاشارة (–) إذا كان مستوى العامل منخفضاً . وأما مقارنات التفاعل فهي حاصل الضرب بين مقارنات التأثيرات العاملية الرئيسية المشاركة في التفاعل . وبصفة عامة نحصل بالنسبة لعدد k من العوامل على مقارنة التأثير العاملي AB....K بحل المعادلة التالية :

$$\text{Contrast}_{AB\ldots K} = (a \pm 1)(b \pm 1) \ldots (k \pm 1)$$

مع وضع الاشارة (–) داخل القوس المخصص للعامل إذا كان ذلك العامل موجوداً في التأثير العاملي المطلوب والاشارة (+) إذا كان غير موجود ، وبعد حل المعادلة نضع بدل الرقم 1 المعالجة (1) . فمثلاً بالنسبة للتجربة العاملية 2^3 نحصل على مقارنة التفاعل AC بالطريقة العادية التي بالجدول (10-1) ، أو باستخدام المعادلة على النحو التالي :

$$Q_{AC} = (a-1)(b+1)(c-1) = (1) - a + b - ab - c + ac - bc + abc\,.$$

ونلاحظ من الجدول (10-2) أن كل المقارنات متعامدة فيما بينها . وبعد إيجاد مقارنات كل التأثيرات العاملية بإمكاننا تقدير تلك التأثيرات وحساب مجموع المربعات لكل مقارنة . ويقدر التأثير العاملي AB...K بصفة عامة كالآتي :

$$AB\ldots K = \frac{1}{2^{k-1}r}\, Q_{AB\ldots K}$$

وتحسب مجموع مربعاته كالتالي :

$$SS_{AB\ldots K} = \frac{1}{2^{k}r}\, Q^2_{AB\ldots K}$$

فمثلاً يقدر التأثير العاملي الرئيسي A ، حيث k = 3 ، كالتالي :

$$A = \frac{1}{4r}\,[-(1) + a - b + ab - c + ac - bc + abc]$$

وهو عبارة عن الفرق بين المعالجات العاملية الأربع على يمين المكعب الذي بالشكل

(1-10) والأربع التي على شمال المكعب . ويقدر التأثير العاملي الرئيسي B كالتالي :

$$B = \frac{1}{4r} [- (1) - a + b + ab - c - ac + bc + abc]$$

وهو عبارة عن الفرق بين المعالجات العاملية الأربع التي في واجهة المكعب والأربع التي في الخلف . أما التأثير العاملي الرئيسي C فتقديره هو

$$C = \frac{1}{4r} [- (1) - a - b - ab + c + ac + bc + abc]$$

وهو الفرق بين المعالجات العاملية الأربع التي في سطح المكعب والأربع التي في القاع ، ويقدر تأثير التفاعل AC كالتالي :

$$AC = \frac{1}{4r} [(1) - a + b - ab - c + ac - bc + abc]$$

ومجموع مربعاته هو

$$SSAC = \frac{1}{8r} Q^2_{AC}$$

ويكون جدول تحليل التباين للتجربة العاملية 2^3 المنفذة في r قطاع على النحو الموضح بالجدول (10-3) .

جدول (10-3) : تحليل التباين لتجربة عاملية 2^3 و 2^k .

2^3 Factorial Experiment		2^k Factorial Experiment	
S.O.V.	df	S.O.V.	df
Blocks	r - 1	Blocks	r - 1
A	1	k main effects	
B	1	A	1
		:	:
C	1	$\binom{k}{2}$ 2-factor interactions	
AB	1	AB	1
		:	:
AC	1	$\binom{k}{3}$ 3-factor interaction	
BC	1	ABC	1
		:	:
ABC	1	$\binom{k}{k}$ One k-factor interaction	1
Error	$2^3(r-1)$	Error	$2^k(r-1)$
Total	$r2^3-1$	Total	$r2^k-1$

10 - 3 الإدماج الكامل في التجارب العاملية 2^k

: Complete Confounding in 2^k Fact. Exp.

نوضح الإدماج الكامل في التجارب العاملية 2^k باستخدام $k = 3$، ولنفترض أننا نريد تطبيق هذه التجربة العاملية في ثلاثة تكرارات (Replications) ، ويحتوي كل تكرار على قطاعين، يتكون كل واحد منهما من أربع وحدات تجريبية . وقد سبق أن ذكرنا في الفصل الثامن أن التفاعل الثلاثي ABC يعتبر أقل أهمية من التأثيرات العاملية الأخرى، ولهذا سيقع إدماجه كلياً مع القطاعات بحيث يكون المخطط للتجربة العاملية المقترحة ، قبل إجراء عملية التعشية ، كما في الشكل (2-10) . ويسمى القطاع الذي يستلم المعاملة (1) بالقطاع الرئيسي (Principal Block) .

Rep. I		Rep. II		Rep. III	
Block 1	Block 2	Block 3	Block 4	Block 5	Block 6
(1)	abc	(1)	abc	(1)	abc
ab	a	ab	a	ab	a
ac	b	ac	b	ac	b
bc	c	bc	c	bc	c

شكل (2-10) : مخطط تجربة عاملية 2^3 قبل التعشية مع إدماج كامل للتفاعل ABC .

ونلاحظ من هذا المخطط أن الفرق بين مجموع القطاع الثاني والقطاع الرئيسي داخل كل مكرر هو :

$$abc + a + b + c - (1) - ab - ac - bc$$

وهذه المقارنة هي في الوقت نفسه المقارنة الخاصة بالتفاعل ABC والموضحة في آخر الجدول (2-10) . وبالتالي يعتبر تأثير التفاعل ABC مدمجاً كلياً مع أثر القطاعات . وبواسطة هذا الإدماج تمكنّا من استخدام قطاعات صغيرة الحجم

ومتجانسة ، مع التضحية بالتفاعل ABC وإبقاء التأثيرات العاملية الأخرى غير مدمجة .

وبالنسبة للتجربة الموضحة في الشكل (10-2) يكون تحليل التباين كما في الجدول (10-4) . ونذكر هنا أن التكرارات ضرورية لإجراء تحليل التباين على الطريقة الموضحة بالجدول (10-4) . وفي هذه التجربة هناك 24 مشاهدة و 23 درجة حرية للمجموع، خمس منها خاصة بالقطاعات وست بالتأثيرات العاملية، وأخيراً إثنتاعشرة درجة للخطأ التجريبي . وجزئت درجات الحرية للقطاعات على النحو الموضح بالجدول (10-4) . واقترح بعض الإحصائيون اختبار تأثير القطاع أو التفاعل ABC باستخدام الخطأ : Reps x ABC . ويعتبر هذا الاختبار ضعيفاً وغير دقيق . أما درجات الحرية الخاصة بالخطأ التجريبي فهي حصيلة التفاعل بين التكرارات والتأثيرات العاملية .

جدول (10-4) : تحليل التباين لتجربة عاملية 2^3 مع إدماج ABC في ثلاثة مكررات .

S.O.V.	d.f.
Blocks	5
Reps	2
ABC	1
Reps x ABC	2
A	1
B	1
C	1
AB	1
AC	1
BC	1
Error (Reps x Effects)	12
Total	23

وإذا كانت المادة التجريبية متوفرة بحيث يمكننا تكرار التصميمات المدمجة ، فيفضل استخدام طريقة أخرى للإدماج . وتتمثل هذه الطريقة في إدماج تأثير عاملي مختلف في كل تكرار ، مما يمكننا من الحصول على معلومات على كل التأثيرات العاملية . ويسمى هذا بالإدماج الجزئي وسنتطرق له في الفقرة القادمة .

مثال (1-10) :

أجريت تجربة لمقارنة تأثير سماد الدجاج (A) مع السماد النتروجيني (B) والسماد الفسفوري (C) على محصول الكرنب المسوق (Brussels sprouts) . واستخدم لهذه التجربة تصميم 2^3 الذي يتكون من ثلاثة تكرارات ويحتوي كل منها على قطاعين بأربع وحدات تجريبية ، مساحة الوحدة تساوي 50 m^2 . وكان الباحث لا يولي أهمية للتفاعل الثلاثي ABC والذي تم إدماجه مع القطاعات . ونوضح نتائج محصول الكرنب المسوق ($\text{kg} / 50 \text{ m}^2$) في الجدول (10-5) .

ونستخدم طريقة Yates (Yates' Algorithm 1937) لتحليل بيانات هذه التجربة وخطوات طريقة Yates هي :

أ – وضع مجموع مشاهدات كل معالجة عاملية في ترتيب قياسي داخل العمود Response كما في الجدول (10-6) .

جدول (10-5) : نتائج محصول الكرنب المسوق لتجربة 2^3 في قطاعات من 4 وحدات تجريبية مع إدماج كامل للتفاعل ABC .

	Block 1	Block 2	Block 3	Block 4	Block 5	Block 6	
	(1)	abc	(1)	abc	(1)	abc	
	19.31	30.78	20.13	24.25	19.62	23.44	
	ab	a	ab	a	ab	a	
	29.44	20.25	25.22	25.97	24.97	23.47	
	ac	b	ac	b	ac	b	
	23.06	27.54	26.16	26.93	19.65	23.69	
	bc	c	bc	c	bc	c	
	24.41	16.38	·24.81	16.18	25.72	18.63	Total
Total	96.22	94.95	96.32	93.33	89.96	89.23	560.01

جدول (6-10) : طريقة Yates لتحليل بيانات محصول الكرنب .

Treat.	Response	(1)	(2)	(3)	Effect	Estimate Effect	Sum of Squares
(1)	59.06	128.75	286.54	560.01	Mean		
a	69.69	157.79	273.47	33.31	A	2.78	46.23
b	78.16	120.06	12.1	62.39	B	5.20	162.19
ab	79.63	153.41	21.21	-23.31	AB	- 1.94	22.64
c	51.19	10.63	29.04	-13.07	C	-1.09	7.12
ac	68.87	1.47	33.35	9.11	AC	0.76	3.46
bc	74.94	17.68	-9.16	4.31	BC	0.36	0.77
abc	78.47	3.53	-14.15	-4.99	ABC*	.	1.04

* ABC (confounded)

ب - حساب قيم العمود (1) : القيم الأربع الأولى هي مجموع الأزواج المتتالية في عمود Response ، فمثلاً : 69.69 + 59.06 = 128.75 . والقيم الأربع الثانية في العمود (1) هي الفرق بين الأزواج المتتالية لنفس العمود فمثلاً : = 10.63 . 69.69 - 59.06

ج - حساب قيم العمود (2) بنفس الطريقة التي طبقت في حساب قيم العمود (1) مع استخدام قيم هذا الأخير .

د - إعادة العملية السابقة على قيم العمود (2) لتكوين العمود (3) .

ونواصل هذه الطريقة في تجربة عاملية 2^k إلى k مرحلة ، وبما أن في المثال (1-10) k = 3 فهناك ثلاثة أعمدة محسوبة في الجدول (6-10) ويمثل العمود الأخير (k)، أو الثالث (3) في المثال ، المقارنة للتأثير العاملي (Contrast effect) . ولتقدير التأثير تقسم قيم العمود الثالث على $r2^{k-1}$ وفي المثال $r2^{k-1} = 3 \times 2^2 = 12$. وتحسب مجموع مربعات التأثيرات العاملية بتربيع قيم العمود (3) وقسمتها على $r2^k$ ، وفي المثال $r2^k = 3 \times 2^3 = 24$.

وتمثل القيمة الأولى في العمود (3) 560.01 مجموع المشاهدات الكلية

للتجربة ، كما هو واضح من المجموع الكلي الذي بالجدول (10-5) . ونذكر هنا أنه بإمكاننا الحصول على قيم العمود الثالث باستخدام المقارنات التي بالجدول (-2 10) . وتحسب مجموع مربعات المصادر المختلفة كالتالي :

$$CF = (560.01)^2/24 = 13067.13$$

$$SSTo = (19.31)^2 + \dots + (18.63)^2 - CF = 13406.75 - CF = 339.62$$

$$SSBlocks = \frac{1}{4}\,[96.22^2 + 94.95^2 + \dots + 89.23^2] - CF = 12.02$$

$$SSRep = \frac{1}{8}\,[(96.22 + 94.95)^2 + \dots + (89.96 + 89.23)^2] - CF = 10.64$$

$$SSRep \times ABC = SSBlocks - SSRep - SSABC$$

$$= 12.02 - 10.64 - 1.04 = 0.34$$

$$SSTreat = \frac{1}{24}\,[33.31^2 + \dots + 4.31^2] = 242.41$$

$$SSE = SSTo - SSBlocks - SSTreat = 339.62 - 12.02 - 242.41 = 85.19$$

ثم نلخص هذه الحسابات في جدول تحليل التباين الموضح بالجدول (10-7). وبواسطة اختبار F نختبر معنوية التاثيرات العاملية المختلفة ونستنتج أن العامل B معنوي عند مستوى $\alpha = .01$ ، أما العامل A فهو معنوي عند مستوى $\alpha = .05$ فقط ، وللعامل B أكبر تأثير. وليس هناك تفاعل بين A و B ولا تأثير للعامل C . ونلخص نتائج هذه التجربة بإيجاد جدول بمتوسطات عامل A وآخر بمتوسطات عامل B . والخطأ المعياري لمتوسطات عامل A أو B هو

$$SE = \sqrt{\frac{MSE}{r\,b\,c}} = \sqrt{\frac{7.10}{3(2)2}} = 0.77$$

والمتوسطات هي :

A		B	
0	1	0	1
21.94	24.72	20.73	25.92

جدول (7-10) : جدول تحليل التباين لمحصول الكرنب

S.O.V	df	SS	MS	F
Blocks	5	12.02		
Reps	2	10.64		
ABC	1	1.04		
Reps x ABC	2	0.34		
Treatments	6	242.41		
A	1	46.23		6.5*
B	1	162.19		22.8**
AB	1	22.64		3.2
C	1	7.12		
AC	1	3.46		< 1
BC	1	0.77		< 1
Error	12	85.19	7.10	
Total	23	339.62		

$$F^{.95}_{1,\,12} = 4.75 \qquad F^{.99}_{1,\,12} = 9.33$$

كما بامكاننا أيضاً اختبار التاثيرات العاملية بواسطة فترات الثقة ، ويكون التاثير العاملي معنوياً إذا كانت فترات الثقة الخاصة به لا تحتوي على الصفر . فإذا كان تقدير التاثير العاملي هو $\hat{Q}$ والخطأ المعياري للتاثيرات العاملية أو تاثيرات التفاعل هو

$$SE = \sqrt{\frac{MSE}{r2^{k-2}}} = \sqrt{\frac{7.10}{3(2)}} = 1.09$$

تحسب $100(1-\alpha)\%$ فترات الثقة كالتالي :

$$\hat{Q} - t_{(1-\alpha/2,\ \upsilon)}\sqrt{MSE/r2^{k-2}} \le Q \le \hat{Q} + t_{(1-\alpha/2,\ \upsilon)}\sqrt{MSE/r2^{k-2}}$$

حيث تمثل υ درجة حرية الخطأ التجريبي .

فبالنسبة مثلاً للتفاعل AB قدر تأثيره العاملي بالقيمة 1.94 - والخطأ المعياري $S_{\hat{Q}} = 1.09$ ، فتكون 95% فترة الثقة كما يلي :

$$-1.94 \pm t_{(.975,\ 12)}\ 1.09$$

$$-1.94 \pm 2.179(1.09) = (-4.32,\ 0.43)$$

وتحتوي فترة الثقة هذه على الصفر ، وإذن فتأثير التفاعل AB غير معنوي، وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها في الجدول (10-7) بواسطة اختبار F . وتأثير التفاعل AB سالب مما يدل على أن العامل A والعامل B متناقضا التأثير . ويقدر تأثير العامل A بدون العامل B أو بغياب العامل B كالتالي :

$$\hat{Q}_A - \hat{Q}_{AB} = 2.78 - (-1.94) = 4.72$$

ويقدر تأثير العامل A مع وجود العامل B كالتالي

$$\hat{Q}_A + \hat{Q}_{AB} = 2.78 - 1.94 = 0.84$$

ويصبح الخطأ المعياري لهذين التقديرين

$$\sqrt{2}\ S_{\hat{Q}} = \sqrt{2}\,(1.09) = 1.54$$

وتلخص نتائج هذه التجربة بالطريقة الموضحة بالجدول (10-8) . وكانت وحدة القياس المستخدمة في هذا الجدول هي $kg/50\ m^2$ ، وبامكان الباحث كتابة

النتائج النهائية في التقرير بوحدة القياس التالية t/ha وذلك بضرب القيم التي بالجدول (10-8) والأخطاء المعيارية بالقيمة 0.2 .

جدول (10-8) : نتائج تجربة الكرنب .

	Average Effect	A		B		C	
		Absence	Presence	Absence	Presence	Absence	Presence
a	A 2.78	...	...	A - AB 4.72	A + AB 0.84	A - AC 2.02	A + AC 3.54
b	B 5.20	B - AB 7.14	B + AB 3.26	...	...	B - BC 4.84	B + BC 5.56
c	C - 1.09	C - AC - 1.85	C + AC - 0.33	C - BC - 1.45	C + BC - 0.73	...	...
SE	1.09	$\sqrt{2}(1.09) = 1.54$					

وبامكاننا اختبار التفاعل الثلاثي ABC بواسطة اختبار F الذي يقارن بين متوسطات مربعات ABC و Reps x ABC ، ولكن هذا الاختبار كما ذكرنا غير حساس ، وبالتالي فهو غير موثوق به . لذلك في هذا التصميم لا نستطيع استنتاج أية معلومة عن هذا التفاعل لأنه مدمج كلياً مع القطاعات .

ولو أراد الباحث أن يحصل على معلومة عن التفاعل ABC ، مع استخدام القطاعات المكونة من أربع وحدات تجريبية، فبإمكانه إدماج تفاعل مختلف داخل كل تكرار وبالتالي يحصل على معلومات نسبية عن التأثيرات العاملية المدمجة . ويسمى هذا النوع من الإدماج بالإدماج الجزئي وهو الذي سنتطرق له في الفقرة القادمة .

10 - 4 الإدماج الجزئي في التجارب العاملية 2^k

: Partial Confounding in 2^k Fact. Exp.

على غرار ما قمنا به في الفقرة (10-3) ، سنوضح الإدماج الجزئي في التجارب العاملية 2^k باستخدام $k = 3$ فمثلاً يكون تصميم تجربة عاملية 2^3 في قطاعات مكونة من أربع وحدات تجريبية مع إدماج ABC في التكرار الأول و

AB في التكرار الثاني و BC في التكرار الثالث وأخيراً و AC في التكرار الرابع كمافي الشكل (10-3).

Rep I		Rep II		Rep III		Rep IV	
Block 1	Block 2	Block 3	Block 4	Block 5	Block 6	Block 7	Block 8
(1)	a	(1)	a	(1)	b	(1)	a
ab	b	c	b	a	c	b	c
ac	c	ab	ac	bc	ab	ac	ab
bc	abc	abc	bc	abc	ac	abc	bc
ABC مدمج		AB مدمج		BC مدمج		AC مدمج	

شكل (10-3) : الإدماج الجزئي في تجربة عاملية 2^3 .

ونلاحظ من هذا الشكل أن الفرق بين مجموع القطاع الثاني والقطاع الأول في التكرار الأول يمثل التفاعل ABC والفرق بين القطاع الثالث والقطاع الرابع في التكرار الثاني يمثل التفاعل AB ، ونلاحظ الشيء نفسه بالنسبة لكل من BC و AC . ويمكننا في هذا التصميم الحصول على معلومات عن ABC من التكرار II و III و IV وعلى AB من التكرار I وIII و IV إلى آخر ذلك . وبالتالي فإن التفاعلات ABC و AB و BC و AC مدمجة إدماجاً جزئياً مع القطاعات ، حيث يمكن تقديرها من التكرارات التيلم تدمج فيها ، أي ثلاثة تكرارات من الأربعة. ومن هنا يقاس الإدماج الجزئي بالكمية 3/4 التي أطلق عليها Yates اسم المعلومة النسبية (Relative information) .

ويلخص الجدول (10-9) تحليل التباين لهذا التصميم . وتحسب مجموع مربعات القطاعات والتأثيرات غير المدمجة بالطريقة العادية ، أما مجموع مربعات التأثيرات العاملية المدمجة فتحسب فقط من التكرارات التي لم تدمج فيها هذه التأثيرات العاملية . ويتكون مجموع مربعات الخطأ من التفاعل بين التكرارات والتأثيرات الرئيسية للعوامل (Replicates x Main effects) ومن التفاعل بين التكرارات وتفاعل التأثيرات العاملية في التكرارات التي لم يدمج فيها ذلك التفاعل . وفي تحليل التباين وضعت شرطة فوق درجات الحرية للتفاعلات المدمجة

جزئياً للتذكير بأن هذه التفاعلات مدمجة جزئيـاً وتحسب مجموع مربعاتها بطريقة خاصة . وبالتالي فإن هذا التصميم يمكّن الباحث من الحصول على معلومة كاملة على كل من A و B و C ومعلومة نسبية (3/4) على كل من AB و AC و BC و ABC .

جدول (10-9) : تحليل التباين لتصميم 2^3 مع الإدماج الجزئي

S.O.V	df
Replicates	3
Blocks within Replicates [or ABC (Rep. I) + AB(Rep.II) + BC(Rep.III) + AC(Rep.IV)]	4
A	1
B	1
C	1
AB (from Rep. I, III, IV)	1´
AC (from Rep. I, II, III)	1´
BC (from Rep. I, II, IV)	1´
ABC (from Rep. II, III, IV)	1´
Error (3 x 3 + 2 x 4)	17
Total	31

فلو افترضنا مثلاً أن التفاعل $AB_{i'}$ أدمج في التكرار i' ، أي أن الفرق بين قطاعي التكرار i' يمثل التفاعل AB ، وأن $Y_{(i')j.}$ هي مجموع $2^{k-1}(r-1)$ مشاهدة ، من (r-1) تكرار حيث $i \neq i'$ ، على 2^{k-1} معالجة عاملية ذكرت في القطاع j من التكرار i' فتحسب مجموع مربعات التفاعل AB كالتالي :

$$SSAB_{i'} = \sum_{j=1}^{2} Y^2_{(i')j.} / [2^{k-1}(r-1)] - \left(\sum_{j=1}^{2} Y_{(i')j.} \right)^2 / [2^k(r-1)]$$

مثال (10-2) :

لنفترض أنه قد استخدم الإدماج الجزئي في المثال (10-1) ، حيث أدمج ABC في التكرار الأول ، و AB في التكرار الثاني ، وأخيرا BC في التكرار

الثالث، كما هو موضح في التكرارات الثلاثة الأولى في الشكل (3-10) . وبعد اعادة ترتيب بيانات الجدول (5-10) تصبح البيانات كما في الجدول (10-10) .

جدول (10-10) : محصول الكرنب في تجربة عاملية 2^3 مع استخدام الإدماج الجزئي .

	Rep I		Rep II		Rep III		
	Block 1	Block 2	Block3	Block 4	Block 5	Block 6	
	(1) 19.31	a 20.25	(1) 20.13	a 25.97	(1) 19.62	b 23.69	
	ab 29.44	b 27.54	c 16.18	b 26.93	a 23.47	c 18.63	
	ac 23.06	c 16.38	ab 25.22	ac 26.16	bc 25.72	ab 24.97	
	bc 24.41	abc 30.78	abc 24.25	bc 24.81	abc 23.44	ac 19.65	Total
Total	96.22	94.95	85.78	103.87	92.25	86.94	560.01
	ABC مدمج		AB مدمج		BC مدمج		

أدمج التفاعل ABC في التكرار الأول وظهرت المعالجات العاملية (1) ، ab ، ac ، bc في القطاع الرئيسي والمعالجات a ، b ، c و abc في القطاع الآخر . وباستخدام المعادلة السابقة لحساب مجموع مربعات التأثيرات العاملية المدمجة نحصل بالنسبة للتفاعل ABC على ما يلي :

$$Y_{(1)1.} = (20.13+25.22+26.16+24.81) + (19.62+24.97+19.65+25.72) = 186.28$$

$$Y_{(1)2.} = (25.97+26.93+16.18+24.25) + (23.47+23.69+18.63+23.44) = 182.56$$

وبالتالي :

$$SSABC = (186.28^2 + 182.56^2)/4(2) - (186.28 + 182.56)^2/8(2) = 0.865$$

ونلاحظ من هذه المعادلة أن مجموع مربعات التفاعل ABC يحسب فقط من التكرار

الثاني والثالث ، أما التكرار الأول فلا يدخل في حساب هذا التفاعل حيث إن تاثيره قد أدمج مع الاختلافات بين القطاعين .

ويوضح الجدول (10-11) تحليل التباين لهذه التجربة التي كان فيها الإدماج الجزئي بالكمية 2/3 .

جدول (10-11) : تحليل التباين للمثال (10-2) .

S.O.V	df	SS	MS	F
Replicates	2	10.64		
Blocks within Reps	3	44.63		
A	1	46.23		8.11*
B	1	162.19		28.44**
AB	1′	1.70		0.30
C	1	7.12		1.25
AC	1	3.46		0.61
BC	1′	0.06		0.01
ABC	1′	0.87		0.15
Error (2x4 + 1x3)	11	62.72	5.70	
Total	23	339.62		

ونتيجة لهذا الإدماج الجزئي ستختلف الأخطاء المعيارية للتأثيرات العاملية المدمجة وغير المدمجة ، بحيث تكون الأخطاء المعيارية للتأثيرات المدمجة جزئياً أكبر من الأخطاء المعيارية للتأثيرات غير المدمجة بضارب $\sqrt{3/2}$. فهي بالنسبة للتأثيرات غير المدمجة كما يلي :

$$SE = \sqrt{\frac{MSE}{r\,2^{k-2}}} = \sqrt{\frac{5.70}{3(2)}} = 0.975$$

وللتأثيرات المدمجة هي :

$$SE = \sqrt{\frac{3}{2}}\ (0.975) = 1.19$$

وإذا كانت التأثيرات العاملية المدمجة معنوية فسيهتم الباحث قطعاً بإيجاد المتوسطات واختبار الفروق بينها . ونذكر هنا أن هذه المتوسطات لا تحسب مباشرة من البيانات وعلى الطريقة العادية وتتطلب شيئاً من التعديل بحيث تأخذ بعين الاعتبار أن هذه التأثيرات العاملية مدمجة في تكرار معين ويتم تقديرها من باقي التكرارات . و للمزيد من التوضيح حول هذه النقطة انظر في المرجع Gill (1978) .

10 - 5 الإدماج في التجارب العاملية 3^k

: Confounding in 3^k Factorial Experiments

في التجارب العاملية 3^k يكون هناك k عامل ، ولكل عامل ثلاثة مستويات . ونرمز للعوامل بالأحرف الإنجليزية الكبيرة وللمستويات بالأحرف الإنجليزية الصغيرة مع دليل 0 إذا كان مستوى العامل منخفضاً و 1 إذا كان متوسطا و 2 إذا كان عاليا ، حيث نرمز للمعالجة $a_1b_2c_0$ بالرمز (120) .

وأبسط هذه التجارب العاملية هي التجربة 3^2 ، أي عاملان بثلاثة مستويات، ويوضح الشكل (10-4) المعالجات العاملية لهذا التصميم، وهي 9 معالجات، وبالتالي فلها 8 درجات حرية في جدول تحليل التباين.

		Factor A Low 0	Factor A Med. 1	Factor A High 2
Factor B	Low 0	00	10	20
	Med. 1	01	11	21
	High 2	02	12	22

شكل (10-4) : المعالجات العاملية لتصميم 3^2 .

وفي تصميم 3^2 لكل تأثير رئيسي A و B درجتا حرية وللتفاعل AB أربع درجات حرية . وإذا كان هناك r تكرار فسيكون هناك $r3^2 - 1$ درجة حرية كلية و $(r-1)\ 3^2$ درجة حرية للخطأ التجريبي . وتحسب مجاميع المربعات

بالطريقة العادية التي تطرقنا لها في الفصل الثامن . ويمكن تجزئة درجات الحرية لكل تأثير رئيسي إلى جزءين : جزء خطي وجزء تربيعي بواسطة المقارنات المتعامدة كثيرة الحدود إذا كان العامل كميا وكانت مستوياته متساوية الأبعاد .

كما تقسم درجات الحرية للتفاعل AB إلى أربعة أجزاء : $A_L B_L$ ، $A_L B_Q$ ، $A_Q B_L$ و $A_Q B_Q$ بنفس الطريقة التي درسناها في تحليل الاتجاهات بالفصلين السابع والثامن . وهناك طريقة ثانية لتجزئة التفاعل AB بواسطة المربعات اللاتينية المتعامدة (Orthogonal Latin Squares) إلى جزءين (AB) و (AB^2). وليست لهذه التفاعلات مدلول إحصائي في تحليل البيانات ولكن الغرض منها هو تجزئة درجات الحرية الأربع للتفاعل AB إلى جزءين متعامدين كل جزء بدرجتي حرية ، وذلك نظراً لأن المقارنات المتعامدة السابقة لها درجة حرية واحدة .

فلنفترض أن مستويات العامل A وزعت حسب تصميم المربع اللاتيني 3 x 3 كالآتي :

A Square

Row	Column 0	Column 1	Column 2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

ووزعت مستويات العامل B حسب مربع لاتيني 3 x 3 آخر كالتالي :

B Square

Row	Column 0	Column 1	Column 2
0	0	1	2
1	2	0	1
2	1	2	0

ونلاحظ أن المربع B متعامد مع المربع A ، أي لو وضعنا المربع B فوق المربع A نحصل على المربع الاغريقي اللاتيني (Graeco Latin Square) الذي تطرقنا له في

الفقرة (4-6) . وبالتالي يكون المربع AB كالتالي :

AB Square

Row	Column 0	1	2
0	00	11	22
1	12	20	01
2	21	02	10

ويشتمل هذا المربع على المعالجات التسع ، حيث العامل A و العامل B متعامدان مع الصفوف والأعمدة ، أي أن كل مستوى للعامل A يوجد مرة واحدة في كل صف ومرة واحدة في كل عمود ، وينطبق الشيء نفسه على مستويات العامل B ، وتوجد كل معالجة عاملية من A و B مرة واحدة داخل المربع . وبما أن هناك الآن 4 ترتيبات متعامدة ، أي A و B والصفوف والأعمدة فبإمكاننا تجزئة درجات الحرية الثمان الخاصة بالمعالجات إلى أربعة أجزاء متعامدة كل جزء بدرجتي حرية (انظر التمرين (10-3)) .

وبصفة عامة يسمى مجموع مربعات المعالجات المحسوب من المربع A بالجزء (AB) ، ويسمى المحسوب من المربع B بالجزء (AB^2) . ويتضح الغرض من هذا التقسيم عند القيام بعملية الإدماج في التجارب العاملية 3^2 .

10-5-1 الإدماج في تجربة عاملية 3^2 :

استخدمنا في الفقرة (10-3) مقارنة التفاعل ABC في التجارب العاملية 2^k لإدماج التفاعل ABC مع القطاعات في كل التكرارات كما استخدمنا مقارنات التفاعلات الثنائية والثلاثية في الإدماج الجزئي . وكان ذلك بسيطاً لأن لكل مقارنة ولكل تأثير عاملي في تلك التجارب درجة حرية واحدة ، ولكن الأمر ليس كذلك في التجارب العاملية 3^k . وكما أوضحنا في الفقرة السابقة فبالنسبة لتجربة عاملية 3^2 يكون هناك درجتا حرية للعاملين A و B وأربع درجات حرية للتفاعل AB . ويصبح من الضروري إيجاد وسيلة للإدماج في مثل هذه التجارب .

وهناك طريقة عملية تعطينا نفس التقسيم المتعامد الذي حصلنا عليه في الفقرة السابقة بواسطة المربعات اللاتينية والتي تتمثل في استخدام علاقة التقسيم (Defining Relation) التالية :

$$\Sigma a_i x_i/3 = Q + R$$

حيث x_i هي مستوى العامل i لجزء المعالجة العاملية التي ستستخدم للإدماج، مثل (AB) أو (AB^2) ، و a_i تساوي 0 بالنسبة للعامل الذي لم يشترك في المعالجة العاملية وتساوي 1 أو 2 بالنسبة للعامل المشترك في المعالجة العاملية، والتي لها درجتا حرية . القيم Q هي حاصل القسمة على 3 و R هي بقية القسمة . ونهتم هنا بقيمة R التي ستأخذ القيم 0 أو 1 أو 2 ، وبواسطتها نقوم بتقسيم المعالجات العاملية التسع إلى ثلاث مجموعات . وترمز بعض الكتب للمعادلة السابقة كالتالي : $\Sigma a_i x_i \pmod 3$.

ويلخص الجدول (10-12) التقسيمات الممكنة لمعالجات تجربة عاملية 3^2 على ثلاثة قطاعات ، كل قطاع يحتوي على ثلاث وحدات تجريبية . فمثلاً بالنسبة للجزء (AB) وعن طريق علاقة التقسيم

جدول (10-12) : تقسيم معالجات تصميم 3^2 إلى 3 قطاعات .

Defining Relation		Treat. Combinations in Blocks R = 0	R = 1	R = 2
A	$x_1/3$	{00,01,02}	{10,11,12}	{20,21,22}
B	$x_2/3$	{00,10,20}	{01,11,21}	{02,12,22}
(AB)	$(x_1+x_2)/3$	{00,12,21}	{22,01,10}	{11,20,02}
(AB^2)	$(x_1+2x_2)/3$	{00,11,22}	{21,02,10}	{12,20,01}

$(x_1 + x_2)/3$ نحصل على التقسيم الذي بالجدول (10-12) كالتالي :

00 : (1(0) + 1(0))/3 = 0	R = 0	10 : R = 1	20 : R = 2
01 : (1(0) + 1(1))/3 = 0	R = 1	11 : R = 2	21 : R = 0
02 : (1(0) + 1(2))/3 = 0	R = 2	12 : R = 0	22 : R = 1

ونذكر هنا بأن علاقة التقسيم التالية $(2x_1+2x_2)/3$ تقدم نفس النتائج التي نحصل عليها باستخدام $(x_1+x_2)/3$ وأيضاً العلاقة $(2x_1+x_2)/3$ تقدم نفس التقسيم الذي تقدمه العلاقة $(x_1+2x_2)/3$. ولهذا فالجزء (A^2B^2) شبيه بالجزء (AB) ، كما أن الجزء (A^2B) شبيه بالجزء (AB^2) ، (انظر التمرين (4-10)) .

وبناء على ما ورد ذكره نتبنى القاعدة التالية : أن الأس (Exponent) على العامل A يكون دائماً واحد أو صفراً . وباستخدام هذه القاعدة نوضح لماذا (A^2B) مشابه للجزء (AB^2) كما يلي :

$$(A^2B)^2 = (A^4B^2) = AB^2$$

وذلك بعض تطبيق عملية (mod 3) ، أي قسمة الأس على ثلاث والاحتفاظ بالقيمة الباقية في الأس إذا كان أس بعض العوامل أكبر من 3 .

ويكون جدول تحليل التباين لتجربة عاملية 3^2 مع استخدام ثلاثة قطاعات داخل أربعة تكرارات كما هو موضح في الجدول (10-13) .

جدول (10-13) : تحليل التباين لتجربة 3^2 في قطاعات غير كاملة و 4 تكرارات .

S.O.V.	df.
Reps	3
Blks/Reps	8
A	2
B	2
AB	4
Error	16
Total	35

10-5-2 الإدماج في تجربة عاملية 3^k :

بصفة عامة يتمثل الإدماج المستخدم للتجارب العاملية 3^k في إيجاد 3^p قطاع غير كامل حيث $p < k$ ، ويحتوي كل قطاع على 3^{k-p} وحدة تجريبية .

لذلك يقع الإدماج في مثل هذه التجارب في ثلاثة أو تسعة قطاعات وعموماً إلى 3^p قطاع غير كامل .

إذا كانت لدينا تجربة عاملية 3^3 والقطاعات المتوفرة تتكون من 9 وحدات تجريبية فقط، فيصبح من الضروري استخدام الإدماج لتنفيذ هذه التجربة . فبالنسبة لهذه التجربة ، هناك 8 درجات حرية للتفاعل الثلاثي ABC بإمكاننا تجزئتها إلى أربعة أجزاء مستقلة كل جزء بدرجتي حرية . والرموز الممكنة لهذا التفاعل هي :

$$(ABC) \quad (ABC^2) \quad (AB^2C) \quad (AB^2C^2)$$

$$(A^2BC) \quad (A^2BC^2) \quad (A^2B^2C) \quad (A^2B^2C^2)$$

ولكن بتطبيق القاعدة المذكورة في الفقرة السابقة نلاحظ أن الأجزاء الأربعة الأخيرة مشابهة للأربعة الأولى أي :

$$(A^2BC)^2 = (A^4B^2C^2) = (AB^2C^2)$$

$$(A^2BC^2)^2 = (A^4B^2C^4) = (AB^2C)$$

$$(A^2B^2C)^2 = (A^4B^4C^2) = (ABC^2)$$

$$(A^2B^2C^2)^2 = (A^4B^4C^4) = (ABC)$$

لذلك فلتجزئة المعالجات العاملية ، وعددها 27 ، نستخدم أياً من الأجزاء الأربعة الأولى للحصول على ثلاثة قطاعات ، كل منها يحتوي على 9 معالجات .

فلو افترضنا أنه تم اختيار الجزء (AB^2C^2) لإدماجه مع القطاعات داخل التكرارات فسنحصل على التقسيم الموضح بالجدول (10-14) . وتكون علاقة التقسيم لهذا الجزء : $(x_1 + 2x_2 + 2x_3)/3$. فمثلاً للمعالجة العاملية (221) تكون المعادلة كالتالي :

$$[1(2) + 2(2) + 2(1)] / 3 = 2 + 2 \quad , \quad R = 2$$

وبالتالي نضع المعالجة (221) في القطاع (2) . وإذا طبق هذا التصميم في ثلاثة تكرارات ، يكون جدول تحليل التباين كما هو موضح بالجدول (10-15) . وبإمكان الباحث ضم الأجزاء الثلاثة للتفاعل ABC مع الخطأ التجريبي بحيث تصبح درجات الحرية للخطأ تساوي 54 .

جدول (10-14) : تقسيم معالجات تصميم 3^3 إلى 3 قطاعات .

Block 0	Block 1	Block 2
000	002	001
012	011	010
021	020	022
101	100	102
110	112	111
122	121	120
202	201	200
211	210	212
220	222	221

جدول (10-15) : تحليل التباين لتجربة عاملية 3^3 في قطاعات غير كاملة مع 3 تكرارات.

Source of Variation	df
Replicates	2
Blocks/replicates (AB^2C^2)	6
Main effects	6
Two-factor interactions	12
(ABC) + (ABC^2) + (AB^2C)	6
Error	48
Total	80

مثال (10-3)

أجريت تجربة عاملية 3^3 في ميدان الهندسة الزراعية لدراسة تأثير العوامل التالية :

- ميل المحور A : Axis slope (-10 Deg , 0 , 10)
- معدل الادخال B : Feeding rate (50, 75, 100 lb/min)
- سرعة دوران الإسطوانة C : Cylinder speed (24, 54, 72 rpm)

جدول (16-10) : تجربة عاملية 3^3 مع استخدام 3 قطاعات غير كاملة في التكرار .

Blocks	Treat.	Replicate 1	2	3	Total
1	000	240	270	217	727
	011	190	195	205	590
	022	83	85	84	252
	101	47	45	49	141
	112	49	45	39	133
	120	55	61	53	169
	202	30	35	35	100
	210	47	45	48	140
	221	50	55	63	178
Subtotal		801	836	793	2430
2	002	150	152	148	450
	010	210	240	200	650
	021	140	180	210	530
	100	54	50	48	152
	111	50	47	47	144
	122	39	40	35	114
	201	50	48	52	150
	212	30	29	37	96
	220	46	49	48	143
Subtotal		769	835	825	2429
3	001	190	185	175	550
	012	161	162	160	483
	020	170	185	210	565
	102	40	35	30	105
	110	60	60	55	175
	121	55	50	60	165
	200	45	50	48	143
	211	43	51	46	140
	222	25	26	24	75
Subtotal		789	804	808	2401
Total		2359	2475	2426	7260

على كفاءة آلة حصاد الذرة . ونفذت التجربة في المختبر مع محاكاة طبيعة العمل في الحقل عن طريق تغيير استخدام ثلاثة مستويات للعوامل المذكورة . القطعة التي أجريت عليها التجربة هي الغربال (Rotary Sieve) وهي التي تقوم بعملية التنظيف داخل الآلة . ونظراً لامكانية القيام بتسع عمليات فقط في اليوم الواحد، استخدم الباحث الإدماج في هذه التجربة بحيث يكون اليوم عبارة عن قطاع . وقسم المعالجات بواسطة علامة التقسيم (ABC^2) . وكان زمن التنظيف الكامل (Sec/25 lb) لثلاثة تكرارات على النحو المبين بالجدول (10-16) :

وتحسب مجموع مربعات التكرارات كالتالي :

$$SSR = \frac{1}{27}[2359^2 + 2475^2 + 2426^2] - \frac{(7260)^2}{81} \qquad CF = \frac{(7260)^2}{81}$$

$$= 650962.3 - 650711.1 = 251.2$$

ومجموع مربعات القطاعات داخل التكرارات :

$$SSB/R = \frac{1}{9}[801^2 + 836^2 + \ldots + 808^2] - 650962.3$$

$$= 651150.9 - 650962.3 = 188.$$

وتحسب مجموع مربعات التأثيرات الرئيسية والتفاعلات من الجداول الثنائية التالية :

		A			
		0	1	2	Total
	0	1942	496	426	2856
C	1	1670	450	468	1588
	2	1185	352	271	1808
Total		4797	1298	1165	7260

		A			
		0	1	2	Total
	0	1727	398	393	2518
B	1	1723	452	376	2551
	2	1347	448	396	2191
Total		4797	1298	1165	7260

		B			
		0	1	2	Total
	0	1022	965	877	2864
C	1	841	874	873	2588
	2	655	712	441	1808
Total		2518	2551	2191	7260

فمثلاً تحسب مجموع مربعات A و AB كالتالي :

$$SSA = \frac{1}{27}[4797^2 + 1298^2 + 1165^2] - CF = 314223.64$$

$$SSAB = \frac{1}{9}[1727^2 + 398^2 + ... + 396^2] - CF = 7878.37$$

وتحسب مجاميع المربعات بواسطة برنامج SAS (كما هو موضح في ملحق هذا الفصل) ونلخص النتائج التي حصلنا عليها في جدول تحليل التباين الكامل والموضح في الجدول (10-17) .

جدول (10-17) : جدول تحليل التباين للبيانات التي بالمثال (10-3) .

S.O.V.	df	SS	MS	F	P-value
Replicates	2	251.20	125.60		
Blocks / Reps (ABC^2)	6	188.59	31.43		
A	2	314223.63	157111.81	1302.7	0.0001
B	2	2933.56	1466.78	12.16	0.0001
AB	4	7878.37	1969.59	16.33	0.0001
C	2	22218.67	11109.33	92.11	0.0001
AC	4	14052.15	3513.04	29.13	0.0001
BC	4	2867.11	716.78	5.94	0.0006
ABC:(ABC)+(AB^2C)+(AB^2C^2)	6	2432.67	405.44	3.36	0.0076
Error	48	5788.96	120.60		
Total	80	372834.89			

ونلاحظ من هذه النتائج أن التفاعل الثلاثي ABC معنوي ، أي أن العوامل الثلاثة ليست مستقلة عن بعضها البعض وبالتالي فإن التفاعل الثنائي AB مثلاً يتأثر بمستوى العامل C . وبإمكان الباحث استخدام طريقة تحليل الاتجاهات لتجزئة مجموع مربعات العوامل إلى خطية وتربيعية مثل A_L و A_Q ، ومجموع مربعات التفاعلات إلى $A_L B_L$ و $A_L B_Q$ الخ . وذلك لتقدير دالة الاستجابة والوصول إلى توصيات حول أفضل مستويات العوامل الثلاثة .

10 - 6 الخلاصة

تبين لدينا في هذا الفصل أن الإدماج مفيد في تصغير الخطأ التجريبي عن طريق استخدام قطاعات متجانسة وصغيرة الحجم ، وتعتبر هذه الميزة الأساسية للإدماج في التجارب العاملية . ومن الضروري التأكد من فائدة الإدماج بتقدير الزيادة في الدقة التي نحصل عليها عند تصغير حجم القطاعات (انظر في Cochran and Cox 1957) .

ومن ناحية أخرى حذر Yates من بعض المشكلات التي قد تحصل باستخدام الإدماج مثل مشكلات التحليل الإحصائي أو تفسير النتائج . وأيضاً لا بد أن يأخذ الباحث بعين الاعتبار أهمية التفاعلات التي سيتم إدماجها .

وهناك العديد من الصور المختلفة للإدماج ، وضعها علماء تصميم التجارب ولم نتطرق لها في هذا الفصل ، مثل الإدماج في التجارب العاملية المختلطة (Mixed Factorial Designs) حيث يختلف عدد مستويات العوامل ، وللمزيد من التفاصيل حول الإدماج انظر مثلاً Hicks (1982) و Kempthorne (1983) .

تمارين

1-10 أجريب تجربة كيميائية في تصميم عاملي 2^3 مع استخدام القطاعات غير الكاملة بإدماج التفاعل ABC في التكرار الأول و AB في التكرار الثاني و BC في الثالث وأخيراً AC في الرابع . واشتملت التجربة على أربعة تكرارات يتكون كل منها من قطاعين، وبكل قطاع أربع وحدات

تجريبية . وكان العامل A هو عامل الحرارة و B الضغط و C الوقت وكل هذه العوامل بمستويين . ثم قيس محصول التجربة وكانت البيانات كما في الجدول .

Replicate		I				II				III				IV			
Confounded effect		ABC				AB				BC				AC			
Block 1	Treat.	(1)	ab	ac	bc	(1)	c	ab	abc	(1)	a	bc	abc	(1)	b	ac	abc
	Response	27	35	33	28	32	31	41	40	26	29	24	33	25	26	30	32
Block 2	Treat.	a	b	c	abc	a	b	ac	bc	b	c	ab	ac	a	c	ab	bc
	Response	29	24	26	33	32	29	32	28	29	28	35	30	32	29	33	26

أ - وضح عملية الإدماج الجزئي في كل تكرار .

ب - أوجد جدول تحليل التباين لهذه التجربة مع استخدام طريقة Yates.

ج - أوجد الاختبارات الضرورية ولخص نتائج التجربة .

2-10 أ - استخدم طريقة Yates لحساب مجموع مربعات المعالجات العاملية للمثال (2-10) .

ب - اختبر معنوية التأثيرات العاملية بواسطة فترات الثقة .

3-10 أجريت تجربة عاملية 3^2 لدراسة كمية النتروجين المتبقية على أوراق أشجار التفاح بعد رشها بمادة تحتوي على النتروجين . وقيست الكميات المتبقية بعد ثلاث فترات زمنية . وكان تركيز المادة بالمستويات : 30 , 20 , 10 ، والأوقات التي أخذت فيها القياسات بالأسابيع : 0 , 3 , 6 . وكررت التجربة مرتين وكانت البيانات كالتالي :

Time (T)	Nitrogen (N) 10	20	30
0	2.29	6.60	9.70
	2.24	5.85	9.53
3	0.47	3.05	2.59
	0.32	2.72	2.06
6	0.08	0.76	1.35
	0.21	1.10	1.89

أ - أوجد تحليل التباين لهذه التجربة .

ب - استخدم تحليل الاتجاهات لحساب

$N_Q T_Q, N_Q T_L, N_L T_Q, N_L T_L, T_Q, T_L, N_Q, N_L$

ج - وزع مجموع مربعات المعالجات إلى تصميم مربع لاتيني A وآخر B مثل ما في الفقرة (10-5) .

د - قسم مجموع مربعات التفاعل NT إلى جزءين (NT) , (NT^2) بحيث $SSNT = (NT) + (NT^2)$ ، باستخدام المربعات اللاتينية التي في السؤال (ج) .

10-4 أثبت أن علامة التقسيم (A^2B^2) شبيهة بالعلاقة (AB) وأن (A^2B) شبيهة بالعلاقة (AB^2) عند تقسيم معالجات تجربة عاملية 3^2 إلى ثلاثة قطاعات كل قطاع بثلاث وحدات تجريبية .

10-5 استخدم علاقة التقسيم (ABC^2) للحصول على القطاعات الثلاثة غير الكاملة بالمثال (10-3) .

مثال (10 - 1)

```
OPTION PS=65;
DATA  BSPROUT;
INPUT REP BLK A B C Y;
  CA =-(A=0) + (A=1);
  CB =-(B=0) + (B=1);
  CC =-(C=0) + (C=1);
CARDS;

1 1 0 0 0  19.31
1 1 1 1 0  29.44
1 1 1 0 1  23.06
1 1 0 1 1  24.41
1 2 1 1 1  30.78
1 2 1 0 0  20.25
1 2 0 1 0  27.54
1 2 0 0 1  16.38

2 1 0 0 0  20.13
2 1 1 1 0  25.22
2 1 1 0 1  26.16
2 1 0 1 1  24.81
2 2 1 1 1  24.25
2 2 1 0 0  25.97
2 2 0 1 0  26.93
2 2 0 0 1  16.18

3 1 0 0 0  19.62
3 1 1 1 0  24.97
3 1 1 0 1  19.65
3 1 0 1 1  25.72
3 2 1 1 1  23.44
3 2 1 0 0  23.47
3 2 0 1 0  23.69
3 2 0 0 1  18.63
;
PROC GLM DATA= BSPROUT;
CLASS REP BLK CA CB CC;
MODEL Y = REP BLK(REP) CA|CB|CC;
ESTIMATE 'A  EFFECT'     CA 1 -1 ;
ESTIMATE 'B  EFFECT'     CB 1 -1 ;
ESTIMATE 'AB EFFECT ' CA*CB 1 -1 -1  1 /DIVISOR = 2;
ESTIMATE 'C  EFFECT'     CC 1 -1 ;
ESTIMATE 'AC EFFECT'  CA*CC 1 -1 -1  1 /DIVISOR = 2;
ESTIMATE 'BC EFFECT'  CB*CC 1 -1 -1  1 /DIVISOR = 2;
RUN;
```

```
                    General Linear Models Procedure
                       Class Level Information

                     Class     Levels     Values
                     REP            3     1 2 3
                     BLK            2     1 2
                     CA             2     1 -1
                     CB             2     1 -1
                     CC             2     1 -1
                Number of observations in data set = 24
```

```
Dependent Variable: Y
                                  Sum of         Mean
Source                  DF       Squares        Square      F Value     Pr > F

Model                   11  254.42989583   23.12999053       3.26     0.0268

Error                   12   85.18646667    7.09887222

Corrected Total         23  339.61636250

               R-Square           C.V.      Root MSE              Y Mean

               0.749169      11.418528     2.6643709         23.33375000


Source                  DF     Type I SS   Mean Square    F Value     Pr > F

REP                      2     10.635100      5.317550       0.75     0.4937
BLK(REP)                 3      1.385737      0.461912       0.07     0.9774
CA                       1     46.231504     46.231504       6.51     0.0254
CB                       1    162.188004    162.188004      22.85     0.0004
CA*CB                    1     22.639837     22.639837       3.19     0.0994
CC                       1      7.117704      7.117704       1.00     0.3364
CA*CC                    1      3.458004      3.458004       0.49     0.4985
CB*CC                    1      0.774004      0.774004       0.11     0.7469
CA*CB*CC                 0      0.000000          .            .         .


                                            T for H0:    Pr > |T|   Std Error of
Parameter                      Estimate    Parameter=0                Estimate

A  EFFECT                  2.7758333333         2.55      0.0254    1.087724860
B  EFFECT                  5.1991666667         4.78      0.0004    1.087724860
AB EFFECT                 -1.942500000         -1.79      0.0994    1.087724860
C  EFFECT                 -1.089166667         -1.00      0.3364    1.087724860
AC EFFECT                  0.7591666667         0.70      0.4985    1.087724860
BC EFFECT                  0.3591666667         0.33      0.7469    1.087724860
```

مثال (2 - 10)

```
OPTION PS=65;
DATA  BSPROUT;
INPUT REP BLK A B C Y;
  CA =-(A=0) + (A=1);
  CB =-(B=0) + (B=1);
  CC =-(C=0) + (C=1);
CARDS;

1 1 0 0 0  19.31
1 1 1 1 0  29.44
1 1 1 0 1  23.06
1 1 0 1 1  24.41
1 2 1 1 1  30.78
1 2 1 0 0  20.25
1 2 0 1 0  27.54
1 2 0 0 1  16.38
```

```
2 1 0 0 0  20.13
2 1 0 0 1  16.18
2 1 1 1 0  25.22
2 1 1 1 1  24.25
2 2 1 0 0  25.97
2 2 0 1 0  26.93
2 2 1 0 1  26.16
2 2 0 1 1  24.81

3 1 0 0 0  19.62
3 1 1 0 0  23.47
3 1 0 1 1  25.72
3 1 1 1 1  23.44
3 2 0 1 0  23.69
3 2 0 0 1  18.63
3 2 1 1 0  24.97
3 2 1 0 1  19.65
;
PROC GLM DATA=BSPROUT;
CLASS REP BLK CA CB CC;
MODEL Y = REP BLK(REP) CA|CB|CC;
ESTIMATE 'A   EFFECT'     CA 1 -1 ;
ESTIMATE 'B   EFFECT'     CB 1 -1 ;
ESTIMATE 'AB  EFFECT ' CA*CB 1 -1 -1  1 /DIVISOR = 2;
ESTIMATE 'C   EFFECT'     CC 1 -1 ;
ESTIMATE 'AC  EFFECT' CA*CC 1 -1 -1  1 /DIVISOR = 2;
ESTIMATE 'BC  EFFECT' CB*CC 1 -1 -1  1 /DIVISOR = 2;
ESTIMATE 'ABC EFFECT' CA*CB*CC 1 -1 -1  1 -1  1  1 -1 /DIVISOR = 4;
RUN;
```

General Linear Models Procedure
Class Level Information

Class	Levels	Values
REP	3	1 2 3
BLK	2	1 2
CA	2	1 -1
CB	2	1 -1
CC	2	1 -1

Number of observations in data set = 24

Dependent Variable: Y

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	12	276.89287917	23.07440660	4.05	0.0137
Error	11	62.72348333	5.70213485		
Corrected Total	23	339.61636250			

R-Square	C.V.	Root MSE	Y Mean
0.815311	10.233736	2.3879143	23.33375000

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F

REP	2	10.635100	5.317550	0.93	0.4226
BLK(REP)	3	44.632138	14.877379	2.61	0.1041
CA	1	46.231504	46.231504	8.11	0.0159
CB	1	162.188004	162.188004	28.44	0.0002
CA*CB	1	1.703025	1.703025	0.30	0.5956
CC	1	7.117704	7.117704	1.25	0.2877
CA*CC	1	3.458004	3.458004	0.61	0.4526
CB*CC	1	0.062500	0.062500	0.01	0.9185
CA*CB*CC	1	0.864900	0.864900	0.15	0.7044

Parameter	Estimate	T for H0: Parameter=0	Pr > |T|	Std Error of Estimate
A EFFECT	2.7758333333	2.85	0.0159	0.974861943
B EFFECT	5.1991666667	5.33	0.0002	0.974861943
AB EFFECT	-.6525000000	-0.55	0.5956	1.193957165
C EFFECT	-1.089166667	-1.12	0.2877	0.974861943
AC EFFECT	0.7591666667	0.78	0.4526	0.974861943
BC EFFECT	-.1250000000	-0.10	0.9185	1.193957165
ABC EFFECT	-.4650000000	-0.39	0.7044	1.193957165

مثال (3 - 10)

```
OPTION PS=65;
DATA COMBINE;
  INPUT BLK A B C @;
    DO REP = 1 TO 3; INPUT Y @;
      OUTPUT;
    END;
CARDS;

1 0 0 0 240 270 217
1 0 1 1 190 195 205
1 0 2 2  83  85  84
1 1 0 1  47  45  49
1 1 1 2  49  45  39
1 1 2 0  55  61  53
1 2 0 2  30  35  35
1 2 1 0  47  45  48
1 2 2 1  60  55  63

2 0 0 2 150 152 148
2 0 1 0 210 240 200
2 0 2 1 140 180 210
2 1 0 0  54  50  48
2 1 1 1  50  47  47
2 1 2 2  39  40  35
2 2 0 1  50  48  52
2 2 1 2  30  29  37
2 2 2 0  46  49  48

3 0 0 1 190 185 175
3 0 1 2 161 162 160
3 0 2 0 170 185 210
3 1 0 2  40  35  30
3 1 1 0  60  60  55
```

```
3 1 2 1  55  50  60
3 2 0 0  45  50  48
3 2 1 1  43  51  46
3 2 2 2  25  26  24
;
PROC GLM;
CLASS REP BLK A B C;
 MODEL Y = REP BLK(REP) A|B|C;
RUN;
```

General Linear Models Procedure
Class Level Information

Class	Levels	Values
REP	3	1 2 3
BLK	3	1 2 3
A	3	0 1 2
B	3	0 1 2
C	3	0 1 2

Number of observations in data set = 81

General Linear Models Procedure

Dependent Variable: Y

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	32	367045.92593	11470.18519	95.11	0.0001
Error	48	5788.96296	120.60340		
Corrected Total	80	372834.88889			

R-Square	C.V.	Root MSE	Y Mean
0.984473	12.252597	10.981958	89.62962963

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
REP	2	251.18519	125.59259	1.04	0.3608
BLK(REP)	6	188.59259	31.43210	0.26	0.9524
A	2	314223.62963	157111.81481	1302.71	0.0001
B	2	2933.55556	1466.77778	12.16	0.0001
A*B	4	7878.37037	1969.59259	16.33	0.0001
C	2	22218.66667	11109.33333	92.11	0.0001
A*C	4	14052.14815	3513.03704	29.13	0.0001
B*C	4	2867.11111	716.77778	5.94	0.0006
A*B*C	6	2432.66667	405.44444	3.36	0.0076

الفصل الحادي عشر
التجارب العاملية الجزئية
FRACTIONAL FACTORIAL EXPERIMENTS

11 - 1 مقدمة :

. إن من أهم الصعوبات التي تعترض الباحث الذي يريد استخدام التجارب العاملية هي الزيادة الكبيرة في عدد المعالجات كلما ازداد عدد العوامل وعدد مستوياتها . وبالتالي تصبح التجربة تتطلب كمية هائلة من المادة التجريبية وبتكلفة عالية . وهذا يتنافى مع مهمة التجربة والتي هي الحصول على معلومات دقيقة بأقل تكلفة ممكنة .

وعلى سبيل المثال ، فإن تجربة عاملية 2^6 تتطلب 64 وحدة تجريبية للتكرار الواحد وتخصص هذه التجربة 6 درجات حرية للتأثيرات الرئيسية و 15 درجة حرية للتفاعلات الثنائية، و 42 درجة حرية لتقدير التفاعلات الثلاثية والأعلى منها . ويكون الأمر أكثر سوءا بالنسبة للتجارب العاملية 3^k . فمثلاً تجربة عاملية 3^6 تتطلب 243 وحدة تجريبية ، وتخصص 12 درجة حرية فقط من اجمالي درجات الحرية 242 لتقدير التأثيرات الرئيسية، وباقي درجات الحرية للتفاعلات الثنائية والأعلى منها .

ومعروف لدينا أن التفاعلات العليا يصعب تفسيرها إحصائيا وبامكاننا افتراض أنها ليست ذات أهمية وبالتالي يمكن تجاهلها عن طريق ضمها للخطأ التجريبي . وحتى لو استخدمنا تكرار واحد فقط ، يكون هناك درجات حرية كافية للخطأ التجريبي . إذن يمكن إجراء تجربة عاملية على جزء فقط من

التكرار الكامل مع الحصول على معلومات على التأثيرات الرئيسية والتفاعلات ذات الدرجات الدنيا (low order interactions) . ويسمى هذا النوع من التصميمات بالتجارب العاملية الجزئية (Fractional Factorial Experiments) وهو من اقتراح (1945) Finney .

وتستخدم التجارب العاملية في الأبحاث الاستكشافية الأولية، حيث لا يعلم الباحث إلا القليل عن العوامل وتأثيراتها وتفاعلاتها ويريد اختبار أهم العوامل لإجراء دراسات مستفيضة عنها في تجارب أخرى . ومن ميادين البحث العلمي التي تستخدم التجارب العاملية الجزئية علوم الأغذية والعلوم الزراعية والأبحاث الهندسية والصناعية وغيرها .

11 - 2 التكرار الجزئي لتجربة عاملية 2^k

Fractional Replication of the 2^k Factorial Design

سنستخدم التجارب العاملية 2^k لتوضيح المبادىء الأساسية لتكوين التكرار الجزئي وتعتبر أبسط التجارب العاملية الجزئية هي التي تطبق على التجارب 2^k . وكما أوضحنا سابقاً فإن التكرار الكامل لهذه التجارب يتيح للباحث امكانية تقدير k تأثير رئيسي و $\binom{k}{2}$ تفاعل ثنائي ... و $\binom{k}{h}$ تفاعل بين h عامل .... وأخيراً تفاعل واحد بين k عامل . وسنوضح فيما يلي كيفية الحصول على المعلومات الضرورية عن التأثيرات الرئيسية والتفاعلات ذات الدرجات الدنيا باستخدام عدد من المعالجات أقل من 2^k .

11-2-1 نصف تكرار لتجربة 2^k

: The one-half replicate of the 2^k Design

لنفترض أن لدينا تجربة عاملية 2^3 ولا نستطيع تطبيق المعالجات الثمان في تكرار واحد، ولكن بإمكاننا تطبيق أربع منها فقط ، أي أن استخدام نصف التكرار الكامل هو الحل . وبما أن التصميم المقترح يحتوي على $4 = 2^{3-1}$ معالجات فيسمى التصميم المتكون من نصف التكرار تصميم 2^{3-1} . ونشير هنا إلى أن هذا التصميم بسيط وليس تطبيقياً ولكن نستخدمه لتوضيح طريقة

تكوين التكرار الجزئي .

فإذا رمزنا للعوامل بالرموز A و B و C ، وللمستويات بالاشارة (-) عندما يكون المستوى منخفضاً ، وبالاشارة (+) عندما يكون مرتفعاً، يكون جدول الاشارات لتصميم 2^3 على النحو الموضح بالجدول (11-1) . ولو افترضنا أن ABC استخدم كمقارنة تقسيم (Defining contrast)

جدول (11-1) : جدول الاشارات لتجربة عاملية 2^3 .

Treatment	Effect						
Combination	A	B	AB	C	AC	BC	ABC
(1)	-	-	+	-	+	+	-
a	+	-	-	-	-	+	+
b	-	+	-	-	+	-	+
ab	+	+	+	-	-	-	-
c	-	-	+	+	-	-	+
ac	+	-	-	+	+	-	-
bc	-	+	-	+	-	+	-
abc	+	+	+	+	+	+	+

سنحصل على القطاعين التاليين :

Block 1	(1)	ab	ac	bc
Block 2	a	b	c	abc

حيث أدمج بينهما التفاعل ABC ، وأي من القطاعين يكوّن نصف تكرار التجربة العاملية 2^3 . فإذن أصبح التفاعل ABC مصدر التقسيم ونعرفه على أنه علاقة التقسيم (Defining relation) كالتالي :

$$I = ABC$$

ولقد اشتمل القطاع الأول على المعالجات التي لها إشارة سالبة (-) في مقارنة التقسيم ABC والقطاع الثاني على المعالجات التي لها إشارة موجبة (+) . ولو افترضنا أنه اختير القطاع الثاني لتنفيذ التجربة العاملية الجزئية فستكون هناك المشاهدات التالية فقط : $\{a , b , c , abc\}$

ولقد أوضحنا في الفقرة (10-2) أن أي تأثير عاملي Δ_ℓ يتم تقديره بالمعادلة $\hat{\Delta}_\ell = Q_\ell / r2^{k-1}$. وبما أننا استخدمنا في هذه التجربة نصف تكرار أي $r =$ 1/2 ، وأن $k = 3$ فتقدر التأثيرات العاملية كالتالي $\hat{\Delta}_\ell = Q_\ell /2$. فمثلاً تقدر التأثيرات الرئيسية كما يلي :

$$A = Q_{A/2} = \frac{1}{2}(a - b - c + abc)$$

$$B = Q_{B/2} = \frac{1}{2}(-a + b - c + abc)$$

$$C = Q_{C/2} = \frac{1}{2}(-a - b + c + abc)$$

وتقدير المتوسط العام هو $\hat{\mu} = (a + b + c + abc)/4$

وبامكان القارىء استنتاج تقدير التفاعلات الثنائية من الجدول (11-1) على النحو التالي :

$$AB = Q_{AB/2} = \frac{1}{2}(-a - b + c + abc)$$

$$AC = Q_{AC/2} = \frac{1}{2}(-a + b - c + abc)$$

$$BC = Q_{BC/2} = \frac{1}{2}(a - b - c + abc)$$

ونلاحظ أن $Q_A = Q_{BC}$ و $Q_B = Q_{AC}$ و $Q_C = Q_{AB}$ ، وبالتالي فمن المستحيل الفصل بين A و BC أو بين B و AC أو بين C و AB ، فهي إذن مدمجة

(confounded) . وفي الحقيقة عندما نقدر A فإنما نقدر A + BC ونلاحظ الشيء نفسه بالنسبة للباقي . ويطلق على التأثيرات العاملية الممثلة بنفس المقارنة Q اسم المترادفات (Aliases) ، وبالتالي فإن A و BC مترادفان ، وكذلك بالنسبة لكل من B و AC ثم C و AB . ونوضح فيما يلي الطريقة العامة للحصول على المترادفات .

نحصل على المترادفات بواسطة علاقة التقسيم I = ABC ، وذلك بضرب كل تأثير بهذه العلاقة وتطبيق عملية modulus 2 . فالبنسبة للتجربة العاملية 2^3 السابقة نحصل على المترادفات كالآتي :

$$A = A \,.\, I = A \,.\, ABC = A^2 BC = BC$$

$$B = B \,.\, I = B \,.\, ABC = AB^2 C = AC$$

$$C = C \,.\, I = C \,.\, ABC = ABC^2 = AB$$

ونذكر هنا أن العلامة (=) لا تعني تساوي التأثيرات ولكن تعني عدم امكانية تقدير كل منها مستقلاً عن الأخرى .

والآن لنفترض أننا اخترنا القطاع الأول ليكون نصف التكرار ، فسيشتمل هذا النصف على المعالجات التي لها إشارة سالبة في مقارنة التفاعل ABC ، وبالتالي تصبح علاقة التقسيم هي

$$I = -ABC$$

ويقدر تأثير العامل A بالمعادلة

$$A = Q'_{A/2} = \frac{1}{2}\,(-(1) + ab + ac - bc)$$

وسيكون هذا التقدير هو نفسه أيضاً بالنسبة للتفاعل BC مع اختلاف الاشارة أي

$$BC = Q'_{BC/2} = \frac{1}{2}\,(+ (1) - ab - ac + bc)$$

وبالتالي تتساوى مجموع مربعات A ومجموع مربعات BC وعندئذ يكون BC مترادفا مع A كما في التجربة العاملية الجزئية السابقة . وفي هذا التصميم عند تقدير تأثير العامل A فإنما نقدر A - BC ونلاحظ الشيء نفسه بالنسبة للباقي .

ويسمى التكرار الجزئي المتكون من المعالجات التي تحمل الاشارة(+) ، أي المرتبطة بعلاقة التقسيم I = + ABC ، بالجزء الرئيسي . وليس هناك فرقاً في استخدام أي من الجزءين . ففي كليهما يفقد تأثير التفاعل ABC كليا ويدمج كل من التأثيرات الرئيسية مع أحد التفاعلات الثنائية . ولو افترضنا أن بعد تنفيذ نصف التجربة الأول ، نفذنا بعدها النصف الثاني فسنحصل على التجربة العاملية كاملة بثمان معالجات وبالتالي تقدر التأثيرات العاملية بالمعادلات التالية .

$$A = \frac{1}{4}(Q_A + Q'_A) \qquad BC = \frac{1}{4}(Q_A - Q'_A)$$

$$B = \frac{1}{4}(Q_B + Q'_B) \qquad AC = \frac{1}{4}(Q_B - Q'_B)$$

$$C = \frac{1}{4}(Q_C + Q'_C) \qquad AB = \frac{1}{4}(Q_C - Q'_C)$$

لقد استخدمنا في هذه الفقرة علاقة التقسيم I = ABC لتجزئة المعالجات العاملية 2^3 إلى جزءين . وهذه هي الطريقة نفسها التي استخدمت في الفصل السابق ، حيث تم إدماج التفاعل ABC مع القطاعات . وبامكان الباحث استخدام هذه الطريقة لتكوين نصف تكرار تجربة عاملية 2^k ، والتي تتمثل في إدماج أكبر تفاعل K ... ABC مع القطاعات ، واستخدام أي قطاع متكون من 2^{k-1} معالجة كتجربة عاملية جزئية 2^{k-1} .

وهناك طريقة أخرى لتكوين التكرار الجزئي . نبدأ فيها أولاً بكتابة كل المعالجات العاملية للتجربة العاملية 2^{k-1} ثم نضيف العامل الأخير K للمعالجات ونعطيه نفس الإشارات التي حصلنا عليها في التفاعل (K-1) ... A ، أي تضاف k للمعالجة عندما تكون الاشارة (+) ولا تضاف k عند الاشارة (-) . فمثلاً يكوّن التكرار الجزئي لتجربة عاملية 2^4 بكتابة كل معالجات التصميم 2^3 ، ثم إعطاء إشارات التفاعل ABC للعامل D . وتوضح هذا المثال في الجدول (2-11). ونذكر هنا أنه بامكاننا استخدام أي تفاعل واعطاؤه إشارات العامل K ولكن هذا لا يعطينا أفضل انحلال (Resolution) للتصميم مما يعني أن استخدام التفاعل (K - 1) ... AB هو الوحيد الذي يمكننا من أعلى انحلال (Highest resolution) ، وسنرجع لهذا المفهوم في الفقرة القادمة .

جدول (2-11) : طريقة الحصول على نصف تكرار تجربة عاملية 2^4

	Full 2^3 Factorial			2^{4-1} , I = ABCD		2^{4-1} , I = - ABCD	
Treat	A	B	C	D = ABC	Treat.	D = - ABC	Treat.
(1)	-	-	-	-	(1)	+	d
a	+	-	-	+	ad	-	a
b	-	+	-	+	bd	-	b
ab	+	+	-	-	ab	+	abc.
c	-	-	+	+	cd	-	c
ac	+	-	+	-	ac	+	acd
bc	-	+	+	-	bc	+	bcd
abc	+	+	+	+	abcd	-	abc

ونستنتج من الجدول (2-11) التكرارين الجزئيين التاليين :

I = + ABCD (1) ab ac bc ad bd cd abcd

I = - ABCD a b c abc d abd acd bcd

ونلاحظ من هذا التقسيم أن الجزء الأول أو الرئيسي (Principal fraction) هو عبارة عن معالجات زوجية ، أي المتكونة من حرفين أو أربعة حروف إضافة إلى معالجة

المراقبة ، والجزء الثاني متكون من المعالجات الفردية . وتعتبر هذه أيضاً طريقة مبسطة لتقسيم المعالجات العاملية . وفي هذا التصميم تكون التأثيرات الرئيسية مترادفة مع التفاعلات الثلاثية والتفاعلات الثنائية مترادفة مع تفاعلات ثانوية أخرى . ونوضح هذه النتائج بواسطة علاقة التقسيم I = ABCD :

$$A.I = A^2BCD = BCD \quad , \quad AB.I = ABABCD = A^2B^2CD = CD$$

$$B.I = AB^2CD = ACD \quad , \quad AC.I = ACABCD = A^2BC^2D = BD$$

$$C.I = ABC^2D = ABD \quad , \quad BC.I = BCABCD = AB^2C^2D = AD$$

$$D.I = ABCD^2 = ABC$$

ويعني هذا أن المترادفات هي A = BCD و B = ACD و C = ABD و D = ABC ثم AB = CD و AC = BD وأخيراً BC = AD، ولا يمكن تقدير أي منها مستقلاً عن مترادفه . والنقطة الأساسية هنا هي أنه يصبح من الضروري تحديد المترادفات لكل تجربة عاملية جزئية لتفادي الاخطاء عند تفسير نتائج هذه التجارب .

ولتقسيم معالجات تجربة عاملية 2^5 إلى جزءين نستخدم الطريقة المبسطة التي ترتكز على فردية أو زوجية الحروف التي ترمز للمعالجات. ويكون التقسيم مع علاقة التقسيم I = ABCDE كالآتي :

I = + ABCDE : abcde abc abd abe acd ace ade bcd
bce bde cde a b c d

I = - ABCDE : abcd abce abde acde bcde ab ac ad
ae bc bd be cd ce de (1)

ذكرنا في بداية هذه الفقرة أن التصميم 2^{3-1} يعتبر بسيطاً وغير تطبيقياً وكذلك الحال بالنسبة للتصميمات 2^{4-1} و 2^{5-1} ، وهذا لأنها لا تترك درجات حرية كافية للخطأ التجريبي وبالتالي فلا يجوز استخدامها إلا في حالة توفر تقدير للخطأ التجريبي من تجارب سابقة. كما أشرنا بأن التجارب العاملية الجزئية شائعة الاستخدام في التجارب العاملية الاستكشافية حيث يوجد العديد من العوامل . ونوضح جدول تحليل التباين لتجربة عاملية جزئية 2^{6-1} في الجدول (11-3) .

جدول (11-3) : تحليل التباين لتجربة عاملية جزئية 2^{6-1} .

S.O.V.	df.
Main effects	6
2-factor Int.	15
Error	10
Total	31

11-2-2 انحلال التصميم Design Resolution

يكون لتصميم عاملي انحلال R إذا لم يوجد تأثير عاملي من p عامل (P-factor effect) مترادف (aliased) مع تأثير عاملي آخر متكون من أقل من R - p عامل وبعبارة أخرى يسمى التصميم ذو انحلال R عندما يسمح بتقدير تأثيرات عاملية من p عامل حيث $p < R/2$. وتكون التأثيرات العاملية المتكونة من R - p عامل أو أكثر غير مهمة .

ويتضح من هذا التعريف أن التصميمات التي لها R < III ليست مهمة، والتي لها R > VI تكون مستحيلة أو مكلفة . فمثلاً يسمى تصميم 2^{3-1} السابق ذو انحلال III (Resolution III) لأن التأثيرات الرئيسية في هذا التصميم مدمجة مع التفاعلات الثنائية . ويلخص الجدول (11-4) التأثيرات التي يمكن تقديرها لتصميمات مختلفة . ونستنتج من الجدول (11-4) أن تصميم 2^{4-1} مع علاقة التقسيم I = ABCD له انحلال IV وبالتالي يسمى تصميم 2^{4-1}_{IV} . وأن تصميم 2^{5-1} مع علاقة التقسيم I = ABCDE له انحلال V أي تصميم 2^{5-1}_{V} ، لأن

مترادفات التأثيرات الرئيسية هي التفاعلات الرباعية ومترادفات التفاعلات الثنائية هي التفاعلات الثلاثية .

لذلك فمن الأفضل استخدام التصميمات التي لها أعلى درجة ممكنة من R وذلك لأن كلما كانت R عالية كلما قدرنا تأثيراتٍ عاملية أكثر ، كما هو موضح في الجدول (11-4) .

جدول (11-4) : التأثيرات التي تقدر في مختلف التجارب العاملية الجزئية .

Resolution R	Highest order of Estimable effects p	Order of effects Assumed negligible $\geq R - p$
III	1 : main effects only	≥ 2
IV	1 : main effects only	≥ 3
V	2 : 2 - factor Interaction	≥ 3
VI	2 : 2 - factor Interaction	≥ 4

11-2-3 سلسلة التجارب العاملية الجزئية

: Sequences of Fract. Fact. Experiments

إن استخدام التجارب العاملية الجزئية في الأبحاث الأولية، حيث هناك العديد من العوامل تحت الدراسة، يؤدي إلى تقليل التكلفة وتحسين كفاءة التجربة وخاصة إذا ما نفذت التكرارات الجزئية على مرحلتين . فمثلاً بالنسبة للتجربة العاملية 2^4 تنفذ أولاً تجربة جزئية بثمان معالجات في تصميم 2_{IV}^{4-1} ، ثم تحلل نتائج هذه التجربة وعلى ضوئها تحدد أهم المعالجات التي تنفذ ثانيا . ولتجنب مشاكل التحليل الإحصائي ينفذ الجزء الثاني بالمعالجات الثمان المتبقية ، وبالتالي تصبح لدينا تجربة عاملية كاملة بتكرار واحد كامل ، ونكون قد فقدنا التفاعل الرباعي ABCD فقط الذي أدمج بين القطاعين .

لذلك فالميزة الأساسية لاستخدام سلسلة من التجارب العاملية الجزئية 2^{k-1} هي تمكين الباحث من وقفة تأمل أولية حول نتيجة الجزء الأول ، أي نصف المكرر، والقيام ببعض التعديلات الممكنة مثل إضافة و حذف بعض العوامل

أوإضافة بعض مستويات عامل معين أو تغيير أو تعديل الاستجابة ... الخ . كل ذلك مع فقدان تأثير عاملي واحد وهو التفاعل K ... ABC الذي أدمج مع القطاعين .

4-2-11 استخدام القطاعات في التجارب العاملية الجزئية

: Blocking in Fractional Factorial Experiments

قد يتطلب نصف التكرار في بعض التجارب العاملية العديد من الوحدات التجريبية ، بحيث يصبح هو أيضاً من الصعب تنفيذه في قطاع واحد وتحت ظروف متجانسة . وبالتالي يتحتم على الباحث توزيع معالجات نصف التكرار على قطاعات متجانسة للحفاظ على دقة التجربة. وتتم هذه العملية بواسطة الاستعانة بكل من التجزئة (Fractionation) والإدماج (Confounding) معاً في نفس التجربة .

لنفترض أن لدينا تجربة عاملية 2^6 ، أي تحتوي على 64 معالجة . فنبدأ أولاً بتقسيم هذا العدد إلى نصفين عن طريق علاقة التقسيم I = +ABCDEF، حيث يحتوي النصف على 32 معالجة . ويكون النصف الرئيسي كالتالي :

(1)	ae	af	ef
ab	be	bf	abef
ac	ce	cf	acef
bc	abce	abcf	bcef
ad	de	df	adef
bd	abde	abdf	bdef
cd	acde	acdf	cdef
abcd	bcde	bcdf	abcdef

ولو افترضنا توفر قطاعات متكونة من 16 وحدة تجريبية متجانسة سنكتفي بتقسيم نصف التكرار السابق إلى قطاعين . فنختار إذاً علاقة تقسيم أخرى غير التي استخدمت في تقسيم المعالجات إلي نصفي مكرر، أي I = + ABCDEF . وستكون علاقة التقسيم الثانية وتفاعلاتها العامة (Generalized interaction) مدمجـــة مع القطاعــات ، وبالتالي فلا نستطيع تقديرها وتقدر باقي

التأثيرات كالعادة مع اعتبار مترادفاتها .

لنفترض أننا اخترنا التفاعل ACE لإدماجه مع القطاعات . لذلك سيكون التفاعل BDF (ACE x ABCDEF = BDF) مدمجا أيضا مع القطاعات . وبواسطة علاقة التقسيم ACE أو

$$(X_1 + X_3 + X_5)/2 = Q + R_1$$

نضع المعالجات التي لها $R_1 = 0$ في القطاع الأول ، والتي لها $R_1 = 1$ في القطاع الثاني . وتقسم 32 معالجة إلى قطاعين على النحو الموضح بالشكل (11-1) . ويكون جدول تحليل التباين للتجربة الموضحة بالشكل (11-1) كما في الجدول (11-5) . وإذا كان من الصعب تنفيذ نصف المكرر في قطاعين بست عشر وحدة تجريبية، فبإمكان الباحث تنفيذه في أربعة قطاعات بثمان وحدات

Block 1 ($R_1 = 0$)

(1)	bf
ac	abcf
bd	df
abcd	acdf
ae	abdf
ce	bcef
abde	adef
bcdè	cdef

Block 2 ($R_1 = 1$)

ab	af
bd	cf
ad	abdf
cd	bcdf
be	ef
abce	acef
de	bdef
abde	abcdef

شكل (11-1) : تقسيم نصف تكرار تجربة عاملية 2^6 إلى قطاعين .

جدول (11-5) : تحليل التباين لنصف تكرار تجربة عاملية 2^6 في قطاعين .

S.O.V.	df
Block (ACE = BDF)	1
Main effects	6
2-factor Int.	15
Error (3-fact. Int.)	9
Total	31

تجريبية . ويتطلب ذلك اختيار علاقة تقسيم أو تفاعل لإدماجة مع القطاعات ، مما ينتج عنه فقدان امكانية تقدير كل التفاعلات التي استخدمت للتقسيم وتفاعلاتها العامة . فمثلاً لو اخترنا التفاعل ABC كعلاقة تقسيم ثالثة لإدماجها مع القطاعات ستكون التفاعلات التالية

$$ABC \times ABCDEF = DEF$$

$$ABC \times ACE = BE$$

$$ABC \times BDF = ACDF$$

مدمجة أيضا مع القطاعات وبالتالي فلا نستطيع تقديرها . ولكن تبقى باقي التأثيرات خالية من الإدماج . وفي النهاية يكون لدينا علاقة تقسيم + = I ABCDEF والتأثيرات العاملية التالية :

ACE BDF ABC DEF BE ACDF

مدمجة مع القطاعات ولا نستطيع تقديرها . ونلاحظ أن هناك تفاعلاً ثنائيا BE مدمجا مع القطاعات، وهذا قد يكون غير مرغوب فيه، ولكن ليس ممكناً تجنبه عند تنفيذ الخطوات السابقة . إذن فباستخدام علاقة التقسيم الخاصة بالتفاعل ABC أي

$$(X_1 + X_2 + X_3)/2 = Q + R_2$$

نقسم أولاً معالجات القطاع الأول التي بالشكل (11-1) إلى قطاعين بوضع المعالجات التي لها $R_2 = 0$ في القطاع رقم 1 والتي لها $R_2 = 1$ في القطاع رقم 2 . ثم نقسم معالجات القطاع الثاني التي بالشكل (11-1) إلى قطاعين بنفس الطريقة . ونحصل على أربعة قطاعات موضحة في الشكل (11-2) . ويكون جدول تحليل التباين للتجربة الموضحة في الشكل (11-2) كما في الجدول (11-6) . ويبين هذا الجدول أن عدد التفاعلات الثنائية هو 14 وليس 15 كما في جدول (11-5) وذلك لأن التفاعل BE قد أدمج مع القطاعات وبالتالي فلا نستطيع تقديره .

Block

1	2	3	4
(0,0)*	(0,1)	(1,0)	(1,1)
(1)	bd	ab	ad
ac	abcd	bc	cd
abde	ae	de	be
bcde	ce	acde	abce
df	bf	abdf	af
acdf	abcf	bcdf	cf
abef	adef	ef	bdef
bcef	cdef	acef	abcdef

*(R_1, R_2)

شكل (2-11) : مخطط تجربة عاملية جزئية 2_{VI}^{6-1} منفذة في أربعة قطاعات .

جدول (6-11) : تحليل التباين لتجربة عاملية جزئية 2_{VI}^{6-1} في أربعة قطاعات

S.O.V.	df
Blocks	3
Main effects	6
2-factor Int.	14
Error	8
Total	31

مثال (1-11)

أجريت تجربة عاملية جزئية لدراسة تأثير ستة أنواع مختلفة من الأسمدة ، كل منها بمستويين ، على محصول للخضار ونفذت التجربة بالمخطط الموضح بالشكل (2-11) وكانت البيانات كما في الجدول (7-11) .

وفي هذه التجربة سنتمكن من تقدير واختبار كل التأثيرات الرئيسة الست والتفاعلات الثنائية ، سوى التفاعل BE الذي وقع إدماجه مع القطاعات فلا نستطيع تقديره . ولتحليل بيانات هذه التجربة بإمكاننا استخدام طريقة Yates (Petersen 1985) ، وولكن مع توفر البرامج الإحصائية على الحاسبات الآلية يمكننا الحصول على التحاليل بطريقة أسرع ، مثل برنامج SAS (انظر

جدول (11-7) : محصول الخضار في تجربة عاملية جزئية 2^{6-1}_{VI}

Block

1	2	3	4
(1) 202	bd 208	ab 176	ad 240
ac 178	abcd 274	bc 174	cd 274
abde 241	ae 162	de 219	be 176
bcde 251	ce 159	acde 256	abce 163
df 256	bf 184	abdf 244	af 178
acdf 258	abcf 196	bcdf 256	cf 188
abef 167	adef 235	ef 178	bdef 245
bcef 178	cdef 278	acef 162	abcdef 232

ملحق هذا الفصل) ونلخص نتائج ذلك التحليل في جدول تحليل التباين المبين بالجدول (11-8) .

نلاحظ من النتائج التي بالجدول (11-8) أن التفاعل CD معنوي عند مستوى $\alpha = .05$ ، وأن D معنوي عند مستوى $\alpha = .01$. وفي هذه الحالة نلخص النتائج في جدول بمتوسطات التفاعل CD مع تطبيق أقل فرق معنوي محفوظ (PLSD) على هذه المتوسطات .

(C,D)	(0,0)	(0,1)	(1,0)	(1,1)
Means	177.88	236.00	174.75	259.99
$SE = \sqrt{MSE/r\,2^4} = \sqrt{271.48/8} = 5.825$				

$r = 1/2$

وقيمة PLSD عند مستوى المعنوية $\alpha = .05$ هي :

$$PLSD = t_{(1-\alpha/2,\, \upsilon)} \sqrt{2MSE/8}$$

$$= t_{(.975,\, 8)} \sqrt{2(271.48)/8}$$

$$= 2.306(8.24) = 18.998$$

وبعد ترتيب المتوسطات تصاعدياً نلخص نتائج المقارنة المتعددة على النحو التالي :

(C,D)	(1,0)	(0,0)	(0,1)	(1,1)
Means	174.75	177.88	236.00	259.88

جدول (11-8) : تحليل التباين للمثال (11-1) .

S.O.V.	df	SS	MS	F	P-value
Block	3	272.75			
A	1	128.000		0.47	0.51
B	1	105.125		0.39	0.55
C	1	861.125		3.17	0.11
D	1	41041.125		151.17	0.00
E	1	1058.000		3.09	0.08
F	1	210.125		0.77	0.40
AB	1	351.125		1.29	0.29
AC	1	6.125		0.02	0.88
AD	1	78.125		0.29	0.60
AE	1	144.500		0.53	0.49
AF	1	435.125		1.60	0.24
BC	1	0.000		0.00	1.00
BD	1	162.000		0.60	0.46
BF	1	0.500		0.00	0.97
CD	1	1458.000		5.37	0.05
CE	1	91.125		0.34	0.58
CF	1	60.500		0.22	0.65
DE	1	190.125		0.70	0.43
DF	1	0.000		0.00	1.00
EF	1	6.125		0.02	0.88
Error	8	2171.875	271.48		
Total	31	48831.500			

11 - 3 التكرار الجزئي لتجربة عاملية 3^k

: Fractional Replication of the 3^k Fact. Design

نستخدم نفس الطرق التي طبقت في تجزئة التجارب العاملية 2^k لتجزئة التجارب العاملية 3^k . ونظراً لكبر عدد المعالجات في التجارب 3^k فهي أجدر بالتجزئة من التجارب 2^k . فبالنسبة لعدد بسيط من العوامل مثل $k = 4$ يكون عدد المعالجات $3^4 = 81$ و $k = 5$ يكون هناك $3^5 = 243$ معالجة .

ثلث تكرار تجربة عاملية 3^k

: One-Third Replicate of the 3^k Design

لنفترض أن لدينا تجربة عاملية 3^3 تحتوي على 27 معالجة، ونريد تنفيذ ثلث هذه المعالجات في تجربة عاملية جزئية 3^{3-1} . فنبدأ أولاً باختيار جزء من التفاعل الثلاثي.والذي له درجتي حرية لتجزئة التكرار الكامل إلى ثلاث مجموعات على غرار ما قمنا به في الفقرة (10-5-2) . وعموماً نختار دائماً التفاعلات العليا للقيام بهذه التجزئة نظراً لقلة أهميتها . ونذكّر بأن التفاعل المستخدم سيدمج مع القطاعات ولا نستطيع تقديره .

وفي التجربة العاملية 3^3 بامكاننا اختيار أي من الأجزاء التاليـة: (ABC)، (ABC^2) ، (AB^2C) و (AB^2C^2) للحصول على ثلاثة قطاعات ، حيث يحتوي كل قطاع على 9 معالجات . وبالتالي يكون كل قطاع عبارة عن تجربة عاملية جزئية 3^{3-1} ، ونختار أي منها ليكون تجربة عامليـة جزئية 3^{3-1} . إذن فكل جزء من الأجزاء الأربعة السابقة يمكننا من ثلاث تجارب عاملية جزئية 3^{3-1} وبالتالي فهناك 12 تجربة عاملية جزئية 3^{3-1} مختلفة .

نعرف علاقة التقسيم للأجزاء الأربعة كالتالي :

$$(X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3) / 3 = Q + R$$

حيث : a هي 1 أو 2 و R تساوي 0 أو 1 أو 2 . فلو اخترنا مثلاً الجزء (ABC^2)

تكون علاقة التقسيم لهذا الجزء كالتالي :

$$(X_1 + X_2 + 2X_3)/3 = Q + R$$

وبواسطتها نحصل على القطاعات التالية :

R = 0	000	011	022	101	112	120	210	221	202
R = 1	100	111	122	201	212	220	010	021	002
R = 2	200	211	222	001	012	020	110	121	102

ولو نفذنا أي من القطاعات الثلاثة كتجربة عاملية جزئية 3^{3-1} ستكون هناك المترادفات التالية :

$$A = A(ABC^2) = A^2BC^2 = AB^2C$$

$$A = A(ABC^2)^2 = A^3B^2C^4 = B^2C = B^4C^2 = BC^2$$

$$B = B(ABC^2) = AB^2C^2$$

$$B = B(ABC^2)^2 = A^2B^3C^4 = A^4C^8 = AC^2$$

$$C = C(ABC^2) = ABC^3 = AB$$

$$C = C(ABC^2)^2 = A^2B^2C^5 = A^4B^4C^{10} = ABC$$

$$AB^2 = AB^2(ABC^2) = A^2B^3C^2 = A^4B^6C^4 = AC$$

$$AB^2 = AB^2(ABC^2)^2 = A^3B^4C^4 = BC$$

وبالتالي في مثل هذه التجربة سيتم تقدير التأثيرات العاملية التالية :

$$A + BC^2 + AB^2C \ , \ \ B + AC^2 + AB^2C^2$$

$$C + AB + ABC \ , \ \ AB^2 + AC + BC$$

ونستنتج من هذا التوضيح أن التصميم 3^{3-1} لا يكون مفيداً إلا في حالة افتراض أن التفاعلات بين العوامل ليست ذات أهمية، وذلك مع الاكتفاء بدرجتي حرية للخطأ التجريبي . ويتكون الخطأ التجريبي من التفاعل AC كما موضح في جدول تحليل التباين لهذه التجربة بالجدول (11-9) .

وبما أن التأثيرات الرئيسية مترادفة مع التفاعلات الثنائية في هذا التصميم ، فباستخدام التعريف الذي بالجدول (11-4) ، يكون الانحلال III ويعرف إذن بالتصميم 3^{3-1}_{III} .

جدول (11-9) : تحليل التباين لثلث مكرر تجربة عاملية 3^3 .

S.O.V.	df.
$A\ (A + BC^2 + AB^2C)$	2
$B\ (B + AC^2 + AB^2C^2)$	2
$C\ (C + AB + ABC)$	2
$Error\ (AC + AB^2 + BC)$	2
Total	8

وعلى غرار ما قمنا به في الفصل العاشر ، بالفقرة (10-5-1) بالنسبة للتجارب العاملية 3^2 ، نلاحظ أنه لو أخذنا مثلاً التصميم 3^{3-1}_{III} ، المكون من القطاع الأول حيث $R = 0$ ، ووضعنا العامل A ليرمز للصفوف والعامل B للأعمدة فيكتب هذا التصميم على النحو التالي :

000	011	022
101	112	120
202	210	221

وهذا هو مربع لاتيني 3 x 3 . ومن هنا نستنتج وجه الشبه بين الافتراض المستخدم في المربع اللاتيني : أن ليس هناك تفاعل بين الصفوف والأعمدة (انظر الفقرة6-2) ، والافتراض الذي ذكر هنا هو أن التصميم 3^{3-1}_{III} لا يكون مفيداً إلا في حالة عدم وجود تفاعلات بين المعالجات . ونذكر هنا أن هناك 12 مربعا لاتينيا 3 x 3 ، كما هو موضح في الشكل (6-3) ، وهي عبارة عن 12 تصميما 3^{3-1}_{III} التي سبق ذكرها . ولكن على الرغم من تشابه التصميمين ، أي المربع اللاتيني 3 x 3 وتصميم 3^{3-1}_{III} ، فهي تختلف في الأغراض التي وضعت من أجلها.

فبالنسبة لتجربة بها عامل واحد يكون النموذج الخطي كالآتي :

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \qquad \text{(أ)}$$

وإذا تم التحكم في مصدرين للاختلاف مثل الصفوف والأعمدة في المربع اللاتيني يصبح النموذج (أ) كالاتي :

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_k + \varepsilon'_{ijk} \qquad \text{(ب)}$$

حيث تم في النموذج (ب) فصل β_j و γ_k من ε_{ij} التي بالنموذج (أ) . أما بالنسبة لتصميم 3^{3-1}_{III} فالنموذج الخطي هو

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_k + \varepsilon_{ijk} \qquad \text{(ج)}$$

حيث α_i و β_j و γ_k هي تاثيرات العوامل A ، B و C . ونلاحظ هنا أن

الافتراض المذكور مع المربع اللاتيني منطقيا أكثر من الذي ذكر مع النموذج (ج) بالنسبة لتصميم 3^{3-1}_{III} .

11 - 4 الخلاصة :

أوضحنا في هذا الفصل أن تنفيذ تكرار كامل بالنسبة للتجارب العاملية 2^k و 3^k يعتبر صعباً إن لم يكن مستحيلاً في بعض الحالات . وتبين أن التفاعلات العليا في شتى ميادين البحث العلمي ليست مهمة أي غير معنوية ، ولذا فبامكان الباحث إهمالها وتجاهلها ، وذلك مقارنة بالتأثيرات الرئيسية والتفاعلات الدنيا مثل التفاعلات الثنائية ، ومقارنة أيضاً بالخطأ التجريبي المعهود في التجارب التي بها تكرارات (Replicated experiments) . فلهذان السببان تعتبر التكرارات الجزئية حلاً ملائماً للتجارب العاملية .

ومزايا التجارب العاملية الجزئية هي :

- تمكين الباحث من استخدام تصميم يعتمد على مشاهدات أقل إلا أنه يعطي معلومات كافية عن التأثيرات الرئيسية والتفاعلات الثنائية الهامة .
- ادخال عدد كبير من العوامل في تجربة واحدة وذلك في الأبحاث الاستكشافية الأولية .
- استخدام قطاعات صغيرة الحجم متجانسة حيث تكون التأثيرات الهامة خالية من أثر الإدماج .

وهناك العديد من التجارب العاملية الجزئية التي لم نتطرق لها في هذا الفصل مثل تجارب 2^{k-p} و 3^{k-p} ، نظراً لأن ذلك يفوق مستوى هذا الكتاب ويزيد من الحجم المناسب له . وبإمكان القارىء النظر في المراجع المختلفة والمذكورة في آخر الكتاب ونذكر منها

Kempthorne (1983) و Cochran and Cox (1957) و Gill (1978) .

تمــارين

11 - 1 استخدم علاقة التقسيم I = ABCDE لتكوين نصفي تكرار تجربة عاملية 2^5 .

أ – وزع معالجات النصف الرئيسي إلى قطاعين كل بثمان وحدات تجريبية مع اختيار علاقة تقسيم .

ب – وزع معالجات القطاعين إلى أربعة قطاعات كل بأربع وحدات مع اختيار علاقة تقسيم .

ج – عرف المترادفات لهذا التصميم .

11 - 2 لتحديد أي من العوامل الأربعة D ، C ، B ، A يؤثر في مرض نباتي ، أجريت تجربة عاملية جزئية 2^{4-1} وكانت بياناتها كالآتي :

		a_0		a_1	
		b_0	b_1	b_0	b_1
c_0	d_0	--	--	98.1	127.2
	d_1	42.6	23.5	--	--
c_1	d_0	15.2	9.6		
	d_1	--	--	27.6	51.6

أ – أوجد التفاعل الذي أدمج في هذا التصميم .

ب – حلل هذه البيانات واكتب تعليقك عن النتائج .

11 - 3 استخدم التكرار الأول من بيانات التجربة العاملية 3^3 التي بالمثال (3-10) . وافترض أن تجربة نفذت بثلث التكرار الأول وكانت علاقة التقسيم

هي $I = AB^2C$.

أ - أوجد التصميم المقترح .

ب - عرف المترادفات .

ج - أوجد جدول تحليل التباين وفسر النتائج .

مثال (11 - 1)

```
OPTION LS=65;
DATA LEGUME;
  INPUT BLK A B C D E F Y;
CARDS;
1 1 1 0 1 1 0 241
1 1 0 1 0 0 0 178
1 0 0 0 0 0 0 202
1 1 0 1 1 0 1 258
1 0 0 0 1 0 1 256
1 0 1 1 1 1 0 251
1 0 1 1 0 1 1 178
1 1 1 0 0 1 1 167

2 1 1 1 1 0 0 274
2 0 0 1 1 1 1 278
2 1 1 1 0 0 1 196
2 1 0 0 1 1 1 235
2 0 1 0 1 0 0 208
2 1 0 0 0 1 0 162
2 0 1 0 0 0 1 184
2 0 0 1 0 1 0 159

3 1 1 0 0 0 0 176
3 0 1 1 0 0 0 174
3 1 1 0 1 0 1 244
3 0 0 0 1 1 0 219
3 1 0 1 0 1 1 162
3 0 0 0 0 1 1 178
3 0 1 1 1 0 1 256
3 1 0 1 1 1 0 256

4 0 1 0 1 1 1 245
4 1 0 0 0 0 1 178
4 1 1 1 1 1 1 232
4 0 0 1 1 0 0 274
4 1 1 1 0 1 0 163
4 0 0 1 0 0 1 188
  1 0 0 1 0 0 240
  0 1 0 0 1 0 176
```

```
;
DATA LEGUM;
   INFILE 'A:E111.DAT';
    INPUT BLK 1 A 3 B 5 C 7 D 9 CD $ 7-9 E 11 F 13 Y 15-17;
CARDS;

PROC GLM DATA = LEGUME;
 CLASS BLK A B C D E F;
  MODEL Y = BLK A B C D E F A*B A*C A*D A*E A*F
                                B*C B*D     B*F
                                    C*D C*E C*F
                                        D*E D*F
                                            E*F;
    LSMEANS C*D / PDIFF;

    (The next step is added in the program to apply the multiple
     comparison procedure PLSD and to get comparison results in
      Duncan's format.)

PROC GLM DATA = LEGUM;
 CLASS BLK A B C D E F CD;
  MODEL Y = BLK A B C D E F A*B A*C A*D A*E A*F
                                B*C B*D     B*F
                                    CD  C*E C*F
                                        D*E D*F E*F;
     MEANS CD / LSD;
      RUN;
```

General Linear Models Procedure
Class Level Information

Class	Levels	Values
BLK	4	1 2 3 4
A	2	0 1
B	2	0 1
C	2	0 1
D	2	0 1
E	2	0 1
F	2	0 1

General Linear Models Procedure
Class Level Information

Number of observations in data set = 32

Dependent Variable: Y

Source	DF	Sum of Squares	F Value	Pr > F
Model	23	46659.62500000	7.47	0.0031
Error	8	2171.87500000		
Corrected Total	31	48831.50000000		

R-Square	C.V.	Y Mean
0.955523	7.7674875	212.12500000

General Linear Models Procedure

Dependent Variable: Y

Source	DF	Type I SS	F Value	Pr > F
BLK	3	272.750000	0.33	0.8007
A	1	128.000000	0.47	0.5117
B	1	105.125000	0.39	0.5511
C	1	861.125000	3.17	0.1128
D	1	41041.125000	151.17	0.0001
E	1	1058.000000	3.90	0.0838
F	1	210.125000	0.77	0.4046
A*B	1	351.125000	1.29	0.2883
A*C	1	6.125000	0.02	0.8843
A*D	1	78.125000	0.29	0.6062
A*E	1	144.500000	0.53	0.4865
A*F	1	435.125000	1.60	0.2411
B*C	1	0.000000	0.00	1.0000
B*D	1	162.000000	0.60	0.4620
B*F	1	0.500000	0.00	0.9668
C*D	1	1458.000000	5.37	0.0491
C*E	1	91.125000	0.34	0.5783
C*F	1	60.500000	0.22	0.6495
D*E	1	190.125000	0.70	0.4270
D*F	1	0.000000	0.00	1.0000
E*F	1	6.125000	0.02	0.8843

General Linear Models Procedure

Least Squares Means

C	D	Y LSMEAN	Prob > |t| HO: LSMEAN(i)=LSMEAN(j) i/j	1	2	3	4

0	0	177.875000	1	.	0.0001	0.7143	0.0001
0	1	236.000000	2	0.0001	.	0.0001	0.0200
1	0	174.750000	3	0.7143	0.0001	.	0.0001
1	1	259.875000	4	0.0001	0.0200	0.0001	.

NOTE: To ensure overall protection level, only probabilities associated with pre-planned comparisons should be used.

General Linear Models Procedure

T tests (LSD) for variable: Y

NOTE: This test controls the type I comparisonwise error rate not the experimentwise error rate.

Alpha= 0.05 df= 8 MSE= 271.4844
Critical Value of T= 2.31
Least Significant Difference= 18.998

Means with the same letter are not significantly different.

T Grouping	Mean	N	CD
A	259.875	8	1 1
B	236.000	8	0 1
C	177.875	8	0 0
C			
C	174.750	8	1 0

الفصل الثاني عشر
تحليل التغــاير

ANALYSIS OF CO-VARINCE

12 - 1 مقدمـة :

تسمى الطريقة الإحصائية التي تجمع بين كل من تحليل التباين وتحليل الانحدار بتحليل التغاير . ولقد أوضحنا في الفصل الثالث تحليل التباين ودوره في اختبار فرضيات حول المتوسطات ، وكان ذلك تمهيداً لتحليل التجارب بصفة عامة لأن كل النماذج الخطية التي استخدمت إلى الآن هي نماذج تحليل التباين .(Analysis of variance models)

في هذه النماذج تفسر اختلافات الاستجابة Y أو المتغير التابع (Dependent variable) بمتغيرات مستقلة (Independent variables) وصفية مثل المعالجات أو القطاعات . وفي تحليل الانحدار فتفسر اختلافات Y بمتغيرات مستقلة كمية وتسمى النماذج هنا بنماذج الانحدار (Regression models) . أما التي تحتوي على متغيرات وصفية ومتغيرات كمية معاً في نفس النموذج فهي من مشمولات تحليل التغاير وتسمى بنماذج التغاير (Covariance models) . وتعرف في الاحصاء النماذج الثلاثة بالنماذج الخطية (Linear models) .

إذا نفذت تجربة وفق أي من التصميمات السابقة وقيست إلى جانب الاستجابة Y متغيرات مستقلة (Covariates) ، مثل الظواهر التي لا يستطيع الباحث التحكم فيها ولكن يريد التخلص من تأثيرها على الاستجابة ، فنستخدم الطريقة الإحصائية : تحليل التغاير لفصل التأثيرات غير المرغوب فيها . ويتم ذلك بطريقتين :

أ - بإزالة اختلافات Y المرتبطة بالمتغير المستقل X من الخطأ التجريبي وعندئذ تكون التقديرات دقيقة والاختبارات قوية .

ب - بتعديل متوسطات المعالجات بحيث تتطابق مع قيم موحدة للمتغير X وبالتالي نحصل على مقارنة عادلة بين المتوسطات .

في تجارب تغذية الحيوان يقوم باحث مثلاً بدراسة تأثير علائق مختلفة على زيادة أوزان حيوانات معينة . ومعروف في هذا المجال أن زيادة الوزن تتأثر بوزن الحيوان X قبل تنفيذ التجربة ، ويريد الباحث مقارنة العلائق بدون تأثير X ، وبالتالي يصبح من الضروري التخلص من تأثير الوزن ، وذلك عن طريق ادخاله في النموذج الخطي لهذه التجربة وتطبيق تحليل التغاير . وفي تجارب الصوب الزجاجية قد يستخدم باحث المسافة بين القدر (pot) والزجاج كمتغير غير مرغوب فيه ولكن يتوقع تأثيره على الاستجابة ، ويصبح من الضروري التخلص من تأثيره بواسطة تحليل التغاير .

وإذا لم نستخدم في مثل هذه التجارب تحليل التغاير سيتضخم الخطأ التجريبي ويصبح من الصعب اكتشاف الفروق الحقيقية بين المعالجات . لذلك فالمهمة الرئيسية لتحليل التغاير هي تصغير الخطأ التجريبي . ونوضح فيما يلي استخدام تحليل التغاير مع بعض التصميمات .

12 - 2 تحليل التغاير في التصميم التام التعشية
: Analysis of Covariance for a CRD

في حالة تنفيذ تجربة بالتصميم التام التعشية مع تسجيل متغير مستقل X إلى جانب الاستجابة Y ، فلو افترضنا أن هناك علاقة خطية بين Y و X يصبح النموذج لهذه التجربة كالتالي

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta(X_{ij} - \overline{X}_{..}) + \varepsilon_{ij} \qquad (1)$$

$$i = 1, \ldots, t \qquad j = 1, \ldots, r$$

حيث

Y_{ij} هي المشاهدة j من المعالجة i

μ المتوسط العام

τ_i تأثيرالمعالجة i

β معامل الانحدار الذي يفسر العلاقة الخطية بين Y و X ويسمى أيضاً بالميل (Slope) .

X_{ij} قيمة المتغير المستقل المطابق للمشاهدة Y_{ij}

ε_{ij} الخطأ العشوائي ونفترض أن $\varepsilon_{ij} \sim NI(0, \sigma^2)$

ونلاحظ أن النموذج (1) هو النموذج الخطي للتصميم التام التعشية مع تساوي عدد التكرارات مضاف إليه الجزء $\beta(x_{ij} - \bar{x}_{..})$ الذي يرمز للعلاقة بين المتغير المستقل X والاستجابة Y . ومن هنا فإن الافتراضات الأساسية لتحليل التغاير هي فروض تحليل التباين مضاف إليها افتراضات تحليل الانحدار ونلخصها في النقاط التالية :

1 - مجموع تأثيرات المعالجات يساوي صفراً $\sum_{i=1}^{t} \tau_i = 0$

2 - قيم المتغير المستقل ثابتة ، تقاس بدون خطأ ، ولا تتأثر بالمعالجات .

3 - أن العلاقة بين Y و X خطية و $\beta \neq 0$.

4 - أن معامل الانحدار (Regression coefficients) متساوية لكل المعالجات (Constancy of slopes)

ينص الفرض الثاني على أن المتغير المستقل لا يتأثر بالمعالجات وهذا أهم افتراض في تحليل التغاير، لأنه إذا كان هناك تفاعلاً بين المعالجات و X ستختلف معادلات الانحدار لكل معالجة، وبالتالي لن يكون هناك ثبات في معامل الانحدار لكل المعالجات ، كما هو مذكور في الفرض الثالث ، ويصبح عندئذ النموذج (1) غير صحيح . لذلك إن وجد تفاعل بين X والمعالجات يصبح تحليل التغاير غير ملائم ، وننصح في هذه الحالة بتقدير دالة انحدار لكل معالجة على حدة . ونستنتج من هذا التوضيح أنه من الضروري التأكد من صحة الافتراض الثاني ، أي من عدم وجود تفاعل بين X والمعالجات . وقد اقترح Cochran استخدام اختبار

F في تحليل التباين للمتغير X للتأكد من عدم وجود اختلافات معنوية بين المعالجات .

ونستنتج من الافتراضات السابقة أن :

$$E(Y_{ij}) = \mu_{ij} = \mu + \tau_i + \beta(X_{ij} - \overline{X}_{..})$$

$$V(Y_{ij}) = \sigma^2$$

وأن $$Y_{ij} \sim NI(\mu_{ij}, \sigma^2)$$

ووضع في النموذج (1) المتغير المستقل على النحو $(X_{ij} - \overline{X}_{..})$ ، بدلاً من X_{ij}، لكي يحتفظ μ بمفهومه السابق كمتوسط عام . وقد يكتب النموذج (1)بالصورة التالية :

$$Y_{ij} = \mu' + \tau_i + \beta X_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

حيث μ' هي قيمة ثابتة تختلف عن المتوسط العام ، ويصبح المتوسط العام في النموذج الأخير $\mu' + \beta \overline{X}_{..}$. ولهذا السبب فإن النموذج (1) هو الشائع في كتب الإحصاء .

ونوضح فيما يلي تحليل التغاير كتعديل لتحليل التباين وفي الفقرة الموالية نوضح تحليل التغاير على أنه حالة خاصة من تحليل الانحدار .

12-2-1 تحليل التغاير كتعديل لتحليل التباين

وضع قديما تحليل التغاير على شكل تعديل لتحليل التباين وذلك للحصول على معادلات حسابية بسيطة ، ولتمكين الباحثين من تحليل تجاربهم بأقل مشقة على الآلات الحاسبة البدائية . والفكرة الأساسية في هذا التحليل هي إجراء تحليل التباين لكل من Y و X و YX .

ونبدأ أولا بتعريف القيم التالية لهذه الخطوة :

$$S_{YY} = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(Y_{ij} - \overline{Y}_{..})^2 = \sum_i\sum_j Y_{ij}^2 - Y_{..}^2/tr$$

$$S_{XX} = \sum_i\sum_j (X_{ij} - \overline{X}_{..})^2 = \sum_i\sum_j X_{ij}^2 - X_{..}^2/tr$$

$$S_{XY} = \sum_i\sum_j (X_{ij} - \overline{X}_{..})(Y_{ij} - \overline{Y}_{..}) = \sum_i\sum_j X_{ij}Y_{ij} - (X_{..})(Y_{..})/tr$$

$$T_{YY} = \sum_{i=1}^{t}(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})^2 = \sum_i Y_{i.}^2/r - Y_{..}^2/tr$$

$$T_{XX} = \sum_{i=1}^{t}(\overline{X}_{i.} - \overline{X}_{..})^2 = \sum_i X_{i.}^2/r - X_{..}^2/tr$$

$$T_{XY} = \sum_{i=1}^{t}(\overline{X}_{i.} - \overline{X}_{..})(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}) = \sum_i (X_{i.})(Y_{i.})/r - (X_{..})(Y_{..})/tr$$

$$E_{YY} = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.})^2 = S_{YY} - T_{YY}$$

$$E_{XX} = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(X_{ij} - \overline{X}_{i.})^2 = S_{XX} - T_{XX}$$

$$E_{XY} = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(X_{ij} - \overline{X}_{i.})(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.}) = S_{XY} - T_{XY}$$

وتلخص كل الحسابات السابقة في الجزء الأول من الجدول (12-1) . ونذكر هنا أن القيم التالية : E_{XY} , T_{XY} , S_{XY} يمكن أن تكون سالبة على عكس مجموع المربعات لقيم X أو Y .

جدول (12-1) : تحليل التغاير لتصميم CRD مع متغير مستقل واحد.

S.O.V.	df	Y	X	XY
Treatments	(t - 1)	T_{YY}	T_{XX}	T_{XY}
Error	t(r-1)	E_{YY}	E_{XX}	E_{XY}
Total	tr - 1	S_{YY}	S_{XX}	S_{XY}
	Adj. df	Adj. SS	Adj. MS	F
Treatments	t - 1	SST	MST	$F_T = MST/MSE$
Error	t(r-1)-1	SSE	MSE	
Total	tr - 2	SSTo		

أما الجزء الثاني من الجدول (12-1) فهو الجزء المعدل . وتحسب مجاميع المربعات المعدلة ، نتيجة ادخال المتغير المستقل، على النحو التالي :

$$SSTo = S_{YY} - (S_{XY})^2 / S_{XX}$$

$$SSE = E_{YY} - (E_{XY})^2 / E_{XX}$$

$$SST = SSTo - SSE \quad .$$

وحذفت درجة حرية واحدة لكل من الخطأ التجريبي ومجموع المربعات الكلية وذلك نتيجة لتقدير معامل الانحدار β. ونذكّر هنا بان القيمة $(S_{XY})^2 / S_{XX}$ هي مجموع مربعات الانحدار في صورة تقدير النموذج التالي :

$$Y_{ij} = \mu + \beta(X_{ij} - \overline{X}_{..}) + \varepsilon_{ij},$$

أي بدون اعتبار المعالجات ، وتعني كمية الاختلافات في Y التي فسرت بالمتغير المستقل X . ومجموع المربعات الكلية المعدل SSTo هو في الحقيقة مجموع

مربعات البقايا لهذا النموذج . ولاختبار الفرضية

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 ... = \tau_t = 0$$

ضد البديلة $H_a : \tau_i \neq 0$ على الأقل واحدة

نستخدم اختبار F_T المذكور في الجدول (12-1) ، ونرفض H_0 عند مستوى المعنوية α إذا كانت $F_T > F^{1-\alpha}_{t-1, t(r-1)-1}$. كما يمكننا اختبار الفرضية

$$H_0 : \beta = 0$$

ضد البديلة $H_a : \beta \neq 0$

بواسطة اختبار F_β التالي

$$F_\beta = \frac{(E_{XY})^2 / E_{XX}}{MSE}$$

ونرفض H_0 إذا كانت $F_\beta > F^{1-\alpha}_{1, t(r-1)-1}$. وإن كنا في الواقع لا نهتم بهذا الاختبار، أي ما إذا كانت $\beta = 0$ أم لا ، لأنه في صورة عدم رفض H_0 لن ينتج أي تحيز في تحليل التغاير ، وكل ما في الأمر أن يصبح MSE وكأنه حسب من تحليل التباين مع خسارة درجة حرية واحدة .

والاختبار المرادف للاختبار F_β هو اختبار t التالي :

$$t = \hat{\beta} / S(\hat{\beta}) = \sqrt{F_\beta}$$

حيث $\hat{\beta}$ هي تقدير β بواسطة طريقة المربعات الصغرى $\hat{\beta} = E_{XY} / E_{XX}$ ،

والخطأ المعياري للتقدير $\hat{\beta}$ هو :

$$S(\hat{\beta}) = \sqrt{MSE / E_{XX}}$$

وترفض $H_0 : \beta = 0$ إذا كانت $t > t_{(1-\alpha/2,\ t(r-1)-1)}$. والفائدة من ذكر اختبار t هنا، رغم أنه مرادف لاختبار F ، هي أنه يمكننا بواسطته القيام باختبارات في اتجاه واحد ، مثل $H_0 : \beta > 0$ أو اختبار $H_0 : \beta = \beta_0$ مع تغيير بسط اختبار t إلى $(\hat{\beta} - \hat{\beta}_0)$.

وعند استخدام تحليل التغاير تعدل متوسطات المعالجات بالطريقة التالية

$$\text{Adjusted } \overline{Y}_{i.} = \overline{Y}_{i.(Adj.)} = \overline{Y}_{i.} - \hat{\beta}(\overline{X}_{i.} - \overline{X}_{..}) \quad ; \quad i = 1, ..., t$$

وهذا تقدير غير منحاز (Unbiased) للمتوسط المتوقع

$$E(\overline{Y}_{i.}) = \mu + \tau_i + \beta(\overline{X}_{i.} - \overline{X}_{..}) .$$

والخطأ المعياري للمتوسط المعدل هو الجذر التربيعي للتباين

$$S^2_{(\overline{Y}_{i.Adj.})} = S^2(\overline{Y}_{i.}) + S^2(\hat{\beta})(\overline{X}_{i.} - \overline{X}_{..})^2$$

$$= MSE/r + (\overline{X}_{i.} - \overline{X}_{..})^2 \, MSE/E_{xx}$$

وبالتالي فالخطأ المعياري هو

$$S_{(\overline{Y}_{i.Adj.})} = \left[MSE\left(\frac{1}{r} + \frac{(\overline{X}_{i.} - \overline{X}_{..})^2}{E_{xx}} \right) \right]^{1/2}$$

والخطأ المعياري للفرق بين متوسطين معدلين هو

$$S_{(\overline{Y}_{i.Adj.} - \overline{Y}_{i'.Adj})} = \left[MSE \left(\frac{2}{r} + \frac{(\overline{X}_{i.} - \overline{X}_{i'.})^2}{E_{xx}} \right) \right]^{1/2}$$

ولقد افترضنا فيما سبق تساوي عدد التكرارات ، وإذا كانت التكرارات مختلفة يصبح الخطأ المعياري للفرق بين متوسطين معدلين كالتالي :

$$S_{(\overline{Y}_{i.Adj} - \overline{Y}_{i'.Adj.})} = \left[MSE \left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_{i'}} + \frac{(\overline{X}_{i.} - \overline{X}_{i'.})^2}{E_{xx}} \right) \right]^{1/2}$$

ونريد أحيانا تقدير مقارنات متعامدة للمتوسطات المعدلة مثل

$$\hat{Q} = \sum_{i=1}^{t} \lambda_i \overline{Y}_{i.(Adj.)} \quad ; \quad \sum_{i=1}^{t} \lambda_i = 0$$

فنستخدم اختبار F التالي :

$$F = \hat{Q}^2 / \sum_i \lambda_i^2 S^2_{(\overline{Y}_{i.Adj.})}$$

ويقارن مع F الجدولية : $F^{1-\alpha}_{1, t(r-1)-1}$. وتحسب فترات الثقة للمقارنة $\hat{Q}$ كالتالي:

$$\hat{Q} \pm t_{(t-\alpha/2,\, t(r-1)-1)} S(\hat{Q})$$

حيث

$$S(\hat{Q}) = \left[MSE \left(\frac{\Sigma \lambda_i^2}{r} + \frac{(\Sigma \lambda_i \overline{X}_{i.})^2}{E_{xx}} \right) \right]^{1/2}$$

مثال (12-1) :

أجريت تجربة لمقارنة أوزان ثلاثة أصناف (Breeds) من الأغنام بعد تغذيتها بنفس العليقة لمدة شهرين . فاختيرت خمسة أغنام من كل صنف وكانت متساوية في العمر ، ولكن اختلفت أوزانها في بداية التجربة، لذلك سجلت هذه الأوزان (X) إلى جانب الأوزان في نهاية التجربة (Y) وكانت البيانات كما في الجدول (12-2) .

ولنفترض أن العلاقة بين Y و X خطية وأن النموذج الخطي هو

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta(X_{ij} - \overline{X}_{..}) + \varepsilon_{ij} \qquad i = 1,2,3 \quad ; \quad j = 1, ..., 5$$

ولإجراء تحليل التغاير نحسب أولا مجاميع المربعات التالية

جدول (12-2) : أوزان ثلاثة أصناف من الأغنام (كلغ)

Breed					
1		2		3	
Y	X	Y	X	Y	X
18	10	20	11	17	10
21	12	24	14	17	12
20	12	19	11	21	13
21	13	23	15	17	11
25	16	22	14	16	8
105	63	108	65	88	54

$$S_{YY} = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{5} Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{tr} = (18)^2 + (21)^2 + ... + (16)^2 - \frac{(301)^2}{3(5)} = 6145 - \frac{(301)^2}{3(5)} = 104.933$$

$$S_{XX} = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{5} X_{ij} - \frac{X_{..}^2}{tr} = (10)^2 + (12)^2 + ... + (8)^2 - \frac{(182)^2}{3(5)} = 2270 - \frac{(182)^2}{(3(5)} = 61.733$$

$$S_{XY} = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{5} X_{ij} Y_{ij} - \frac{(X_{..})(Y_{..})}{tr} = 10(18)+12(21) + ... + 8(16) - \frac{(182)(301)}{3(5)} = 72.867$$

$$T_{YY} = \sum_{i=1}^{3} \frac{Y_{i.}^2}{r} - \frac{Y_{..}^2}{tr} = \frac{1}{5}\left[(105)^2 + (108)^2 + (88)^2\right] - \frac{(301)^2}{3(5)} = 46.533$$

$$T_{XX} = \sum_{i=1}^{3} \frac{X_{i.}^2}{r} - \frac{X_{..}^2}{tr} = \frac{1}{5}\left[(63)^2 + (65)^2 + (54)^2\right] - \frac{(182)^2}{3(5)} = 13.733$$

$$T_{XY} = \sum_{i=1}^{3} \frac{X_{i.} Y_{i.}}{r} - \frac{(X_{..})(Y_{..})}{tr} = \frac{1}{5}\left[63(105) + 65(108) + 54(88)\right] - \frac{(182)(301)}{3(5)} = 25.267$$

$$E_{YY} = S_{YY} - T_{YY} = 104.933 - 46.533 = 58.4$$

$$E_{XX} = S_{XX} - T_{XX} = 61.733 - 13.733 = 48.0$$

$$E_{XY} = S_{XY} - T_{XY} = 72.867 - 25.267 = 47.6$$

ثم نحسب مكونات الجزء الثاني من الجدول (12-1) كالتالي :

$$SSTo = S_{YY} - (S_{XY})^2/S_{XX} = 104.933 - (72.867)^2/61.733 = 18.923$$

$$SSE = E_{YY} - (E_{XY})^2/E_{XX} = 58.4 - (47.6)^2/48.0 = 11.200$$

$$SST = SSTo - SSE = 18.923 - 11.200 = 7.723$$

وأخيراً نلخص الحسابات السابقة في جدول تحليل التغاير الموضح بالجدول (12-3).

وتختبر الفرضية

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = 0$$

ضد البديلة $H_a : \tau_i \neq 0$ على الأقل واحدة

بواسطة اختبار F التالي :

$$F_T = MST / MSE = 3.862 / 1.018 = 3.79$$

جدول (3-12) : تحليل التغاير لأوزان الأغنام .

S.O.V	df	Y	X	XY
Treatments	2	46.533	13.733	25.267
Error	12	58.400	47.600	47.600
Total	14	104.933	61.733	72.867
	Adj. df.	Adj. SS	Adj. MS	F
Treatments	2	7.723	3.862	3.79
Error	11	11.200	1.018	
Total	13	18.923		

وبمقارنته بقيمة F الجدولية عند مستوى المعنوية $\alpha = .05$ ، أي $F^{.95}_{2,\,11} = 3.98$ ، نستنتج عدم رفض H_0 ، ويعني هذا أن ليس هناك فرقاً معنوياً في الأوزان بين الأصناف الثلاثة . ونقدر معامل الانحدار β كالآتي:

$$\hat{\beta} = E_{XY} / E_{XX} = 47.6 / 48.0 = 0.992$$

ونختبر الفرضية $H_0 : \beta = 0$ ضد البديلة $H_a : \beta \neq 0$ بواسطة الاختبار

$$F_{\beta} = MSR/MSE = 47.2 / 1.018 = 46.37$$

وبما أن $F^{.99}_{1,\,11} = 9.65$ فنرفض H_0 عند مستوى المعنوية $\alpha = .01$ ، وهذا دليل على وجود علاقة خطية طردية بين X و Y . وبالتالي يصبح من الضروري ادخال التعديل على المتوسطات . وتحسب المتوسطات المعدلة كالآتي :

$$\bar{Y}_{i.(Adj.)} = \bar{Y}_{i.} - \hat{\beta}(\bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..}) \; ; \qquad i = 1,2,3$$

$$\bar{Y}_{1.(Adj.)} = 21.0 - 0.992(12.6 - 12.13) = 20.537 \; ; \; S_{\bar{Y}_{1.(Adj.)}} = 0.456$$

$$\overline{Y}_{2.(Adj.)} = 21.6 - 0.992(13.0 - 12.13) = 20.741 \; ; \; S_{\overline{Y}_{2(Adj)}} = 0.468$$

$$\overline{Y}_{3.(Adj.)} = 17.6 - 0.992(10.8 - 12.13) = 18.922 \; ; \; S_{\overline{Y}_{3(Adj)}} = 0.491$$

وبمقارنة المتوسطات المعدلة ، نلاحظ أنها متقاربة أكثر من المتوسطات غير المعدلة $\overline{Y}_{i.}$ ، وهذا دليل آخر على ضرورة استخدام تحليل التغاير لمثل هذه التجارب .

ومن الافتراضات الأساسية لتحليل التغاير أن المعالجات لا تؤثر في المتغير المستقل X ، وذكر هذا الفرض مع النموذج (1) . ولقد اقترح Cochran and Cox (1957) إجراء اختبار F في جدول تحليل التباين للمتغير المستقل للتأكد من هذا الفرض . واختبار F هو :

$$F_X = (T_{XX}/2) / (E_{XX}/12) = (13.733/2) / (47.6/12) = 1.73$$

وبما أن هذه القيمة أقل من $F^{.90}_{2,12} = 2.81$ ، فليس هناك أي دليل على أن المعالجات تؤثر في المتغير المستقل X .

وقد يتساءل الإنسان عن جدوى تحليل التغاير ولماذا لا نستخدم تحليل التباين للاستجابة Y فقط . والإجابة عن هذا السؤال هي أنه لو استخدمنا تحليل التباين على Y سنحصل على اختبار F التالي :

$$F_Y = (T_{YY}/2) / (E_{YY}/12) = (46.533/2) / (58.40/12) = 4.78$$

وبما أن $F^{.95}_{2,12} = 3.89$ ، نستنتج أن هناك فروقا معنوية بين الأصناف وإن كانت الحقيقة أنه ليست هناك فروق بينها، كما أوضحنا ذلك بواسطة تحليل التغاير بعد التخلص من تأثير المتغير المستقل X .

12-2-2 تحليل التغاير كحالة خاصة من تحليل الانحدار

لقد أوضحنا في الفقرة السابقة أن تحليل التغاير هو عبارة عن تحليل يبدأ أولاً بتحليل التباين ثم يعدل هذا الأخير ليأخذ بعين الاعتبار المتغير

المستقل X . وسنوضح فيما يلي أن تحليل التغاير هو حالة خاصة من تحليل الانحدار وأن كل الحسابات والاختبارات تبقى هي نفسها .

لتقدير معالم النموذج

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta(X_{ij} - \overline{X}_{..}) + \varepsilon_{ij}$$

$$i = 1, \ldots, t \qquad ; \qquad j = 1, \ldots, r$$

نستخدم طريقة المربعات الصغرى (Least squares method) وهي عبارة عن تصغير القيمة التالية :

$$L = \sum_i \sum_j [y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta(X_{ij} - \overline{X}_{..})]^2 .$$

وبواسطة التفاضلات $\frac{\partial L}{\partial \mu} = \frac{\partial L}{\partial \tau} = \frac{\partial L}{\partial \beta} = 0$ نحصل على المعادلات الطبيعية (Normal equations) التالية :

$$\mu : \; tr\,\hat{\mu} + r\sum_{i=1}^{t} \hat{\tau}_i = Y_{..}$$

$$\tau_i : \; r\,\hat{\mu} + r\,\hat{\tau}_i + \hat{\beta} \sum_{j=1}^{r} (X_{ij} - \overline{X}_{..}) = Y_{i.} \quad ; \qquad i = 1, \ldots, t$$

$$\beta : \; \sum_{i=1}^{t} \hat{\tau}_i \sum_{j=1}^{r} (X_{ij} - \overline{X}_{..}) + \hat{\beta}\, S_{XX} = S_{XY}$$

ونلاحظ من هذه المعادلات الطبيعية أنه عند تجميع معادلات المجموعة الثانية نحصل على المعادلة الأولى، وذلك نظراً لكون $\sum_i \sum_j (X_{ij} - \overline{X}_{..}) = 0$ وبالتالي فهي ليست مستقلة . ولكسر هذه العلاقة نضع الشرط المعروف

$\sum_{i=1}^{t} \hat{\tau}_i = 0$ ثم نحصل من المعادلة الأولى على تقدير للمتوسط

$$\hat{\mu} = \overline{Y}_{..}$$

ومن معادلات المجموعة الثانية نحصل على تقدير لتأثيرات المعالجات

$$\hat{\tau}_i = \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..} - \hat{\beta}(\overline{X}_{i.} - \overline{X}_{..})$$

ومن المعادلة الأخيرة نحصل على تقدير لمعامل الانحدار

$$\hat{\beta} = E_{XY} / E_{XX}$$

وبلغة المصفوفات يمكننا صياغة التقديرات السابقة عن طريق تعريف المصفوفة $\underline{X}$. فإذا كان لدينا t معالجة نستخدم لها t - 1 متغيراً ترميزياً (Indicator variable) على النحو التالي :

$$I_k = \begin{cases} 1 & \text{إذا كانت المشاهدة من المعالجة } i \\ -1 & \text{إذا كانت المشاهدة من المعالجة } t \\ 0 & \text{لأي معالجة أخرى} \end{cases}$$

$k = 1, ..., t - 1$

وبالنسبة للمثال (12-1) يصبح نموذج تحليل الانحدار كالآتي :

$$Y_{ij} = \mu + \tau_1 I_{ij1} + \tau_2 I_{ij2} + \beta(X_{ij} - \overline{X}_{..}) + \varepsilon_{ij}$$

وتكون الاستجابة $\underline{Y}$ ، المصفوفة $\underline{X}$ ، ومعالم النموذج $\underline{\beta}$ كما معرفة في الشكل (12-1) . وتقدر $\underline{\beta}$ بطريقة المربعات الصغرى على النحو التالي :

$$\hat{\underline{\beta}} = (\underline{X}^{1} \underline{X})^{-1} \underline{X}^{1} \underline{Y}$$

حيث $\underline{X}'$ هي معكوس المصفوفة $\underline{X}$ و $(\underline{X}'\underline{X})^{-1}$ هي مقلوب المصفوفة $(\underline{X}'\underline{X})$.
وبواسطة استخدام برنامج SAS نحصل على النموذج المقدر التالي :

$$\hat{Y} = 20.265 + 0.471\, I_1 + 0.674\, I_2 + 0.992(X - \overline{X}_{..})$$

حيث $\hat{\mu} = \overline{Y}_{..} = 20.265$ و $\hat{\tau}_1 = 0.471$ و $\hat{\tau}_2 = 0.674$
و $\hat{\tau}_3 = -\hat{\tau}_1 - \hat{\tau}_2 = -1.145$ و $\hat{\beta} = 0.992$.

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} 18 \\ 21 \\ 20 \\ 21 \\ 25 \\ 20 \\ 24 \\ 19 \\ 23 \\ 22 \\ 17 \\ 17 \\ 21 \\ 17 \\ 16 \end{bmatrix} \quad \underline{X} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & I_1 & I_2 & X_{ij} - \overline{X}_{..} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 10-12.33 \\ 1 & 1 & 0 & 12-12.33 \\ 1 & 1 & 0 & 12-12.33 \\ 1 & 1 & 0 & 13-12.33 \\ 1 & 1 & 0 & 16-12.33 \\ 1 & 0 & 1 & 11-12.33 \\ 1 & 0 & 1 & 14-12.33 \\ 1 & 0 & 1 & 11-12.33 \\ 1 & 0 & 1 & 15-12.33 \\ 1 & 0 & 1 & 14-12.33 \\ 1 & -1 & -1 & 10-12.33 \\ 1 & -1 & -1 & 12-12.33 \\ 1 & -1 & -1 & 13-12.33 \\ 1 & -1 & -1 & 11-12.33 \\ 1 & -1 & -1 & 8-12.33 \end{bmatrix} \end{array} \quad \beta = \begin{bmatrix} \mu \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \beta \end{bmatrix}$$

شكل (12-1) : مصفوفات نموذج تحليل الانحدار

أما تحليل التباين فهو كالآتي :

S.O.V	df	SS	MS	F
Regression	3	SSR = 93.737	MSR = 31.246	30.70
Error	11	SSE = 11.197	MSE = 1.018	
Total	14	SST0 = 104.933		

وتعرف SSR بأنها مجموع مربعات النموذج ، أو كمية الاختلافات في Y التي فسرت بالمتغيرات التي ادخلت في النموذج ، و SSE هي مجموع مربعات البقايا أو كمية الاختلافات في Y التي لم يقع تفسيرها ، وبما أنها تخص النموذج الكامل (Full) فنرمز لها بالرمز SSE(F) .

ولاختبار الفرضية

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = 0$$

ضد البديلة $H_a : \tau_i \neq 0$ على الأقل واحدة

نقدر النموذج المخفض (Reduced) التالي :

$$Y_{ij} = \mu + \beta(X_{ij} - \overline{X}_{..}) + \varepsilon_{ij}$$

ولم نذكر τ_3 في الفرضية السابقة لأن $\tau_3 = \tau_1 - \tau_2$ ، وإذا $\tau_1 = \tau_2 = 0$ فتكون حتما $\tau_3 = 0$. والنموذج المخفض المقدر هو

$$\hat{Y} = 20.303 + 1.18(X - \overline{X}_{..})$$

وجدول تحليل التباين للنموذج المخفض هو

S.O.V.	df	SS	MS	F
Regression	1	SSR = 86.008	MSR = 86.008	59.08
Error	13	SSE = 18.926	MSE = 1.456	
Total	14	SSTo = 104.933		

ونرمز لمجموع مربعات البقايا لهذا النموذج بالرمز SSE(R) . ويصبح اختبار F الذي يختبر الفرضية السابقة حول المعالجات هو

$$F_T = \frac{SSE(R) - SSE(F)}{(tr - 2) - [t(r - 1) - 1]} / \frac{SSE(F)}{t(r - 1) - 1}$$

$$= (\frac{18.926 - 11.197}{13 - 11}) / (\frac{11.197}{11}) = (\frac{7.729}{2}) / (\frac{11.197}{11}) = 3.80$$

وهذا هو نفس اختبار F الذي حصلنا عليه في تحليل التغاير السابق . وبامكاننا أيضاً صياغة الاختبار السابق بطريقة أخرى . فنعرف أولاً مجموع مربعات النموذج الكامل كالتالي :

$$SSR(F) = R(\tau , \beta / \mu)$$

وهي :

$$R(\tau , \beta \mid \mu) = \Sigma \hat{\tau}_i Y_{i.} + \hat{\beta} S_{XY}$$

وبالتعويض فهي تساوي $= T_{YY} + (E_{XY})^2 / E_{XX}$

ولها t درجة حرية ، أي t - 1 للمعالجات ، ودرجة حرية واحدة للمتغير المستقل. ونعرف مجموع مربعات النموذج المخفض

$$SSR(R) = R(\beta \mid \mu)$$

وهي $= (S_{XY})^2 / S_{XX}$

ولها درجة حرية واحدة نظراً لأن النموذج المخفض يحتوي على المتغير المستقل فقط ، وبالتالي فإن الفرق :

$$R(\tau \mid \mu , \beta) = R(\tau , \beta \mid \mu) - R(\beta \mid \mu)$$

$$= S_{YY} - (S_{XY})^2 / S_{XX} - \left[E_{YY} - (E_{XY})^2 / E_{XX}\right] = SST(Adj)$$

$$= SSE(R) - SSE(F)$$

وله t - 1 درجة حرية ، ويمثل بسط اختبار F_T السابق بعد قسمته على t - 1 .
وإذن يكون اختبار F الذي يختبر الفرضية حول المعالجات كالتالي:

$$F_T = \frac{R(\tau \mid \mu, \beta) / (t-1)}{SSE(F) / (t(r-1) - 1)} .$$

ملاحظة :

الغرض من هذا التفصيل هو التعريف بأن $R(\tau \mid \mu, \beta)$ تسمى بلغة برنامج SAS مجموع مربعات من النوع الثالث (Type III SS) ، وفي المثال (12-1) هي $R(\tau \mid \mu, \beta) = 7.729$ (انظر ملحق هذا الفصل) . ويسمى هذا النوع الثالث بمجموع المربعات الجزئي (Partial sum of squares) ، على عكس النوع الأول (Type I SS) فهو تتابعي (Sequential sum of squares) . وللمزيد من التوضيح نوجه القارىء إلى SAS user's Guide: Statistics (1985) .

3-2-12 اختبار عدم تجانس الميول

Test for heterogeneity of slopes

إن من أهم الافتراضات التي ذكرت في تحليل التغاير أن معامل الانحدار متساوية لكل المعالجات ، أي أن لها معادلات إنحدار متوازية (Parallel) ، وبالتالي لها نفس الميل β . ويمكننا اختبار عدم تجانس الميول بادخال التفاعلات بين المتغيرات الترميزية للمعالجات ، I_1 , I_2 ، في المثال (12-1) ، والمتغير المستقل . فيصبح النموذج كما يلي :

$$Y_{ij} = \mu + \tau_1 I_{ij1} + \tau_2 I_{ij2} + \beta_1 X'_{ij} + \beta_2 I_{ij1} X'_{ij} + \beta_3 I_{ij2} X'_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

حيث

$$X'_{ij} = (X_{ij} - \overline{X}_{..})$$

وجدول تحليل التباين لهذا النموذج هو التالي :

S.O.V.	df	SS	MS	F
Regression	5	SSR = 94.83	MSR = 18.97	16.9
Error	9	SSE = 10.10	MSE = 1.12	
Total	14	SSTo = 104.93		

ونختبر الفرضية

$$H_0 : \beta_2 = \beta_3 = 0$$

H_a : على الأقل واحدة تختلف عن الصفر

بواسطة اختبار F الذي يقارن بين مجموع مربعات الخطأ في النموذج المخفض، أي بدون التفاعلات ، ونرمز لهذا المجموع بالرمز SSE(R) ، وبين مجموع مربعات الخطأ للنموذج الكامل السابق ونرمز لهذا المجموع بالرمز SSE(F) . وإذا قبلت H_0 فهذا يدل على تجانس الميول وإذا رفضت H_0 فهذا دليل على عدم تجانس الميول ، أي أن هناك معالجة واحدة على الأقل يختلف ميلها عن الباقي . والاختبار هو :

$$F = \frac{SSE(R) - SSE(F)}{11 - 9} / \frac{SSE(F)}{9}$$

$$F = \frac{11.197 - 10.10}{2} / \frac{10.10}{9} = 0.49$$

وبما أن عند مستوى المعنوية $\alpha = .05$ تكون $F^{.95}_{2,9} = 4.26$ فلا نرفض H_0 ونستنتج أن لمعادلات الانحدار الثلاث الخاصة بالمعالجات نفس الميل β.

4-2-12 الكفاءة النسبية لتحليل التغاير

تقدر الكفاءة النسبية الفائدة من ادخال متغير مستقل في التحليل ، وينظر غالباً للفائدة في التجارب العلمية على أنها تصغير للخطأ التجريبي . وتحسب كما يلي :

$$RE = \left[\frac{E_{YY} / t(r-1)}{MSE} \right] 100\%$$

وهي مقارنة بين الخطأ التجريبي في تحليل التباين والخطأ التجريبي في تحليل التغاير . فإذا كانت الكفاءة مثلاً 130% فهذا يعني أن التجربـة تتطلب زيادة 30% من الوحدات التجريبية للحصول على الدقة التي وفرها تحليل التغاير بادخال المتغير المستقل . وهذه المعادلة ليست دقيقة حيث انتقدت من Finney (1946) واقترح تعديلاً لها .

3-12 تحليل التغاير في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة

: Analysis of Covariance for an RCBD

يمكن تطبيق ما سبق توضيحه للتصميم التام التعشية على تصميم القطاعات العشوائية الكاملة . ويكون نموذج تحليل التغاير في هذه الحالة كالآتي :

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \rho_j + \beta(X_{ij} - \overline{X}_{..}) + \varepsilon_{ij}$$

$$i = 1, \ldots, t \quad ; \qquad j = 1, \ldots, r$$

حيث أضفنا ρ_j على النموذج (1) السابق لترمز لتاثير القطاع j ، وتعرف باقي مكونات النموذج كما سبق تعريفها في النموذج (1) . ويوضح الجدول (12-4) تحليل التغاير لتصميم القطاعات العشوائية الكاملة . ونعرف فيما يلي طريقة حساب مجاميع المربعات

$$R_{XX} = \Sigma \frac{X_{.j}^2}{t} - \frac{X_{..}^2}{tr} \qquad R_{YY} = \Sigma \frac{Y_{.j}^2}{t} - \frac{Y_{..}^2}{tr} \qquad R_{XY} = \Sigma \frac{X_{.j} Y_{.j}}{t} - \frac{X_{..} Y_{..}}{tr}$$

$$T_{XX} = \Sigma \frac{X_{i.}^2}{r} - \frac{X_{..}^2}{tr} \qquad T_{YY} = \Sigma \frac{Y_{i.}^2}{r} - \frac{Y_{..}^2}{tr} \qquad T_{XY} = \Sigma \frac{X_{i.} Y_{i.}}{r} - \frac{X_{..} Y_{..}}{tr}$$

$$S_{XX} = \Sigma\Sigma X_{ij}^2 - \frac{X_{..}^2}{tr} \qquad S_{YY} = \Sigma\Sigma Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{tr} \qquad S_{XY} = \Sigma\Sigma X_{ij} Y_{ij} - \frac{X_{..} Y_{..}}{tr}$$

$E_{XX} = S_{XX} - R_{XX} - T_{XX} \quad E_{YY} = S_{YY} - R_{YY} - T_{YY} \quad E_{XY} = S_{XY} - R_{XY} - T_{XY}$

جدول (12-4) : تحليل التغاير لتصميم القطاعات العشوائية الكاملة

S.O.V.	df	Y	XY	X
Blocks	r - 1	R_{YY}	R_{XY}	R_{XX}
Treatments	t - 1	T_{YY}	T_{XY}	T_{XX}
Error	(t-1)(r-1)	E_{YY}	E_{XY}	E_{XX}
Total	tr - 1	S_{YY}	S_{XY}	S_{XX}
	Adj. df.	Adj. SS	Adj. MS	F
Treatments	t - 1	SST	MST	F_T=MST/MSE
Error	(t-1)(r-1)-1	SSE	MSE	

حيث

$$SST = S'_{YY} - (S'_{XY})^2 / S'_{XX} - SSE$$

$$S'_{YY} = T_{YY} + E_{YY} \;,\; S'_{XY} = T_{XY} + E_{XY} \;,\; S'_{XX} = T_{XX} + E_{XX}$$

$$SSE = E_{YY} - (E_{XY})^2 / E_{XX}$$

وتبقى تعريفات الأخطاء المعيارية للمتوسطات المعدلة لتحليل التغاير في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة هي نفسها كما في التحليل السابق . ويقدر معامل الانحدار كالآتي :

$$\hat{\beta} = \frac{E_{XY}}{E_{XX}}$$

ويتم اختبار الفرضية $H_0 : \beta = 0$ بواسطة اختبار F التالي

$$F_\beta = \frac{(E_{XY})^2 / E_{XX}}{MSE}$$

حيث نرفض H_0 عند مستوى المعنوية α إذا $F_\beta > F^{1-\alpha}_{1,\ (t-1)(r-1)-1}$.

ملاحظة :

بالنسبة لبرنامج SAS تعرف مجموع مربعات المعالجات SST عند استخدام طريقة GLM (GLM procedure) كالتالي :

$$SST = R(\tau \mid \mu , \rho , \beta)$$

وهو من النوع الثالث (Type III SS) ، وإذاً في هذه الحالة لا نستخدم النوع الأول (Type I SS) بل نستخدم النوع الثالث (Type III SS) لأختبار الفرضية حول المعالجات واختبار F هو

$$F_T = \frac{R(\tau \mid \mu , \rho , \beta) / t-1}{SSE / [(t-1)(r-1) - 1]}$$

حيث نرفض H_0 إذا كانت $F_T > F^{1-\alpha}_{t-1, [(t-1)(r-1)-1]}$.

12 – 4 تحليل التغاير في تجربة عاملية 2^k

Analysis of covariance for a 2^k Fact. Design

يعرف النموذج الخطي لتحليل تغاير في تجربة عاملية 2^k في التصميم التام التعشية حيث $k = 2$ كالآتي :

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \gamma_j + (\alpha\gamma)_{ij} + \beta(X_{ijk} - \overline{X}_{...}) + \varepsilon_{ijk}$$

$$i = 1, ..., a \qquad j = 1, ..., b \qquad k = 1, ..., r$$

وتمثل α_i لتأثير مستوى i من العامل A و γ_j لتأثير مستوى j من العامل B و $(\alpha\gamma)_{ij}$ لتأثير التفاعل بين α_i و γ_j . وافترضنا في هذا النموذج أن العلاقة بين Y و X علاقة خطية .

ويلخص الجدول (12-5) تحليل التغاير لهذه التجربة . ونبين فيما يلي طريقة حساب مكونات تحليل التباين للضارب X Y فقط :

$$S_{XY} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(X_{ijk} - \overline{X}_{...})(Y_{ijk} - \overline{Y}_{...}) = \sum_{ijk} X_{ijk} Y_{ijk} - \frac{X_{...} Y_{...}}{a\,b\,r}$$

$$A_{XY} = b\,r \sum_{i} (\overline{X}_{i..} - \overline{X}_{...})(\overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{...}) = \sum_{i} \frac{X_{i..} Y_{i..}}{b\,r} - \frac{X_{...} Y_{...}}{a\,b\,r}$$

$$B_{XY} = a\,r \sum_{j} (\overline{X}_{.j.} - \overline{X}_{...})(\overline{Y}_{.j.} - \overline{Y}_{...}) = \sum_{j} \frac{X_{.j.} Y_{.j.}}{a\,r} - \frac{X_{...} Y_{...}}{a\,b\,r}$$

$$E_{XY} = \sum_{ijk} (X_{ijk} - \overline{X}_{ij.})(Y_{ijk} - \overline{Y}_{ij.}) = S_{XY} - TR_{XY}$$

$$AB_{XY} = TR_{XY} - A_{XY} - B_{XY}$$

$$TR_{XY} = r \sum_{ij} (\overline{X}_{ij.} - \overline{X}_{...})(\overline{Y}_{ij.} - \overline{Y}_{...}) = \sum_{ij} \frac{X_{ij.} Y_{ij.}}{r} - \frac{X_{...} Y_{...}}{a\,b\,r}$$

جدول (12-5) : تحليل التغاير لتجربة عاملية 2^k .

S.O.V	df	Y	XY	X
A	a - 1	A_{YY}	A_{XY}	A_{XX}
B	b - 1	B_{YY}	B_{XY}	B_{XX}
AB	(a-1)(b-1)	AB_{YY}	AB_{XY}	AB_{XX}
Error	ab(r-1)	E_{YY}	E_{XY}	E_{XX}
Total	abr - 1	S_{YY}	S_{XY}	S_{XX}
A + E	a-1+ab(r-1)	$A_{YY}+E_{YY}$	$A_{XY}+E_{XY}$	$A_{XX}+E_{XX}$
B + E	b-1+ab(r-1)	$B_{YY}+E_{YY}$	$B_{XY}+E_{XY}$	$B_{XX}+E_{XX}$
AB+E	(a-1)(b-1)+ab(r-1)	$AB_{YY}+E_{YY}$	$AB_{XY}+E_{XY}$	$AB_{XX}+E_{XX}$
	Adj. df	Adj. SS	Adj. MS	F
A	a - 1	SSA	MSA	F_A = MSA/MSE
B	b - 1	SSB	MSB	F_B = MSB/MSE
AB	(a-1)(b-1)	SSAB	MSAB	F_{AB} =MSAB/MSE
Error	ab(r-1) - 1	SSE	MSE	

ونعرف فيما يلي مجموع المربعات المعدلة :

$$SSA = (A_{YY} + E_{YY}) - \frac{(A_{XY} + E_{XY})^2}{A_{XX} + E_{XX}} - SSE$$

$$SSB = (B_{YY} + E_{YY}) - \frac{(B_{XY} + E_{XY})^2}{B_{XX} + E_{XX}} - SSE$$

$$SSAB = (AB_{YY} + E_{YY}) - \frac{(AB_{XY} + E_{XY})^2}{AB_{XX} + E_{XX}} - SSE$$

$$SSE = E_{YY} - \frac{(E_{XY})^2}{E_{XX}} .$$

وعند اجراء الاختبارات التي بالجدول (12-5) نبدأ دائماً باختبار التفاعل بواسطة اختبار F_{AB} ، وإذا كان معنوياً فنتوقف عند ذلك بتلخيص التجربة وعرض متوسطات التفاعل المعدلة مع الاخطاء المعيارية . وإذا كان AB غير معنوي فيمكننا اختبار التأثيرات الرئيسية لكل من العامل A والعامل B على حده . ويقدر معامل الانحدار β ويختبر بنفس الطريقة المذكورة في الفقرة السابقة مع تغيير F الجدولية إلى $F^{1-\alpha}_{1,\, ab(r-1)-1}$.

ونلخص في الجدول (12-6) المتوسطات المعدلة والأخطاء المعيارية الخاصة بها .

جدول (12-6) : المتوسطات المعدلة لتجربة عاملية بعاملين .

Effect	Adj. Mean	Standard Error
A	$\overline{Y}_{i..(Adj.)} = \overline{Y}_{i..} - \hat{\beta}(\overline{X}_{i..} - \overline{X}_{...})$	$\left[MSE\left(\frac{1}{br} + \frac{(\overline{X}_{i..} - \overline{X}_{...})^2}{E_{XX}}\right)\right]^{1/2}$
B	$\overline{Y}_{.j.(Adj.)} = \overline{Y}_{.j.} - \hat{\beta}(\overline{X}_{.j.} - \overline{X}_{...})$	$\left[MSE\left(\frac{1}{ar} + \frac{(\overline{X}_{.j.} - \overline{X}_{...})^2}{E_{XX}}\right)\right]^{1/2}$
AB	$\overline{Y}_{ij.(Adj.)} = \overline{Y}_{ij.} - \hat{\beta}(\overline{X}_{ij.} - \overline{X}_{...})$	$\left[MSE\left(\frac{1}{r} + \frac{(\overline{X}_{ij.} - \overline{X}_{...})^2}{E_{XX}}\right)\right]^{1/2}$

ملاحظة :

يمكننا تحليل مثل هذه التجارب بطريقة أبسط من التي وضحت بالجدول (5-12) وذلك بواسطة استخدام طريقة GLM ببرنامج SAS ، مع اعتبار أن المجموعات الملائمة هنا هي مجموع المربعات من النوع الثالث (Type III SS) .

ويكون جدول تحليل التغاير على النحو الموضح بالجدول (7-12) . ونذكر هنا أن مجموع المربعات من النوع الثالث لا يساوي مجموع المربعات الكلية .

جدول (7-12) : تحليل التغاير لتجربة عاملية بعاملين .

S.O.V.	df.	Type III SS	MS	F
A	a - 1	$R(\alpha \mid \mu, \gamma, \alpha\gamma, X)$	MSA	F_A
B	b - 1	$R(\gamma \mid \mu, \alpha, \alpha\gamma, X)$	MSB	F_B
AB	(a-1)(b-1)	$R(\alpha\gamma \mid \mu, \alpha, \gamma, X)$	MSAB	F_{AB}
X	1	$R(X \mid \mu, \alpha, \gamma, \alpha\gamma)$	MSX	F_{β}
Error	ab(r-1)	SSE	MSE	

مثال (2-12) :

أجريب تجربة عاملية لدراسة تأثير صنف الزهرة (A) ومستوى الرطوبة (B) على محصول الأزهار القابل للتسويق . ولم تكن الوحدات التجريبية التي طبقت فيها المعالجات من نفس الحجم ولذا فاستخدم هذا القياس كمتغير مستقل في التحليل . وبيانات هذه التجربة موضحة بالجدول (8-12) وهي من Neter et al . (1990) .

جدول (8-12) : بيانات محصول الأزهار القابل للتسويق .

A : LP				A : WB			
B: Low		B: High		B: Low		B: High	
Y	X	Y	X	Y	X	Y	X
98	15	71	10	55	4	76	11
60	4	80	12	60	5	68	10
77	7	86	14	75	8	43	2
80	9	82	13	65	7	47	3
95	14	46	2	87	13	62	7
64	5	55	3	78	11	70	9
474	54	420	54	420	48	366	42

وبواسطة برنامج SAS نحصل على جدول تحليل التغاير الموضح بالجدول (12-9) .

جدول (12–9) : تحليل التغاير لمحصول الأزهار

S.O.V.	df	Type III SS	MS	F
A	1	96.60	96.60	15.36**
B	1	323.85	323.85	51.50**
AB	1	16.04	16.04	2.55
X	1	3994.52	3994.52	635.10
Error	19	119.48	6.29	

وبما أن قيمة F الجدولية عند مستـــوى المعنوية $\alpha = .01$ هي $F^{.99}_{1,\,19} = 8.18$ فنستنتج عدم وجود تفاعل بين A و B ، ولكن هناك فروق معنوية بين مستويات كل من العامـــل A و B عند مستـــوى المعنويـــة $\alpha = .01$.

وللتأكد من صحة الافتراض الثاني في تحليل التغاير والذي يقول أن لا تأثير للمعالجات في المتغير المستقل X ، أجرينا تحليل التباين للمتغير X مع كل من المعالجات العاملية الأربع وكان ذلك التحليل على النحو المعروض بالجـدول (12-10) .

جدول (12-10) : تحليل التباين للمتغير المستقل X .

S.O.V.	df	SS	MS	F	P-value
A	1	13.5	13.5	0.73	0.40
B	1	1.5	1.5	0.08	0.78
AB	1	1.5	1.5	0.08	0.78
Error	20	372.0	18.60		
Total	23	388.5			

ونستنتج من اختبارات F التي بالجدول (12-10) أن ليس هناك تفاعلاً بين المتغير المستقل والمعالجات العاملية .

ولو أردنا توضيح تحليل التغاير السابق على أنه حالة خاصة من تحليل الانحدار فنقوم بتقدير نموذج الانحدار الخطي الموضح بالمعادلة التالية :

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_1 I_{ijk1} + \gamma_1 I_{ijk2} + (\alpha\gamma)_{11} I_{ijk1} I_{ijk2} + \beta X'_{ijk} + \varepsilon_{ijk}$$

$$i = 1, 2 \quad ; \quad j = 1,2 \quad ; \quad k = 1, \ldots, 6$$

حيث

$$I_{ijk1} = \begin{cases} 1 & \text{إذا كانت المشاهدة من المستوى الاول للعامل } A \\ -1 & \text{إذا كانت المشاهدة من المستوى الثاني للعامل } A \end{cases}$$

$$I_{ijk2} = \begin{cases} 1 & \text{إذا كانت المشاهدة من المستوى الأول للعامل } B \\ -1 & \text{إذا كانت المشاهدة من المستوى الثاني للعامل } B \end{cases}$$

$$X'_{ijk} = (X_{ijk} - \overline{X}_{\ldots})$$

وبالنسبة للمثال (2-12) يكون النموذج السابق المقدر كما يلي :

$$\hat{Y} = 70.0 + 2.04\, I_1 + 3.68\, I_2 + 0.82\, I_1 I_2 + 3.277\, X' .$$

وأخيراً نلخص نتائج هذه التجربة بحساب المتوسطات المعدلة للعاملين A و B مع الأخطاء المعيارية . وباستخدام المعادلات الموضحة بالجدول (6-12) نحصل على التالي :

$$\overline{Y}_{1..\,(Adj.)} = \overline{Y}_{1..} - \hat{\beta}\,(\overline{X}_{1..} - \overline{X}_{\ldots}) = 74.5 - 3.277(9 - 8.25) = 72.04$$

$$S_{(\overline{Y}_{1..}\,Adj.)} = \left[6.29\left(\frac{1}{2(6)} + \frac{(9 - 8.25)^2}{372.0}\right)\right]^{1/2} = 0.73$$

ونكمل بقية الحسابات للحصول على النتائج التالية :

Varieties	Adj. mean	SE
LP	72.04	0.73
WB	67.96	0.73
Moisture	**Adj. mean**	**SE**
Low	66.32	0.72
High	73.68	0.72

ملاحظة :

يكون جدول تحليل التغاير لهذا النموذج هو نفسه الذي بالجدول (12-9) في حالة استخدام طريقة REG ببرنامج SAS (REG procedure) تكون مجموع المربعات الملائمة هي من النوع الثاني (Type II SS) كما هو موضح في الملحق . ونعرف مجموع المربعات كالتالي:

$$R(I_1 | I_2, I_1 I_2, X) = 96.6$$

$$R(I_2 | I_1, I_1 I_2, X) = 323.85$$

$$R(I_1 I_2 | I_1, I_2, X) = 16.04$$

$$R(X | I_1, I_2, I_1 I_2) = 3994.52$$

12 - 5 الخلاصة :

نلخص فيما يلي استخدامات تحليل التغاير على ضوء ما تم توضيحه في هذا الباب وهي :

أ - التحكم في الأخطاء وزيادة الدقة ، وذلك بواسطة أخذ قياسات إضافية (X) على الوحدات التجريبية، قبل تسليمها المعالجة ، ثم تستخدم هذه المتغيرات في النموذج لفصل تأثيراتها من اختلافات الإستجابة Y . أي أن هناك جانب من اختلافات Y سيقع تفسيره بواسطة هذه المتغيرات المستقلة . ومن هنا يحصل تخفيض الخطأ التجريبي ، وتسمى هذه العملية بالتحكم في الأخطاء . ونستنتج

من هذا المفهوم أن تحليل التغاير مرادف لاستخدام القطاعات ، لذلك يستخدم في بعض التجارب التي يكون فيها من الصعب توفير قطاعات .

ب - تعديل المتوسطات ضد التحيز . عندما يفسر جزءا من اختلافات Y بالمتغير المستقل X ، يصبح من المؤكد أن متوسطات المعالجات $\overline{Y}_{i.}$ تختلف مع المتغير المستقل X . ولهذا السبب فمن الضروري ادخال تعديل على هذه المتوسطات بحيث تأخذ بعين الاعتبار الاختلافات التي بين المتوسطات $\overline{X}_{i.}$.

ج - دراسة انحدارات مجموعات مختلفة . وهذا الاستخدام وضحناه في الفقرة (3-2-12) وهو عبارة عن تقدير نماذج انحدار خطية للمعالجات أو المجموعات الموجودة في التجربة ، بحيث تكون هناك معادلة انحدار لكل معالجة . ومن هنا بإمكاننا اختبار عدم تجانس الميول .

لقد تطرقنا في هذا الفصل لبعض استخدامات تحليل التغاير مع بعض الأمثلة . وبإمكان القارىء مد هذه الاستخدامات لتصميمات أخرى مثل المربع اللاتيني والتجارب العاملية الجزئية والمدمجة وتصميمات القطع المنشقة ... الخ . كما يمكننا استخدام أكثر من متغير مستقل في تحليل التغاير مثل

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_1(X_{ij1} - \overline{X}_{..1}) + \beta_2(X_{ij2} - \overline{X}_{..2}) + \varepsilon_{ij}$$

أو تغيير العلاقة من خطية إلى تربيعية مثل

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_1(X_{ij} - \overline{X}_{..}) + \beta_2(X_{ij} - \overline{X}_{..})^2 + \varepsilon_{ij}$$

وللمزيد من التوضيح حول هذه المواضيع نوجه القارىء إلى المراجع التاليـــة :

Ostle and Mensing (1975) و Snedecor and Cochran (1983) و Neter, et al. (1990) .

تمـارين

1-12 تمثل البيانات الآتية زيادة أوزان (Y) 30 فأراً بعد تغذيتهما بثلاثة أنواع من الأغذية ، وكمية الوحدات الحرارية المستهلكة (X) . ومعروف أن هذا المتغير المستقل يؤثر في Y بعلاقة خطية .

	Diet					
	1		2		3	
	x	y	x	y	x	y
	108	73	99	98	194	94
	136	102	117	74	198	79
	138	118	90	56	196	96
	159	104	141	111	198	98
	146	81	106	95	210	102
	141	107	112	88	196	102
	175	100	110	82	230	108
	149	87	117	77	222	91
	174	117	111	86	220	120
	176	111	122	92	228	105
Mean	150 .2	100.0	112.5	85.9	209.2	99.5

أ – أوجد جدول تحليل التغاير لهذه التجربة بالطريقة العادية .

ب – استخدم طريقة GLM ببرنامج SAS لتحليل هذه التجربة .

ج – اختبر الافتراض الذي ينص على أن X لا تتأثر بالمعالجات .

هـ – أوجد المتوسطات المعدلة والأخطاء المعيارية الخاصة بها .

2-12 أوجد جدول تحليل التغاير بالطريقة الموضحة بالجدول (12-5) للمثال (12-2) واحسب الاختبارات التالية F_A ، F_B و F_{AB} .

3-12 أجريت تجربة عاملية 2^2 في التصميم التام التعشية وسجلت إلى جانب Y بيانات عن متغير مستقل X ، وكانت البيانات كالآتي :

	A_1		A_2	
	X	Y	X	Y
	23.8	7.9	28.5	25.1
	23.8	7.1	18.5	20.7
	22.6	7.7	20.3	20.3
B_1	22.8	11.2	26.6	18.9
	22.0	6.4	21.2	25.4
	19.6	10.0	24.0	30.0
	27.5	20.1	22.9	19.9
	28.1	17.7	25.2	28.2
	35.7	16.8	20.8	18.1
B_2	27.7	30.5	13.5	13.5
	25.9	21.0	19.1	19.3
	27.9	29.3	32.2	35.1

أ – أوجد تحليل التغاير لهذه التجربة .

ب – اختبر التأثيرات العاملية في التجربة وأوجد المتوسطات المعدلة

ج – قدر نموذج تحليل الانحدار المرادف لتحليل التغاير

د – اختبر عدم تجانس الميول واكتب تعليقك عن هذه النتائج .

4-12 . يمثل الجدول التالي الجزء الأول من جدول تحليل التغاير

S.O.V.	df	Y	XY	X
Blocks	5	96	16	4
Treatments	8	80	32	16
Error	40	160	40	20
Total				

أ – أكمل جدول تحليل التغاير

ب – هل هناك فرق معنوي بين المتوسطات المعدلة ؟

مثال (12 - 1)

```
OPTION PS=65;
DATA LAMB;
  DO REP = 1 TO 5;
   DO BREED = 1 TO 3;
    INPUT Y X @ @; X = X - (182/15);      (mean of x = 182/15)
    OUTPUT;
   END;
 END;
CARDS;
18 10  20 11  17 10
21 12  24 14  17 12
20 12  19 11  21 13
21 13  23 15  17 11
25 16  22 14  16  8
;
PROC GLM;
 CLASS BREED;
 MODEL Y = BREED X / SOLUTION;
LSMEANS BREED / E STDERR PDIFF;
RUN;

PROC REG;
 MODEL Y = X / SS2;
RUN;

DATA LAMBM; SET LAMB;
 I1  = (BREED = 1) - (BREED = 3);
 I2  = (BREED = 2) - (BREED = 3);
 I1X = I1*X;
 I2X = I2*X;
PROC GLM DATA = LAMBM;
  CLASS REP;
  MODEL Y = I1 I2 X / SOLUTION;
RUN;

PROC GLM DATA = LAMBM;
  CLASS REP;
  MODEL Y = I1 I2 X I1X I2X / SOLUTION;
RUN;
```

```
                         General Linear Models Procedure
                             Class Level Information

                          Class     Levels    Values
                          BREED          3    1 2 3
                      Number of observations in data set = 15

Dependent Variable: Y
                                      Sum of          Mean
Source                      DF       Squares        Square     F Value      Pr > F

Model                        3   93.73666667   31.24555556       30.70      0.0001
Error                       11   11.19666667    1.01787879
Corrected Total             14  104.93333333

                 R-Square          C.V.      Root MSE                  Y Mean
                 0.893297     5.0277398     1.0088998             20.06666667
```

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BREED	2	46.5333333	23.2666667	22.86	0.0001
X	1	47.2033333	47.2033333	46.37	0.0001

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BREED	2	7.7288193	3.8644096	3.80	0.0557
X	1	47.2033333	47.2033333	46.37	0.0001

General Linear Models Procedure
Least Squares Means

BREED	Y LSMEAN	Std Err LSMEAN	Prob > |t| H0:LSMEAN=0	LSMEAN NUMBER
1	20.5372222	0.4562827	0.0001	1
2	20.7405556	0.4685122	0.0001	2
3	18.9222222	0.4911975	0.0001	3

Prob > |t| H0: LSMEAN(i)=LSMEAN(j)

i/j	1	2	3
1	.	0.7569	0.0391
2	0.7569	.	0.0272
3	0.0391	0.0272	

NOTE: To ensure overall protection level, only probabilities associated with pre-planned comparisons should be used.

Model: MODEL1
Dep Variable: Y

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	1	86.00785	86.00785	59.079	0.0001
Error	13	18.92549	1.45581		
C Total	14	104.93333			

Root MSE	1.20657	R-Square	0.8196
Dep Mean	20.06667	Adj R-Sq	0.8058
C.V.	6.01280		

General Linear Models Procedure
Class Level Information

Class	Levels	Values
REP	5	1 2 3 4 5

Number of observations in data set = 15

Dependent Variable: Y

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F

```
Model                        3    93.73666667    31.24555556        30.70     0.0001
Error                       11    11.19666667     1.01787879
Corrected Total             14   104.93333333

                  R-Square          C.V.       Root MSE                  Y Mean
                  0.893297     5.0277398      1.0088998             20.06666667

                                          T for H0:    Pr > |T|    Std Error of
Parameter                   Estimate    Parameter=0                  Estimate

INTERCEPT                20.06666667          77.03     0.0001    0.2604968059
I1                        0.47055556           1.26     0.2351    0.3746135682
I2                        0.67388889           1.73     0.1115    0.3894163450
X                         0.99166667           6.81     0.0001    0.1456221415

                     General Linear Models Procedure

                       Class     Levels     Values

                       REP            5     1 2 3 4 5
                  Number of observations in data set = 15

Dependent Variable: Y
                                    Sum of           Mean
Source                      DF     Squares          Square       F Value      Pr > F

Model                        5    94.83355856    18.96671171        16.90     0.0002
Error                        9    10.09977477     1.12219720
Corrected Total             14   104.93333333

                  R-Square          C.V.       Root MSE                  Y Mean
                  0.903751     5.2790935      1.0593381             20.06666667

                                          T for H0:    Pr > |T|    Std Error of
Parameter                   Estimate    Parameter=0                  Estimate

INTERCEPT                19.94788539          63.76     0.0001    0.3128812654
I1                        0.51739239           1.23     0.2499    0.4206550938
I2                        0.78544795           1.79     0.1073    0.4390634990
X                         0.97653904           6.33     0.0001    0.1543548755
I1X                       0.16929429           0.81     0.4369    0.2081057852
I2X                       0.02346096           0.10     0.9192    0.2248208364
```

مثال (12 - 2)

```
OPTION PS=65;
DATA FLOWER;
  DO VARI = 'LP','WB';
     DO REP = 1 TO 6;
        DO MOIST = 'HIGH','LOW';
        INPUT Y X @ @;
        X=X-8.25;
        OUTPUT;
        END;
     END;
  END;
CARDS;
 71 10  98 15
```

```
80 12  60  4
86 14  77  7
82 13  80  9
46  2  95 14
55  3  64  5
76 11  55  4
68 10  60  5
43  2  75  8
47  3  65  7
62  7  87 13
70  9  78 11

DATA FLOWERM; SET FLOWER;
I1=(VARI='LP')-(VARI='WB');
I2=(MOIST='LOW')-(MOIST='HIGH');
I1I2=I1*I2;
RUN;

PROC GLM DATA=FLOWER;
CLASS VARI MOIST;
MODEL Y = VARI MOIST VARI*MOIST X / SOLUTION;
MEANS VARI MOIST;
LSMEANS VARI MOIST / PDIFF STDERR;
RUN;

PROC REG DATA=FLOWERM;
MODEL Y = I1 I2 I1I2 X / SS2;
RUN;
```

General Linear Models Procedure

Dependent Variable: Y

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	4	4966.5188172	1241.6297043	197.45	0.0001
Error	19	119.4811828	6.2884833		
Corrected Total	23	5086.0000000			

R-Square	C.V.	Root MSE	Y Mean
0.976508	3.5824069	2.5076848	70.00000000

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
VARI	1	96.60183	96.60183	15.36	0.0009
MOIST	1	323.84947	323.84947	51.50	0.0001
VARI*MOIST	1	16.04224	16.04224	2.55	0.1267
X	1	3994.51882	3994.51882	635.21	0.0001

General Linear Models Procedure
Least Squares Means

VARI	Y LSMEAN	Std Err LSMEAN	Prob > |t| HO:LSMEAN=0	Prob > |t| HO: LSMEAN1=LSMEAN2
LP	72.0423387	0.7304444	0.0001	0.0009
WB	67.9576613	0.7304444	0.0001	

MOIST	Y LSMEAN	Std Err LSMEAN	Prob > |t| HO:LSMEAN=0	Prob > |t| HO: LSMEAN1=LSMEAN2
HIGH	66.3192204	0.7246356	0.0001	0.0001
LOW	73.6807796	0.7246356	0.0001	

Model: MODEL1
Dep Variable: Y

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	4	4966.51882	1241.62970	197.445	0.0001
Error	19	119.48118	6.28848		
C Total	23	5086.00000			

Root MSE	2.50768	R-Square	0.9765
Dep Mean	70.00000	Adj R-Sq	0.9716
C.V.	3.58241		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for HO: Parameter=0	Prob > |T|
INTERCEP	1	70.000000	0.51187903	136.751	0.0001
I1	1	2.042339	0.52108438	3.919	0.0009
I2	1	3.680780	0.51291000	7.176	0.0001
I1I2	1	0.819220	0.51291000	1.597	0.1267
X	1	3.276882	0.13001740	25.203	0.0001

Variable	DF	Type II SS
INTERCEP	1	117600
I1	1	96.601826
I2	1	323.849473
I1I2	1	16.042244
X	1	3994.518817

REFERENCES المراجع

أولا : المراجع العربية

1 – أحمد عبادة سرحان، (1983) ، تصميم التجارب وتحليلها – دار الكتب الجامعية – القاهرة – جمهورية مصر العربية .

2 – خاشع محمود الراوي وعبدالعزيز محمد خلف الله، (1980) ، تصميم وتحليل التجارب الزراعية – وزارة التعليم العالي والبحث العلمي – جامعة الموصل – الجمهورية العراقية .

3 – محمد محمد الطاهر الامام ، (1989) ، تصميم التجارب وتطبيقات على الحاسب الآلي – محاضرات لمركز خدمة المجتمع والتعليم المستمر – جامعة الملك سعود – الرياض – المملكة العربية السعودية .

4 – محمد على بشر ومحمد ممدوح الروبي، (1981) ، مقدمة في طرق الإحصاء وتصميم التجارب – دار المطبوعات الجديدة – جمهورية مصر العربية .

5 – مسعد زكي الحفني، (1982) ، تصميم وتحليل التجارب الحقلية – ترجمة لكتاب Sandararaj, N. وآخرون بعنوان Design and Analysis of Field Experiments .

ثانيا : المراجع الأجنبية

1. **Boardman, T.J. and Mofitt, T.R.** (1971), Graphical Monte Carlo Type I Error Rates for Multiple Comparison Procedures, Biometrics, 27, 738-744.

2. **Bouchandira, M.** (1984), Performance of Punch Planter of Corn, Unpublished Master of Science Thesis in Agr. Engineering, Iowa State University, Ames, Iowa.

3. **Carmer, S.G.; Nyquist, W.E. and Walker, W.M.** (1989), Least Significant Difference for Combined Analyses of Experiments with Two or Three Factor Treatment Design, Agronomy Journal, 81, 665-672.

4. **Carmer, S.G. and Swanson, M.R.** (1973), An Evaluation of Ten Pairwise Multiple Comparison Procedures by Monte Carlo Methods, Journal of the American Statistical Association, 68, 66-74.

5. **Carmer, S.G. and Walker, W.M.** (1982), Baby Bear Dilemma: A Statistical Tale, Agronomy Journal, 74, 122-124.

6. **Cochran, W.G. and Cox, G.M.** (1957), Experimental Design, Second Edition, John Wiley & Sons Inc., New York, USA.

7. **Devore, J. L.** (1982), Probability and Statistics for Engineering and the Sciences, Brooks/Cole Pubishing Company, Monterey, California.

8. **Draper, N. and Smith, H.** (1981), Applied Regression Analysis, Second Edition, John Wiley & Sons Inc., USA.

9. **Duncan, D.B.** (1955), Multiple Range and Multiple F Tests, Biometrics, 11, 1-42.

10. **Dunnett, C.W.** (1964), New Tables for Multiple Comparisons With a Control, Biometrics, 20, 482-491.

11. **Elamin, K.E.** (1981), Determination of the Design and Operating Parameters of Rotary Cleaning Sieves for Combines, Unpublished Master of Science Thesis in Agr. Engineering, Iowa State University, Ames, Iowa.

12. **El-Nakhal, H. and Al-Kahtani, M.S.** (1986), Ripening of Date Fruits by Freezing, Journal of the College of Agriculture, King Saud University, 8, 2, 325-335.

13. **Federer**, W.T. (1955), Experimental Design, MacMillan, New York.

14. **Federer**, W.T. (1975), The Misunderstood Split Plot, p. 3-39 in Applied Statistics, Edited by R.P. Gupta, North Holland Publishing Company.

15. **Finney**, D.J. (1945), The Fractional Replication of Factorial Arrangements, Ann. Eugen., 12, 290-301.

16. **Finney**, D.J. (1946), Standard Errors of Yields Adjusted for Regression on an Independent Measurement, Biometrics, 2, 53-55.

17. **Fisher**, R.A. (1935), The Design of Experiments, London: Oliver & Boyd.

18. **Gill**, J.L. (1987), Design and Analysis of Experiments in the Animal and Medical Sicences, Vol. 1, 2, 3, The Iowa State University Press, Ames, Iowa, USA.

19. **Hicks**, C.R. (1973), Fundamental Concepts in the Design of Experiments, New York : Holt, Rinehart & Winston.

20. **Kempthorne**, O. (1983), Design and Analysis of Experiments, Krieger Publishing Comapny, Malabar, Florida.

21. **Limam**, M.M.T. (1988), Simultaneous Tolerance Intervals for the Linear Regression Model, Journal of the American Statistical Association, 83, 403, 801-804.

22. **Little**, T.M. and **Hills**, F.J. (1978), Agricultural Experimentation Design and Analysis, John Wiley & Sons Inc., New York, USA.

23. **Lymann**, O. (1984), An Introduction to Statistical Methods and Data Analysis, Second Edition, Duxbury Press, Boston, USA.

24. **Miller**, R.G. (1966), Simultaneous Statistical Inference, Mc Graw Hill Book Company, New York, USA.

25. **Montgomery**, D.C. (1984), Design and Analysis of Experiments, Second Edition, John Wiley & Sons Inc.

26. **Neter**, J.; **Wasserman**, W. and **Kutner**, M.H. (1990), Applied Linear Statistical Models, Third Edition, Richard D. Irwin Inc.

27. **Ostle**, B. and **Mensing**, R.W. (1975) Statistics in Research,

Third Edition, The Iowa State University Press, Ames, Iowa, USA.

28.**Petersen, R.G.** (1985), Design and Analysis of Experiments, Marcell Dekker, Inc., New York.

29.**Raktoe, B.L. and Hedayat, A. and Federer, W.T.** (1981), Factorial Designs, John Wiley and Sons, Inc.

30.**Satterthwaite, F.E.** (1946), An Approximate Distribution of Estimates of Variance Components, Biometrics Bulletin, 2, 110-114.

31.**Snedecor, G.W. and Cochran, W.G.** (1980), Statistical Methods, Seven Edition, The Iowa State University Press, Ames, Iowa, USA.

32.**Steel, R.G.D. and Torrie, J.H.** (1980), Principles and Procedures of Statistics, A Biometrical Approach, Second Edition, Mc Graw Hill Book Company.

33.**Yates, F.** (1937), The Design and Analysis of Factorial Experiments, Imp. Bur. Soil Sci. Tech. Comm., 35.

الجداول الاحصائية

1 - جدول A - 1 : جدول الأرقام العشوائية

2 - جدول A - 2 : مئويات توزيع t : $t_{(A,\upsilon)}$

3 - جدول A - 3 : مئويات توزيع مربع كاي : $\chi^2_{(A,\upsilon)}$

4 - جدول A - 4 : مئويات توزيع F : $F^{A}_{(\upsilon_1,\upsilon_2)}$

5 - جدول A - 5 : جدول أقل مدى معنوي Least Significant Studentized Range

6 - جدول A - 6 : القيم الجدولية لاختبار Dunnett

جدول A-1 : جدول الأرقام العشوائية

	00–04	05–09	10–14	15–19	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44	45–49
00	54463	22662	65905	70639	79365	67382	29085	69831	47058	08186
01	15389	85205	18850	39226	42249	90669	96325	23248	60933	26927
02	85941	40756	82414	02015	13858	78030	16269	65978	01385	15345
03	61149	69440	11286	88218	58925	03638	52862	62733	33451	77455
04	05219	81619	10651	67079	92511	59888	84502	72095	83463	75577
05	41417	98326	87719	92294	46614	50948	64886	20002	97365	30976
06	28357	94070	20652	35774	16249	75019	21145	05217	47286	76305
07	17783	00015	10806	83091	91530	36466	39981	62481	49177	75779
08	40950	84820	29881	85966	62800	70326	84740	62660	77379	90279
09	82995	64157	66164	41180	10089	41757	78258	96488	88629	37231
10	96754	17676	55659	44105	47361	34833	86679	23930	53249	27083
11	34357	88040	53364	71726	45690	66334	60332	22554	90600	71113
12	06318	37403	49927	57715	50423	67372	63116	48888	21505	80182
13	62111	52820	07243	79931	89292	84767	85693	73947	22278	11551
14	47534	09243	67879	00544	23410	12740	02540	54440	32949	13491
15	98614	75993	84460	62846	59844	14922	48730	73443	48167	34770
16	24856	03648	44898	09351	98795	18644	39765	71058	90368	44104
17	96887	12479	80621	66223	86085	78285	02432	53342	42846	94771
18	90801	21472	42815	77408	37390	76766	52615	32141	30268	18106
19	55165	77312	83666	36028	28420	70219	81369	41943	47366	41067
20	75884	12952	84318	95108	72305	64620	91318	89872	45375	85436
21	16777	37116	58550	42958	21460	43910	01175	87894	81378	10620
22	46230	43877	80207	88877	89380	32992	91380	03164	98656	59337
23	42902	66892	46134	01432	94710	23474	20423	60137	60609	13119
24	81007	00333	39693	28039	10154	95425	39220	19774	31782	49037
25	68089	01122	51111	72373	06902	74373	96199	97017	41273	21546
26	20411	67081	89950	16944	93054	87687	96693	87236	77054	33848
27	58212	13160	06468	15718	82627	76999	05999	58680	96739	63700
28	70577	42866	24969	61210	76046	67699	42054	12696	93758	03283
29	94522	74358	71659	62038	79643	79169	44741	05437	39038	13163
30	42626	86819	85651	88678	17401	03252	99547	32404	17918	62880
31	16051	33763	57194	16752	54450	19031	58580	47629	54132	60631
32	08244	27647	33851	44705	94211	46716	11738	55784	95374	72655
33	59497	04392	09419	89964	51211	04894	72882	17805	21896	83864
34	97155	13428	40293	09985	58434	01412	69124	82171	59058	82859
35	98409	66162	95763	47420	20792	61527	20441	39435	11859	41567
36	45476	84882	65109	96597	25930	66790	65706	61203	53634	22557
37	89300	69700	50741	30329	11658	23166	05400	66669	48708	03887
38	50051	95137	91631	66315	91428	12275	24816	68091	71710	33258
39	31753	85178	31310	89642	98364	02306	24617	09609	83942	22716
40	79152	53829	77250	20190	56535	18760	69942	77448	33278	48805
41	44560	38750	83635	56540	64900	42912	13953	79149	18710	68618
42	68328	83378	63369	71381	39564	05615	42451	64559	97501	65747
43	46939	38689	58625	08342	30459	85863	20781	09284	26333	91777
44	83544	86141	15707	96256	23068	13782	08467	89469	93842	55349
45	91621	00881	04900	54224	46177	55309	17852	27491	89415	23466
46	91896	67126	04151	03795	59077	11848	12630	98375	52068	60142
47	55751	62515	21108	80830	02263	29303	37204	96926	30506	09808
48	85156	87689	95493	88842	00664	55017	55539	17771	69448	87530
49	07521	56898	12236	60277	39102	62315	12239	07105	11844	01117

جدول A-1 : جدول الأرقام العشوائية (تابع)

	50–54	55–59	60–64	65–69	70–74	75–79	80–84	85–89	90–94	95–99
00	59391	58030	52098	82718	87024	82848	04190	96574	90464	29065
01	99567	76364	77204	04615	27062	96621	43918	01896	83991	51141
02	10363	97518	51400	25670	98342	61891	27101	37855	06235	33316
03	86859	19558	64432	16706	99612	59798	32803	67708	15297	28612
04	11258	24591	36863	55368	31721	94335	34936	02566	80972	08188
05	95068	88628	35911	14530	33020	80428	39936	31855	34334	64865
06	54463	47237	73800	91017	36239	71824	83671	39892	60518	37092
07	16874	62677	57412	13215	31389	62233	80827	73917	82802	84420
08	92494	63157	76593	91316	03505	72389	96363	52887	01087	66091
09	15669	56689	35682	40844	53256	81872	35213	09840	34471	74441
10	99116	75486	84989	23476	52967	67104	39495	39100	17217	74073
11	15696	10703	65178	90637	63110	17622	53988	71087	84148	11670
12	97720	15369	51269	69620	03388	13699	33423	67453	43269	56720
13	11666	13841	71681	98000	35979	39719	81899	07449	47985	46967
14	71628	73130	78783	75691	41632	09847	61547	18707	85489	69944
15	40501	51089	99943	91843	41995	88931	73631	69361	05375	15417
16	22518	55576	98215	82068	10798	86211	36584	67466	69373	40054
17	75112	30485	62173	02132	14878	92879	22281	16783	86352	00077
18	80327	02671	98191	84342	90813	49268	95441	15496	20168	09271
19	60251	45548	02146	05597	48228	81366	34598	72856	66762	17002
20	57430	82270	10421	00540	43648	75888	66049	21511	47676	33444
21	73528	39559	34434	88596	54086	71693	43132	14414	79949	85193
22	25991	65959	70769	64721	86413	33475	42740	06175	82758	66248
23	78388	16638	09134	59980	63806	48472	39318	35434	24057	74739
24	12477	09965	96657	57994	59439	76330	24596	77515	09577	91871
25	83266	32883	42451	15579	38155	29793	40914	65990	16255	17777
26	76970	80876	10237	39515	79152	74798	39357	09054	73579	92359
27	37074	65198	44785	68624	98336	84481	97610	78735	46703	98265
28	83712	06514	30101	78295	54656	85417	43189	60048	72781	72606
29	20287	56862	69727	94443	64936	08366	27227	05158	50326	59566
30	74261	32592	86538	27041	65172	85532	07571	80609	39285	65340
31	64081	49863	08478	96001	18888	14810	70545	89755	59064	07210
32	05617	75818	47750	67814	29575	10526	66192	44464	27058	40467
33	26793	74951	95466	74307	13330	42664	85515	20632	05497	33625
34	65988	72850	48737	54719	52056	01596	03845	35067	03134	70322
35	27366	42271	44300	73399	21105	03280	73457	43093	05192	48657
36	56760	10909	98147	34736	33863	95256	12731	66598	50771	83665
37	72880	43338	93643	58904	59543	23943	11231	83268	65938	81581
38	77888	38100	03062	58103	47961	83841	25878	23746	55903	44115
39	28440	07819	21580	51459	47971	29882	13990	29226	23608	15873
40	63525	94441	77033	12147	51054	49955	58312	76923	96071	05813
41	47606	93410	16359	89033	89696	47231	64498	31776	05383	39902
42	52669	45030	96279	14709	52372	87832	02735	50803	72744	88208
43	16738	60159	07425	62369	07515	82721	37875	71153	21315	00132
44	59348	11695	45751	15865	74739	05572	32688	20271	65128	14551
45	12900	71775	29845	60774	94924	21810	38636	33717	67598	82521
46	75086	23537	49939	33595	13484	97588	28617	17979	70749	35234
47	99495	51434	29181	09993	38190	42553	68922	52125	91077	40197
48	26075	31671	45386	36583	93459	48599	52022	41330	60651	91321
49	13636	93596	23377	51133	95126	61496	42474	45141	46660	42338

جدول (A-2) : مئويات توزيع t : $t_{(A,\upsilon)}$

حيث $p\{t_{(\upsilon)} \leq t_{(A,\upsilon)}\} = A$

	A						
ν	.60	.70	.80	.85	.90	.95	.975
1	0.325	0.727	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706
2	0.289	0.617	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303
3	0.277	0.584	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182
4	0.271	0.569	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776
5	0.267	0.559	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571
6	0.265	0.553	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447
7	0.263	0.549	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365
8	0.262	0.546	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306
9	0.261	0.543	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262
10	0.260	0.542	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228
11	0.260	0.540	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201
12	0.259	0.539	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179
13	0.259	0.537	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160
14	0.258	0.537	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145
15	0.258	0.536	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131
16	0.258	0.535	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120
17	0.257	0.534	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110
18	0.257	0.534	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101
19	0.257	0.533	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093
20	0.257	0.533	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086
21	0.257	0.532	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080
22	0.256	0.532	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074
23	0.256	0.532	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069
24	0.256	0.531	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064
25	0.256	0.531	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060
26	0.256	0.531	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056
27	0.256	0.531	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052
28	0.256	0.530	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048
29	0.256	0.530	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045
30	0.256	0.530	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042
40	0.255	0.529	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021
60	0.254	0.527	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000
120	0.254	0.526	0.845	1.041	1.289	1.658	1.980
∞	0.253	0.524	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960

جدول (A-2) : مئويات توزيع t (تابع)

ν	.98	.985	.99	.9925	.995	.9975	.9995
	A						
1	15.895	21.205	31.821	42.434	63.657	127.322	636.590
2	4.849	5.643	6.965	8.073	9.925	14.089	31.598
3	3.482	3.896	4.541	5.047	5.841	7.453	12.924
4	2.999	3.298	3.747	4.088	4.604	5.598	8.610
5	2.757	3.003	3.365	3.634	4.032	4.773	6.869
6	2.612	2.829	3.143	3.372	3.707	4.317	5.959
7	2.517	2.715	2.998	3.203	3.499	4.029	5.408
8	2.449	2.634	2.896	3.085	3.355	3.833	5.041
9	2.398	2.574	2.821	2.998	3.250	3.690	4.781
10	2.359	2.527	2.764	2.932	3.169	3.581	4.587
11	2.328	2.491	2.718	2.879	3.106	3.497	4.437
12	2.303	2.461	2.681	2.836	3.055	3.428	4.318
13	2.282	2.436	2.650	2.801	3.012	3.372	4.221
14	2.264	2.415	2.624	2.771	2.977	3.326	4.140
15	2.249	2.397	2.602	2.746	2.947	3.286	4.073
16	2.235	2.382	2.583	2.724	2.921	3.252	4.015
17	2.224	2.368	2.567	2.706	2.898	3.222	3.965
18	2.214	2.356	2.552	2.689	2.878	3.197	3.922
19	2.205	2.346	2.539	2.674	2.861	3.174	3.883
20	2.197	2.336	2.528	2.661	2.845	3.153	3.849
21	2.189	2.328	2.518	2.649	2.831	3.135	3.819
22	2.183	2.320	2.508	2.639	2.819	3.119	3.792
23	2.177	2.313	2.500	2.629	2.807	3.104	3.768
24	2.172	2.307	2.492	2.620	2.797	3.091	3.745
25	2.167	2.301	2.485	2.612	2.787	3.078	3.725
26	2.162	2.296	2.479	2.605	2.779	3.067	3.707
27	2.158	2.291	2.473	2.598	2.771	3.057	3.690
28	2.154	2.286	2.467	2.592	2.763	3.047	3.674
29	2.150	2.282	2.462	2.586	2.756	3.038	3.659
30	2.147	2.278	2.457	2.581	2.750	3.030	3.646
40	2.123	2.250	2.423	2.542	2.704	2.971	3.551
60	2.099	2.223	2.390	2.504	2.660	2.915	3.460
120	2.076	2.196	2.358	2.468	2.617	2.860	3.373
∞	2.054	2.170	2.326	2.432	2.576	2.807	3.291

جدول A-3 : مئويات توزيع كاي : $\chi^2_{(A,\upsilon)}$

ν	.005	.010	.025	.050	.100	.900	.950	.975	.990	.995
					A					
1	0.0^4393	0.0^3157	0.0^3982	0.0^2393	0.0158	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.103	0.211	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.676	0.872	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.989	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.73	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	36.74	40.11	43.19	46.96	49.64
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77
50	27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95
70	43.28	45.44	48.76	51.74	55.33	85.53	90.53	95.02	100.4	104.2
80	51.17	53.54	57.15	60.39	64.28	96.58	101.9	106.6	112.3	116.3
90	59.20	61.75	65.65	69.13	73.29	107.6	113.1	118.1	124.1	128.3
100	67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	118.5	124.3	129.6	135.8	140.2

Source: Reprinted, with permission, from C. M. Thompson, "Table of Percentage Points of the Chi-Square Distribution," *Biometrika* 32 (1941), pp. 188–89.

جدول A-4 : مئويات توزيع F : $F^{A}_{(\nu_1, \nu_2)}$

Den. df	A	Numerator df 1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	.50	1.00	1.50	1.71	1.82	1.89	1.94	1.98	2.00	2.03
	.90	39.9	49.5	53.6	55.8	57.2	58.2	58.9	59.4	59.9
	.95	161	200	216	225	230	234	237	239	241
	.975	648	800	864	900	922	937	948	957	963
	.99	4,052	5,000	5,403	5,625	5,764	5,859	5,928	5,981	6,022
	.995	16,211	20,000	21,615	22,500	23,056	23,437	23,715	23,925	24,091
	.999	405,280	500,000	540,380	562,500	576,400	585,940	592,870	598,140	602,280
2	.50	0.667	1.00	1.13	1.21	1.25	1.28	1.30	1.32	1.33
	.90	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38
	.95	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4
	.975	38.5	39.0	39.2	39.2	39.3	39.3	39.4	39.4	39.4
	.99	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4
	.995	199	199	199	199	199	199	199	199	199
	.999	998.5	999.0	999.2	999.2	999.3	999.3	999.4	999.4	999.4
3	.50	0.585	0.881	1.00	1.06	1.10	1.13	1.15	1.16	1.17
	.90	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24
	.95	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81
	.975	17.4	16.0	15.4	15.1	14.9	14.7	14.6	14.5	14.5
	.99	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3
	.995	55.6	49.8	47.5	46.2	45.4	44.8	44.4	44.1	43.9
	.999	167.0	148.5	141.1	137.1	134.6	132.8	131.6	130.6	129.9
4	.50	0.549	0.828	0.941	1.00	1.04	1.06	1.08	1.09	1.10
	.90	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94
	.95	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00
	.975	12.2	10.6	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90
	.99	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7
	.995	31.3	26.3	24.3	23.2	22.5	22.0	21.6	21.4	21.1
	.999	74.1	61.2	56.2	53.4	51.7	50.5	49.7	49.0	48.5
5	.50	0.528	0.799	0.907	0.965	1.00	1.02	1.04	1.05	1.06
	.90	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32
	.95	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77
	.975	10.0	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68
	.99	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2
	.995	22.8	18.3	16.5	15.6	14.9	14.5	14.2	14.0	13.8
	.999	47.2	37.1	33.2	31.1	29.8	28.8	28.2	27.6	27.2
6	.50	0.515	0.780	0.886	0.942	0.977	1.00	1.02	1.03	1.04
	.90	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96
	.95	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10
	.975	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52
	.99	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98
	.995	18.6	14.5	12.9	12.0	11.5	11.1	10.8	10.6	10.4
	.999	35.5	27.0	23.7	21.9	20.8	20.0	19.5	19.0	18.7
7	.50	0.506	0.767	0.871	0.926	0.960	0.983	1.00	1.01	1.02
	.90	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72
	.95	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68
	.975	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82
	.99	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72
	.995	16.2	12.4	10.9	10.1	9.52	9.16	8.89	8.68	8.51
	.999	29.2	21.7	18.8	17.2	16.2	15.5	15.0	14.6	14.3

جدول A-4 : مئويات توزيع F (تابع)

Den. df	A	Numerator df 10	12	15	20	24	30	60	120	∞
1	.50	2.04	2.07	2.09	2.12	2.13	2.15	2.17	2.18	2.20
	.90	60.2	60.7	61.2	61.7	62.0	62.3	62.8	63.1	63.3
	.95	242	244	246	248	249	250	252	253	254
	.975	969	977	985	993	997	1,001	1,010	1,014	1,018
	.99	6,056	6,106	6,157	6,209	6,235	6,261	6,313	6,339	6,366
	.995	24,224	24,426	24,630	24,836	24,940	25,044	25,253	25,359	25,464
	.999	605,620	610,670	615,760	620,910	623,500	626,100	631,340	633,970	636,620
2	.50	1.34	1.36	1.38	1.39	1.40	1.41	1.43	1.43	1.44
	.90	9.39	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.48	9.49
	.95	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
	.975	39.4	39.4	39.4	39.4	39.5	39.5	39.5	39.5	39.5
	.99	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5
	.995	199	199	199	199	199	199	199	199	200
	.999	999.4	999.4	999.4	999.4	999.5	999.5	999.5	999.5	999.5
3	.50	1.18	1.20	1.21	1.23	1.23	1.24	1.25	1.26	1.27
	.90	5.23	5.22	5.20	5.18	5.18	5.17	5.15	5.14	5.13
	.95	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.57	8.55	8.53
	.975	14.4	14.3	14.3	14.2	14.1	14.1	14.0	13.9	13.9
	.99	27.2	27.1	26.9	26.7	26.6	26.5	26.3	26.2	26.1
	.995	43.7	43.4	43.1	42.8	42.6	42.5	42.1	42.0	41.8
	.999	129.2	128.3	127.4	126.4	125.9	125.4	124.5	124.0	123.5
4	.50	1.11	1.13	1.14	1.15	1.16	1.16	1.18	1.18	1.19
	.90	3.92	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.79	3.78	3.76
	.95	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.69	5.66	5.63
	.975	8.84	8.75	8.66	8.56	8.51	8.46	8.36	8.31	8.26
	.99	14.5	14.4	14.2	14.0	13.9	13.8	13.7	13.6	13.5
	.995	21.0	20.7	20.4	20.2	20.0	19.9	19.6	19.5	19.3
	.999	48.1	47.4	46.8	46.1	45.8	45.4	44.7	44.4	44.1
5	.50	1.07	1.09	1.10	1.11	1.12	1.12	1.14	1.14	1.15
	.90	3.30	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.14	3.12	3.11
	.95	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.43	4.40	4.37
	.975	6.62	6.52	6.43	6.33	6.28	6.23	6.12	6.07	6.02
	.99	10.1	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.20	9.11	9.02
	.995	13.6	13.4	13.1	12.9	12.8	12.7	12.4	12.3	12.1
	.999	26.9	26.4	25.9	25.4	25.1	24.9	24.3	24.1	23.8
6	.50	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09	1.10	1.11	1.12	1.12
	.90	2.94	2.90	2.87	2.84	2.82	2.80	2.76	2.74	2.72
	.95	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.74	3.70	3.67
	.975	5.46	5.37	5.27	5.17	5.12	5.07	4.96	4.90	4.85
	.99	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.06	6.97	6.88
	.995	10.2	10.0	9.81	9.59	9.47	9.36	9.12	9.00	8.88
	.999	18.4	18.0	17.6	17.1	16.9	16.7	16.2	16.0	15.7
7	.50	1.03	1.04	1.05	1.07	1.07	1.08	1.09	1.10	1.10
	.90	2.70	2.67	2.63	2.59	2.58	2.56	2.51	2.49	2.47
	.95	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.30	3.27	3.23
	.975	4.76	4.67	4.57	4.47	4.42	4.36	4.25	4.20	4.14
	.99	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.82	5.74	5.65
	.995	8.38	8.18	7.97	7.75	7.65	7.53	7.31	7.19	7.08
	.999	14.1	13.7	13.3	12.9	12.7	12.5	12.1	11.9	11.7

جدول A-4 : مئويات توزيع F (تابع)

Den. df	A	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		Numerator df								
8	.50	0.499	0.757	0.860	0.915	0.948	0.971	0.988	1.00	1.01
	.90	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56
	.95	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39
	.975	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36
	.99	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91
	.995	14.7	11.0	9.60	8.81	8.30	7.95	7.69	7.50	7.34
	.999	25.4	18.5	15.8	14.4	13.5	12.9	12.4	12.0	11.8
9	.50	0.494	0.749	0.852	0.906	0.939	0.962	0.978	0.990	1.00
	.90	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44
	.95	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18
	.975	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03
	.99	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35
	.995	13.6	10.1	8.72	7.96	7.47	7.13	6.88	6.69	6.54
	.999	22.9	16.4	13.9	12.6	11.7	11.1	10.7	10.4	10.1
10	.50	0.490	0.743	0.845	0.899	0.932	0.954	0.971	0.983	0.992
	.90	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35
	.95	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02
	.975	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78
	.99	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94
	.995	12.8	9.43	8.08	7.34	6.87	6.54	6.30	6.12	5.97
	.999	21.0	14.9	12.6	11.3	10.5	9.93	9.52	9.20	8.[illegible]
12	.50	0.484	0.735	0.835	0.888	0.921	0.943	0.959	0.972	0.981
	.90	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21
	.95	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80
	.975	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44
	.99	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39
	.995	11.8	8.51	7.23	6.52	6.07	5.76	5.52	5.35	5.20
	.999	18.6	13.0	10.8	9.63	8.89	8.38	8.00	7.71	7.48
15	.50	0.478	0.726	0.826	0.878	0.911	0.933	0.949	0.960	0.970
	.90	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09
	.95	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59
	.975	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12
	.99	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89
	.995	10.8	7.70	6.48	5.80	5.37	5.07	4.85	4.67	4.54
	.999	16.6	11.3	9.34	8.25	7.57	7.09	6.74	6.47	6.26
20	.50	0.472	0.718	0.816	0.868	0.900	0.922	0.938	0.950	0.959
	.90	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96
	.95	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39
	.975	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84
	.99	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46
	.995	9.94	6.99	5.82	5.17	4.76	4.47	4.26	4.09	3.96
	.999	14.8	9.95	8.10	7.10	6.46	6.02	5.69	5.44	5.24
24	.50	0.469	0.714	0.812	0.863	0.895	0.917	0.932	0.944	0.953
	.90	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91
	.95	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30
	.975	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70
	.99	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26
	.995	9.55	6.66	5.52	4.89	4.49	4.20	3.99	3.83	3.69
	.999	14.0	9.34	7.55	6.59	5.98	5.55	5.23	4.99	4.80

جدول A-4 : مئويات توزيع F (تابع)

Den. df	A	Numerator df 10	12	15	20	24	30	60	120	∞
8	.50	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07	1.08	1.08	1.09
	.90	2.54	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.34	2.32	2.29
	.95	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.01	2.97	2.93
	.975	4.30	4.20	4.10	4.00	3.95	3.89	3.78	3.73	3.67
	.99	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.03	4.95	4.86
	.995	7.21	7.01	6.81	6.61	6.50	6.40	6.18	6.06	5.95
	.999	11.5	11.2	10.8	10.5	10.3	10.1	9.73	9.53	9.33
9	.50	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.05	1.07	1.07	1.08
	.90	2.42	2.38	2.34	2.30	2.28	2.25	2.21	2.18	2.16
	.95	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.79	2.75	2.71
	.975	3.96	3.87	3.77	3.67	3.61	3.56	3.45	3.39	3.33
	.99	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.48	4.40	4.31
	.995	6.42	6.23	6.03	5.83	5.73	5.62	5.41	5.30	5.19
	.999	9.89	9.57	9.24	8.90	8.72	8.55	8.19	8.00	7.81
10	.50	1.00	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.06	1.07
	.90	2.32	2.28	2.24	2.20	2.18	2.16	2.11	2.08	2.06
	.95	2.98	2.91	2.84	2.77	2.74	2.70	2.62	2.58	2.54
	.975	3.72	3.62	3.52	3.42	3.37	3.31	3.20	3.14	3.08
	.99	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.08	4.00	3.91
	.995	5.85	5.66	5.47	5.27	5.17	5.07	4.86	4.75	4.64
	.999	8.75	8.45	8.13	7.80	7.64	7.47	7.12	6.94	6.76
12	.50	0.989	1.00	1.01	1.02	1.03	1.03	1.05	1.05	1.06
	.90	2.19	2.15	2.10	2.06	2.04	2.01	1.96	1.93	1.90
	.95	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.38	2.34	2.30
	.975	3.37	3.28	3.18	3.07	3.02	2.96	2.85	2.79	2.72
	.99	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.54	3.45	3.36
	.995	5.09	4.91	4.72	4.53	4.43	4.33	4.12	4.01	3.90
	.999	7.29	7.00	6.71	6.40	6.25	6.09	5.76	5.59	5.42
15	.50	0.977	0.989	1.00	1.01	1.02	1.02	1.03	1.04	1.05
	.90	2.06	2.02	1.97	1.92	1.90	1.87	1.82	1.79	1.76
	.95	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.16	2.11	2.07
	.975	3.06	2.96	2.86	2.76	2.70	2.64	2.52	2.46	2.40
	.99	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.05	2.96	2.87
	.995	4.42	4.25	4.07	3.88	3.79	3.69	3.48	3.37	3.26
	.999	6.08	5.81	5.54	5.25	5.10	4.95	4.64	4.48	4.31
20	.50	0.966	0.977	0.989	1.00	1.01	1.01	1.02	1.03	1.03
	.90	1.94	1.89	1.84	1.79	1.77	1.74	1.68	1.64	1.61
	.95	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.95	1.90	1.84
	.975	2.77	2.68	2.57	2.46	2.41	2.35	2.22	2.16	2.09
	.99	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.61	2.52	2.42
	.995	3.85	3.68	3.50	3.32	3.22	3.12	2.92	2.81	2.69
	.999	5.08	4.82	4.56	4.29	4.15	4.00	3.70	3.54	3.38
24	.50	0.961	0.972	0.983	0.994	1.00	1.01	1.02	1.02	1.03
	.90	1.88	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.61	1.57	1.53
	.95	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.84	1.79	1.73
	.975	2.64	2.54	2.44	2.33	2.27	2.21	2.08	2.01	1.94
	.99	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.40	2.31	2.21
	.995	3.59	3.42	3.25	3.06	2.97	2.87	2.66	2.55	2.43
	.999	4.64	4.39	4.14	3.87	3.74	3.59	3.29	3.14	2.97

جدول A-4 : مئويات توزيع F (تابع)

Den. df	A	Numerator df 1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	.50	0.466	0.709	0.807	0.858	0.890	0.912	0.927	0.939	0.948
	.90	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85
	.95	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21
	.975	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57
	.99	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07
	.995	9.18	6.35	5.24	4.62	4.23	3.95	3.74	3.58	3.45
	.999	13.3	8.77	7.05	6.12	5.53	5.12	4.82	4.58	4.39
60	.50	0.461	0.701	0.798	0.849	0.880	0.901	0.917	0.928	0.937
	.90	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74
	.95	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04
	.975	5.29	3.93	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33
	.99	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72
	.995	8.49	5.80	4.73	4.14	3.76	3.49	3.29	3.13	3.01
	.999	12.0	7.77	6.17	5.31	4.76	4.37	4.09	3.86	3.69
120	.50	0.458	0.697	0.793	0.844	0.875	0.896	0.912	0.923	0.932
	.90	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68
	.95	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96
	.975	5.15	3.80	3.23	2.89	2.67	2.52	2.39	2.30	2.22
	.99	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56
	.995	8.18	5.54	4.50	3.92	3.55	3.28	3.09	2.93	2.81
	.999	11.4	7.32	5.78	4.95	4.42	4.04	3.77	3.55	3.38
∞	.50	0.455	0.693	0.789	0.839	0.870	0.891	0.907	0.918	0.927
	.90	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63
	.95	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88
	.975	5.02	3.69	3.12	2.79	2.57	2.41	2.29	2.19	2.11
	.99	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41
	.995	7.88	5.30	4.28	3.72	3.35	3.09	2.90	2.74	2.62
	.999	10.8	6.91	5.42	4.62	4.10	3.74	3.47	3.27	3.10

جدول A-4 : مئويات توزيع F (تابع)

Den. df	A	10	12	15	20	24	30	60	120	∞
		Numerator df								
30	.50	0.955	0.966	0.978	0.989	0.994	1.00	1.01	1.02	1.02
	.90	1.82	1.77	1.72	1.67	1.64	1.61	1.54	1.50	1.46
	.95	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.74	1.68	1.62
	.975	2.51	2.41	2.31	2.20	2.14	2.07	1.94	1.87	1.79
	.99	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.21	2.11	2.01
	.995	3.34	3.18	3.01	2.82	2.73	2.63	2.42	2.30	2.18
	.999	4.24	4.00	3.75	3.49	3.36	3.22	2.92	2.76	2.59
60	.50	0.945	0.956	0.967	0.978	0.983	0.989	1.00	1.01	1.01
	.90	1.71	1.66	1.60	1.54	1.51	1.48	1.40	1.35	1.29
	.95	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.53	1.47	1.39
	.975	2.27	2.17	2.06	1.94	1.88	1.82	1.67	1.58	1.48
	.99	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.84	1.73	1.60
	.995	2.90	2.74	2.57	2.39	2.29	2.19	1.96	1.83	1.69
	.999	3.54	3.32	3.08	2.83	2.69	2.55	2.25	2.08	1.89
120	.50	0.939	0.950	0.961	0.972	0.978	0.983	0.994	1.00	1.01
	.90	1.65	1.60	1.55	1.48	1.45	1.41	1.32	1.26	1.19
	.95	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.43	1.35	1.25
	.975	2.16	2.05	1.95	1.82	1.76	1.69	1.53	1.43	1.31
	.99	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.66	1.53	1.38
	.995	2.71	2.54	2.37	2.19	2.09	1.98	1.75	1.61	1.43
	.999	3.24	3.02	2.78	2.53	2.40	2.26	1.95	1.77	1.54
∞	.50	0.934	0.945	0.956	0.967	0.972	0.978	0.989	0.994	1.00
	.90	1.60	1.55	1.49	1.42	1.38	1.34	1.24	1.17	1.00
	.95	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.32	1.22	1.00
	.975	2.05	1.94	1.83	1.71	1.64	1.57	1.39	1.27	1.00
	.99	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.47	1.32	1.00
	.995	2.52	2.36	2.19	2.00	1.90	1.79	1.53	1.36	1.00
	.999	2.96	2.74	2.51	2.27	2.13	1.99	1.66	1.45	1.00

Source: Reprinted from Table 5 of Pearson and Hartley, ***Biometrika Tables for Statisticians***, Volume 2, 1972, published by the Cambridge University Press, on behalf of The Biometrika Society, by permission of the authors and publishers.

جدول A-5 : أقل مدى معنوي $q_{\alpha}(k, \upsilon)$ عند $\alpha = .05$, $\alpha = 0.1$

Error df	Significance level	k' = number of means for range being tested: 2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20
1	.05	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0
	.01	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0
2	.05	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09
	.01	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0
3	.05	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50
	.01	8.26	8.5	8.6	8.7	8.8	8.9	8.9	9.0	9.0	9.0	9.1	9.2	9.3	9.3
4	.05	3.93	4.01	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02
	.01	6.51	6.8	6.9	7.0	7.1	7.1	7.2	7.2	7.3	7.3	7.4	7.4	7.5	7.5
5	.05	3.64	3.74	3.79	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83
	.01	5.70	5.96	6.11	6.18	6.26	6.33	6.40	6.44	6.5	6.6	6.6	6.7	6.7	6.8
6	.05	3.46	3.58	3.64	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68
	.01	5.24	5.51	5.65	5.73	5.81	5.88	5.95	6.00	6.0	6.1	6.2	6.2	6.3	6.3
7	.05	3.35	3.47	3.54	3.58	3.60	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61
	.01	4.95	5.22	5.37	5.45	5.53	5.61	5.69	5.73	5.8	5.8	5.9	5.9	6.0	6.0
8	.05	3.26	3.39	3.47	3.52	3.55	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56
	.01	4.74	5.00	5.14	5.23	5.32	5.40	5.47	5.51	5.5	5.6	5.7	5.7	5.8	5.8
9	.05	3.20	3.34	3.41	3.47	3.50	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52
	.01	4.60	4.86	4.99	5.08	5.17	5.25	5.32	5.36	5.4	5.5	5.5	5.6	5.7	5.7
10	.05	3.15	3.30	3.37	3.43	3.46	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47	3.48
	.01	4.48	4.73	4.88	4.96	5.06	5.13	5.20	5.24	5.28	5.36	5.42	5.48	5.54	5.55
11	.05	3.11	3.27	3.35	3.39	3.43	3.44	3.45	3.46	4.46	3.46	3.46	3.46	3.47	3.48
	.01	4.39	4.63	4.77	4.86	4.94	5.01	5.06	5.12	5.15	5.24	5.28	5.34	5.38	5.39
12	.05	3.08	3.23	3.33	3.36	3.40	3.42	3.44	3.44	3.46	3.46	3.46	3.46	3.47	3.48
	.01	4.32	4.55	4.68	4.76	4.84	4.92	4.96	5.02	5.07	5.13	5.17	5.22	5.24	5.26
13	.05	3.06	3.21	3.30	3.35	3.38	3.41	3.42	3.44	3.45	3.45	3.46	3.46	3.47	3.47
	.01	4.26	4.48	4.62	4.69	4.74	4.84	4.88	4.94	4.98	5.04	5.08	5.13	5.14	5.15
14	.05	3.03	3.18	3.27	3.33	3.37	3.39	3.41	3.42	3.44	3.45	3.46	3.46	3.47	3.47
	.01	4.21	4.42	4.55	4.63	4.70	4.78	4.83	4.87	4.91	4.96	5.00	5.04	5.06	5.07
15	.05	3.01	3.16	3.25	3.31	3.36	3.38	3.40	3.42	3.43	3.44	3.45	3.46	3.47	3.47
	.01	4.17	4.37	4.50	4.58	4.64	4.72	4.77	4.81	4.84	4.90	4.94	4.97	4.99	5.00

جدول A-5 : أقل مدى معنوي $q_{\alpha}(k, \upsilon)$ عند $\alpha = .05$, $\alpha = 0.1$ (تابع)

Error df	Significance level	k = number of means for range being tested: 2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20
16	.05	3.00	3.15	3.23	3.30	3.34	3.37	3.39	3.41	3.43	3.44	3.45	3.46	3.47	3.47
	.01	4.13	4.34	4.45	4.54	4.60	4.67	4.72	4.76	4.79	4.84	4.88	4.91	4.93	4.94
17	.05	2.98	3.13	3.22	3.28	3.33	3.36	3.38	3.40	3.42	3.44	3.45	3.46	3.47	3.47
	.01	4.10	4.30	4.41	4.50	4.56	4.63	4.68	4.72	4.75	4.80	4.83	4.86	4.88	4.89
18	.05	2.97	3.12	3.21	3.27	3.32	3.35	3.37	3.39	3.41	3.43	3.45	3.46	3.47	3.47
	.01	4.07	4.27	4.38	4.46	4.53	4.59	4.64	4.68	4.71	4.76	4.79	4.82	4.84	4.85
19	.05	2.96	3.11	3.19	3.26	3.31	3.35	3.37	3.39	3.41	3.43	3.44	3.46	3.47	3.47
	.01	4.05	4.24	4.35	4.43	4.50	4.56	4.61	4.64	4.67	4.72	4.76	4.79	4.81	4.82
20	.05	2.95	3.10	3.18	3.25	3.30	3.34	3.36	3.38	3.40	3.43	3.44	3.46	3.46	3.47
	.01	4.02	4.22	4.33	4.40	4.47	4.53	4.58	4.61	4.65	4.69	4.73	4.76	4.78	4.79
22	.05	2.93	3.08	3.17	3.24	3.29	3.32	3.35	3.37	3.39	3.42	3.44	3.45	3.46	3.47
	.01	3.99	4.17	4.28	4.36	4.42	4.48	4.53	4.57	4.60	4.65	4.68	4.71	4.74	4.75
24	.05	2.92	3.07	3.15	3.22	3.28	3.31	3.34	3.37	3.38	3.41	3.44	3.45	3.46	3.47
	.01	3.96	4.14	4.24	4.33	4.39	4.44	4.49	4.53	4.57	4.62	4.64	4.67	4.70	4.72
26	.05	2.91	3.06	3.14	3.21	3.27	3.30	3.34	3.36	3.38	3.41	3.43	3.45	3.46	3.47
	.01	3.93	4.11	4.21	4.30	4.36	4.41	4.46	4.50	4.53	4.58	4.62	4.65	4.67	4.69
28	.05	2.90	3.04	3.13	3.20	3.26	3.30	3.33	3.35	3.37	3.40	3.43	3.45	3.46	3.47
	.01	3.91	4.08	4.18	4.28	4.34	4.39	4.43	4.47	4.51	4.56	4.60	4.62	4.65	4.67
30	.05	2.89	3.04	3.12	3.20	3.25	3.29	3.32	3.35	3.37	3.40	3.43	3.44	3.46	3.47
	.01	3.89	4.06	4.16	4.22	4.32	4.36	4.41	4.45	4.48	4.54	4.58	4.61	4.63	4.65
40	.05	2.86	3.01	3.10	3.17	3.22	3.27	3.30	3.33	3.35	3.39	3.42	3.44	3.46	3.47
	.01	3.82	3.99	4.10	4.17	4.24	4.30	4.34	4.37	4.41	4.46	4.51	4.54	4.57	4.59
60	.05	2.83	2.98	3.08	3.14	3.20	3.24	3.28	3.31	3.33	3.37	3.40	3.43	3.45	3.47
	.01	3.76	3.92	4.03	4.12	4.17	4.23	4.27	4.31	4.34	4.39	4.44	4.47	4.50	4.53
100	.05	2.80	2.95	3.05	3.12	3.18	3.22	3.26	3.29	3.32	3.36	3.40	3.42	3.45	3.47
	.01	3.71	3.86	3.98	4.06	4.11	4.17	4.21	4.25	4.29	4.35	4.38	4.42	4.45	4.48
∞	.05	2.77	2.92	3.02	3.09	3.15	3.19	3.23	3.26	3.29	3.34	3.38	3.41	3.44	3.47
	.01	3.64	3.80	3.90	3.98	4.04	4.09	4.14	4.17	4.20	4.26	4.31	4.34	4.38	4.41

SOURCE: Abridged from D. B. Duncan, "Multiple range and multiple *F* tests," *Biometrics*, **11**: 1–42 (1955), with the permission of the editor and the author.

جدول A-6 : القيم الجدولية لاختبار Dunnett (اتجاهين) :

$\alpha = .05$ عند $d_{\alpha}(t\text{-}1, \upsilon)$

υ	t − 1 = Number of treatment means (excluding control)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	2.57	3.03	3.29	3.48	3.62	3.73	3.82	3.90	3.97
6	2.45	2.86	3.10	3.26	3.39	3.49	3.57	3.64	3.71
7	2.36	2.75	2.97	3.12	3.24	3.33	3.41	3.47	3.53
8	2.31	2.67	2.88	3.02	3.13	3.22	3.29	3.35	3.41
9	2.26	2.61	2.81	2.95	3.05	3.14	3.20	3.26	3.32
10	2.23	2.57	2.76	2.89	2.99	3.07	3.14	3.19	3.24
11	2.20	2.53	2.72	2.84	2.94	3.02	3.08	3.14	3.19
12	2.18	2.50	2.68	2.81	2.90	2.98	3.04	3.09	3.14
13	2.16	2.48	2.65	2.78	2.87	2.94	3.00	3.06	3.10
14	2.14	2.46	2.63	2.75	2.84	2.91	2.97	3.02	3.07
15	2.13	2.44	2.61	2.73	2.82	2.89	2.95	3.00	3.04
16	2.12	2.42	2.59	2.71	2.80	2.87	2.92	2.97	3.02
17	2.11	2.41	2.58	2.69	2.78	2.85	2.90	2.95	3.00
18	2.10	2.40	2.56	2.68	2.76	2.83	2.89	2.94	2.98
19	2.09	2.39	2.55	2.66	2.75	2.81	2.87	2.92	2.96
20	2.09	2.38	2.54	2.65	2.73	2.80	2.86	2.90	2.95
24	2.06	2.35	2.51	2.61	2.70	2.76	2.81	2.86	2.90
30	2.04	2.32	2.47	2.58	2.66	2.72	2.77	2.82	2.86
40	2.02	2.29	2.44	2.54	2.62	2.68	2.73	2.77	2.81
60	2.00	2.27	2.41	2.51	2.58	2.64	2.69	2.73	2.77
120	1.98	2.24	2.38	2.47	2.55	2.60	2.65	2.69	2.73
∞	1.96	2.21	2.35	2.44	2.51	2.57	2.61	2.65	2.69

[a] Reproduced with permission from C. W. Dunnett, "New Tables for Multiple Comparison with a Control," *Biometrics*, Vol. 20, No. 3, 1964, and from C. W. Dunnett, "A Multiple Comparison Procedure for Comparing Several Treatments with a Control," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 50, 1955.

جدول A-6 : القيم الجدولية لأختبار Dunnett (اتجاهين) :

$\alpha = .01$ عند $d_{\alpha}(t-1, \upsilon)$

υ	t − 1 = number of treatment means (excluding control)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	4.03	4.63	4.98	5.22	5.41	5.56	5.69	5.80	5.89
6	3.71	4.21	4.51	4.71	4.87	5.00	5.10	5.20	5.28
7	3.50	3.95	4.21	4.39	4.53	4.64	4.74	4.82	4.89
8	3.36	3.77	4.00	4.17	4.29	4.40	4.48	4.56	4.62
9	3.25	3.63	3.85	4.01	4.12	4.22	4.30	4.37	4.43
10	3.17	3.53	3.74	3.88	3.99	4.08	4.16	4.22	4.28
11	3.11	3.45	3.65	3.79	3.89	3.98	4.05	4.11	4.16
12	3.05	3.39	3.58	3.71	3.81	3.89	3.96	4.02	4.07
13	3.01	3.33	3.52	3.65	3.74	3.82	3.89	3.94	3.99
14	2.98	3.29	3.47	3.59	3.69	3.76	3.83	3.88	3.93
15	2.95	3.25	3.43	3.55	3.64	3.71	3.78	3.83	3.88
16	2.92	3.22	3.39	3.51	3.60	3.67	3.73	3.78	3.83
17	2.90	3.19	3.36	3.47	3.56	3.63	3.69	3.74	3.79
18	2.88	3.17	3.33	3.44	3.53	3.60	3.66	3.71	3.75
19	2.86	3.15	3.31	3.42	3.50	3.57	3.63	3.68	3.72
20	2.85	3.13	3.29	3.40	3.48	3.55	3.60	3.65	3.69
24	2.80	3.07	3.22	3.32	3.40	3.47	3.52	3.57	3.61
30	2.75	3.01	3.15	3.25	3.33	3.39	3.44	3.49	3.52
40	2.70	2.95	3.09	3.19	3.26	3.32	3.37	3.41	3.44
60	2.66	2.90	3.03	3.12	3.19	3.25	3.29	3.33	3.37
120	2.62	2.85	2.97	3.06	3.12	3.18	3.22	3.26	3.29
∞	2.58	2.79	2.92	3.00	3.06	3.11	3.15	3.19	3.22

جدول A-6 : القيم الجدولية لأختبار Dunnett (اتجاه واحد) :

$d_{\alpha}(t\text{-}1, \upsilon)$ عند $\alpha = .05$

υ	t − 1 = number of treatment means (excluding control)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	2.02	2.44	2.68	2.85	2.98	3.08	3.16	3.24	3.30
6	1.94	2.34	2.56	2.71	2.83	2.92	3.00	3.07	3.12
7	1.89	2.27	2.48	2.62	2.73	2.82	2.89	2.95	3.01
8	1.86	2.22	2.42	2.55	2.66	2.74	2.81	2.87	2.92
9	1.83	2.18	2.37	2.50	2.60	2.68	2.75	2.81	2.86
10	1.81	2.15	2.34	2.47	2.56	2.64	2.70	2.76	2.81
11	1.80	2.13	2.31	2.44	2.53	2.60	2.67	2.72	2.77
12	1.78	2.11	2.29	2.41	2.50	2.58	2.64	2.69	2.74
13	1.77	2.09	2.27	2.39	2.48	2.55	2.61	2.66	2.71
14	1.76	2.08	2.25	2.37	2.46	2.53	2.59	2.64	2.69
15	1.75	2.07	2.24	2.36	2.44	2.51	2.57	2.62	2.67
16	1.75	2.06	2.23	2.34	2.43	2.50	2.56	2.61	2.65
17	1.74	2.05	2.22	2.33	2.42	2.49	2.54	2.59	2.64
18	1.73	2.04	2.21	2.32	2.41	2.48	2.53	2.58	2.62
19	1.73	2.03	2.20	2.31	2.40	2.47	2.52	2.57	2.61
20	1.72	2.03	2.19	2.30	2.39	2.46	2.51	2.56	2.60
24	1.71	2.01	2.17	2.28	2.36	2.43	2.48	2.53	2.57
30	1.70	1.99	2.15	2.25	2.33	2.40	2.45	2.50	2.54
40	1.68	1.97	2.13	2.23	2.31	2.37	2.42	2.47	2.51
60	1.67	1.95	2.10	2.21	2.28	2.35	2.39	2.44	2.48
120	1.66	1.93	2.08	2.18	2.26	2.32	2.37	2.41	2.45
∞	1.64	1.92	2.06	2.16	2.23	2.29	2.34	2.38	2.42

جدول A-6 : القيم الجدولية لأختبار Dunnett (اتجاه واحد) :

$d_{\alpha}(t-1, \upsilon)$ عند $\alpha = .01$

υ	$t - 1$ = number of treatment means (excluding control)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	3.37	3.90	4.21	4.43	4.60	4.73	4.85	4.94	5.03
6	3.14	3.61	3.88	4.07	4.21	4.33	4.43	4.51	4.59
7	3.00	3.42	3.66	3.83	3.96	4.07	4.15	4.23	4.30
8	2.90	3.29	3.51	3.67	3.79	3.88	3.96	4.03	4.09
9	2.82	3.19	3.40	3.55	3.66	3.75	3.82	3.89	3.94
10	2.76	3.11	3.31	3.45	3.56	3.64	3.71	3.78	3.83
11	2.72	3.06	3.25	3.38	3.48	3.56	3.63	3.69	3.74
12	2.68	3.01	3.19	3.32	3.42	3.50	3.56	3.62	3.67
13	2.65	2.97	3.15	3.27	3.37	3.44	3.51	3.56	3.61
14	2.62	2.94	3.11	3.23	3.32	3.40	3.46	3.51	3.56
15	2.60	2.91	3.08	3.20	3.29	3.36	3.42	3.47	3.52
16	2.58	2.88	3.05	3.17	3.26	3.33	3.39	3.44	3.48
17	2.57	2.86	3.03	3.14	3.23	3.30	3.36	3.41	3.45
18	2.55	2.84	3.01	3.12	3.21	3.27	3.33	3.38	3.42
19	2.54	2.83	2.99	3.10	3.18	3.25	3.31	3.36	3.40
20	2.53	2.81	2.97	3.08	3.17	3.23	3.29	3.34	3.38
24	2.49	2.77	2.92	3.03	3.11	3.17	3.22	3.27	3.31
30	2.46	2.72	2.87	2.97	3.05	3.11	3.16	3.21	3.24
40	2.42	2.68	2.82	2.92	2.99	3.05	3.10	3.14	3.18
60	2.39	2.64	2.78	2.87	2.94	3.00	3.04	3.08	3.12
120	2.36	2.60	2.73	2.82	2.89	2.94	2.99	3.03	3.06
∞	2.33	2.56	2.68	2.77	2.84	2.89	2.93	2.97	3.00

المصطلحات الاحصائية (عربي - انجليزي)

(أ)

الإحصاء الوصفي	Descriptive statistics
الإحصاء اللا معلمي	Nonparametric statistics
الإحصاء الاستدلالي	Statistical inference
افتراضات	Assumptions
اختبار بارتلت	Bartlett's test
اختبارات الفروض	Testing hypotheses
اختبار دنكن للمدى المتعدد	Duncan's multiple range test
إدماج كامل	Complete confounding
إدماج	Confounding
انحراف	Deviation
الأس	Exponent
اختلاف الميول	Heterogeneity of slopes
أقل فرق معنوي	Least significant difference (LSD)
إدماج جزئي	Partial confounding
انحلال	Resolution
استجابة	Response
انحراف معياري	Standard deviation

(ب)

بقايا	Residuals
بيانات متوازنة	Balanced data
بيانات	Data
بيانات مفقودة	Missing values
بيانات زوجية	Paired data

(ت)

تجميعي	Additive
تحليل التغاير	Analysis of covariance
تحليل التباين	Analysis of variance (ANOVA)
تحيز	Bias
تكوين قطاعات	Blocking
توافيق	Combinations
تصميم(تصميمات)	Design(s)
تصميم التجارب	Design of experiments
توزيع	Distribution
التحويل الزاوي	Arcsine transformation
تأثير	Effect
تأثير عاملي	Factorial effect
تأثير رئيسي	Main effect
تأثير بسيط	Simple effect
تقدير	Estimation
توقع	Expectation
التباين المتوقع	Expected mean square
تجربة	Experiment
تأثير عاملي	Factorial effect
تجربة عاملية	Factorial experiment

تكرار جزئي	Fractional replication
تجربة عاملية جزئية	Fractional Factorial experiment
التفاعل العام	Generalized interaction
التكرار الخفي	Hidden replication
تفاعل من الدرجة العليا	High order interaction
تصنيف متشعب	Hierarchical classification
تجانس التباين	Homogeneity of variances
تفاعل (تداخل)	Interaction
التصميم التام التعشية	Completely randomized design
تصميم قطاعات غير كاملة	Incomplete block design
تصميم المربع اللاتيني	Latin square design
تصميم شبكي	Lattice design
تفاعل من الدرجة الدنيا	Low order interaction
التحكم في الوحدات التجريبية	Local control
تحليل الانحدار	Multiple regression
تصميمات متشعبة	Nested designs
توزيع طبيعي	Normal distribution
تعامد	Orthogonality
تباين تجميعي	Pooled variance
تعشية	Randomization
تصميم القطاعات العشوائية الكاملة	Randomized complete block design
تحليل الإنحدار	Regression analysis
تصميم معاد	Repeated design
تكرار	Replication
تصميم القطع المنشقة	Split-plot design
تصميم القطاعات المنشقة	Split-block design
تحويلة	Transformation

Trend analysis	تحليل الاتجاهات
Variability	تشتت
Variance	تباين

(ج)

Maximum likelihood	الجوازية الكبرى

(خ)

Experimental error	خطأ تجريبي
Type I error	خطأ من النوع الأول
Type II error	خطأ من النوع الثاني
Standard error	خطأ معياري
Sampling error	خطأ المعاينة

(د)

Accuracy	دقة
Degree of confidence	درجة الثقة
Degrees of freedom	درجات الحرية
Within groups	داخل المجموعات

(ط)

Least squares method	طريقة المربعات الصغري
Yates' algorithm	طريقة ياتس
Sampling techniques	طرق المعاينة
Scientific method	الطريقة العلمية

(ع)

Defining relation	علاقة التقسيم

عامل	Factor
عينة	Sample

(غ)

غير منحاز	Unbiased

(ف)

فترة الثقة	Confidence interval
فرضية	Hypothesis
فرض العدم	Null hypothesis
الفرض البديل	Alternative hypothesis
فترات التسامح	Tolerance intervals

(ق)

قطاعات	Blocks
قطعة	Plot
قطعة رئيسية	Main plot
قطعة ثانوية	Subplot
قطعة كاملة	Whole plot

(ك)

كفاءة	Efficiency
كفاءة نسبية	Relative efficiency

(ل)

لا تجميعية	Non-additive

(م)

معدل	Adjusted
مترادفات	Aliases
مربع قياسي	Basic square
معامل الاختلاف	Coefficient of variation
معامل الارتباط	Coefficient of correlation
مقارنة	Comparison
مقارنات	Contrasts
معالجة المراقبة	Control
معامل التصحيح	Correction factor
متغاير	Covariate
مقارنة التقسيم	Defining contrast
متغير تابع	Dependent variable
المقارنات المصممة	Designed contrasts
متغير صوري	Dummy variable
مستوى العامل	Factor level
المربع الاغريقي اللاتيني	Graeco latin square
متوسط توافقي	Harmonic mean
متغير مستقل	Independent variable
متغير ترميزي	Indicator variable
مستوى المعنوية	Level of significance
متوسط	Mean
منوال	Mode
مقارنات متعددة	Multiple comparisons
مشاهدات	Observations
مقارنات متعامدة	Orthogonal contrasts

مربعات لاتينية متعامدة	Orthogonal latin squares
مقارنات متعامدة كثيرة الحدود	Orthogonal polynomial contrasts
مقارنة زوجية	Pairwise comparisons
متوازي	Parallel
معلمة (معالم)	Parameter(s)
مجموع مربعات جزئية	Partial sum of squares
مئويات	Percentile
منحنى كثير الحدود	Polynomial curve
معنوية محسوبة	P-value
مدى	Range
مسطح الاستجابة	Response surface
معامل الانحدار	Regression coefficients
مجموع المربعات التسلسلي	Sequential sum of squares
معنوي	Significant
ميل	Slope
معالجة	Treatment
متغير	Variable
متوسط مرجح	Weighted mean

(ن)

نموذج التأثيرات الثابتة	Fixed effects model
نموذج خطي	Linear model
نموذج التأثيرات المختلطة	Mixed effects model
نموذج	Model
نموذج التأثيرات العشوائية	Random effects model

(و)

وحدة تجريبية	Experimental unit
وسيط	Median
وحدة المعاينة	Sampling unit

المصطلحات الاحصائية (انجليزي - عربي)

(A)

Accuracy	دقة
Additive	تجميعي
Adjusted	معدل
Aliases	مترادفات
Alternative hypothesis	الفرض البديل
Analysis of covariance	تحليل التغاير
Analysis of variance (ANOVA)	تحليل التباين
Arcsine transformation	التحويل الزاوي
Assumptions	افتراضات

(B)

Balanced data	بيانات متوازنة
Basic square	مربع قياسي
Bartlett's test	اختبار بارتلت
Bias	تحيز
Blocks	قطاعات
Blocking	تكوين قطاعات

(C)

Coefficient of variation	معامل الاختلاف
Coefficient of correlation	معامل الارتباط
Combinations	توافيق
Comparison	مقارنة
Completely randomized design	التصميم التام التعشية
Complete confounding	إدماج كامل
Confounding	إدماج
Confidence interval	فترة الثقة
Contrasts	مقارنات
Control	معالجة المراقبة
Correction factor	معامل التصحيح
Covariate	متغاير

(D)

Data	بيانات
Defining contrast	مقارنة التقسيم
Defining relation	علاقة التقسيم
Degree of confidence	درجة الثقة
Degrees of freedom	درجات الحرية
Dependent variable	متغير تابع
Descriptive statistics	الإحصاء الوصفي
Design(s)	تصميم(تصميمات)
Design of experiments	تصميم التجارب
Designed contrasts	المقارنات المصممة
Deviation	انحراف
Distribution	توزيع

Dummy variable	متغير صوري
Duncan's multiple range test	اختبار دنكن للمدى المتعدد

(E)

Effect	تأثير
Factorial effect	تأثير عاملي
Main effect	تأثير رئيسي
Simple effect	تأثير بسيط
Efficiency	كفاءة
Estimation	تقدير
Expectation	توقع
Expected mean square	التباين المتوقع
Experiment	تجربة
Experimental error	خطأ تجريبي
Experimental unit	وحدة تجريبية
Exponent	الأس

(F)

Factor	عامل
Factorial effect	تأثير عاملي
Factor level	مستوى العامل
Factorial experiment	تجربة عاملية
Fixed effects model	نموذج التأثيرات الثابتة
Fractional replication	تكرار جزئي
Fractional Factorial experiment	تجربة عاملية جزئية

(G)

Generalized interaction	التفاعل العام
Graeco latin square	المربع الاغريقي اللاتيني

(H)

Harmonic mean	متوسط توافقي
Heterogeneity of slopes	اختلاف الميول
Hidden replication	التكرار الخفي
High order interaction	تفاعل من الدرجة العليا
Hierarchical classification	تصنيف متشعب
Homogeneity of variances	تجانس التباين
Hypothesis	فرضية

(I)

Interaction	تفاعل (تداخل)
Incomplete block design	تصميم قطاعات غير كاملة
Independent variable	متغير مستقل
Indicator variable	متغير ترميزي

(L)

Latin square design	تصميم المربع اللاتيني
Lattice design	تصميم شبكي
Least significant difference (LSD)	أقل فرق معنوي
Least squares method	طريقة المربعات الصغري
Level of significance	مستوى المعنوية

Linear model	نموذج خطي
Local control	التحكم في الوحدات التجريبية
Low order interaction	تفاعل من الدرجة الدنيا

(M)

Main plot	قطعة رئيسية
Maximum likelihood	الجوازية الكبرى
Mean	المتوسط
Median	الوسيط
Missing values	بيانات مفقودة
Mixed effects model	نموذج التأثيرات المختلطة
Mode	المنوال
Model	نموذج
Multiple regression	تحليل الانحدار
Multiple comparisons	المقارنات المتعددة

(N)

Nested designs	تصميمات متشعبة
Non-additive	لا تجميعية
Normal distribution	توزيع طبيعي
Nonparametric statistics	الإحصاء اللامعلمي
Null hypothesis	فرض العدم

(O)

Observations	مشاهدات
Orthogonality	تعامد

Orthogonal contrasts	مقارنات متعامدة
Orthogonal latin squares	مربعات لاتينية متعامدة
Orthogonal polynomial contrasts	مقارنات متعامدة كثيرة الحدود

(P)

Paired data	بيانات زوجية
Pairwise comparisons	مقارنة زوجية
Parallel	متوازي
Parameter(s)	معلمة (معالم)
Partial sum of squares	مجموع مربعات جزئية
Partial confounding	إدماج جزئي
Percentile	مئويات
Plot	قطعة
Polynomial curve	منحنى كثير الحدود
Pooled variance	تباين تجميعي
P-value	معنوية محسوبة

(R)

Random effects model	نموذج التأثيرات العشوائية
Randomization	تعشية
Randomized complete block design	تصميم القطاعات العشوائية الكاملة
Range	مدى
Regression analysis	تحليل الانحدار
Regression coefficients	معامل الانحدار
Relative efficiency	كفاءة نسبية
Repeated design	تصميم معاد

Replication	تكرار
Resolution	انحلال
Response	استجابة
Response surface	مسطح الاستجابة
Residuals	البقايا

(S)

Sample	عينة
Sampling techniques	طرق المعاينة
Sampling error	خطأ المعاينة
Sampling unit	وحدة المعاينة
Scientific method	الطريقة العلمية
Sequential sum of squares	مجموع المربعات التسلسلي
Significant	معنوي
Slope	ميل
Split-plot design	تصميم القطع المنشقة
Split-block design	تصميم القطاعات المنشقة
Standard deviation	انحراف معياري
Standard error	خطأ معياري
Statistical inférence	الإحصاء الاستدلالي
Subplot	قطعة ثانوية

(T)

Testing hypotheses	اختبارات الفروض
Tolerance intervals	فترات التسامح

Transformation	تحويلة
Treatment	معالجة
Trend analysis	تحليل الاتجاهات
Type I error	خطأ من النوع الأول
Type II error	خطأ من النوع الثاني

(U)

Unbiased	غير منحاز

(V)

Variable	متغير
Variability	تشتت
Variance	تباين

(W)

Weighted mean	المتوسط المرجح
Whole plot	قطعة كاملة
Within groups	داخل المجموعات

(Y)

Yates' algorithm	طريقة ياتس