

# الأكاديمية العربية الدولية



الأكاديمية العربية الدولية  
Arab International Academy

---

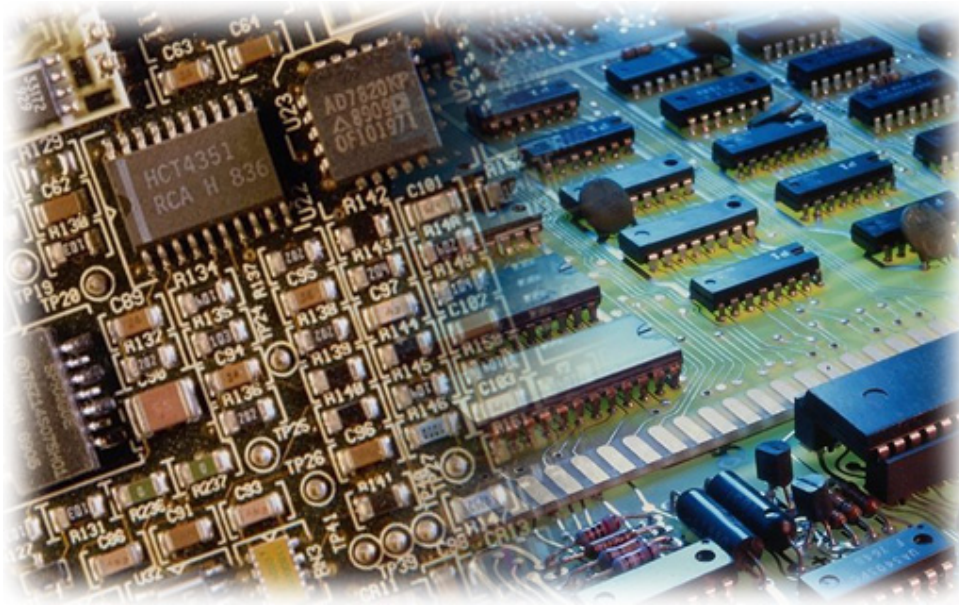
## الأكاديمية العربية الدولية المقررات الجامعية

---

## إلكترونيات صناعية وتحكم

تحليل نظم تحكم

٢٤٣ إلك



الحمد لله وحده، والصلاة والسلام على من لا نبي بعده، محمد وعلى آله وصحبه، وبعد :

تسعى المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني لتأهيل الكوادر الوطنية المدربة القادرة على شغل الوظائف التقنية والفنية والمهنية المتوفرة في سوق العمل، ويأتي هذا الاهتمام نتيجة للتوجهات السديدة من لدن قادة هذا الوطن التي تصب في مجملها نحو إيجاد وطن متكامل يعتمد ذاتياً على موارده وعلى قوة شبابه المسلح بالعلم والإيمان من أجل الاستمرار قدماً في دفع عجلة التقدم التتموي، لتصل بعون الله تعالى لمصاف الدول المتقدمة صناعياً.

وقد خطت الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج خطوة إيجابية تتفق مع التجارب الدولية المتقدمة في بناء البرامج التدريبية، وفق أساليب علمية حديثة تحاكي متطلبات سوق العمل بكافة تخصصاته لتلبي متطلباته، وقد تمثلت هذه الخطوة في مشروع إعداد المعايير المهنية الوطنية الذي يمثل الركيزة الأساسية في بناء البرامج التدريبية، إذ تعتمد المعايير في بنائها على تشكيل لجان تخصصية تمثل سوق العمل والمؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني بحيث تتوافق الرؤية العلمية مع الواقع العملي الذي تفرضه متطلبات سوق العمل، لتخرج هذه اللجان في النهاية بنظرة متكاملة لبرنامج تدريبي أكثر التصاقاً بسوق العمل، وأكثر واقعية في تحقيق متطلباته الأساسية.

وتتناول هذه الحقيبة التدريبية " تحليل نظم تحكم " لتدربي قسم " إلكترونيات صناعية وتحكم " للكليات التقنية موضوعات حيوية تتناول كيفية اكتساب المهارات اللازمة لهذا التخصص.

والإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج وهي تضع بين يديك هذه الحقيبة التدريبية تأمل من الله عز وجل أن تسهم بشكل مباشر في تأصيل المهارات الضرورية اللازمة، بأسلوب مبسط يخلو من التعقيد، وبالإستعانة بالتطبيقات والأشكال التي تدعم عملية اكتساب هذه المهارات.

والله نسأل أن يوفق القائمين على إعدادها والمستفيدين منها لما يحبه ويرضاه، إنه سميع مجيب الدعاء.

الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على سيدنا محمد وآله وصحبه، أما بعد، فهذه حقيبة تعليمية بعنوان: "تحليل أنظمة التحكم" نقدمها لأبنائنا متدربي الكليات التقنية التابعة للمؤسسة العامة لتعليم الفني والتدريب المهني، تخصص "إلكترونيات صناعية وتحكم".

الهدف من دراسة هذا المقرر تُمكن الطالب من استنتاج الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الأولى والثانية وخصائصها، وتحليل إشارة الخطأ التي تتولد في أنظمة التحكم في حالة استخدام أنواع الحاكمات. كما يستطيع الطالب بعد الانتهاء من دراسة هذا المقرر تحليل استقرار نظم التحكم في المجال الترددي باستخدام طريقة راوث وطريقة مخطط بودي وكذا تصميم والمعوضات.

وقد تم توزيع محتوى المادة العلمية على خمس وحدات تعليمية هي:

الوحدة الأولى بعنوان أنظمة التحكم ذات الحلقة المغلقة ونتناول في هذه الوحدة أنظمة التحكم ذات الحلقة المفتوحة والمغلقة، ونعرض طرق تبسيط المخططات الصندوقية.

الوحدة الثانية بعنوان الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الأولى والثانية ونتطرق في هذه الوحدة إلى طريقة الحصول على الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الأولى والثانية.

الوحدة الثالثة بعنوان تحليل إشارة الخطأ في أنظمة التحكم ونتطرق في هذه الوحدة إلى إشارة الخطأ التي تنشأ في حلقات التحكم المغلقة ونقوم بتحليل إشارة الخطأ عند استعمال الحاكم المختلفة. ويتم استخدام برنامج Simulink لعمل محاكاة لنظم التحكم.

الوحدة الرابعة بعنوان دراسة استقرار النظم ونتناول في هذه الوحدة دراسة استقرار النظم بطريقة راوث. ويتم عرض طريقة بناء جدول راوث، ومعيار راوث لاستقرار النظم وتطبيقاته لتحليل استقرار نظم التحكم.

الوحدة الخامسة بعنوان الاستجابة الترددية للنظم، ونتناول في هذه الوحدة دراسة الاستجابة الترددية وتحليل الاستقرار باستخدام مخطط بودي. ونتطرق في هذه الوحدة أيضا إلى المعوضات لاستخدامها في نظم التحكم.

وقد روعي عند إعداد هذه الحقيبة البساطة في تقديم المادة العلمية بحيث لا تلجأ إلى التحليل الرياضي إلا عند الضرورة ولقد زودت كل الوحدات التعليمية بأمثلة لتيسير استيعاب الطالب للمادة العلمية العملية والمفاهيم الأساسية. كما تم وضع أسئلة وتمارين في نهاية كل وحدة تعليمية ليتمكن الطالب من اختبار ما اكتسبه من جدارة، وتغرس فيه عادة التعلم الذاتي.



## تحليل نظم تحكم

### أنظمة التحكم ذات الدائرة المغلقة

أنظمة التحكم ذات الدائرة المغلقة

## الأهداف

بعد انتهائك من دراسة هذه الوحدة تكون قادراً على:

- تعريف نظم التحكم المفتوحة ونظم التحكم المغلقة.
- التمييز بين نظامي التحكم المفتوح والتحكم المغلق.
- ذكر الغاية من التغذية الخلفية السالبة.
- حساب دالة النقل من معادلة النظام.
- تمثيل النظم بواسطة المخططات الصندوقية.
- تبسيط المخططات الصندوقية.

## مقدمة

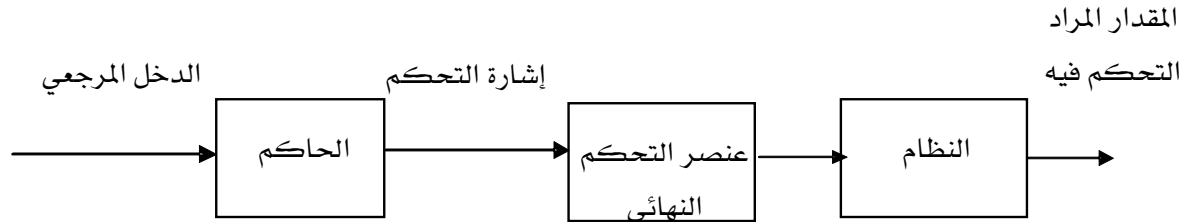
سنتناول في هذه الوحدة أنظمة التحكم ذات الحلقة المغلقة، وسنشرح كيف يمكن التمييز بين التحكم المفتوح والتحكم المغلق، وسنشرح الفائدة من التغذية الخلفية السالبة. ثم نتناول طريقة استنتاج دالة النقل من معادلة النظام. وفي الأخير نشرح طرق تبسيط المخططات الصندوقية لإيجاد دوال نقل لنظم مركبة.

### ١- ١ حلقات التحكم المفتوحة وحلقات التحكم المغلقة

سبق أن درست في مقدمة أنظمة التحكم أنه يوجد نوعان من حلقات التحكم هما حلقات التحكم المفتوحة وحلقات التحكم المغلقة.

#### ١- ١- ١ حلقات التحكم المفتوحة

وهي التي تولد فيها إشارة التحكم بمعزل عن المقدار المراد التحكم فيه، فلا تتأثر به إطلاقاً، سواء كان المقدار المراد التحكم فيه في الحدود المرغوب فيها أو تجاوزها، كما هو مبين في الشكل ١- ١.

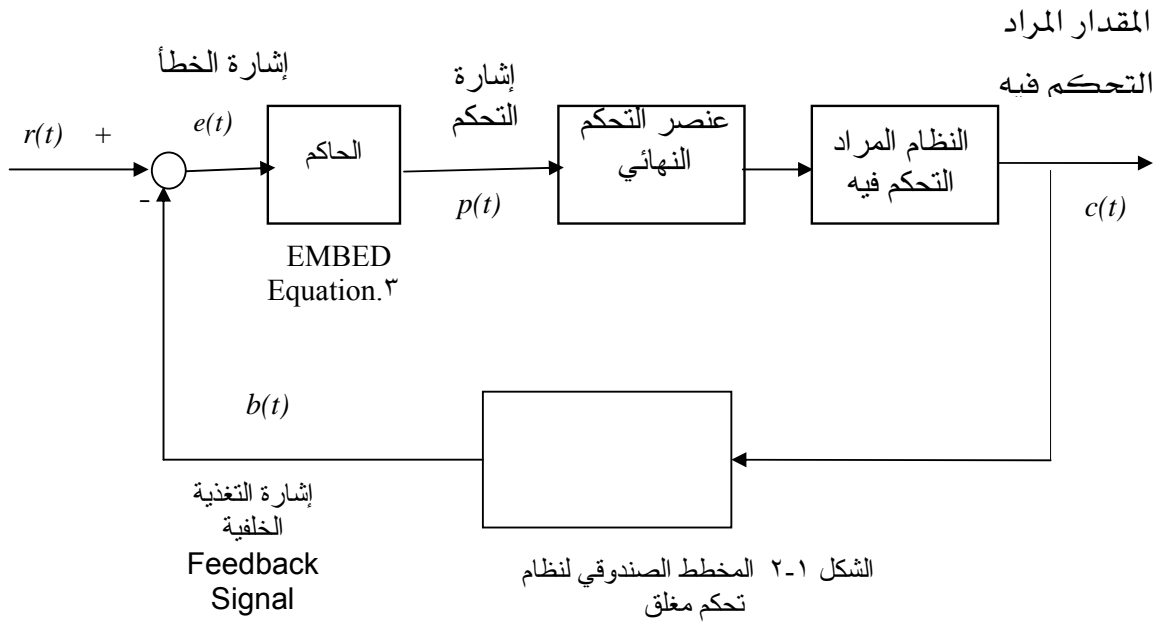


الشكل ١- ١ المخطط الصندوقي لنظام تحكم مفتوح

من سمات هذا النوع من حلقات التحكم أنه يمتاز ببساطة التصميم والتنفيذ وقلّة التكلفة، غير أنه جد حساس للتغيرات التي قد تطرأ على النظام أو محيطه، ومن ثم تم تطوير نوع آخر من حلقات التحكم وهي حلقات التحكم المغلقة.

#### ١- ١- ٢ حلقات التحكم المغلقة

وتسمى أيضاً نظم التحكم ذات التغذية الخلفية، وهي التي تولد فيها إشارة التحكم بعد مقارنة القيمة الواقعية للمقدار المراد التحكم فيه بدخل مرجعي كما هو واضح في الشكل ١- ٢.



الشكل ٢-١ المخطط الصندوقي لنظام تحكم مغلق

من المخطط الصندوقي يتضح الآتي:

- إشارة التغذية الخلفية  $b(t)$  التي هي خرج الحساس وتمثل قياس لقيمة المتغير المراد التحكم فيه.
- إشارة الخطأ  $e(t)$  يولدها المقارن، وهي عبارة عن الفرق بين إشارة الدخل المرجعي وإشارة التغذية الخلفية.
- تستخدم إشارة الخطأ كدخل للحاكم الذي يولد بدوره إشارة التحكم  $p(t)$  بناء على قاعدة تحكم معينة.
- إشارة التحكم هي التي تحمل النظام على ضبط قيمة المقدار المراد التحكم فيه عند قيمة الدخل المرجعي ومن ثم تقليل الخطأ.

وحيث إن إشارة التغذية الخلفية مطروحة من الدخل المرجعي فإنه يطلق على هذا النوع من حلقات التحكم المغلقة "التغذية الخلفية السالبة". والغرض الأساسي من التغذية الخلفية السالبة هو التقليل من الاهتزازات التي قد تنتج في النظام.

المسار الذي يحتوي على الحاكم وعنصر التحكم النهائي والنظام المراد التحكم فيه يسمى المسار الأمامي والمسار الذي يحتوي على الحساس يسمى المسار الخلفي.



وعلى العكس من نظم التحكم المفتوحة ، فإن نظم التحكم المغلقة أقل حساسية للتغيرات التي قد تطرأ على النظام أو محيطه غير أنه معرضة للاهتزازات.

### ١- ٢- دالة النقل

دالة النقل علاقة بين تحويل لابلاس لخرج النظام ودخله وهي معرفة كالآتي:

$$\frac{\text{تحويل لابلاس الخرج}}{\text{تحويل لابلاس الدخل}} = \text{دالة النقل}$$

مثال ١- ١- أوجد دالة نقل النظام الذي يمثله النموذج الرياضي الآتي:

$$\therefore y'(t) + y(t) = rx(t)$$

الخطوة الأولى:

قم تحويل لابلاس لطرفي معادلة النظام لتصبح المعادلة كالآتي

$$\therefore sY(s) + Y(s) = rX(s)$$

الخطوة الثانية:

خذ  $Y(s)$  كعامل مشترك في الطرف الأيسر من المعادلة ليصبح كالآتي

$$(s + 1)Y(s) = rX(s)$$

الخطوة الثالثة:

أقسم تحويل لابلاس الخرج على تحويل لابلاس الدخل لتحصل على دالة نقل النظام كالآتي:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{r}{s + 1}$$

### ١- ٣- المخطط الصندوقي

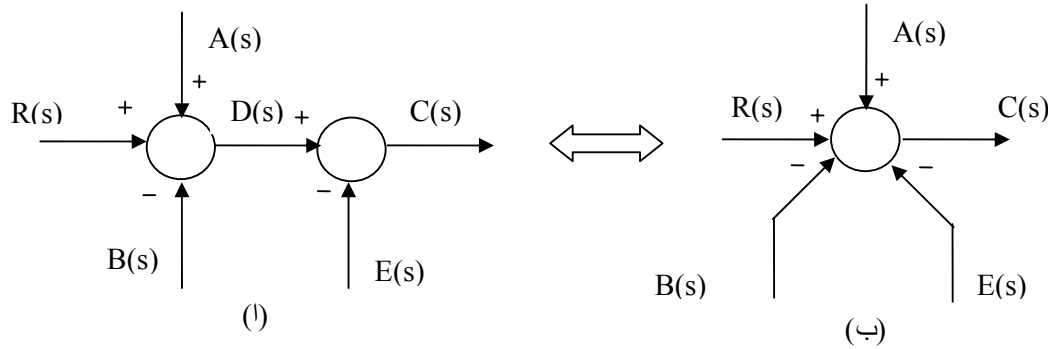
المخطط الصندوقي طريقة مفيدة لتمثيل النظم. ويتكون مخطط صندوقي نموذجي من مستطيلات (أو بلوكات) تمثل مكونات النظم، وخطوط مستقيمة تمثل المسارات التي تسلكها الإشارات، وأسهم للدلالة على اتجاه تدفق الإشارات، وقد يحتوي على وصلات تجميع ونقاط تفريع.

#### ٤- ١ طرق تبسيط المخططات الصندوقية

بالنظر إلى المخططات الصندوقية لنظم التحكم المفتوحة والمغلقة تتضح ضرورة تبسيط هذه المخططات لتيسير عملية الحصول على دوال نقل النظم الإجمالية. وسنتطرق في ما يلي إلى طرق مختلفة لتبسيط المخططات الصندوقية.

#### ١- ٤- ١ وصلات تجميع على التعاقب (أو التوالي)

يمثل الشكل ١- ٣ (أ) وصلتي تجميع موصلتين على التوالي



الشكل ١- ٣ (أ) وصلتي تجميع على التوالي (ب) المخطط المكافئ

بغرض تبسيط هذا المخطط، نلاحظ أن خرج وصلة التجميع الأولى في الشكل ١- ٣ (أ) هو:

$$D(s) = R(s) + A(s) - B(s)$$

بينما خرج الوصلة الثانية هو:

$$C(s) = D(s) - E(s)$$

بالتعويض عن  $D(s)$  نحصل على:

$$C(s) = R(s) + A(s) - B(s) - E(s)$$

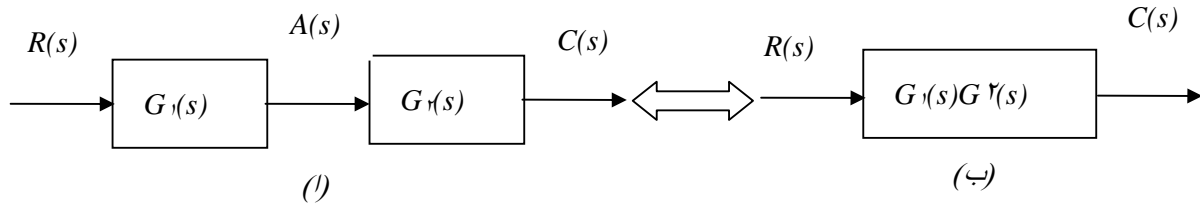
والمعادلة الأخيرة تدل على أن  $C(s)$  خرج وصلة تجميع واحدة مداخلها هي:

$$+R(s) \text{ و } +A(s) \text{ و } -B(s) \text{ و } -E(s)$$

وذلك ما تم تمثيله بواسطة الشكل ١- ٣ (ب) المكافئ للشكل ١- ٣ (أ).

#### ١- ٤- ٢ نظامان موصلان على التعاقب

يوضح الشكل ١- ٤ نظامين موصلين على التعاقب



الشكل ١ - ٤ (أ) يوضح نظامين توالي (ب) المخطط الصندوقي المكافئ

من المعلوم أن تحويل لابلاس لخرج أي صندوق يساوي حاصل ضرب تحويل لابلاس دخل الصندوق في دالة نقله، ومن ثم من الشكل ١ - ٤ نحصل على:

$$C(s) = A(s)G_2(s)$$

$$A(s) = R(s)G_1(s) \text{ في } C(s) \text{ نحصل على}$$

$$C(s) = R(s)[G_1(s)G_2(s)]$$

وذلك ما تم تمثيله من خلال الشكل ١ - ٤ (ب) المكافئ للشكل ١ - ٤ (أ).

### ١ - ٤ - ٣ نظامان موصلان على التوازي

يوضح الشكل ١ - ٥ (أ) نظامين موصلين على التوازي، ومنه نحصل على:

$$A(s) = R(s)G_1(s)$$

$$B(s) = R(s)G_2(s)$$

ومن ثم:

$$C(s) = \pm A(s) \pm B(s)$$

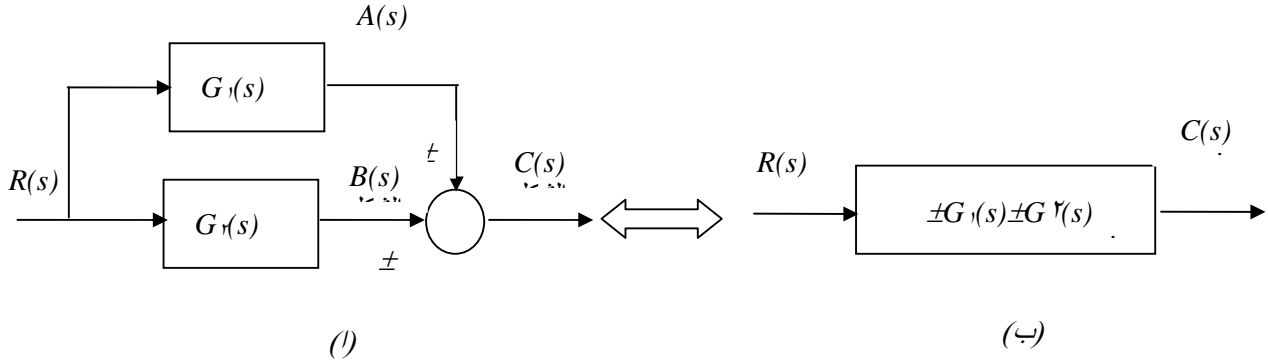
بالتعويض عن  $A(s)$  و  $B(s)$  نحصل على

$$C(s) = \pm R(s)G_1(s) \pm R(s)G_2(s)$$

ومن ثم

$$C(s) = R(s)[\pm G_1(s) \pm G_2(s)]$$

وذلك ما تم تمثيله من خلال الشكل ١ - ٥ (ب) المكافئ للشكل ١ - ٥ (أ)



الشكل ١- ٥ (أ) يوضح نظامين موصلين على توازي (ب) المخطط الصندوقي المكافئ

#### ١- ٤- ٤ نقل نقطة تفريع إلى يمين صندوق

في الشكل ١- ٦ (أ) نحتاج إلى نقل نقطة تفريع إلى يمين الصندوق  $G_1(s)$  من الشكل ١- ٦ (أ) نحصل على:

$$\begin{aligned} A(s) &= R(s)G_1(s) \\ B(s) &= R(s)G_2(s) \\ C(s) &= B(s)G_3(s) \end{aligned}$$

نظرا إلى أن نقل النقطة  $P$  يجب أن لا يترتب عليه أي تغيير في  $A(s)$  و  $B(s)$  و  $C(s)$  فنقل نقطة التفريع إلى يمين الصندوق  $G_1(s)$  يعطي:

$$A(s) = R(s)G_1(s)X(s)$$

حيث  $X(s)$  دالة نقل صندوق سيكون خرجه  $A(s)$

بتساوي  $A(s)$  في الحالتين نحصل على

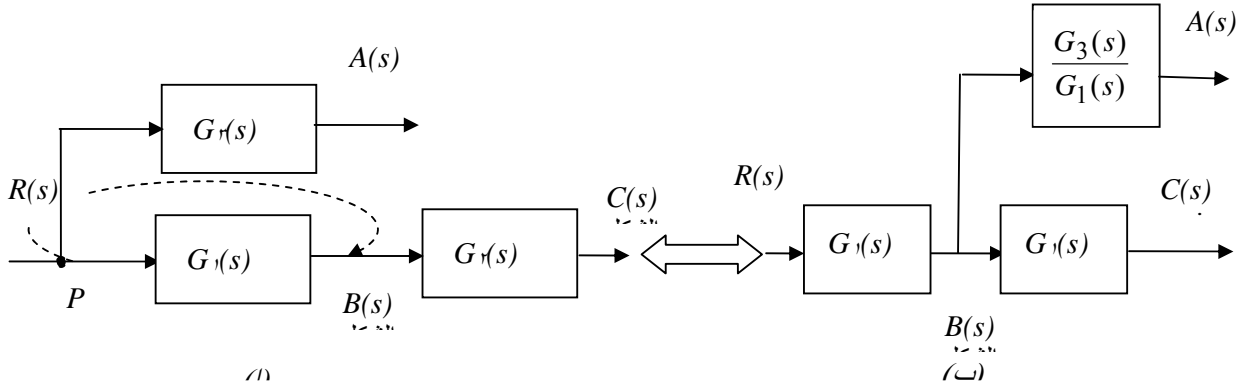
$$R(s)G_1(s) = R(s)G_1(s)X(s)$$

ومن ثم:

$$X(s) = \frac{G_3(s)}{G_1(s)}$$

وذلك ما تم تمثيله من خلال الشكل ١- ٦ (ب)

ومن ثم نستخلص أن نقل نقطة تفريع إلى يمين صندوق بمثابة قسمة دالة نقل الصندوق الذي دخله الإشارة المتفرعة من نقطة التفريع قبل نقلها على دالة نقل الصندوق الموجود على يمين نقطة التفريع.

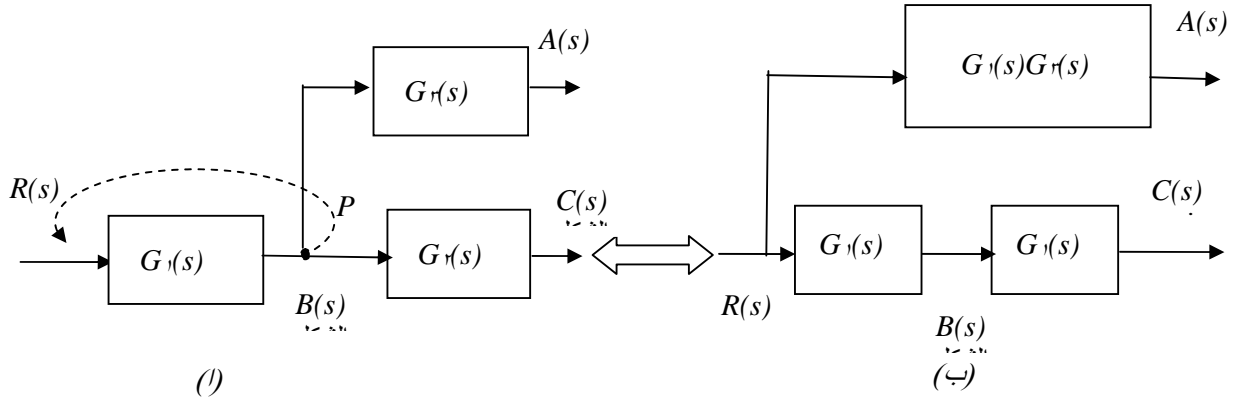


الشكل ١- ٦- تحريك نقطة تفريع إلى يمين صندوق

$q_{out}$

#### ١- ٤- ٥ نقل نقطة تفريع إلى يسار صندوق

في الشكل ١- ٧- (أ) نحتاج إلى نقل نقطة تفريع إلى يسار صندوق  $G_1(s)$ . بإتباع طريقة مماثلة لما سبق في الفقرة السابقة نستخلص أن نقل نقطة تفريع إلى يسار صندوق بمثابة ضرب دالة نقل الصندوق الذي دخله الإشارة المتفرعة من نقطة التفريع قبل نقلها في دالة نقل الصندوق الموجود على يسار نقطة التفريع، وذلك ما تم تنفيذه من خلال الشكل ١- ٧- (ب) المكافئ للشكل ١- ٧- (أ).



الشكل ١-٧ تحريك نقطة تفرع إلى يسار صندوق

Qout

#### ١-٤-٦ نقل وصلة تجميع إلى يمين صندوق

في الشكل ١-٨ (أ) نحتاج إلى نقل وصلة تجميع إلى يمين الصندوق  $G_1(s)$

من الشكل ١-٨ (أ) نحصل

$$C(s) = R(s)G(s) - F(s)G(s)$$

$$F(s) = A(s)H(s)$$

$$C(s) = R(s)G(s) - A(s)G(s)H(s)$$

نظرا إلى أن نقل وصلة التجميع يجب أن لا يترتب عليه أي تغيير في  $C(s)$

فنقل نقطة التفرع إلى يمين الصندوق  $G_1(s)$  سيعطي

$$C(s) = R(s)G(s) - A(s)X(s)$$

حيث  $X(s)$  دالة نقل الصندوق الذي سيكون خرجه  $F(s)$

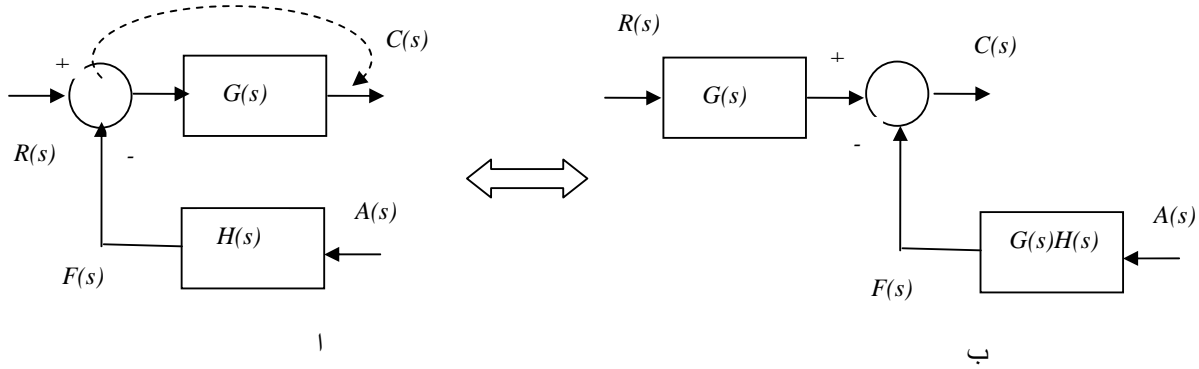
بتساوي  $C(s)$  في الحالتين نحصل على

$$C(s) = R(s)G(s) - A(s)G(s)H(s) = R(s)G(s) - A(s)X(s)$$

ومن ثم:

$$X(s) = G(s)H(s)$$

وذلك ما تم تمثيله من خلال الشكل ١-٨ (ب) المكافئ للشكل ١-٨ (أ).



الشكل ١- ٨- تحريك وصلة تجميع إلى يمين صندوق

#### ١- ٤- ٧- نقل وصلة تجميع إلى يسار صندوق

في الشكل ١- ٩- نحتاج إلى نقل وصلة التجميع إلى يسار الصندوق  $G(s)$ .  
من السهل الحصول على المخطط المكافئ الموضح في الشكل ١- ٩- (ب) وذلك باتباع خطوات مماثلة للتي اتبعت في الفقرة السالفة.

#### ١- ٤- ٨- دالة نقل حلقة تغذية خلفية نموذجية

يوضح الشكل ١- ١٠- (أ) مخطط صندوقي لحلقة تغذية خلفية نموذجية.  
للحصول على دالة نقل حلقة تغذية خلفية نموذجية نتبع الخطوات الآتية.  
من الشكل ١- ١٠- (أ) نكتب المعادلات الآتية

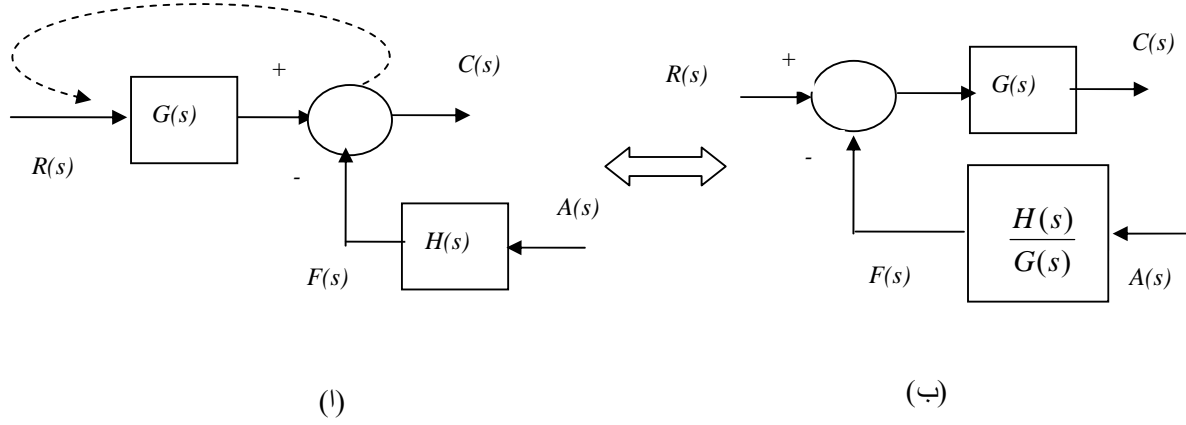
$$E(s) = R(s) - B(s)$$

علما بأن

$$B(s) = C(s)H(s)$$

ومن ثم

$$E(s) = R(s) - C(s)H(s)$$



الشكل ١ - ٩ تحريك وصلة تجميع إلى يسار صندوق

وحيث إن

$$C(s) = E(s)G(s)$$

نحصل على

$$C(s) = [R(s) - C(s)H(s)]G(s)$$

بإعادة ترتيب المعادلة السابقة نحصل على

$$C(s)[1 + G(s)H(s)] = R(s)G(s)$$

ومن ثم نحصل على دالة نقل الحلقة المغلقة كالتالي

$$T(s) \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

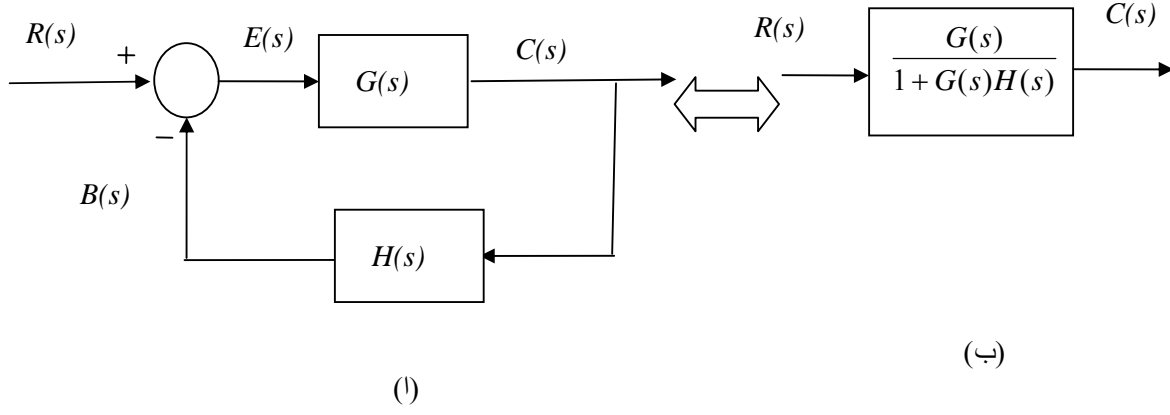
وذلك ما تم تمثيله من خلال الشكل ١ - ١٠ (ب) المكافئ للحلقة المغلقة  
في حالة التغذية الأحادية (unity feedback)

$$H(s) = 1$$

فإن دالة نقل الحلقة المغلقة تصبح كالتالي:

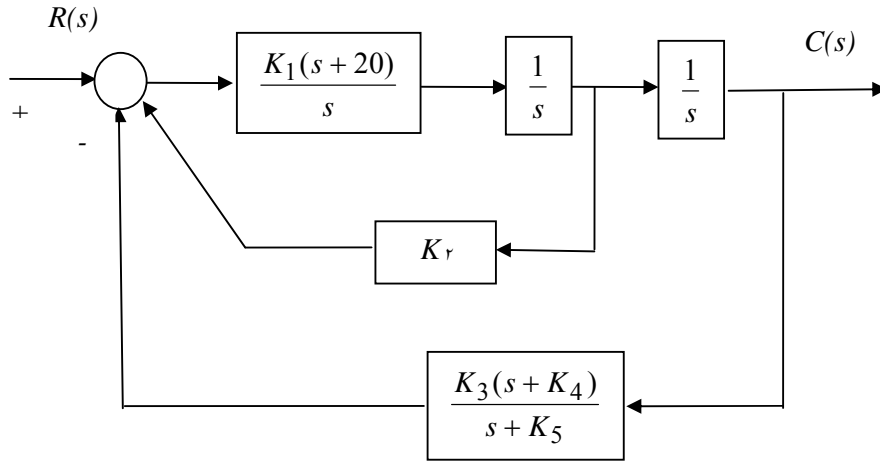
$$T(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)}$$





الشكل ١- ١٠ حلقة تغذية خلفية نموذجية

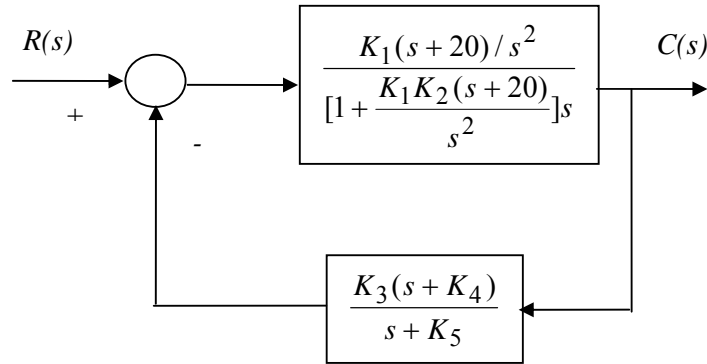
مثال ١- ٢- أوجد دالة النقل للمخطط الصندوقي الموضح في الشكل ١- ١١ مستخدماً طرق التبسيط السابقة



الشكل ١- ١١ المخطط الصندوقي لنظام المثال ١- ٢-

### الحل

١. ابدأ بتحويل وصلة التجميع إلى وصلتي تجميع على التوالي، ثم ادمج دالتي النقل  $\frac{K_1(s+20)}{s}$  و  $\frac{1}{s}$  في صندوق واحد.
٢. استبدل الحلقة المغلقة الداخلية بصندوق واحد مستخدماً قانون التغذية الخلفية ثم قم بادماج الناتج مع دالة النقل  $\frac{1}{s}$  كونها توالي معه.
٣. من الخطوة الأولى والثانية نحصل على الحلقة المغلقة المبسطة المبينة في الشكل ١-١٢



الشكل ١-١٢ المخطط الصندوقي المبسط لمثال

٤. من الشكل ١-١٢ نحصل على دالة نقل النظام الإجمالي  $T(s)$

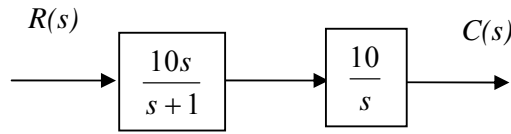
$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_1(s+20)(s+k_5)}{s[(s^2 + K_1K_2(s+20)][s + K_5] + K_1K_3(s+20)(s+K_4)}$$

### الخلاصة

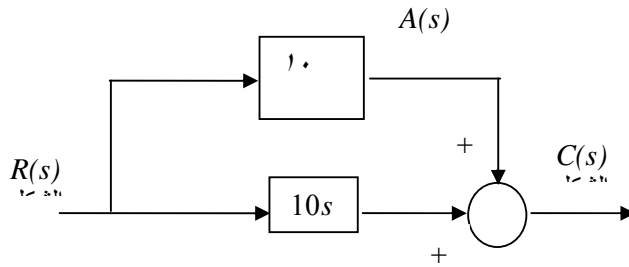
تطرقنا في هذه الوحدة إلى شرح لنظم التحكم المفتوحة والمغلقة وذكرنا مميزاتها وكيفية التمييز بينهما، وذكرنا الغاية من التغذية الخلفية السالبة. كما شرحنا طريقة الحصول على دالة النقل من معادلة النظام. وانتقلنا بعد ذلك إلى المخططات الصندوقية وطرق تبسيطها.

### أسئلة وتمارين

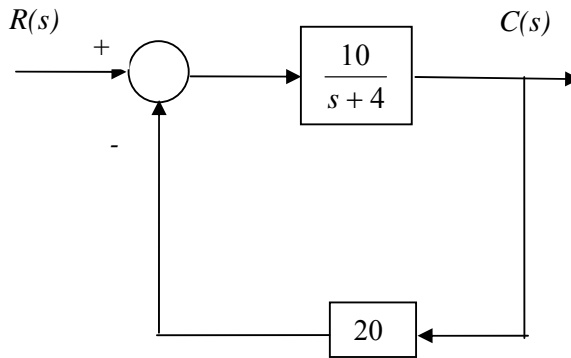
- ١- ١ اذكر مميزات وعيوب نظم التحكم المفتوحة.
- ٢- ١ اذكر مميزات نظم التحكم المغلقة.
- ٣- ١ كيف تميز بين نظم التحكم المغلقة و نظم التحكم المفتوحة؟
- ٤- ١ اذكر الغاية من التغذية الخلفية السالبة.
- ٥- ١ أوجد دالة النقل للنظام الذي يمثله المخطط الصندوقي التالي



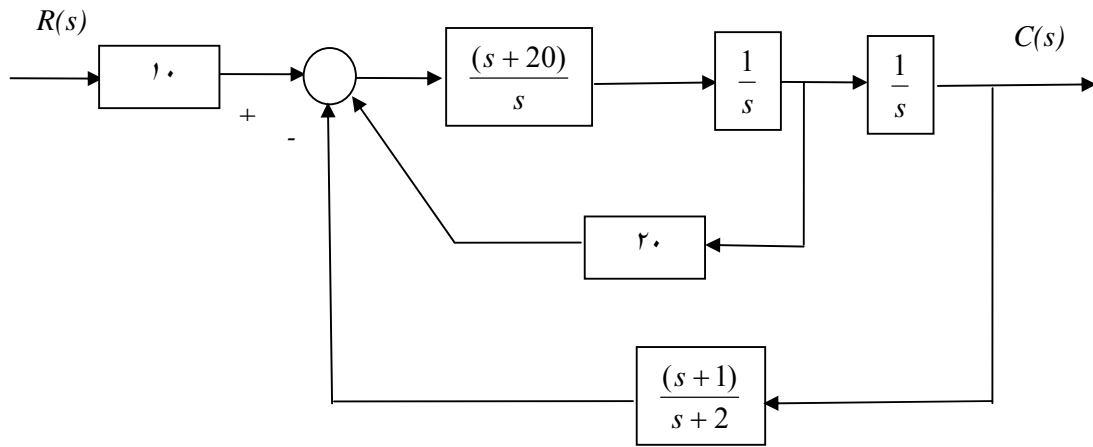
- ٦- ١ أوجد دالة النقل للنظام الذي يمثله المخطط الصندوقي التالي



- ٧- ١ أوجد دالة النقل للنظام المغلق التالي



- ٨- ١ أوجد دالة نقل النظام الممثل بواسطة المخطط الصندوقي التالي:





## تحليل نظم تحكم

### الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الأولى والثانية

## الأهداف

- بعد انتهائك من دراسة هذه الوحدة تكون قادراً على:
١. الحصول على الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الأولى.
  ٢. إيجاد خصائص نظم الرتبة الأولى.
  ٣. الحصول على الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الثانية.
  ٤. إيجاد خصائص نظم الرتبة الثانية.
  ٥. تعريف الاستجابة الدائمة والعابرة لنظم الرتبة الأولى والثانية.

## مقدمة

تناولنا في الوحدة الأولى حلقات التحكم المفتوحة المغلقة، وكيفية استنتاج دالة نقل نظام من معادلاته وطرق تبسيط المخططات الصندوقية. وستناول في هذه الوحدة الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الأولى والثانية، وسنشرح الاستجابة الدائمة والعبارة لنظم الرتبة الأولى والثانية كما سنشرح خصائص نظم الرتبة الأولى والثانية.

## الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الأولى

البحث عن الاستجابة الزمنية للنظم بمثابة حل المعادلة التفاضلية التي يخضع لها النظام تخضع نظم الرتبة الأولى لمعادلات تفاضلية من الدرجة الأولى من نوع:

١- ٢	$y'(t) + ay(t) = bx(t)$ $y(0) = y_0$
------	--------------------------------------

أو

٢- ٢	$\tau y'(t) + y(t) = Gx(t)$ $y(0) = y_0$
------	--

حيث

$a$  و  $b$  معاملات النظام (system parameters)،

$\tau$  الثابت الزمني للنظام ( $\tau = \frac{1}{a}$ ) (Time Constant)

$G$  كسب النظام في حالة الاستقرار ( $G = \frac{b}{a}$ )

$y_0$  القيمة الابتدائية لخرج النظام.

للحصول الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الأولى سنستخدم تحويلات لابلاس وسنعمد في شرحنا على الصيغة الوارد في المعادلة ٢- ١.

بإدخال تحويلات لابلاس على المعادلة ٢- ١، وبناء على خواص تحويلات لابلاس، لاسيما قانون الاشتقاق، فإننا نحصل على:

$$sY(s) - y_0 + aY(s) = bX(s)$$

نعيد ترتيب المعادلة السابقة كما يلي

$$(s + a)Y(s) = y_0 + bX(s)$$

بقسمة طرفي المعادلة على المقدار  $s + a$  فإننا نحصل على تحويل لابلاس لالخرج كالتالي

٣- ٢	$Y(s) = y_0 \frac{1}{s+a} + b \frac{1}{s+a} X(s)$
------	---

## استجابة نظم الرتبة الأولى لإشارة الخطوة

عندما يكون الدخل على هيئة إشارة خطوة ارتفاعها  $E$  على الصورة الآتية

$$x(t) = \begin{cases} E & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

فإن  $X(s) = \frac{E}{s}$  وبالتعويض عن  $X(s)$  في المعادلة ٢-٣ فإننا نحصل على:

٢-٤	$Y(s) = y_0 \frac{1}{s+a} + bE \frac{1}{s(s+a)}$
-----	--

لاحظ من المعادلة ٢-٤ أن  $Y(s)$  عبارة عن مجموع مقدارين هما  $y_0 \frac{1}{s+a}$  و  $bE \frac{1}{s(s+a)}$

من جداول تحويلات لابلاس العكسية نحصل على تحويل لابلاس العكسي للمقدار

$$y_0 \frac{1}{s+a} \text{ في صورة } y_0 e^{-t/\tau}$$

للحصول على تحويل لابلاس العكسي للمقدار  $bE \frac{1}{s(s+a)}$  فإننا نستخدم طريقة

الكسور الجزئية كما يلي:

$$bE \frac{1}{s(s+a)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+a}$$

حيث يتم الحصول على قيم  $A$  و  $B$  بالطريقة التالية:

$$A = s \frac{bE}{s(s+a)} \Big|_{s=0} = \frac{b}{a} E, \quad B = (s+a) \frac{bE}{s(s+a)} \Big|_{s=-a} = -\frac{b}{a} E$$

وبالتعويض في المعادلة ٢-٥ عن  $A$  و  $B$  نحصل على

$$\frac{bE}{s(s+a)} = \frac{bE/a}{s} - \frac{bE/a}{s+a}$$

ومن ثم يكون تحويل لابلاس العكسي للمقدار  $\frac{b}{a} E \frac{1}{s(s+a)}$  هو  $\frac{b}{a} E (1 - e^{-t/\tau})$

وتكون استجابة نظام لإشارة الخطوة كالتالي:

٢-٥	$y(t) = y_0 e^{-at} + \frac{b}{a} E (1 - e^{-at})$
-----	--

في حالة ما إذا كانت معادلة النظام في صيغة المعادلة ٢-٢ فعلمنا أن  $a = \frac{1}{\tau}$  وأن  $b = Ga$ .

٢-٦	$y(t) = y_0 e^{-t/\tau} + GE (1 - e^{-t/\tau})$
-----	---



## قيم الاستجابة عند مضاعفات الثابت الزمني

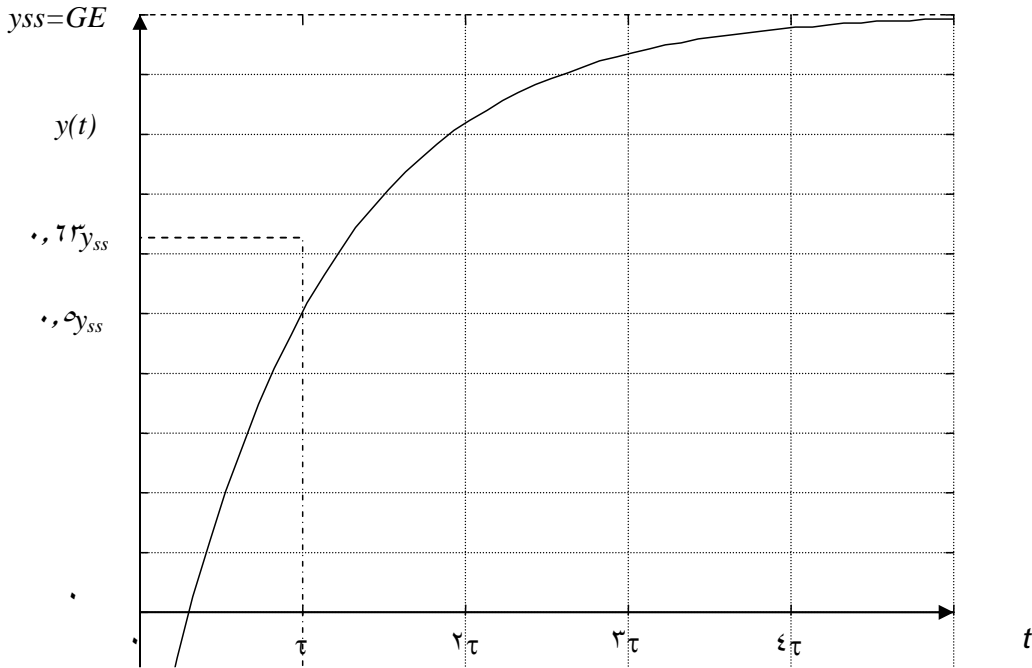
- للتبسيط اعتبر أن القيمة الابتدائية تساوي صفر ( $y=0$ ) وبالتعويض عن  $t$  في المعادلة ٢ -
- ٦ بقيم تساوي مضاعفات الثابت الزمني نحصل على الجدول ٢ - ١

جدول ٢ - ١ قيم الاستجابة عند مضاعفات الثابت الزمني

$t$	$\tau$	$2\tau$	$3\tau$	$4\tau$	$5\tau$
$y(t)$	$0,63GE$	$0,87GE$	$0,95GE$	$0,98GE$	$0,99GE$

## منحنى استجابة نظم الرتبة الأولى لإشارة الخطوة

- يكون منحنى استجابة نظم الرتبة الأولى لإشارة الخطوة كما هو مبين في الشكل ٢ - ١



الشكل ٢ - ١ منحنى استجابة نظام رتبة الأولى لإشارة الخطوة

في حالة  $y=0$

## الاستجابة العابرة والاستجابة الدائمة لنظم الرتبة الأولى

بالنظر إلى المعادلة ٢-٦ التي تمثل استجابة نظم الرتبة الأولى لدخل على هيئة إشارة الخطوة، وإذا افترضنا أن القيمة الابتدائية منعدمة تعاد كتابة المعادلة كالآتي:

$$y(t) = \frac{b}{a} E(1 - e^{-at}) = \frac{bE}{a} - \frac{bE}{a} e^{-at}$$

واضح من المعادلة السابقة أن الاستجابة مكونة من جزأين ويمكن كتابتها كالتالي:

$$y(t) = y_t + y_{ss}$$

حيث الجزء

$$y_t(t) = -\frac{bE}{a} e^{-at}$$

يسمى الاستجابة العابرة ويتلاشى بعد فترة زمنية معينة.

أما الجزء

$$y_{ss} = \frac{bE}{a}$$

يسمى الاستجابة الدائمة أو قيمة الخرج عند حالة الاستقرار القيمة النهائية للخرج:

$$y_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$$

ويمكن توضيح ذلك عبر المثال الآتي

أوجد استجابة النظام التالي لخطوة الوحدة وحدد الاستجابة الدائمة والاستجابة العابرة علماً بأن القيمة الابتدائية منعدمة:

$$y'(t) + 2y(t) = 10x(t)$$

الحل

تكون الاستجابة على الصورة الآتية:

$$\begin{aligned} y(t) &= 5(1 - e^{-0.5t}) \\ &= 5 - 5e^{-0.5t} \end{aligned}$$

ومن ثم تكون الاستجابة الدائمة

$$y_{ss} = 5$$

والاستجابة العابر

$$y_t(t) = 5e^{-0.5t}$$

## خصائص نظم الرتبة الأولى

من أهم خصائص نظم الرتبة الأولى الثابت الزمني وزمن الاستقرار ومعامل الكسب

- الثابت الزمني (time constant) وهو مقياس لسرعة استجابة النظام ويعرف

$$\text{كالآتي: } \tau = \frac{1}{a},$$

- زمن الاستقرار (Settling Time) وهو الزمن اللازم لبلوغ نسبة معينة (٩٨٪

مثلا) من قيمتها عند حالة الاستقرار، وغالبا ما يُحسب كالتالي:

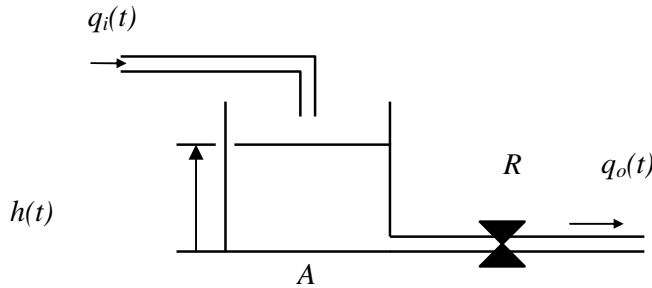
$$t_s = 4\tau$$

- قيمة الخرج عند حالة الاستقرار،
- معامل الكسب (Gain Coefficient) وهو حاصل قسمة قيمة الخرج عند

$$\text{حالة الاستقرار على قيمة الدخل } G = \frac{y_{ss}}{E}.$$

ليكن النظام الموضح بالشكل ٢ - ١ أدناه حيث الخزان قاعدته مربعة الشكل بمساحة  $A = 1m^2$

$$\text{والصمام مقاومته الهيدروليكية } R = 0.05 \text{ s/m}^2.$$



الشكل ٢ - ١ نظام هيدروليكي من الرتبة الأولى

أوجد الآتي:

- معادلة النظام
- الثابت الزمني للنظام
- معامل الكسب
- إذا كان الدخل  $q_i(t) = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$  أوجد الاستجابة وارسم منحناها علما أن الخزان فارغ عند بداية التعبئة.

الحل:

١. معادلة النظام هي  $AR \frac{dh(t)}{dt} + h(t) = Rq_i(t)$  وبالتعويض عن قيمتي  $A$  و  $R$  تصبح المعادلة

السابقة كالآتي:

$$500 \frac{dh(t)}{dt} + h(t) = 500q_i(t)$$

٢. للحصول على الثابت الزمني نطابق المعادلة السابقة بالمعادلة النموذجية لنظم الرتبة الأولى في

صيغة المعادلة ٢-٢ فنحصل على

$$\tau = 0.005$$

٣. للحصول على الكسب نطابق معادلة النظام مع المعادلة ٢-٢ فنحصل على

$$G = 0.00$$

٤. استجابة النظام لإشارة الخطوة

من المعادلة ٢-٦ تكون استجابة النظام كالتالي

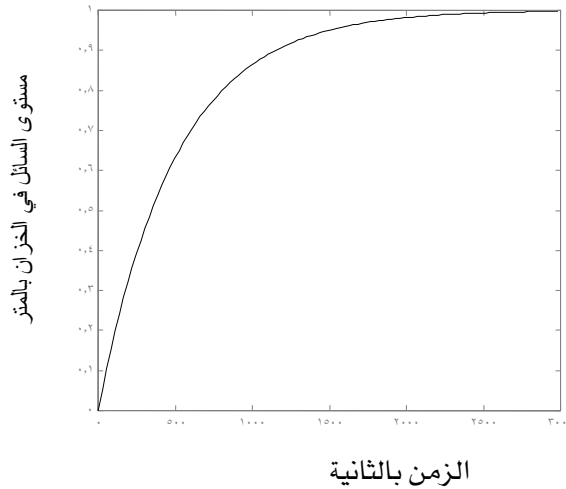
$$h(t) = h_0 e^{-t/\tau} + GE(1 - e^{-t/\tau})$$

بالتعويض تصبح الاستجابة كالتالي:

$$h(t) = 1 - e^{-0.002t}$$

ومن ثم يكون منحنى الاستجابة كما هو مبين في الشكل ٢-٢

لاحظ أن الاستجابة تستقر عند  $h_{ss} = 1m$



الشكل ٢-٢ منحنى استجابة نظام المثال ٢-١

الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الثانية

تخضع نظم الرتبة الثانية لمعادلات تفاضلية من الدرجة الثانية من نوع:

٧- ٢	$a_2 y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = bx(t)$
------	---

حيث  $a_2, a_1, a_0, b$  معاملات النظام.

يمكن كتابة المعادلة ٧- ٢ على الصورة الآتية

٨- ٢	$y''(t) + 2\zeta\omega_0 y'(t) + \omega_0^2 y(t) = cx(t)$
------	---

حيث

$$\zeta: \text{نسبة الإخماد} \left( \zeta = \frac{a_1}{2\sqrt{a_2 a_0}} \right) \text{ وينطق "زيتا"}$$

$$\omega: \text{تردد الرنين} \left( \omega_0 = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}} \right)$$

لإيجاد الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الثانية سنستخدم تحويلات لابلاس وسنتعمد في

شرحنا على الصيغة الواردة في المعادلة ٨- ٢.

ليكن  $\alpha = \zeta\omega_0$  معامل الإخماد، وللتبسيط نعتبر القيم الابتدائية منعدمة. عندئذ بإدخال تحويلات

لابلاس على المعادلة ٨- ٢، وبناء على خواص تحويلات لابلاس، لاسيما قانون الاشتقاق، فإننا نحصل

على:

٩- ٢	$s^2 Y(s) + 2\alpha s Y(s) + \omega_0^2 Y(s) = bX(s)$
------	---

بعد إعادة ترتيب المعادلة ٩- ٢ نحصل على:

١٠- ٢	$(s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2) Y(s) = bX(s)$
-------	---

ومن ثم نحصل على:

١٠- ٢	$Y(s) = \frac{b}{s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2} X(s)$
-------	--

استجابة نظم الرتبة الثانية لإشارة الخطوة

إذا كان الدخل على هيئة إشارة خطوة ارتفاعها  $E$  على الصورة الآتية

$$x(t) = \begin{cases} E & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

فإن  $X(s) = \frac{E}{s}$  وبالتعويض عن  $X(s)$  في المعادلة ١٠- ٢ فإننا نحصل على:

١١- ٢	$Y(s) = \frac{bE}{s(s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2)}$
-------	---

يسمى المقدار  $s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2$  المعادلة المميزة للنظام وهي عبارة عن معادلة جبرية من الدرجة الثانية في  $s$  وهي ذات أهمية بالغة في تحليل نظم الرتبة الثانية، ويعتمد نوع الاستجابة على نوع جذورها. وهناك ثلاث حالات حسب إشارة المميز  $\Delta = 4(\alpha^2 - \omega_0^2)$

الحالة الأولى  $\Delta > 0$  (حالة الإخماد الزائد)

وهذا سيحدث عندما يكون  $\alpha > \omega_0$  (أو  $\zeta > 1$ ) وعندئذ يكون للمعادلة المعادلة المميزة

$$r_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

ومن ثم تصبح المعادلة ٢- ١١ كالتالي

١٢- ٢	$Y(s) = \frac{bE}{s(s-r_1)(s-r_2)}$
-------	-------------------------------------

باستخدام الكسور الجزئية تصبح المعادلة ٢- ١٢ على الصورة الآتية

١٣- ٢	$Y(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{s-r_1} + \frac{C}{s-r_2}$
-------	--

حيث:

$$A = sY(s) \Big|_{s=0} = b\omega_0^2 = \frac{bE}{r_1 r_2}$$

$$B = (s-r_1)Y(s) \Big|_{s=r_1} = \frac{bE}{r_1(r_1-r_2)}$$

$$C = (s-r_2)Y(s) \Big|_{s=r_2} = \frac{-bE}{r_2(r_1-r_2)}$$

بالتعويض عن  $A$  و  $B$  و  $C$  في المعادلة ٢- ١٣ نحصل على

١٤- ٢	$Y(s) = \frac{bE}{\omega_0^2} \left[ \frac{1}{s} + \frac{r_2}{r_1-r_2} \cdot \frac{1}{s-r_1} - \frac{r_1}{r_1-r_2} \cdot \frac{1}{s-r_2} \right]$
-------	---

باستخدام تحويلات لابلاس العكسية تكون الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الثانية في

هذه الحالة على النحو التالي:

١٥- ٢	$y(t) = \frac{bE}{\omega_0^2} \left[ 1 + \frac{r_2}{r_1-r_2} \cdot e^{\eta t} - \frac{r_1}{r_1-r_2} \cdot e^{r_2 t} \right]$
-------	--

الحالة الثانية  $\Delta = 0$  الحالة الأولى  $\Delta > 0$  (حالة الإخماد الحرج)

وهذا سيحدث عندما يكون  $\alpha = \omega$  (أو  $\zeta = 1$ ) وعندئذ يكون للمعادلة المعادلة المميزة

$$\text{للنظام جذرين حقيقيين متطابقين هما } \eta_1 = \eta_2 = -\omega_0$$

ومن ثم تصبح المعادلة ٢- ١١ كالتالي

١٦- ٢	$Y(s) = \frac{bE}{s(s - \omega_0)^2}$
-------	---------------------------------------

باستخدام الكسور الجزئية تصبح المعادلة ٢- ١٢ على الصورة الآتية

١٧- ٢	$Y(s) = \frac{A}{s} + \left( \frac{B}{s + \omega_0} + \frac{C}{(s + \omega_0)^2} \right)$
-------	---

حيث:

$$C = -\frac{bE}{\omega_0}, \quad B = -\frac{bE}{\omega_0^2}, \quad A = \frac{bE}{\omega_0^2}$$

بالتعويض عن  $A$  و  $B$  و  $C$  في المعادلة ٢- ١٧ نحصل على

١٨- ٢	$Y(s) = \frac{b}{\omega_0^2} \left[ \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \omega_0} - \omega_0 \frac{1}{(s + \omega_0)^2} \right]$
-------	---

باستخدام تحويل لابلاس العكسي تكون الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الثانية في هذه

الحالة على النحو التالي:

١٩- ٢	$y(t) = \frac{bE}{\omega_0^2} [1 - (1 + \omega_0 t)e^{-\omega_0 t}]$
-------	--

الحالة الثالثة  $\Delta < 0$  الحالة الأولى  $\Delta > 0$  (حالة الإخماد الناقص)

وهذا سيحدث عندما يكون  $\alpha < \omega$  (أو  $\zeta < 1$ ) وعندئذ يكون للمعادلة المعادلة المميزة

$$\text{للنظام جذرين مركبين مرافقين هما } \eta_{1,2} = -\alpha \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

ليكن التردد المخمد  $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ ، ومن ثم يمكن كتابة المعادلة المميزة للنظام

كالتالي:

$$s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2 = [(s + \alpha) - j\omega_d][(s + \alpha) + j\omega_d]$$

ونظرا أن المعادلة السابقة عبارة عن الفرق بين مربعين، فإنه يمكن كتابة المعادلة

الجبرية من الدرجة الثانية على النحو التالي:

$$s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2 = (s + \alpha)^2 + \omega_d^2$$

ومن ثم يمكن إعادة كتابة المعادلة ٢- ١١ على الشكل التالي

٢٠- ٢	$Y(s) = \frac{bE}{s[(s + \alpha)^2 + \omega_d^2]}$
-------	--

ويكون مفكوك الكسور الجزئية في هذه الحالة على الشكل التالي

٢١- ٢	$Y(s) = \frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{(s + \alpha)^2 + \omega_d^2}$
-------	---

حيث يمكن التعرف على  $A$  و  $B$  و  $C$  كالتالي:

$$A = \frac{bE}{\omega_0^2}$$

$$B = -\frac{bE}{\omega_0^2}$$

$$C = -2\frac{bE}{\omega_0^2}\alpha$$

وباستخدام تحويلات لابلاس العكسية، وبعد إجراء بعض الترتيبات الرياضية تكون

الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الثانية في هذه الحالة على النحو التالي:

٢٢- ٢	$y(t) = \frac{bE}{\omega_0^2} \left[ 1 - \frac{\omega_0}{\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t + \phi) \right]$
-------	---

$$\phi = \cos^{-1} \frac{\alpha}{\omega_0} = \cos^{-1} \zeta$$

وحيث أن  $\alpha = \zeta \omega_0$  يمكن إعادة كتابة المعادلة ٢٢- ٢ على النحو التالي:

٢٣- ٢	$y(t) = \frac{bE}{\omega_0^2} \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta \omega_0 t} \sin(\omega_d t + \phi) \right]$
-------	--

منحنى استجابة نظم الرتبة الثانية لإشارة الخطوة

يمثل الشكل ٢- ٣ استجابة نظم الرتبة الثانية لإشارة الخطوة حسب أنواع الإخماد

الثلاثة:

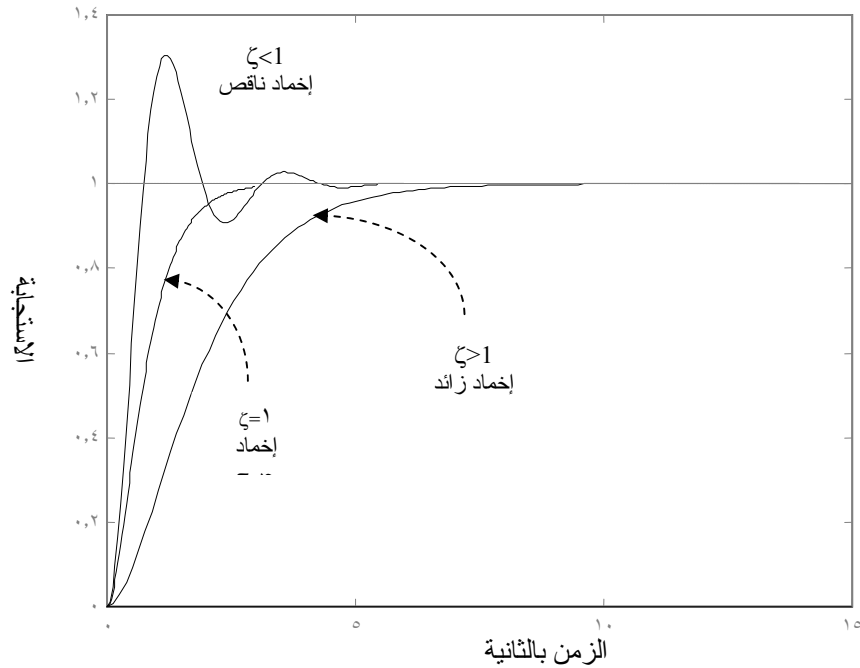
الإخماد زائد: المنحنى لا يحتوي على اهتزازات ولا يعبر قيمة خط حالة الاستقرار

الإخماد الناقص: المنحنى يحتوي على اهتزازات ويعبر قيمة خط حالة الاستقرار

الإخماد حرج: وضعية فاصلة بين حالتي الإخماد الزائد والناقص، والمنحنى لا يحتوي على

اهتزازات ولا يعبر قيمة خط حالة الاستقرار





الشكل ٢-٣ استجابة نظم الرتبة الثانية حسب نوع الإخماد

حالة خاصة:  $\zeta=0$ عندما تكون نسبة الإخماد  $\zeta=0$  تصبح المعادلة ٢-٢٣ على الشكل التالي:

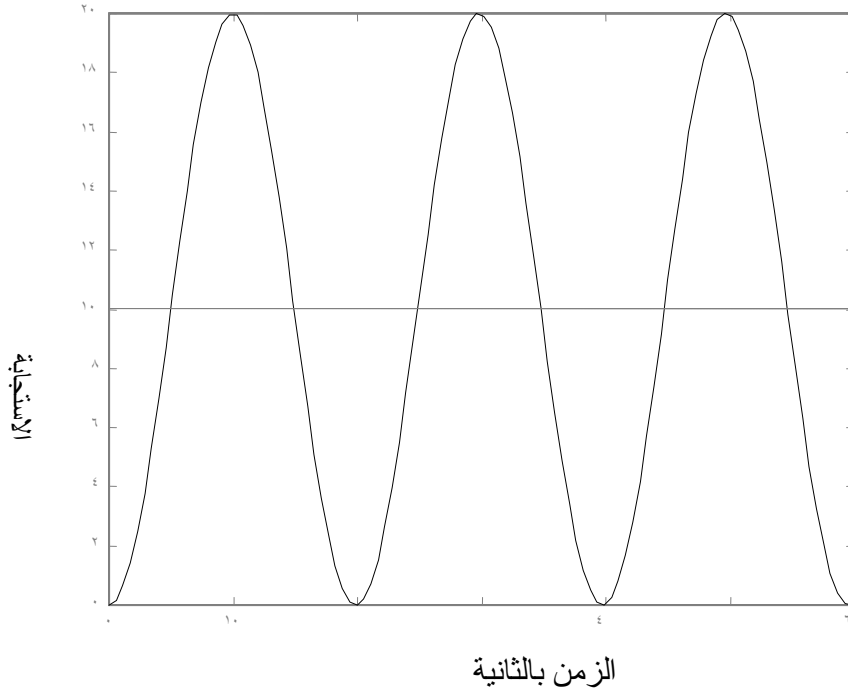
٢٤- ٢	$y(t) = \frac{bE}{\omega_0^2} [1 - \cos(\omega_0 t)]$
-------	---

في هذه الحالة النظام عديم الإخماد وكما هو واضح من الشكل ٢-٤ فإن المنحنى يحتوي على ذبذبة متواصلة.

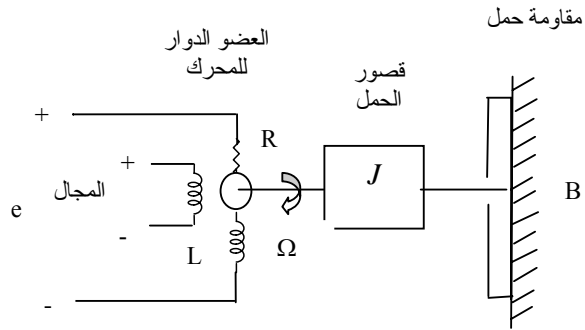
يمثل الشكل ٢-٥ محرك تيار مستمر يقود حملا. دخل النظام هو  $e(t)$  والخرج هو السرعة الزاوية  $\Omega$

يعرف هذا النظام بواسطة ثلاث معادلات المعادلة الأولى هي المعادلة الكهربية لدائرة العضو الدوار.

٢٥- ٢	$L \frac{di}{dt} + Ri + K_e \Omega = e$
-------	---



الشكل ٢-٢ استجابة نظم الرتبة الثانية في حالة عدم الإخماد ( $\zeta=0$ )



الشكل ٥-٢ محرك تيار مستمر مع حمل

المعادلة الثانية وهي المعادلة الميكانيكية للحمل.

٢٥- ٢	$J \frac{d\Omega}{dt} + B\Omega = \text{العزم}$
-------	---

المعادلة الثالثة وهي معادلة الربط بين الجزء الكهربائي والجزء الميكانيكي.

٢٦- ٢	$K_t i = \text{العزم}$
-------	------------------------

بدمج المعادلة الثانية والثالثة نحصل على

$$i = \frac{J \frac{d\Omega}{dt} + B\Omega}{K_t}$$

بالتعويض عن التيار  $i$  في المعادلة ٢- ٢٥ نحصل على المعادلة الزمنية للنظام

٢٧- ٢	$a_2 \frac{d^2\Omega}{dt^2} + a_1 \frac{d\Omega}{dt} + \Omega = Ge$
-------	---

حيث  $\tau_m = \frac{J}{B}$  الثابت الزمني للجزء الميكانيكي للنظام

$\tau_e = \frac{L}{R}$  الثابت الزمني للجزء الكهربائي للنظام

$$a_2 = \frac{\tau_m \tau_e RB}{K_e K_t + RB}$$

$$a_1 = \frac{(\tau_m + \tau_e) RB}{K_e K_t + RB}$$

$$G = \frac{K_t}{K_e K_t + RB}$$

$J$  : عزم قصور الحمل،  $kg.m^2$

$B$  : معامل الاحتكاك،  $N.m.s/rad$

$L$  : محاثة العضو الدوار،  $H$

$R$  : مقاومة العضو الدوار،  $\Omega$

$K_t$  : ثابت العزم،  $N.m/A$

$E$  : جهد الدخل،  $V$

$\omega$  : السرعة الزاوية للمحرك،  $rad/s$

$K_e$  : ثابت قوة الدفع الكهربائي،  $V.s/rad$

من المعادلة نحصل معاملات محرك التيار المستمر كالتالي:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{a_2}}$$

$$\alpha = \frac{a_1}{2a_2}$$

$$\zeta = \frac{a_1}{2\sqrt{a_2}}$$

إذا كانت معاملات محرك التيار المستمر كالآتي

$$J = 6,2 \times 10^{-4} \text{ kg.m}^2$$

$$B = 1,0 \times 10^{-4} \text{ N.m.s/rad}$$

$$L = 0,02 \text{ H}$$

$$R = 1,2 \Omega$$

$$K_t = 0,042 \text{ N.m/t}$$

$$K_e = 0,042 \text{ Vs/rad}$$

أوجد الآتي:

١. الثابت الزمني للجزء الميكانيكي للنظام
٢. الثابت الزمني للجزء الكهربائي للنظام
٣. المعادلة الزمنية للنظام
٤. تردد الرنين
٥. نسبة الإخماد
٦. حدد نوع الإخماد
٧. أوجد الاستجابة وارسم منحناها

الحل

$$\tau_m = \frac{J}{B} = \frac{6,2 \times 10^{-4}}{1,0 \times 10^{-4}} = 6,2 \text{ s} \quad .1$$

$$\tau_e = \frac{L}{R} = \frac{0,02}{1,2} = 0,0167 \text{ s} \quad .2$$

٣. للحصول على المعادلة الزمنية للنظام نحسب المعاملات  $a_1$ ،  $a_2$  و  $G$  وهي كما يلي

$$a_2 = 0,00630$$

$$a_1 = 0,379$$

$$G = 21,8$$

وبذلك تكون المعادلة الزمنية كالآتي

$$0.00630 \frac{d^2 \omega}{dt^2} + 0.379 \frac{d\omega}{dt} + \omega = 21.8e$$

٤. تردد الرنين ونسبة الإخماد

تردد الرنين

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{a_2}} = \sqrt{\frac{1}{0.00630}} = 0.0794$$

نسبة الإخماد

$$\zeta = \frac{a_1}{2\sqrt{a_2}} = \frac{0.379}{2\sqrt{0.00630}} = 2.3875$$

٥. بما أن  $\zeta > 1$  فإن النظام ذو إخماد زائد.

٦. استجابة النظام

للحصول على استجابة النظام نكتب أولا المعادلة المميزة للنظام ثم نحسب جذريها فالمعادلة المميزة هي

$$0.00630s^2 + 0.379s + 1 = 0$$

ويمكنك الحصول على جذريها باستخدام طريقة المميز كما يلي:

$$r_1 = \square 07,3931$$

$$r_2 = \square 2,7657$$

ونظرا إلى أن  $\zeta > 1$  (الإخماد زائد) تكون الصيغة العامة للاستجابة كما ورد في المعادلة ٢ - ١٤

على النحو التالي

$$y(t) = \frac{bE}{\omega_0^2} \left[ 1 + \frac{r_2}{r_1 - r_2} \cdot e^{r_1 t} - \frac{r_1}{r_1 - r_2} \cdot e^{r_2 t} \right]$$

مع العلم أن خرج النظام في مثالنا هذا هو  $\omega(t)$

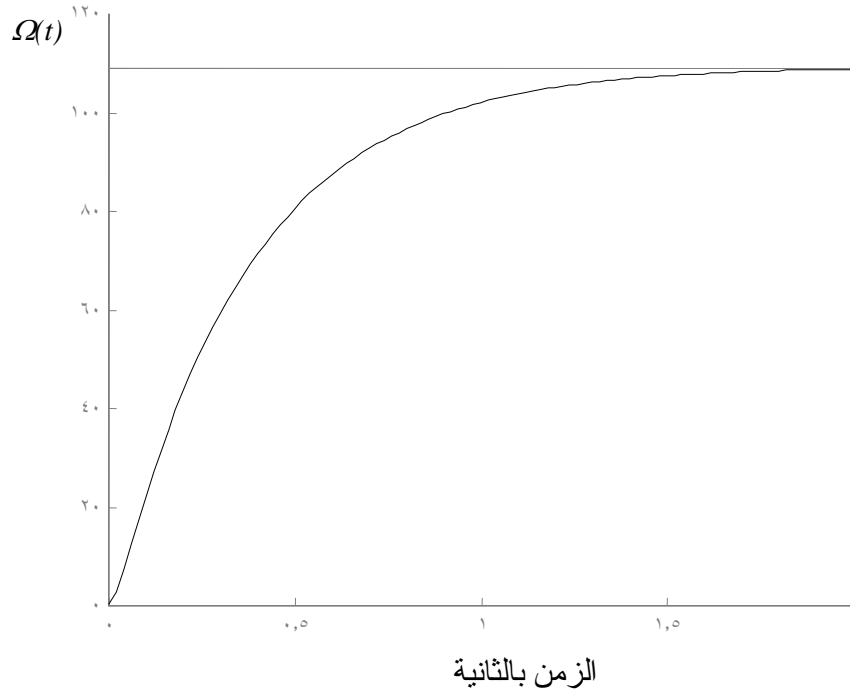
وبالتعويض عن قيم  $r_1$  و  $r_2$  و  $\omega_0$  و  $E = 0V$  (ارتفاع خطوة الدخل)  $b = 21,8$  تكون الاستجابة

كالآتي:

$$\omega(t) = 137.2796 [1 + 0.0506e^{-57.3931t} - 1.0506e^{-2.7657t}]$$

٧. منحنى الاستجابة

يكون منحنى الاستجابة كما هو مبين في الشكل ٢ - ٦



الشكل ٦-٢ منحنى استجابة نظام المثال ٤-٢

### الاستجابة العابرة والاستجابة الدائمة لنظم الرتبة الثانية

بالنظر إلى استجابة نظم الرتبة الثانية في الحالات الإخماد الثلاثة لدخل على هيئة إشارة الخطوة يتضح أن الاستجابة تتكون من شقين الاستجابة العابر والاستجابة الدائمة:

$$y(t) = y_t + y_{ss}$$

الاستجابة العابرة ستختلف صيغتها حسب نوع الإخماد، غير أنها ستعتمد بعد زمن معين يعتمد على سرعة استجابة النظام.

الاستجابة الدائمة أو قيمة الخرج عند حالة الاستقرار نحصل عليها كالاتي:

$$y_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$$

### خصائص نظم الرتبة الثانية

للحكم على أداء النظم نلجأ إلى استجابتها لإشارات قياسية مثل إشارة الخطوة. يبين الشكل ٢-٧ استجابة نموذجية لنظام رتبة ثانية ذي إخماد ناقص لإشارة الخطوة. ومنه نشير إلى خصائص نظم الرتبة الثانية المتمثلة في القيم التالية:

زمن التأخير  $t_d$  (delay time) وهو الزمن اللازم لبلوغ الاستجابة ٥٠٪ من قيمتها النهائية

زمن الصعود  $t_r$  (rise time) وهو الزمن اللازم لبلوغ الاستجابة ٩٠٪ من قيمتها النهائية أقصى ذروة وهي أكبر قيمة تبلغها الاستجابة

زمن الذروة  $t_p$  (peak time) وهو الزمن الذي تبلغ فيه الاستجابة أقصى قيمة وهو معرف كالاتي

$$t_p = \frac{\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}} = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

زمن الاستقرار  $t_s$  (settling time) وهو الزمن اللازم لبقاء الاستجابة في حدود نسبة مئوية من قيمتها النهائية (مثل  $\pm 2\%$  أو  $\pm 5\%$ )

أقصى تجاوز  $M_p$  (Maximum overshoot) وهي معرفة كالاتي:

$$M_p = y_p - y_{ss} = e^{-\zeta\pi / \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

حيث  $y_p$  أقصى قيمة للاستجابة و  $y_{ss}$  القيمة النهائية للاستجابة

النسبة المئوية للتجاوز  $PO$  (percentage of overshoot) وهو معرف كالاتي

$$\frac{y_p - y_{ss}}{y_{ss}} \times 100$$

كسب النظام عند حالة الاستقرار  $G$  (static gain) وهو معرف كالاتي  $G = \frac{y_{ss}}{E}$

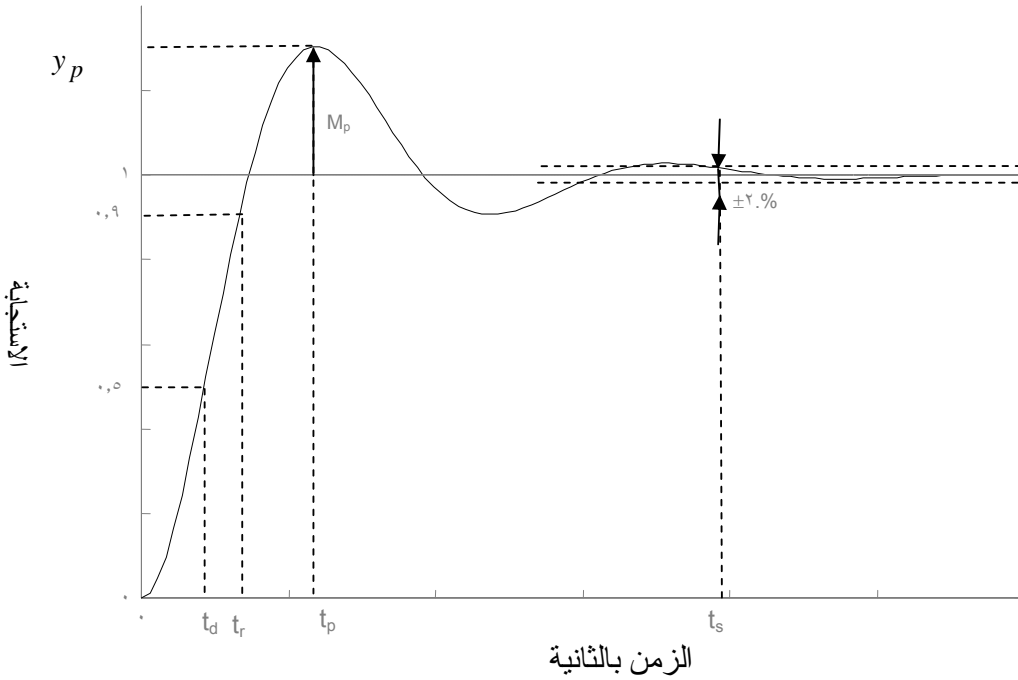
التردد الزاوي المخمد وهو معرف كالتالي  $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$

دورة الاهتزازات المخمدة وهي معرف كالاتي  $T_d = \frac{2\pi}{\omega_d}$

تردد الاهتزازات المخمدة وهو معرف كالاتي  $f_d = \frac{1}{T_d}$

## الخلاصة

تناولنا في هذه الوحدة الأولى الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الأولى لإشارة الخطوة باستخدام تحويلات لابلاس وشرحنا خصائص نظم الرتبة الأولى وهي الثابت الزمني والكسب. كما تناولنا بالشرح الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الثانية لإشارة الخطوة باستخدام تحويلات لابلاس كذلك. وتناولنا حالات الإخماد الأربعة: الإخماد الناقص والإخماد الحرج والإخماد الزائد وحالة عدم الإخماد. وقمنا بتوضيح خصائص الرتبة الثانية والتي من أهمها زمن التأخير وزمن الصعود وزمن الاستقرار وأقصى تجاوز والنسبة المئوية للتجاوز وكسب النظام عند حالة الاستقرار. كما شرحنا الاستجابة الدائمة والاستجابة العابرة لنظم الرتبة الأولى والثانية.



الشكل ٢ - ٧ استجابة نموذجية لنظام رتبة ثانية لإشارة الخطوة



## أسئلة وتمارين

ليكن النظام التالي:

$$y'(t) + 10y(t) = 10x(t)$$

$$y(0) = 0$$

$$x(t) = \begin{cases} 5 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

أوجد ما يلي

أ الثابت الزمني

ب كسب النظام

ج الاستجابة الزمنية

د أرسم منحنى الاستجابة

لدينا نظام من الرتبة الأولى ممثل بالمعادلة الآتية

$$10y'(t) + y(t) = x(t)$$

$$y(0) = 0$$

$$x(t) = \begin{cases} 10 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

أوجد ما يلي

أ الثابت الزمني

ب كسب النظام

ج الاستجابة الزمنية

د أرسم منحنى الاستجابة

لتكن دائرة RC ، إذا كانت قيمة سعة المكثف  $10\mu F$  ، وقيمة المقاومة  $20K\Omega$

أ أوجد النموذج الرياضي للدائرة

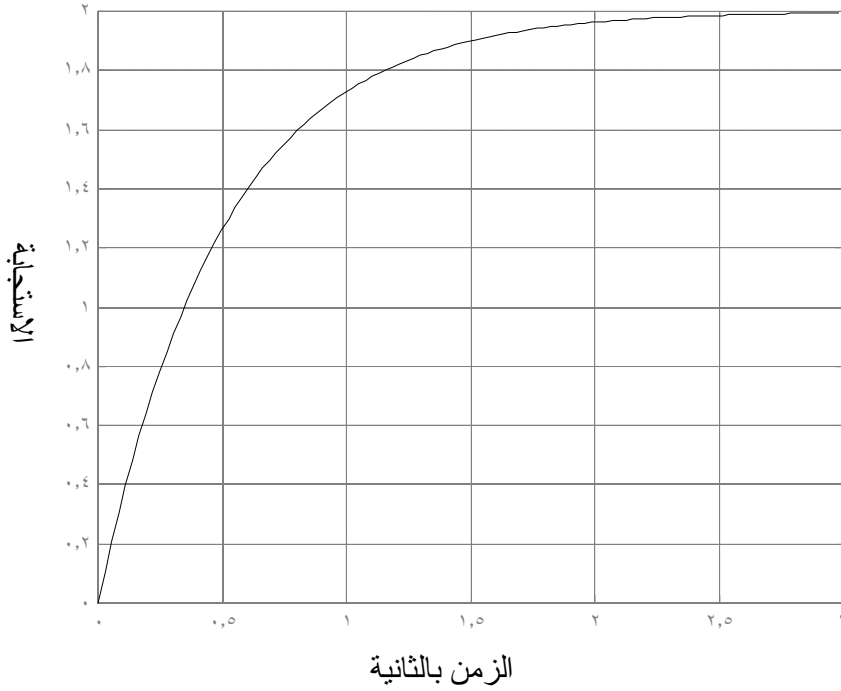
ب أحسب الثابت الزمني

ج أوجد استجابتها لجهد مستمر قيمته  $5V$  علماً أن المكثف غير

مشحون عند بداية التشغيل.

إذا كان منحنى استجابة نظام ديناميكي من الدرجة الأولى لخطوة ارتفاعها ١

(خطوة الوحدة) كما هو مبين بالشكل أدناه.



أوجد ما يلي

أ ثابت الزماني

ب كسب النظام

ج المعادلة الزمنية للنظام

ليكن النظام التالي

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = 2x(t)$$

$$y(0) = y'(0) = 0,$$

$$x(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

أوجد ما يلي

أ تردد الرنين ومعامل الإخماد ونوع الإخماد

ب كسب النظام

ج الاستجابة لخطوة ارتفاعها ١

د ارسم منحنى الاستجابة

ليكن النظام التالي

$$y''(t) + 2y'(t) + y(t) = 10x(t)$$

$$y(0) = y'(0) = 0,$$

$$x(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

أوجد ما يلي

أ تردد الرنين ومعامل الإخماد ونوع الإخماد

ب كسب النظام

ج الاستجابة لخطوة ارتفاعها ١

د ارسم منحنى الاستجابة

ليكن النظام التالي

$$y''(t) + 4y'(t) + 8(t) = 16x(t)$$

$$y(0) = y'(0) = 0,$$

$$x(t) = \begin{cases} 5 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

أوجد ما يلي

أ تردد الرنين ومعامل الإخماد ونوع الإخماد

ب الاستجابة لخطوة ارتفاعها ١

ج ارسم منحنى الاستجابة

لدينا محرك تيار مستمر يدير له الخصائص التالية

$$J = 3,2 \times 10^{-4} \text{ kg.m}^2$$

$$B = 0,0 \times 10^{-4} \text{ N.m.s/rad}$$

$$L = 0,07 \text{ mH}$$

$$R = 1,2 \Omega$$

$$K_t = 0,22 \text{ N.m/t}$$

$$K_e = 0,022 \text{ Vs/rad}$$

أ أوجد الثابت الزمني الميكانيكي والثابت الزمني الكهربائي

ب أوجد المعادلة الزمنية للنظام

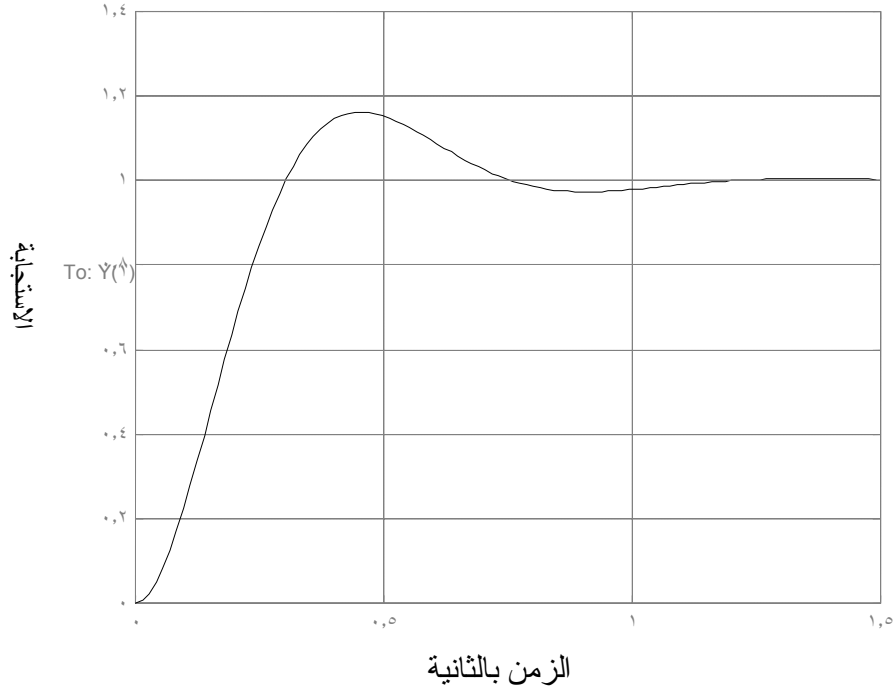
ج أوجد تردد الرنين

د أوجد معامل الإخماد وحدد نوع الإخماد

ه أوجد السرعة الدورانية ( $\Omega$ ) بدلالة الزمن

و ارسم منحنى  $\Omega(t)$

إذا كان منحنى استجابة نظام من الدرجة الثانية لخطوة الوحدة كما هو مبين بالشكل أدناه.



أوجد ما يلي

- أ زمن التأخير  $t_d$
- ب زمن الصعود  $t_r$
- ج زمن الذروة  $t_p$
- د زمن الاستقرار
- ه أقصى تجاوز  $M_p$
- و النسبة المئوية للتجاوز
- ز كسب النظام عند حالة الاستقرار



## تحليل نظم تحكم

### تحليل إشارة الخطأ في أنظمة التحكم

تحليل إشارة الخطأ في أنظمة التحكم

١

### الأهداف

بعد انتهائك من دراسة هذه الوحدة تكون قادراً على:

- تعريف إشارة الخطأ في حلقة تحكم مغلقة
- تحليل إشارة الخطأ عند استعمال الحاكم التناسبي
- تحليل إشارة الخطأ عند استعمال الحاكم التكاملي
- تحليل إشارة الخطأ عند استعمال الحاكم التناسبي التكاملي
- تحليل إشارة الخطأ عند استعمال الحاكم التفاضلي
- تحليل إشارة الخطأ عند استعمال الحاكم التناسبي التكاملي التفاضلي

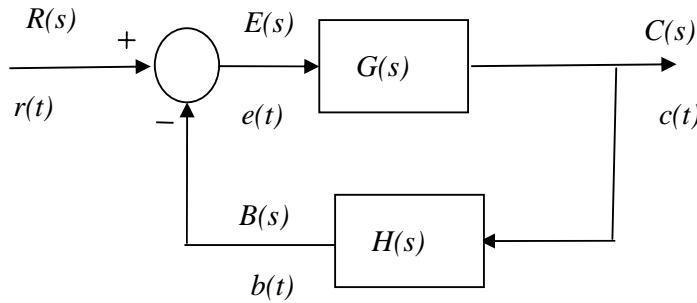
## مقدمة

درسنا في الوحدة السابقة الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الأولى والثانية، وسنتطرق في هذه الوحدة إلى إشارة الخطأ التي تنشأ في حلقات التحكم المغلقة وسنقوم بتحليل إشارة الخطأ عند استعمال الحاكم التناسبي والحاكم التكاملي والحاكم التناسبي التكاملي والحاكم التفاضلي والحاكم التناسبي التكاملي التفاضلي. وسيتم استخدام برنامج Simulink لعمل محاكاة للحاكمات التي سيتم دراستها لتوضيح تأثير هذه الحاكمات على استجابة الحلقات المغلقة.

## ١- ٥ تعريف إشارة الخطأ

يمثل الشكل ٣- ١ حلقة تغذية خلفية نموذجية، ومنها تظهر إشارة الخطأ كفرق بين الإشارتين  $r(t)$  و  $b(t)$  حيث  $r(t)$  هي الدخل المرجعي و  $b(t)$  قياس للقيمة الواقعية للمتغير المراد التحكم فيه  $c(t)$ .  

$$e(t) = r(t) - b(t)$$



الشكل ٣- ١ حلقة تغذية خلفية

للتبسيط سندرس حالة التغذية الخلفية الأحادية ( $H(s) = 1$ ) وعندئذ تكون معادلة إشارة الخطأ في المجال الزمني كما يلي

١-٣	$e(t) = r(t) - c(t)$
-----	----------------------

ويمكن كتابتها في مجال المتغير المركب S كما يلي

٢-٣	$E(s) = R(s) - C(s)$
-----	----------------------

وعلمنا من الوحدة الأولى أن دالة النقل للنظام المغلق في حالة التغذية الخلفية الأحادية كما يلي:

٣-٣	$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)}$
-----	--

ومنها نستنتج أن:

٤-٣	$C(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)} R(s)$
-----	-------------------------------------

وبالتعويض عن  $C(s)$  في المعادلة ٣- ٢ نحصل على تحويل لابلاس لإشارة الخطأ كما يلي:

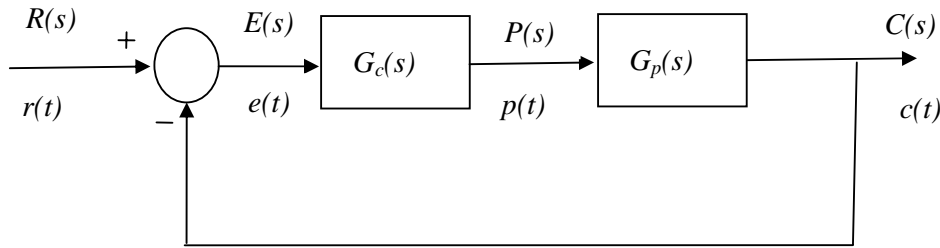
٥-٣	$E(s) = \frac{1}{1+G(s)} R(s)$
-----	--------------------------------

### ١- ٦ تحليل إشارة الخطأ في الحلقة المغلقة

يمثل الشكل ٣- ٢ المخطط الصندوقي لحلقة تحكم ذات تغذية خلفية أحادية مع وجود حاكم في المسار الأمامي، حيث:

○  $G_p(s)$  دالة نقل النظام المراد التحكم فيه

○  $G_c(s)$  دالة نقل الحاكم



الشكل ٣- ٢ حاكم في حلقة تحكم ذات تغذية خلفية أحادية

لاحظ أن المسار الأمامي يتكون من صندوقين  $G_c(s)$  و  $G_p(s)$  موصلين على التعاقب ومن ثم

يمكن دمجهما في صندوق واحد دالة نقل  $G(s) = G_c(s) \cdot G_p(s)$

ومن ثم تكون دالة نقل النظام المغلق كما يلي:

٦-٣	$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1+G_c(s)G_p(s)}$
-----	---

ومن ثم يصبح تحويل لابلاس لإشارة الخطأ على النحو التالي:

٧-٣	$E(s) = \frac{1}{1+G_c(s)G_p(s)} R(s)$
-----	--

### ١- ٧ تحليل إشارة الخطأ عند استعمال الحاكم التناسبي

المعادلة الزمنية للحاكم التناسبي على النحو التالي:

$$p(t) = K_p e(t)$$



بإدخال تحويلات لابلاس على طرفي المعادلة الزمنية للحاكم نحصل على

$$P(s) = K_p E(s)$$

ومن ثم تكون دالة نقل الحاكم التناسبي هي:

٨-٣	$G_c(s) = K_p$
-----	----------------

لشرح تأثير الحاكم التناسبي على استجابة الحلقة المغلقة نستخدم دخلاً مرجعياً على هيئة إشارة

خطوة ارتفاعها  $R$ . ونظام يراد التحكم فيه من الرتبة الأولى:

$$r(t) = \begin{cases} R_0 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

ومن ثم يكون تحويل لابلاس لإشارة الدخل المرجعي

$$R(s) = \frac{R_0}{s}$$

الصيغة العامة لدالة نقل نظم الرتبة الأولى على النحو التالي:

$$G_p(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

بالتعويض عن  $G_c(s)$  و  $G_p(s)$  و  $R(s)$  في المعادلة ٣-٧ نحصل على تحويل لابلاس لإشارة الخطأ

على النحو التالي:

٩-٣	$E(s) = \frac{1}{1 + K_p \frac{1}{\tau s + 1}} \cdot \frac{R_0}{s}$
-----	---

بتوحيد المقام في مقام المعادلة ٣-٩ نحصل على

١٠-٣	$E(s) = R_0 \frac{\tau s + 1}{s(\tau s + 1 + K_p)}$
------	---

باستخدام قانون القيمة النهائية نحصل على

١١-٣	$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sR_0 \frac{\tau s + 1}{s(\tau s + 1 + K_p)} = \frac{R_0}{1 + K_p}$
------	--

تفيد المعادلة ٢-١١ أن القيمة النهائية لإشارة الخطأ ليست منعدمة، ومن ثم يتضح أن الحاكم التناسبي لا يلغي إشارة الخطأ، غير أنه يمكن التقليل من إشارة الخطأ بزيادة معامل الحاكم التناسبي  $K_p$ . لكن الزيادة المفرطة قد تؤدي إلى عدم الاستقرار.

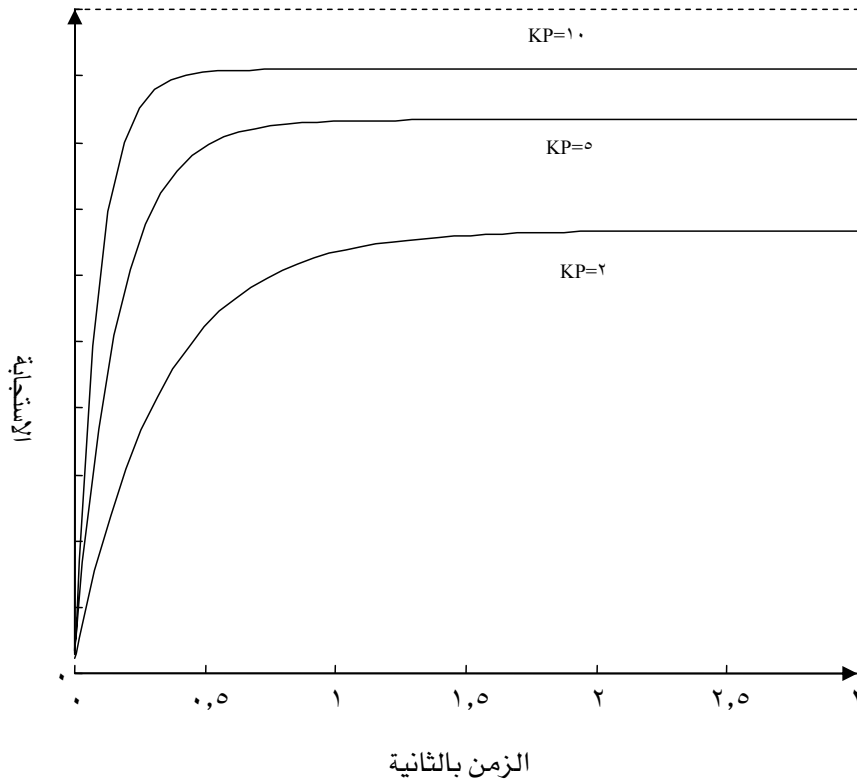
مثال ١-٣ تم عمل محاكاة لحاكم تناسبي في حلقة تغذية خلفية بواسطة برنامج Simulink

أحادية حيث:  $G_p(s) = \frac{1}{s+1}$  و الدخل المرجعي  $r(t) = 1$

وباختيار معامل الحاكم كما يلي

$$K_p = 2 \quad K_p = 5 \quad K_p = 10$$

والشكل ٣-٣ يوضح تأثير الحاكم التناسبي على استجابة حلقة مغلقة ذات تغذية خلفية أحادية.



الشكل ٣-٣ تأثير الحاكم التناسبي على استجابة نظام تحكم

#### ١-٨ تحليل إشارة الخطأ عند استعمال الحاكم التكاملي

المعادلة الزمنية للحاكم التكاملي على النحو التالي:

$$p(t) = K_I \int_0^t e(\tau) d\tau$$

و دالة نقل الحاكم التكاملي هي:

١٢-٣	$G_c(s) = \frac{K_I}{s}$
------	--------------------------

لشرح تأثير الحاكم التكاملي على استجابة الحلقة المغلقة نستخدم دخلاً مرجعياً على هيئة إشارة خطوة ارتفاعها  $R$  ونظام يراد التحكم فيه من الرتبة الأولى:

$$r(t) = \begin{cases} R_0 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

ومن ثم يكون تحويل لابلاس لإشارة الدخل المرجعي

$$R(s) = \frac{R_0}{s}$$

الصيغة العامة لدالة نقل نظم الرتبة الأولى على النحو التالي:

$$G_p(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

بالتعويض عن  $G_c(s)$  و  $G_p(s)$  و  $R(s)$  في المعادلة ٣-٧ نحصل على تحويل لابلاس لإشارة الخطأ على النحو

التالي:

١٣-٣	$E(s) = \frac{1}{1 + \frac{K_I}{s} \cdot \frac{1}{\tau s + 1}} \cdot \frac{R_0}{s}$
------	---

بتوحيد المقام في مقام المعادلة ٣-١٣ نحصل على

١٤-٣	$E(s) = \frac{s(\tau s + 1)}{(\tau s^2 + s + K_I)} \cdot \frac{R_0}{s}$
------	---

باستخدام قانون القيمة النهائية نحصل على

١٥-٣	$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{R_0}{s} \cdot \frac{s(\tau s + 1)}{(\tau s + 1 + K_I)} = 0$
------	---

يتضح من المعادلة ٣-١٥ أن القيمة النهائية لإشارة الخطأ في حالة استخدام الحاكم التكاملي

منعدمة، وهذا يعني أن القيمة النهائية للمتغير المراد التحكم فيه تساوي الدخل المرجعي.

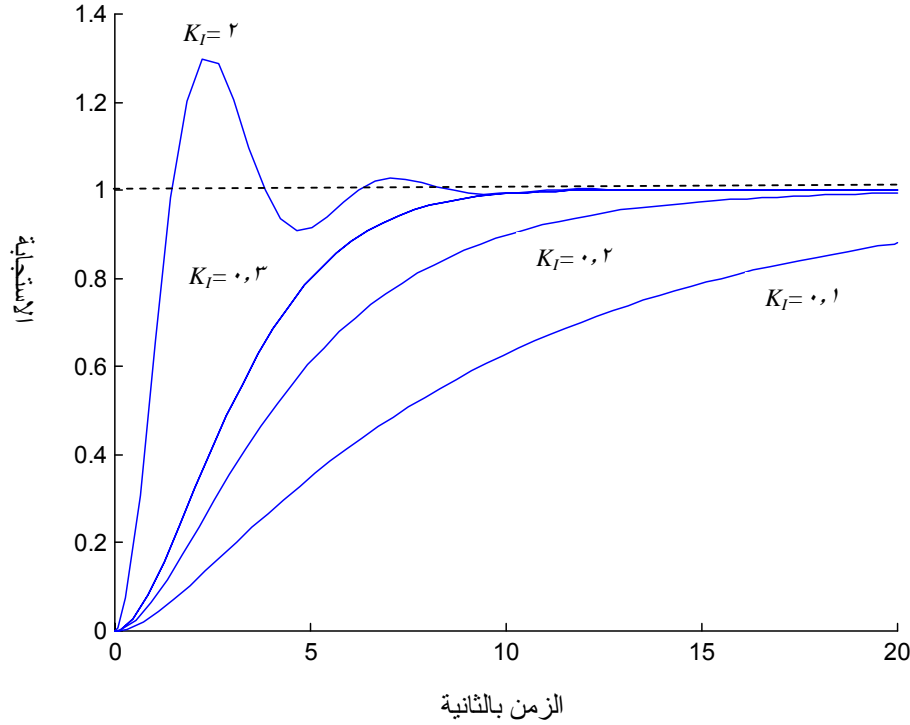
تم عمل محاكاة لحاكم تكاملي في حلقة تغذية خلفية أحادية بواسطة برنامج Simulink حيث

دالة نقل النظام هي  $G_p(s) = \frac{1}{s+1}$  و الدخل المرجعي  $r(t) = 1$  وباختيار معامل الحاكم كما يلي:

$$K_I = 0.1 \quad K_I = 0.2 \quad K_I = 0.3 \quad K_I = 2$$

تم رسم منحنى الاستجابة بنفس البرنامج (Simulink) في الشكل ٣-٤ والذي يوضح تأثير

الحاكم التكاملي على استجابة نظام تحكم مغلق ذي تغذية خلفية أحادية.



الشكل ٤-٣ تأثير الحاكم التكاملي على استجابة نظام تحكم مغلق

### ٩- ١ تحليل إشارة الخطأ عند استعمال الحاكم التناسبي التكاملي

المعادلة الزمنية للحاكم التناسبي التكاملي على النحو التالي:

$$p(t) = K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau$$

و دالة نقل الحاكم التناسبي التكاملي هي:

١٦-٣	$G_c(s) = \frac{K_p s + K_I}{s}$
------	----------------------------------

لشرح تأثير الحاكم التناسبي التكاملي على استجابة الحلقة المغلقة نستخدم دخلاً مرجعياً على

هيئة إشارة خطوة ارتفاعها  $R$ :  $r(t) = \begin{cases} R_0 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$  ، ومن ثم تحويل لابلاس لإشارة الدخل المرجعي هو  $R(s) = \frac{R_0}{s}$  ،

والنظام المراد التحكم فيه من الرتبة الأولى ، الصيغة العامة لدالة نقله على النحو التالي:

$$G_p(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

وبالتعويض عن  $G_c(s)$  و  $G_p(s)$  و  $R(s)$  في المعادلة ٣- ٧ نحصل على تحويل لابلاس لإشارة الخطأ على النحو

التالي:

١٦-٣	$E(s) = \frac{1}{1 + \frac{K_p s + K_I}{s} \cdot \frac{1}{\tau s + 1}} \cdot \frac{R_0}{s}$
------	---

بتوحيد المقام في مقام المعادلة ٣- ١٦ نحصل على

١٧-٣	$E(s) = \frac{s(\tau s + 1)}{\tau s^2 + s(K_p + 1) + K_I} \cdot \frac{R_0}{s}$
------	--

باستخدام قانون القيمة النهائية نحصل على

١٨-٣	$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{R_0}{s} \cdot \frac{s(\tau s + 1)}{(\tau s^2 + s(1 + K_p) + K_I)} = 0$
------	--

يتضح من المعادلة ٣- ١٨ الحاكم التناسبي التكامل يُلغِي إشارة الخطأ، وهذا يعني أن القيمة النهائية للمتغير المراد التحكم فيه تساوي الدخل المرجعي.

مثال ١- ٤ تم عمل محاكاة لحاكم تناسبي تكاملي في حلقة تغذية خلفية أحادية بواسطة برنامج

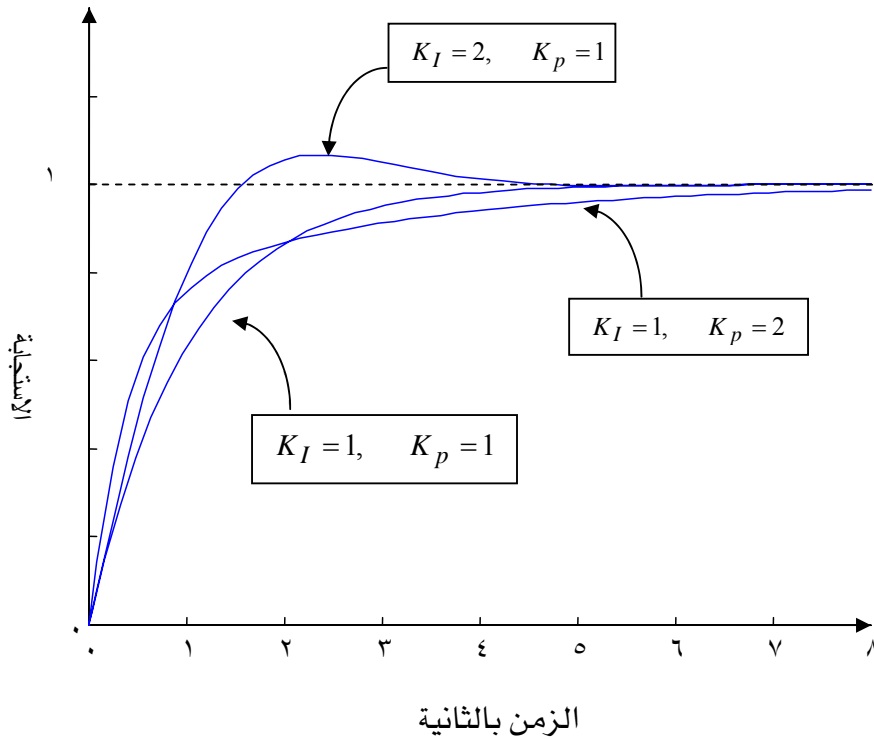
Simulink حيث:

دالة نقل النظام هي  $G_p(s) = \frac{1}{s+1}$  و الدخل المرجعي  $r(t) = 1$  وباختيار معامل الحاكم كما يلي

$K_I = 2, \quad K_p = 1$	$K_I = 1, \quad K_p = 1$	$K_I = 1, \quad K_p = 2$
--------------------------	--------------------------	--------------------------

تم رسم منحنى الاستجابة بنفس البرنامج (Simulink) في الشكل ٣- ٥ والذي يوضح تأثير

الحاكم التناسبي التكامل على استجابة نظام تحكم مغلق ذي تغذية خلفية أحادية.



الشكل ٣- ٥ تأثير الحاكم التناسبي التكاملي على استجابة نظام

### ١٠- ١ تحليل إشارة الخطأ عند استعمال الحاكم التناسبي التكاملي التفاضلي

المعادلة الزمنية للحاكم التناسبي التكاملي التفاضلي على النحو التالي:

$$p(t) = K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt}$$

و دالة نقله هي:

١٩-٣	$G_c(s) = \frac{K_D s^2 + K_p s + K_I}{s}$
------	--

لشرح تأثير الحاكم التناسبي التكاملي التفاضلي على استجابة الحلقة المغلقة نستخدم دخلا

مرجعيا على هيئة إشارة خطوة ارتفاعها  $R$ ، ومن ثم تحويل لابلاس لإشارة الدخل ،

$$r(t) = \begin{cases} R_0 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

المرجع هو  $R(s) = \frac{R_0}{s}$  ، والنظام المراد التحكم فيه من الرتبة الأولى، الصيغة العامة لدالة نقله على النحو التالي:

$$G_p(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

وبالتعويض عن  $G_c(s)$  و  $G_p(s)$  و  $R(s)$  في المعادلة ٣- ٧ نحصل على تحويل لابلاس لإشارة الخطأ على النحو التالي:

٢٠-٣	$E(s) = \frac{1}{1 + \frac{K_D s^2 + K_p s + K_I}{s}} \cdot \frac{R_0}{s} \cdot \frac{1}{\tau s + 1}$
------	---

بتوحيد المقام في مقام المعادلة ٣- ٢٠ نحصل على

٢١-٣	$E(s) = \frac{s(\tau s + 1)}{(\tau + K_D)s^2 + (K_p + 1)s + K_I} \cdot \frac{R_0}{s}$
------	---

باستخدام قانون القيمة النهائية نحصل على

٢٢-٣	$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{R_0}{s} \cdot \frac{s(\tau s + 1)}{(\tau + K_D)s^2 + (K_p + 1)s + K_I} = 0$
------	---

يتضح من المعادلة ٣- ٢٢ أن الحاكم التناسبي التكاملي التفاضلي يلغي إشارة الخطأ، وهذا يعني أن القيمة النهائية للمتغير المراد التحكم فيه تساوي الدخل المرجعي.

مثال ١- ٥ يوضح الشكل ٣- ٦ مخطط محاكاة بواسطة برنامج Simulink لحاكم تناسبي

تكاملي تفاضلي في حلقة تغذية خلفية أحادية حيث

$$r(t) = 1 \text{ و } G_p(s) = \frac{1}{s+1} \text{ و الدخل المرجعي}$$

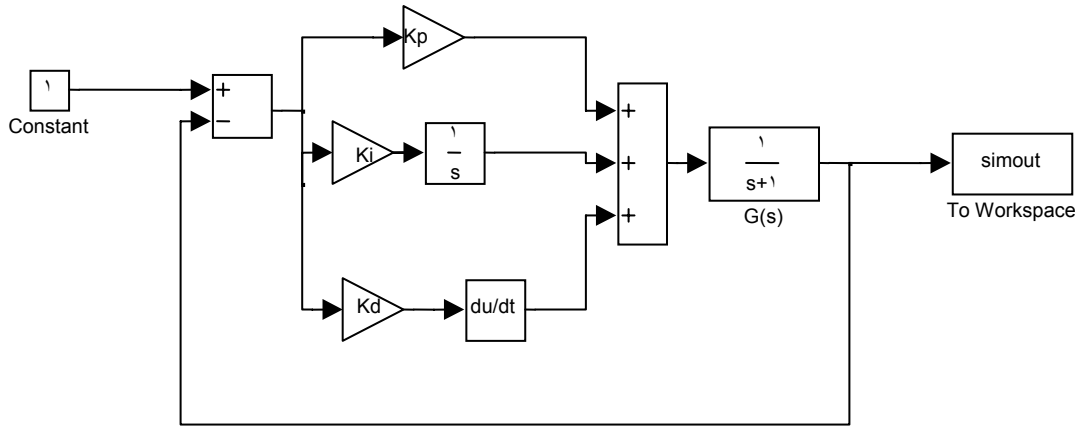
وباختيار معاملات الحاكم كالآتي:

○ الحالة الأولى:  $K_I = 1, K_p = 1, K_D = 2$

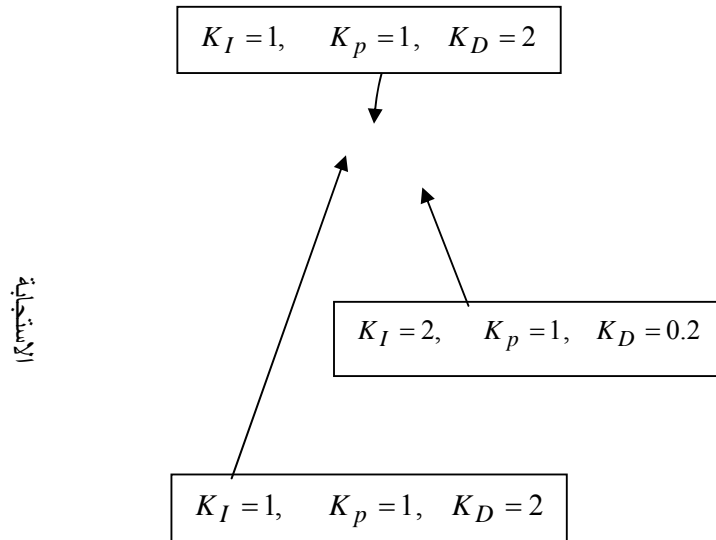
○ الحالة الثانية:  $K_I = 1, K_p = 1, K_D = 1$

○ الحالة الثالثة:  $K_I = 2, K_p = 1, K_D = 0.2$

والشكل ٣- ٧ يوضح تأثير حاكم تناسبي تكاملي تفاضلي (PID) على استجابة النظام.



الشكل ٣-٦ مخطط محاكاة Simulink لحاكم PID في حلقة مغلقة



الزمن بالثانية

الشكل ٣-٧ تأثير الحاكم التناسبي التكاملي التفاضلي على استجابة نظام تحكم مغلق



## الخلاصة

تناولنا في هذه الوحدة تحليل إشارة الخطأ في حلقة تغذية خلفية واستنتجنا صيغة عامة لتحويل لابلاس لإشارة الخطأ. ثم قمنا بتحليل إشارة الخطأ عند استعمال الحاكم التناسبي والحاكم التكاملي والحاكم لتناسبي التكاملي والحاكم التناسبي التكاملي التفاضلي في حلقة تغذية خلفية أحادية. ووجدنا أن الحاكم التناسبي وحده لا يلغي إشارة الخطأ، بينما يلغيها الحاكم التكاملي. كما وجدنا أن الحاكم التناسبي التكاملي وكذا الحاكم التناسبي التكاملي التفاضلي يلغيان إشارة الخطأ بفضل وجود الجزء التكاملي فيهما. وتم استعمال برنامج Simulink لإجراء محاكاة للحاكمات في حلقات تحكم مغلقة، لتوضيح تأثير كل حاكم على حدة على استجابة الحلقة المغلقة.

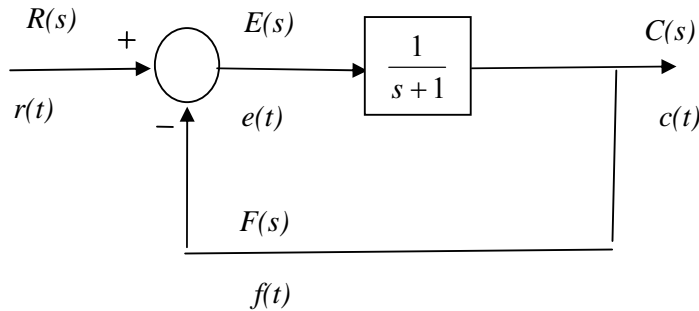
## تمارين وأسئلة

لدينا حلقة تغذية خلفية أحادية كما هو موضح في الشكل أدناه  
أوجد ما يلي:

دالة نقل النظام المغلق

تحويل لابلاس لإشارة الخطأ

القيمة النهائية لإشارة الخطأ

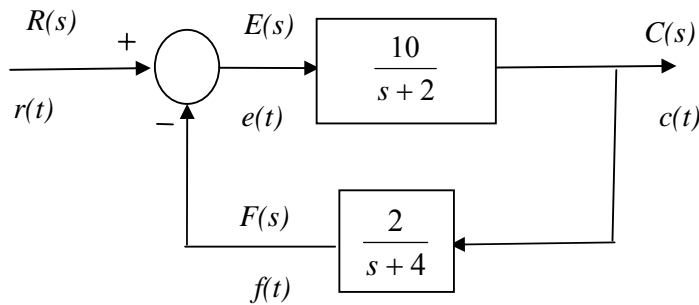


لدينا حلقة تغذية خلفية موضحة بالشكل أدناه  
أوجد ما يلي:

دالة نقل النظام المغلق

تحويل لابلاس لإشارة الخطأ

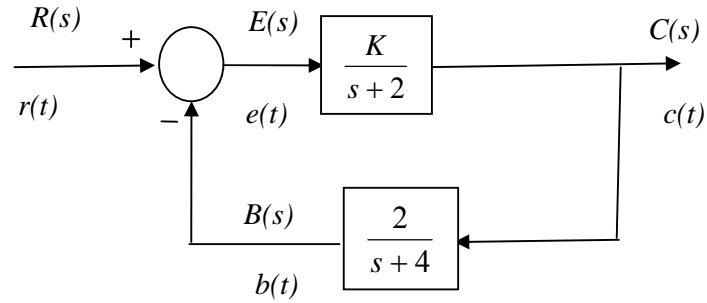
القيمة النهائية لإشارة الخطأ



أثبت أن الحاكم التناسبي في حلقة تغذية خلفية لا يلغي إشارة الخطأ

أثبت أن الحاكم التكاملي في حلقة تغذية خلفية يلغي إشارة الخطأ

أوجد معامل الكسب  $K$  المناسب الذي سيلغي إشارة خطأ حالة الاستقرار عند استعمال دخل على هيئة خطوة الوحدة في النظام الموضح أدناه.



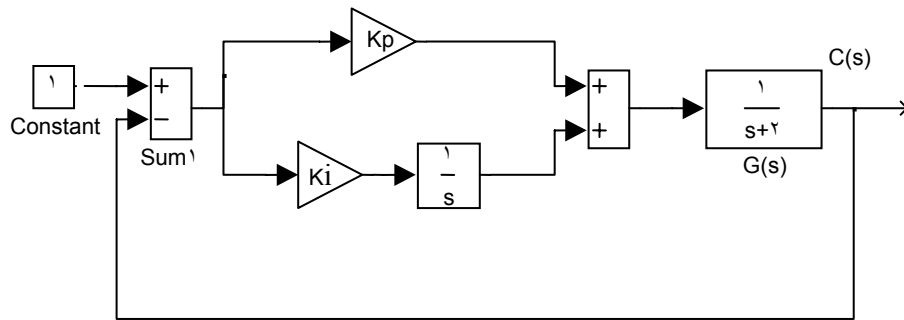
في نظام التحكم الموضح أدناه حدد نوع الحاكم وأوجد الآتي:

دالة نقل الحاكم

دالة نقل النظام المغلق

تحويل لابلاس لإشارة الخطأ

إشارة الخطأ عند حالة الاستقرار  $e_{ss}$



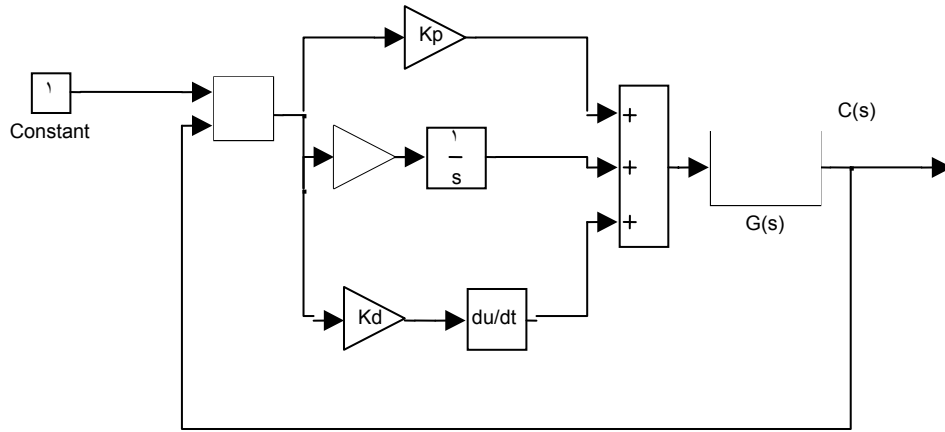
في نظام التحكم الموضح أدناه حدد نوع الحكم وأوجد الآتي:

دالة نقل الحاكم

دالة نقل النظام المغلق

تحويل لابلاس لإشارة الخطأ

إشارة الخطأ عند حالة الاستقرار  $e_{ss}$





## تحليل نظم تحكم

### تحليل استقرار النظم بطريقة راوث

### الأهداف

بعد انتهائك من دراسة هذه الوحدة تكون قادراً على:

- تعريف استقرار النظم.
- إنشاء جدول راوث.
- معرفة معيار راوث لاستقرار النظم.
- تطبيق معيار راوث لاستقرار النظم.

## المقدمة

درسنا في الوحدة السابقة تحليل إشارة الخطأ التي تنشأ في حلقات التحكم المغلقة وتأثير الحاكمتات المختلفة على استجابة الحلقات المغلقة. سنتطرق في هذه الوحدة إلى دراسة استقرار النظم بطريقة راوث. وسنتناول لهذا الغرض تعريف استقرار النظم، وطريقة بناء جدول راوث، ومعيار راوث لاستقرار النظم وتطبيقاته لتحليل نظم التحكم.

## تعريف استقرار النظم

ليكن  $L = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ ، حيث  $y(t)$  استجابة النظام لإشارة الخطوة:

يكون النظام مستقرا إذا كان  $L$  ذا قيمة محدودة،

يكون النظام غير مستقر إذا كان  $L$  ذا قيمة غير محدودة (يؤول إلى ما لا نهاية).

درسنا في الوحدة الثانية الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الأولى والثانية، وتبين لنا أن السمة الأساسية لشكل الاستجابة احتواؤها على دالة أسية في المتغير الزمني  $t$  أي الاستجابة على الصورة :

$$y(t) = A_0 + A_1 e^{r_1 t} \dots$$

حيث  $r_i$  جذور المعادلة المميزة للنظام، ومن خصائص الدالة الأسية ما يلي:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A e^{r t} = \begin{cases} A, & r = 0 \\ 0, & r < 0 \\ \infty & r > 0 \end{cases}$$

ومن ثم يمكن القول أن النظام يكون مستقرا إذا كانت جميع جذور المعادلة المميزة للنظام سالبة:

$$r_i \leq 0$$

ويكفي أن يكون جذر واحد موجبا ليكون النظام غير مستقر.

لكن إذا كانت رتبة النظام أعلى من اثنين، فإن عملية البحث عن الصيغة الرياضية لاستجابة النظم أو حساب جذور معادلاته المميزة عملية معقدة، وطريقة راوث لتحليل استقرار النظم طريقة جبرية تعطي معلومات عن استقرار النظم دون الحاجة إلى حساب جذور المعادلة المميزة للنظام.

## جدول راوث

لدراسة استقرار النظم بطريقة راوث نحتاج إلى استنتاج المعادلة المميزة للنظام، ثم بناء جدول راوث بالطريقة التالية: لتكن المعادلة الزمنية للنظام على الشكل التالي:

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_2 y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = x(t)$$

حيث:

$y'(t)$  المشتقة الأولى للمتغير  $y(t)$

$y''(t)$  المشتقة الثانية للمتغير  $y(t)$

$y^{(r)}$  المشتقة الثالثة للمتغير  $y(t)$  وهكذا ...

تكون المعادلة المميزة للنظام على الشكل التالي:

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$

ويتم بناء جدول راوث بإتباع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: يحتوي جدول راوث على  $(n+1)$  صف، حيث  $n$  رتبة النظام

الخطوة الثانية: يحتوي الصف الأول على المعاملات التالية

$$a_n \quad a_{n-2} \quad a_{n-4} \quad \dots$$

الخطوة الثالثة: يحتوي الصف الثاني على المعاملات التالية

$$a_{n-1} \quad a_{n-3} \quad a_{n-5} \quad \dots$$

الخطوة الرابعة: وباقي الصفوف يتم استنتاجها على النحو التالي:

$s^n$	$a_n$	$a_{n-2}$	$a_{n-4}$	$\dots$
$s^{n-1}$	$a_{n-1}$	$a_{n-3}$	$a_{n-5}$	$\dots$
$s^{n-2}$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$\dots$
$s^{n-3}$	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$\dots$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$s^1$	$z_1$			

حيث:

$$c_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$$

$$c_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$$

$$d_1 = \frac{c_1 a_{n-3} - a_{n-1} c_2}{c_1}$$

$$d_2 = \frac{c_1 a_{n-5} - a_{n-1} c_3}{c_1}$$

معييار راوث لاستقرار النظم

يكون النظام مستقرا إذا كانت كل عناصر العمود الأول في جدول راوث ذات إشارة واحدة.



ليكن النظام التالي:

$$y'(t) + 2y(t) = 3x(t)$$

أ. اكتب المعادلة المميزة للنظام

ب. انشئ جدول راوث

ت. اختبر استقرار النظام

الحل:

أ. المعادلة المميزة للنظام هي:

$$s + 2 = 0$$

ب. لإنشاء جدول راوث نتبع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: رتبة النظام  $n = 1$  إذن عدد الأعمدة  $n + 1 = 2$

الخطوة الثانية نشتئ جدول راوث حسب الطريقة السابق شرحها

$$\begin{array}{c|cc} s' & 1 & 0 \\ s^0 & 2 & 0 \end{array}$$

ج. اختبار استقرار النظام

النظام مستقر لعدم تغير الإشارة في العمود الأول من جدول راوث..

ليكن النظام التالي:

$$y'(t) - 6y(t) = 2x(t)$$

أ. اكتب المعادلة المميزة للنظام

ب. انشئ جدول راوث

ج. اختبر استقرار النظام

الحل:

أ. المعادلة المميزة للنظام هي:

$$s - 6 = 0$$

ب. لإنشاء جدول راوث نتبع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: رتبة النظام  $n = 1$  إذن عدد الأعمدة  $n + 1 = 2$

الخطوة الثانية نشتئ جدول راوث حسب الطريقة السابق شرحها

$$\begin{array}{c|cc} s' & 1 & 0 \\ s'' & \square & 6 \end{array}$$

ج. اختبار استقرار النظام

النظام غير مستقر نظرا لتغير الإشارة في العمود الأول من جدول راوث  
ليكن النظام التالي:

$$y'' + 2y'(t) + 2y(t) = 3x(t)$$

أ. أكتب المعادلة المميزة للنظام

ب. أنشئ جدول راوث

ج. اختبر استقرار النظام

الحل:

أ. المعادلة المميزة للنظام هي:

$$s^2 + 2s + 2 = 0$$

ب. لإنشاء جدول راوث نتبع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: رتبة النظام  $n=2$  إذن عدد الأعمدة  $n+1=3$

الخطوة الثانية ننشئ جدول راوث حسب الطريقة السابق شرحها

$$\begin{array}{c|cc} s^2 & 2 & 2 \\ s' & 2 & \\ s'' & c_1 & \end{array}$$

يتم حساب العنصر  $c_1$  بالطريقة التي تم شرحها كالاتي:

$$c_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$$

$$c_1 = \frac{2 \times 2 - 2 \times 0}{2}$$

$$c_1 = 1$$

وبالتالي يصبح جدول راوث كالتالي:

$$\begin{array}{c|cc} s^2 & 2 & 2 \\ s' & 2 & \\ s'' & 1 & \end{array}$$

ج. اختبار استقرار النظام

تطبيقا لقاعدة رواث، حيث أنه لا يوجد تغيير في إشارة عناصر في العمود الأول فإن النظام مستقر.

ليكن النظام التالي:

$$y'' + y'(t) - 6y(t) = 3x(t)$$

أ. اكتب المعادلة المميزة للنظام

ب. انشئ جدول راوث

ج. اختبار استقرار النظام

الحل:

أ. المعادلة المميزة للنظام هي:

$$s^2 + s - 6 = 0$$

ب. لإنشاء جدول راوث نتبع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: رتبة النظام  $n = 2$  إذن عدد الأعمدة  $n+1 = 3$

الخطوة الثانية نكتب جدول راوث حسب الطريقة السابق شرحها

$$\begin{array}{c|cc} s^2 & 1 & \square_6 \\ s^1 & 1 & 0 \\ s^0 & c_1 & \end{array}$$

يتم حساب العنصر  $c_1$  بالطريقة التي تم شرحها كالآتي:

$$c_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$$

$$c_1 = \frac{1 \times (-6) - 1 \times 0}{1}$$

$$c_1 = -6$$

وبالتالي يصبح جدول راوث كالتالي:

$$\begin{array}{c|cc} s^2 & 1 & \square_6 \\ s^1 & 1 & 0 \\ s^0 & \square_6 & \end{array}$$

ج. اختبار استقرار النظام

تطبيقاً لقاعدة راوث، وحيث إنه يوجد تغيير في إشارة عناصر العمود الأول فإن النظام غير مستقر.

ملاحظة: باستقراء المثاليين المتعلقين بنظم الرتبة الأولى والثانية، يمكننا استنتاج القاعدة التالية:

لفحص استقرار نظم الرتبة الأولى والثانية يكفي فحص إشارات معاملات المعادلة الزمنية للنظام. فيكون النظام مستقرًا إذا كانت جميع المعاملات ذات إشارة واحدة، ويكون غير مستقر إذا وجد تغيير في إشارات المعاملات.

ليكن النظام التالي:

$$y'''(t) + 4y''(t) + 100y'(t) + 500y(t) = x(t)$$

أ. اكتب المعادلة المميزة للنظام

ب. انشئ جدول راوث

ج. اختبار استقرار النظام

الحل:

أ. المعادلة المميزة للنظام هي:

$$s^3 + 4s^2 + 100s + 500 = 0$$

ب. لإنشاء جدول راوث نتبع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: رتبة النظام  $n=3$  إذن عدد الأعمدة  $n+1=4$

الخطوة الثانية نشتئ جدول راوث حسب الطريقة السابق شرحها

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 100 \\ s^2 & 4 & 500 \\ s^1 & c_1 & 0 \\ s^0 & c_2 & \end{array}$$

يتم حساب العنصر  $c_1$  و  $c_2$  بالطريقة التي تم شرحها كالآتي:

$$c_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$$

$$c_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$$

وبالتالي يصبح جدول راوث كالتالي:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 100 \\ s^2 & 4 & 500 \\ s^1 & \square 25 & 0 \\ s^0 & 500 & \end{array}$$

ج. اختبار استقرار النظام

تطبيقا لقاعدة راوث، وحيث إنه يوجد تغيير في إشارة عناصر العمود الأول فإن النظام غير

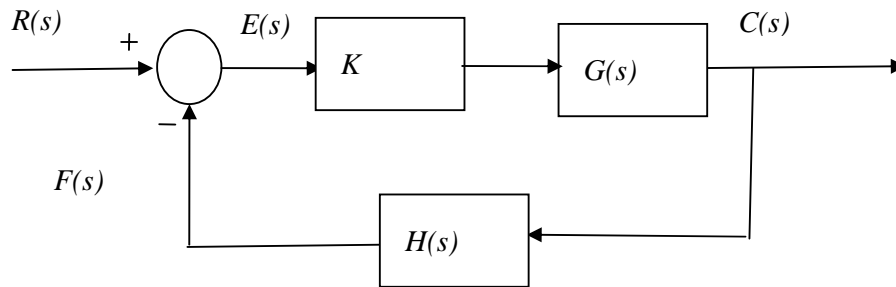
مستقر.

### تطبيق

في هذه الفقرة نتطرق إلى طريقة للحصول على قيم معامل الكسب المناسبة لاستقرار نظام التحكم

المغلق وفق معيار راوث.

فإذا كان لدينا النظام الموضح التالي:



وأردنا إتباع طريقة راوث لتحديد قيم الكسب  $K$  التي تضمن استقرار النظام، فإننا نتبع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: إيجاد دالة نقل النظام المغلق

الخطوة الثانية: كتابة المعادلة المميزة للنظام المغلق علما أنها مقام دالة نقل النظام المغلق

الخطوة الثالثة: إنشاء جدول راوث حسب الطريقة التي سبق شرحها

الخطوة الخامسة: البحث عن قيم الكسب  $K$  التي لا تؤدي إلى تغيير في إشارات عناصر العمود الأول

في جدول راوث، وهذا يعني أننا نبحث عن قيم الكسب  $K$  التي تجعل النظام مستقرا بناء على معيار راوث.

لدينا نظام تحكم مغلق معادلته المميزة هي:

$$s^3 + 2s^2 + 4s + K = 0$$

أ. انشئ جدول راوث للنظام

ب. ابحث عن قيم  $K$  التي تضمن الاستقرار.

الحل:

أ. يكون جدول راوث كالاتي:

$s^3$	١	٤
$s^2$	٢	$K$
$s^1$	$\frac{8-K}{2}$	٠
$s^0$	$K$	

ب. ليكون النظام مستقرا لا بد أن تكون جميع عناصر العمود الأول من جدول راوث ذات إشارة واحدة

وبالنظر إلى أن العنصر الأول والثاني في العمود الأول موجبين فإن ذلك يستلزم ما يلي:

$$\frac{8-K}{2} > 0$$

$$K > 0$$

ومن ثم تكون قيم  $K$  التي تحقق استقرار النظام كما يلي:

$$0 < K < 8$$

### الخلاصة

تطرقنا في هذه الوحدة إلى دراسة استقرار النظم بطريقة راوث. وتم تحديد شروط استقرار النظم، واستعراض طريقة بناء جدول راوث، وذكرنا معيار راوث لاستقرار النظم، وتناولنا أمثلة تطبيقية لفحص استقرار نظم التحكم.

## أسئلة وتمارين

ليكن النظام التالي

$$y'(t) + 7y(t) = 8x(t)$$

أ اكتب المعادلة المميزة للنظام.

ب انشئ جدول راوث.

ج اختبر استقرار النظام.

ليكن النظام التالي

$$y'(t) - 147y(t) = 20x(t)$$

أ اكتب المعادلة المميزة للنظام.

ب انشئ جدول راوث.

ج اختبر استقرار النظام.

ليكن النظام التالي

$$2y''(t) + 6y'(t) + 4y(t) = 8x(t)$$

أ اكتب المعادلة المميزة للنظام.

ب انشئ جدول راوث.

ج اختبر استقرار النظام.

ليكن النظام التالي

$$y''(t) - 16y'(t) + 14y(t) = 8x(t)$$

أ اكتب المعادلة المميزة للنظام.

ب انشئ جدول راوث.

ج اختبر استقرار النظام.

لديك نظام تحكم معدلته المميزة في الصورة التالية:

$$s^5 + s^4 + 6s^3 + 4s^2 + 2s + 1 = 0$$

أ انشئ جدول راوث.

ب اختبر استقرار النظام.

لديك نظام تحكم مغلق دالة نقله على النحو الآتي

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^4 + 3s^3 + s^2 + 2s + K}$$

أ. أنشئ جدول راوث لهذا النظام.

ب. حدد قيم معامل الكسب التي تضمن استقرار النظام.





## تحليل نظم تحكم

### الاستجابة الترددية للنظم

الاستجابة الترددية للنظم

## الأهداف

بعد انتهائك من دراسة هذه الوحدة تكون قادراً على:

تعريف الاستجابة الترددية

تعريف الكسب وزاوية الطور

رسم مخطط بودي لنظام تناسبي

رسم مخطط بودي لنظام تفاضلي

رسم مخطط بودي لنظام تكاملي

رسم مخطط بودي لنظام تأخير من الرتبة الأولى

رسم مخطط بودي لنظام تقديم من الرتبة الأولى

رسم مخطط بودي لنظام من الرتبة الثانية

فحص استقرار النظام باستخدام مخطط بودي

تعريف هامش الكسب وهامش الطور

شرح معوضات تقديم

شرح معوضات تقديم

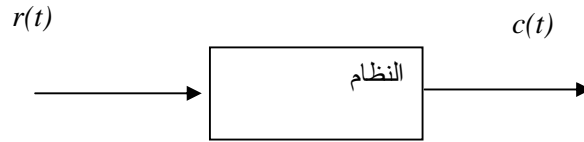
تصميم المعوضات لأنظمة التحكم

## مقدمة

درسنا في الوحدة الثانية الاستجابة الزمنية للنظم، حيث تُمثل استجابة النظام بدلالة المتغير الزمني، ويُستنبط منها خصائص النظم في المجال الزمني. وسنتناول في هذه الوحدة دراسة الاستجابة الترددية للنظم وتعريف الاستجابة الترددية وتعريف الكسب بـ dB وزاوية الطور. وسنتطرق لطريقة رسم مخطط بودي لنظام تناسبي ونظام تفاضلي ونظام تكاملي ونظام تأخير من الرتبة الأولى والثانية. وبعد ذلك نقوم بتعريف هامش الكسب وهامش الطور لاستخدامه لفحص استقرار النظم. وأخيراً نتطرق إلى شرح معوضات أنظمة التحكم.

## تعريف الاستجابة الترددية

ليكن نظام كما في الشكل ٥ - ١



الشكل ٥ - ١ مخطط صندوق للنظام

إذا كان الدخل على صورة

$$r(t) = a \sin \omega t$$

حيث

$r(t)$  السعة الآنية لإشارة (amplitude)

$a$  سعة القصوى للإشارة

$\omega$  التردد الزاوي ويقاس بالراديان على الثانية (rad/s)

$\omega t$  زاوية الطور

علماً بأن  $\omega = 2\pi f$  حيث  $f$  التردد بالهرتز (Hz)

. وسيكون الخرج على صورة

$$c(t) = b \sin(\omega t + \phi)$$

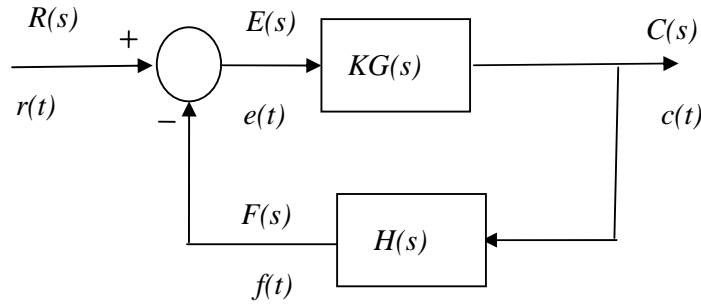
أي أن النظام سيغير من سعة الإشارة وزاوية الطور. والهدف من دراسة الاستجابة الترددية هو دراسة

كيفية تغير سعة الإشارة وزاوية الطور بدلالة التردد الزاوي.

يسمى المقدار  $g = b/a$  كسب النظام ويطلق على الزاوية  $\phi$  الإزاحة في زاوية الطور (phase shift).

### دالة نقل الحلقة المفتوحة

بالنظر إلى الشكل ٥-٢ الذي يمثل حلقة مغلقة نموذجية



الشكل ٥-٢ حلقة مغلقة نموذجية

فإن دالة نقل الحلقة المغلقة هي:

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)H(s)}$$

ودالة نقل الحلقة المفتوحة هي:

١- ٥	$\frac{F(s)}{R(s)} = KG(s)H(s)$
------	---------------------------------

### مخطط بودي

لرسم مخطط بودي نحتاج إلى ورق رسم بياني خاص هو الورق النصف لوغاريتمي محوره الأفقي مدرج تدريجاً لوغاريتمياً، ومقسم إلى نطاقات، عرض كل نطاق مضاعف العشرة ويسمى عشرية (decade)، بينما المحور العمودي مدرج تدريجاً عادي.

مخطط بودي عبارة عن رسم على ورق نصف لوغاريتمي لمنحنى الكسب  $KGH|_{dB}$  بدلالة  $\omega$  وزاوية الطور  $\phi(\omega)$ ، ولرسم مخطط بودي نتبع الخطوات التالية:

في دالة نقل الحلقة المفتوحة استبدال المتغير  $s$  بالمقدار  $j\omega$  حيث

$$j = \sqrt{-1}$$

وبإعادة ترتيب الجزء الحقيقي والجزء التخيلي نحصل على صيغة لدالة نقل الحلقة

المفتوحة على الشكل التالي

$$KG(j\omega)H(j\omega) = x + jy$$

حساب القيمة المطلقة لكسب الحلقة المفتوحة  $|KG(j\omega)H(j\omega)|$  بالطريقة التالية

$$|KG(j\omega)H(j\omega)| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

حساب كسب الحلقة المفتوحة بالديسيبل dB وهو معرف كالتالي:

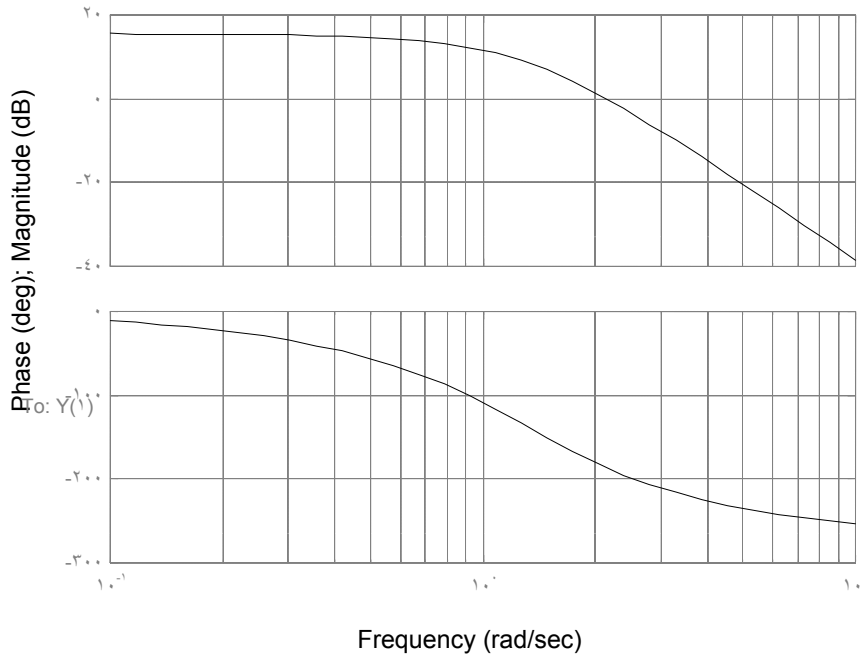
$$KGH|_{dB} = 20 \log |KG(j\omega)H(j\omega)|$$

حساب زاوية الطور  $\phi(\omega)$  دالة نقل الحلقة المفتوحة بالطريقة التالية

$$\phi = \angle KG(j\omega)H(j\omega) = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

ويمثل الشكل ٥-٣ نموذج لمخطط بودي لنظام ما.

Bode Diagrams



الشكل ٥-٣ نموذج لمخطط بودي

### مخطط بودي لنظام تناسبي

أبسط مثال لمخطط بودي هو مخطط بودي للنظام التناسبي حيث يكون

$$G(s) = K$$

لرسم مخطط بودي لهذا النظام تتبع الخطوات التي تم شرحها سابقا.

الكسب بـdB: يكون الكسب بـdB كالتالي

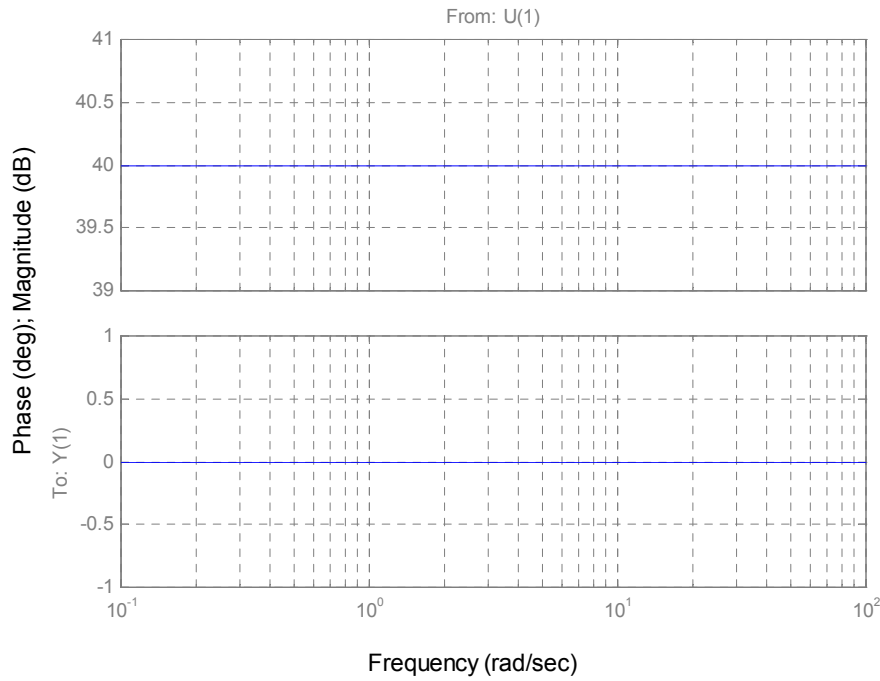
$$G|_{db} = 20 \log K$$

زاوية الطور: تكون زاوية كالتالي:

$$\phi = \begin{cases} 0, & K > 0 \\ -180 & K < 0 \end{cases}$$

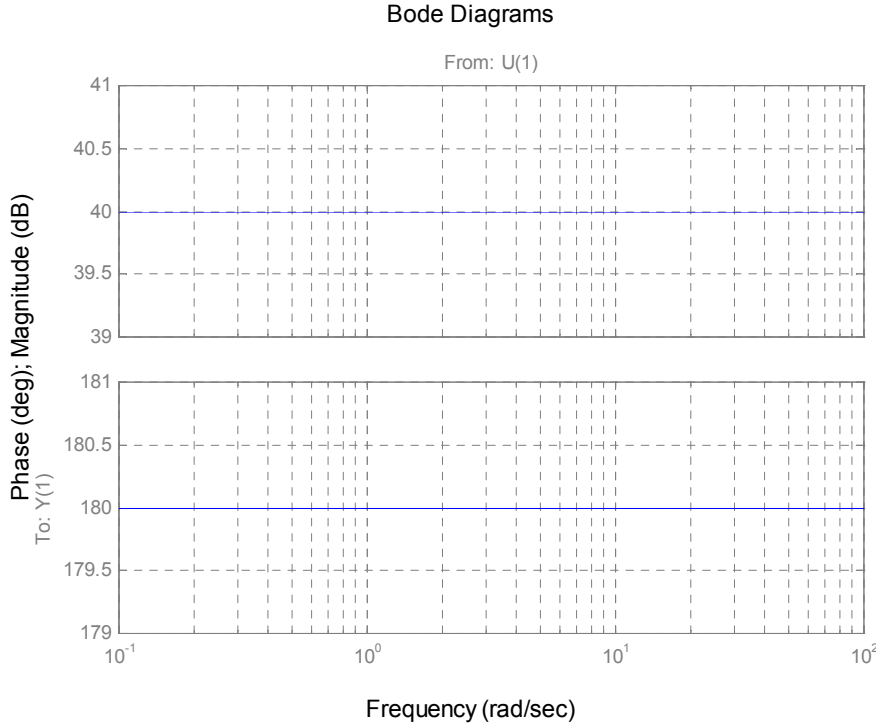
يمثل الشكل ٥ -٤ (١) مخطط بودي للنظام التناسبي في  $K > 0$

Bode Diagrams



الشكل ٥ -٤ (١) مخطط بودي لنظام تناسبي في حالة  $K > 0$

عند رسم مخطط بودي في الشكل ٥-٤ (أ) تم وضع  $K=100$ ، ومن ثم كان  $G|_{dB} = 20\log 100 = 40$  و  $\phi = 0$  كما هو واضح من الشكل.



الشكل ٥-٤ (أ) مخطط بودي لنظام تناسبي في حالة  $K > 0$

عند رسم مخطط بودي في الشكل ٥-٤ (ب) تم وضع  $K=100$ ، ومن ثم كان  $G|_{dB} = 20\log|100| = 40$  و  $\phi = 180$  كما هو واضح من الشكل.

### مخطط بودي لنظام تفاضلي

دالة نقل النظام التفاضلي كالتالي:

$$G(s) = \tau s$$

يتم رسم مخطط بودي للنظام التفاضلي باتباع الخطوات التالية

في دالة النقل  $G(s)$  يُستبدل  $s$  بـ  $j\omega$  للحصول على

$$G(j\omega) = j\tau\omega$$

القيمة المطلقة للكسب هي:

$$|G(j\omega)| = \tau\omega$$

الكسب بـ dB: في هذه الحالة يكون الكسب بـ dB كالتالي

$$G|_{db} = 20 \log|G(j\omega)| = 20 \log \tau\omega$$

زاوية الطور: حيث إنه يمكن كتابة الكسب على هيئة

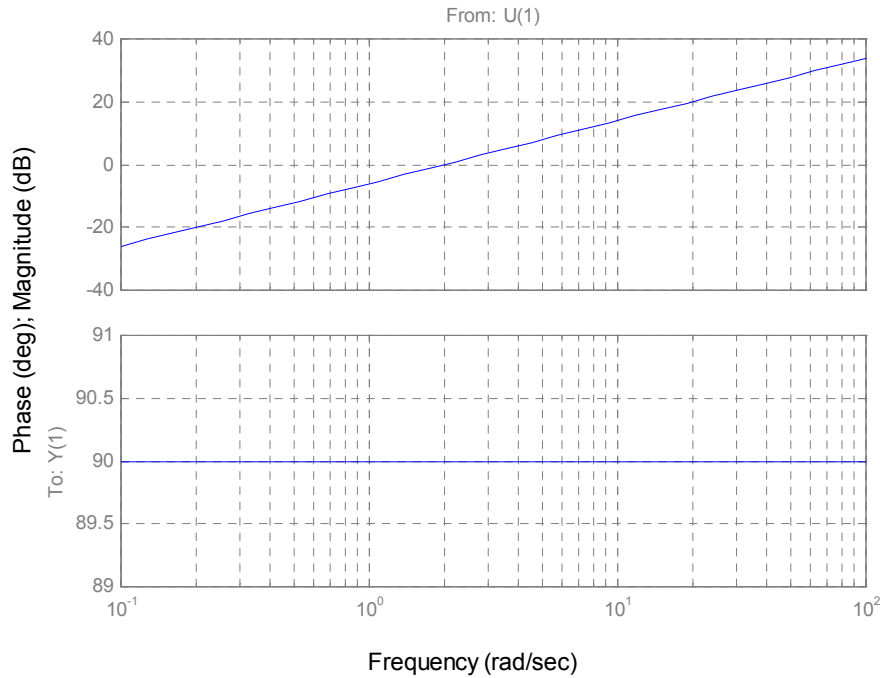
$$G(j\omega) = \tau\omega \angle 0^\circ$$

تكون زاوية كالتالي:

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\tau\omega}{0} = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

يمثل الشكل ٥-٥ مخطط بودي للنظام التفاضلي، حيث تم وضع  $\tau = 0,5$

Bode Diagrams



الشكل ٥-٥ مخطط بودي للنظام التفاضلي

حيث إن الإحداثية الأفقية مدرجة تدريجاً لوغاريتمياً أي على الشكل  $X = \log \omega$  يكون الكسب بالديسبل على صورة  $G|_{db} = 20X$  وبالتالي يكون منحنى الكسب بـ dB خطاً مستقيماً ميله  $20/decade$ .

يتم تحديد نقطة تقاطع المنحنى مع خط  $0 \text{ dB}$  كالتالي:

$$G|_{db} = 20 \log|G(j\omega)| = 20 \log \tau\omega = 0$$

ومنه تكون  $\tau\omega = 1$  ومن ثم  $\omega = \frac{1}{\tau} = 2$  في هذا المثال.



## مخطط بودي لنظام تكاملي

دالة نقل النظام التكاملي كالتالي:

$$G(s) = \frac{1}{s}$$

يتم رسم مخطط بودي للنظام بإتباع الخطوات التالية

في دالة النقل  $G(s)$  يُستبدل  $s$  بـ  $j\omega$  للحصول على

$$G(s) = \frac{1}{j\tau\omega}$$

القيمة المطلقة للكسب هي:

$$|G(j\omega)| = \frac{1}{\tau\omega}$$

الكسب بـ dB

في هذه الحالة يكون الكسب بـ dB كالتالي

$$G|_{db} = 20 \log |G(j\omega)| = 20 \log \frac{1}{\tau\omega} = -20 \log \tau\omega$$

زاوية الطور

نحصل على زاوية الطور كما يلي:

$$\begin{aligned} \phi &= \angle G(j\omega) \\ &= \angle 1 - \angle j\tau\omega \\ &= -90^\circ \end{aligned}$$

ومن ثم تكون زاوية الطور كالتالي:

$$\phi = -90^\circ$$

يمثل الشكل ٥-٦ مخطط بودي للنظام التكاملي. حيث تم وضع  $\tau = 0,5$ .

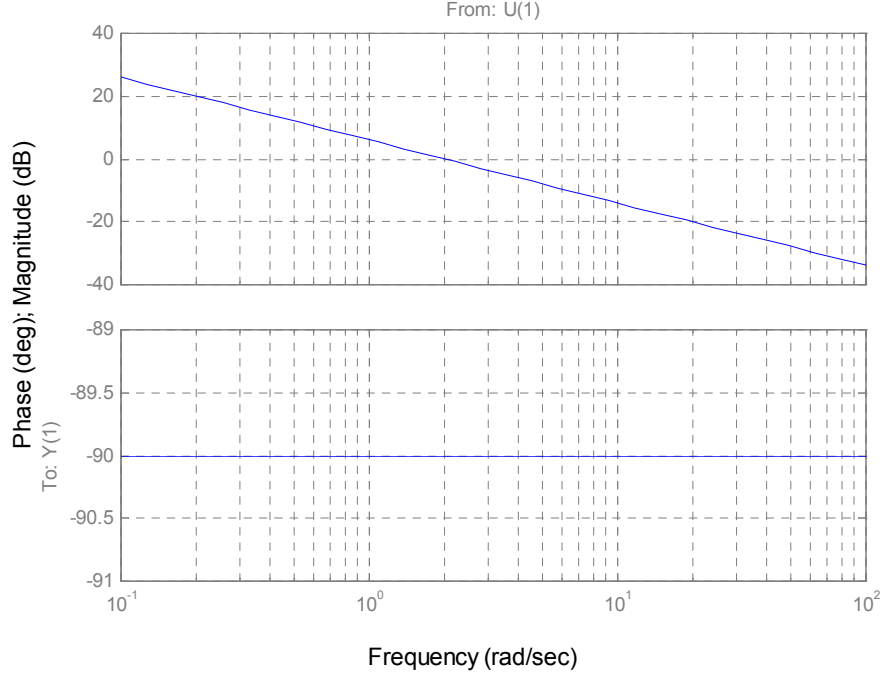
من مخطط بودي نلاحظ الآتي:

منحنى الكسب بالديسبل عبارة عن خط مستقيم ميله  $-20 \text{ dB/decade}$  يتقاطع مع خط

$$\text{dB عند } \omega = \frac{1}{\tau} = 2$$

زاوية الطور سالبة ومنحنائها عبارة عن خط أفقي .

### Bode Diagrams



يمثل الشكل ٥-٦ مخطط بودي للنظام التكاملي

### مخطط بودي لنظام تأخير من الرتبة الأولى

دالة نقل نظام تأخير الرتبة الأولى كالتالي:

$$G(s) = \frac{1}{1 + \tau s}$$

يتم رسم مخطط بودي بإتباع الخطوات التالية

في دالة النقل  $G(s)$  يُستبدل  $s$  بـ  $j\omega$  للحصول على

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + j\tau\omega}$$

القيمة المطلقة للكسب هي:

$$|G(j\omega)| = \left| \frac{1}{1 + j\tau\omega} \right| = \frac{1}{|1 + j\tau\omega|} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\tau\omega)^2}}$$

الكسب بـ dB: في هذه الحالة يكون الكسب بـ dB كالتالي

$$G|_{db} = 20 \log |G(j\omega)| = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + (\tau\omega)^2}} = -10 \log(1 + (\tau\omega)^2)$$

زاوية الطور: نحصل على زاوية الطور كما يلي:

$$\begin{aligned}\phi = \angle G(j\omega) &= \angle 1 - \angle (1 + j\tau\omega) \\ &= -\tan^{-1}(\tau\omega) \\ \phi &= \tan^{-1}(\tau\omega)\end{aligned}$$

نعرف تردد الانكسار كالتالي

$$\omega_c = \frac{1}{\tau}$$

لرسم منحنى الكسب نأخذ الحالتين التاليتين:

الحالة الأولى:  $\omega$  أكبر بكثير من  $\omega_c$

بكون  $\omega$  أكبر بكثير من  $\tau\omega$  وبالتالي يمكن إهمال  $\tau\omega$  وبذلك يكون

$$G|_{dB} = -10 \log(1) = 0$$

الحالة الثانية:  $\omega$  أصغر بكثير من  $\omega_c$

بكون  $\omega$  أقل بكثير من  $\tau\omega$  وبالتالي يمكن إهماله أمام  $\tau\omega$  وبذلك يكون

$$G|_{dB} = -10 \log(\tau\omega)^2 = -20 \log \tau\omega$$

وبذلك يكون منحنى الكسب عند قيم  $\omega$  أقل بكثير من  $\omega_c$  عبارة عن خط مستقيم مطابق لخط  $dB$  وعند قيم  $\omega$  أكبر بكثير من  $\omega_c$  عبارة عن خط مستقيم ميله  $20 dB/decade$  يتقاطع مع خط  $dB$  عند  $\omega = \omega_c$ .

قيمة الكسب عند تردد الانكسار ( $\omega = \omega_c$ ) يمكن حسابها بالتعويض عن قيمة ( $\omega = \omega_c$ ) في معادلة الكسب كما يلي.

$$G|_{db} = 20 \log|G(j\omega_c)| = -10 \log(1 + 1^2) = -10 \log 2 = -3dB$$

لرسم منحنى زاوية الطور نلاحظ الآتي:

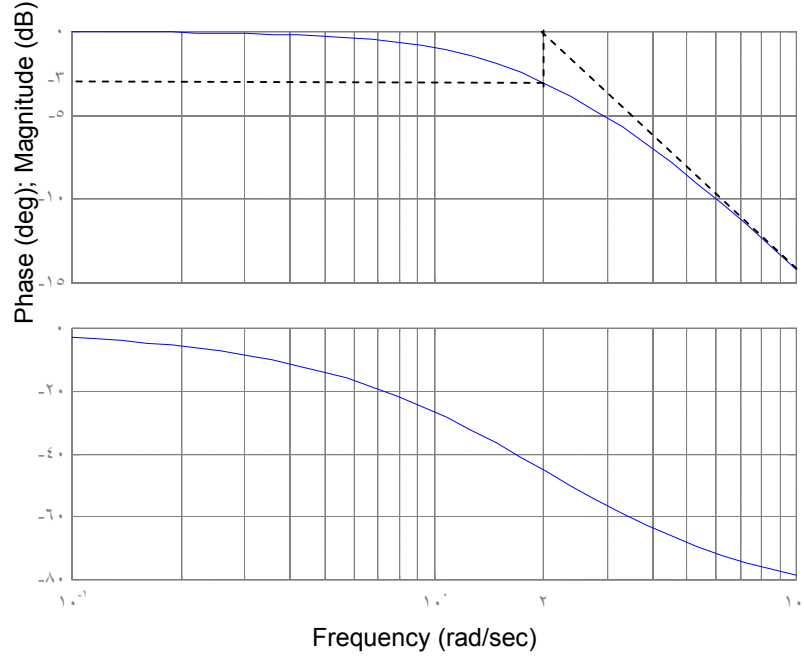
$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \phi = 0, \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} \phi = -\frac{\pi}{2} = -90^\circ$$

ويمكن الحصول على بعض النقاط على المنحنى كما يلي:

$\omega$	$0,1\omega_c$	$0,5\omega_c$	$\omega_c$	$2\omega_c$	$10\omega_c$
$\phi$	$\square 5,7^\circ$	$\square 26,6^\circ$	$\square 45^\circ$	$\square 63,4^\circ$	$\square 84,3^\circ$

يمثل الشكل ٥-٧ مخطط بودي لنظام تأخير من الرتبة الأولى حيث تم وضع  $\tau = 0,5$

### Bode Diagrams



الشكل ٥ - ٧ مخطط بودي لنظام تأخير من الرتبة

لاحظ أن قيم زاوية الطور سالبة ولذلك يسمى هذه النوع من النظم نظام تأخيرا لأنه يدخل تأخير على زاوية الطور.

### مخطط بودي لنظام تقديم من الرتبة الأولى

دالة نقل نظام تقديم الرتبة الأولى كالتالي:

$$G(s) = 1 + \tau s$$

يتم رسم مخطط بودي باتباع الخطوات التالية

في دالة النقل  $G(s)$  يُستبدل  $s$  بـ  $j\omega$  للحصول على

$$G(j\omega) = 1 + j\tau\omega$$

القيمة المطلقة للكسب هي:

$$|G(j\omega)| = |1 + j\tau\omega| = \sqrt{1 + (\tau\omega)^2}$$

الكسب بـ dB: في هذه الحالة يكون الكسب بـ dB كالتالي

$$G|_{db} = 20 \log |G(j\omega)| = 20 \log \sqrt{1 + (\tau\omega)^2} = 10 \log(1 + (\tau\omega)^2)$$

زاوية الطور: نحصل على زاوية الطور كما يلي:

$$\phi = \angle G(j\omega) = \angle (1 + j\tau\omega) \\ = \tan^{-1}(\tau\omega)$$

يكون تردد الانكسار كالتالي

$$\omega_c = \frac{1}{\tau}$$

لرسم منحنى الكسب نأخذ الحالتين التاليتين:

الحالة الأولى:  $\omega$  أكبر بكثير من  $\omega_c$

بكون  $\omega$  أكبر بكثير من  $\tau\omega$  وبالتالي يمكن إهمال  $\tau\omega$  وبذلك يكون

$$G|_{dB} = 10 \log(1) = 0$$

الحالة الثانية:  $\omega$  أصغر بكثير من  $\omega_c$

بكون  $\omega$  أقل بكثير من  $\tau\omega$  وبالتالي يمكن إهماله أمام  $\tau\omega$  وبذلك يكون

$$G|_{dB} = 10 \log(\tau\omega)^2 = 20 \log \tau\omega$$

وبذلك يكون منحنى الكسب عند قيم  $\omega$  أقل بكثير من  $\omega_c$  عبارة عن خط مستقيم مطابق لخط

$20 \text{ dB}$  وعند قيم  $\omega$  أكبر بكثير من  $\omega_c$  عبارة عن خط مستقيم ميله  $20 \text{ dB/decade}$  يتقاطع مع خط  $0 \text{ dB}$

عند  $\omega = \omega_c$ .

قيمة الكسب عند تردد الانكسار  $G|_{dB} = 3 \text{ dB}$  ( $\omega = \omega_c$ )

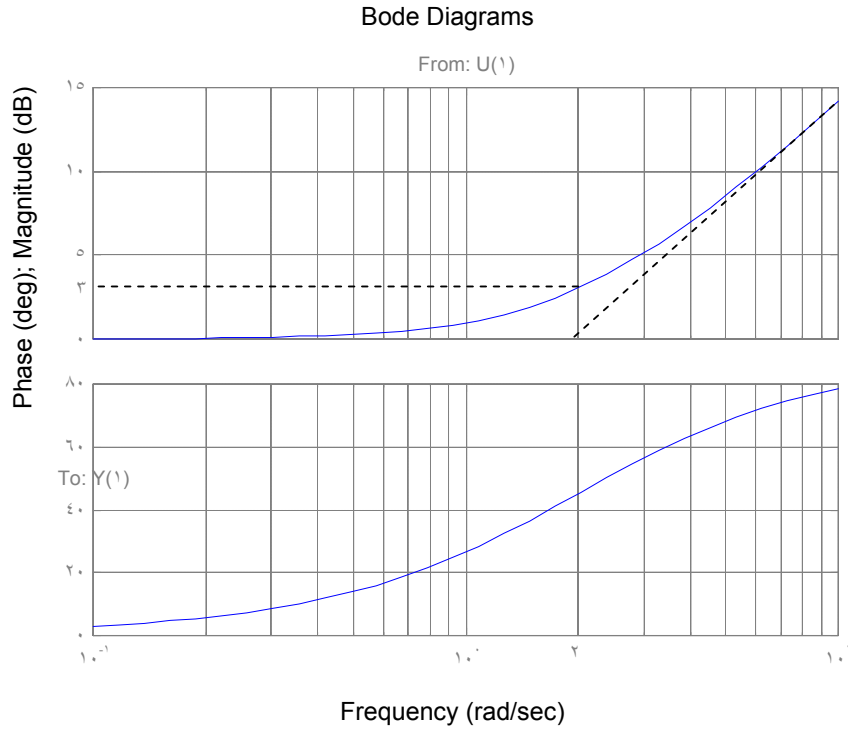
لرسم منحنى زاوية الطور نلاحظ الآتي:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \phi = 0, \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} \phi = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

ويمكن الحصول على بعض النقاط على المنحنى كما يلي:

$\omega$	$0.1\omega_c$	$0.5\omega_c$	$\omega_c$	$2\omega_c$	$10\omega_c$
$\phi$	$5.7^\circ$	$26.6^\circ$	$45^\circ$	$63.4^\circ$	$84.3^\circ$

يمثل الشكل ٥-٨ مخطط بودي لنظام تقديم من الرتبة أولى حيث تم وضع  $\tau = 0.5$



الشكل ٥ - ٨ مخطط بودي لنظام تقديم من الرتبة الأولى

لاحظ أن قيم زاوية الطور موجبة ولذلك يسمى هذه النوع من النظم نظام تقديم لأنه يدخل تقديم على زاوية الطور.

### مخطط بودي لنظام من الرتبة الثانية

دالة نقل نظام الرتبة الثانية كالتالي:

$$G(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

يتم رسم مخطط بودي باتباع الخطوات التالية

في دالة النقل  $G(s)$  يُستبدل  $s$  بـ  $j\omega$  للحصول على

$$G(j\omega) = \frac{\omega_0^2}{(j\omega)^2 + 2\zeta\omega_0(j\omega) + \omega_0^2}$$

بقسمة البسط والمقام نحصل على  $(\omega)^2$ :

$$G(j\omega) = \frac{1}{(j\frac{\omega}{\omega_0})^2 + 2\zeta(j\frac{\omega}{\omega_0}) + 1}$$

بفصل القيمة الحقيقية والتخيلية في المقام نحصل على ما يلي:

$$G(j\omega) = \frac{1}{[1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2] + j2\zeta(\frac{\omega}{\omega_0})}$$

القيمة المطلقة للكسب هي:

$$|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{[1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2]^2 + [2\zeta(\frac{\omega}{\omega_0})]^2}}$$

الكسب بdB: في هذه الحالة يكون الكسب بdB كالتالي

$$G|_{db} = 20 \log |G(j\omega)| = -20 \log \sqrt{[1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2]^2 + [2\zeta(\frac{\omega}{\omega_0})]^2} = -10 \log \sqrt{[1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2]^2 + [2\zeta(\frac{\omega}{\omega_0})]^2}$$

زاوية الطور: نحصل على زاوية الطور كما يلي:

$$\begin{aligned} \phi = \angle G(j\omega) &= \angle 1 - \angle [1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2] + j2\zeta(\frac{\omega}{\omega_0}) \\ &= -\tan^{-1} \frac{2\zeta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \end{aligned}$$

لرسم منحنى الكسب نأخذ الحالتين التاليتين:

الحالة الأولى:  $\omega$  أقل بكثير من  $\omega_0$ .

يكون 1 أكبر بكثير من  $[\frac{\omega}{\omega_0}]^2$  وبذلك يكون

$$G|_{dB} = -10 \log(1) = 0dB$$

الحالة الثانية:  $\omega$  أكبر بكثير من  $\omega_0$ .

كون 1 أصغر بكثير من  $[\frac{\omega}{\omega_0}]^2$  وكذلك يكون  $2\zeta \frac{\omega}{\omega_0}$  أصغر بكثير من  $[\frac{\omega}{\omega_0}]^2$

وبذلك يكون المقدار الغالب في الكسب هو:

$$G|_{db} \cong -10 \log \sqrt{[(\frac{\omega}{\omega_0})^2]^2} = -40 \log \frac{\omega}{\omega_0}$$

وبذلك يكون منحنى الكسب عند قيم  $\omega$  أقل بكثير من  $\omega_0$  عبارة عن خط مستقيم مطابق لخط

$dB$  وعند قيم  $\omega$  أكبر بكثير من  $\omega_0$  عبارة عن خط مستقيم ميله  $dB/decade$  يتقاطع مع خط

$dB$  عند  $\omega = \omega_0$ .

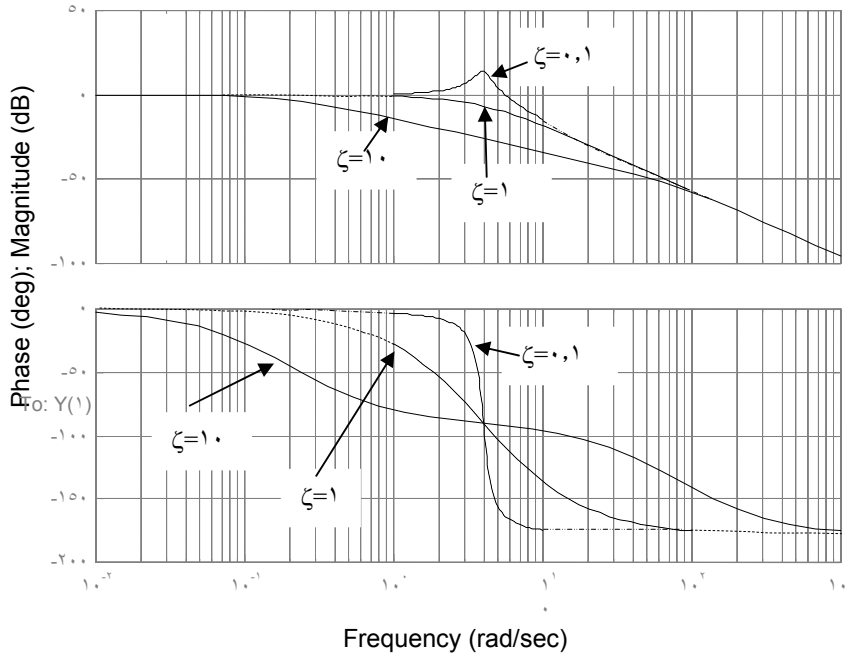
لرسم منحنى زاوية الطور نلاحظ الآتي:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \phi = -\pi = -180^\circ$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \phi = 0$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_0} \phi = -90^\circ$$

يمثل الشكل ٥-٩ مخطط بودي لنظام من الرتبة الثانية حيث تم  $\omega = 4$ ، وقيم مختلفة لـ  $\zeta$



الشكل ٥-٩ مخطط بودي لنظام من الرتبة الثانية حيث تم وضع  $\omega = 0$

ارسم مخطط بودي إذا كانت دالة نقل النظام المفتوح كالتالي:

$$KG(s)H(s) = \frac{100}{s(0.2s + 1)}$$

يتم رسم مخطط بودي باتباع الخطوات التالية

في دالة النقل  $G(s)$  يُستبدل  $s$  بـ  $j\omega$  للحصول على



$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega} = \frac{100}{j\omega[1 + j0.2\omega]}$$

القيمة المطلقة للكسب هي:

$$|G(j\omega)| = \left| \frac{100}{j\omega[1 + j0.2\omega]} \right| = \frac{100}{|j\omega| \cdot |1 + j0.2\omega|} = \frac{1}{\omega \sqrt{1 + (0.2\omega)^2}}$$

الكسب بdB: في هذه الحالة يكون كالتالي

$$G|_{db} = 20 \log |G(j\omega)| = 20 \log 100 - 20 \log \frac{1}{\omega \sqrt{1 + (0.2\omega)^2}} = 40 - 20 \log \omega - 10 \log(1 + (0.2\omega)^2)$$

زاوية الطور: نحصل على زاوية الطور كما يلي:

$$\begin{aligned} \phi = \angle G(j\omega) &= \angle 100 - \angle [j\omega(1 + j0.2\omega)] \\ &= 0 - \angle(j\omega) - \angle(1 + j0.2\omega) \\ &= -90^\circ - \tan^{-1}(0.2\omega) \end{aligned}$$

تردد الانكسار كالتالي

$$\omega_c = \frac{1}{0.2} = 5$$

لرسم منحنى الكسب نلاحظ أن منحنى الكسب مكون من ثلاثة أجزاء

الجزء الأول  $20 \log 100$  (تناسبي)

الجزء الثاني هو  $-20 \log \omega$  (تكاملي)

الجزء الثالث هو  $-10 \log(1 + (0.2\omega)^2)$  (نظام رتبة أولى)

ويتم رسم كل جزء على حدة بالطريقة التي سبق شرحها، ثم يتم جمعهم في منحنى واحد كما هو

مبين في الشكل ٥ - ١٠

لرسم منحنى زاوية الطور نلاحظ الآتي:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \phi = -\pi = -180^\circ$$

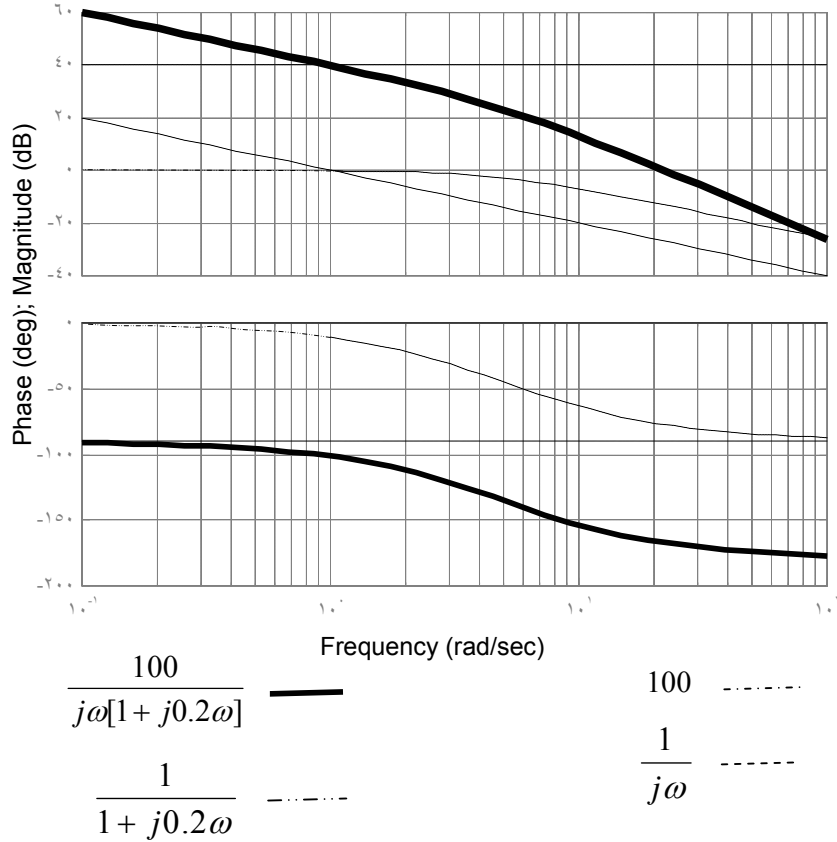
$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \phi = -90^\circ$$

ويمكن الحصول على بعض النقاط على المنحنى كما يلي:

$\omega$	$0.1\omega_c$	$0.5\omega_c$	$\omega_c$	$2\omega_c$	$10\omega_c$
$\phi$	$\square 95.7^\circ$	$\square 116.6^\circ$	$\square 135^\circ$	$\square 153.4^\circ$	$\square 174.3^\circ$

يمثل الشكل ٥-١٠ مخطط بودي لنظام المثال الأول:

Bode Diagrams



الشكل ٥-١٠ مخطط بودي لنظام المثال الأول

### هامش الكسب وهامش الطور

بالنظر إلى الشكل ٥-١١ يتم تعريف المقادير التالية:

تردد عبور الكسب ( $\omega_G$  gain crossover frequency) وهو التردد الذي يعبر فيه منحنى الكسب خط ٠dB

تردد عبور الطور ( $\omega_p$  phase crossover frequency) وهو التردد الذي يعبر فيه منحنى الطور خط  $180^\circ$

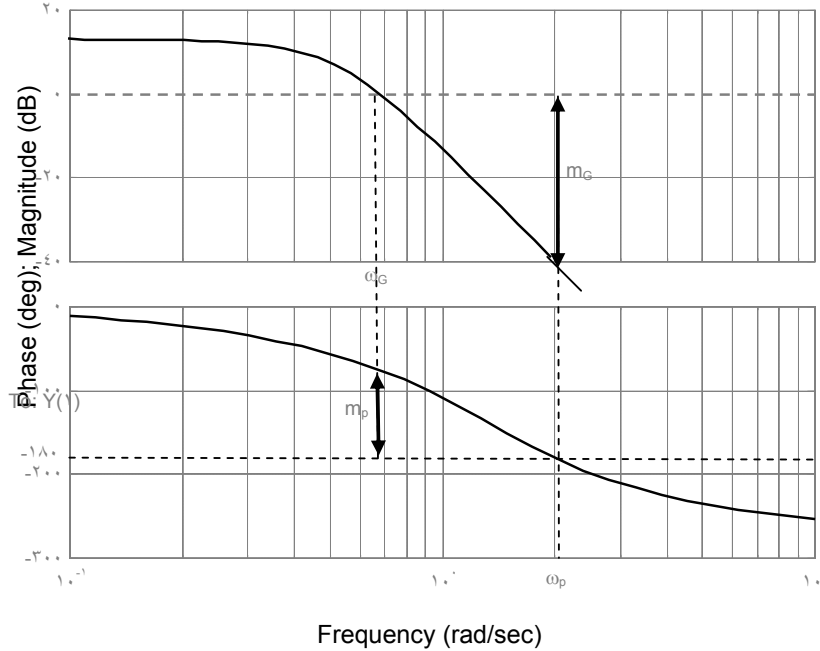
هامش الكسب ( $m_G$  gain margin) وهو المقدار اللازم لرفع منحنى الكسب حتى يتقاطع مع خط ٠dB عند تردد عبور الطور (عند  $\omega = \omega_p$ )

هامش الطور  $m_p$  (phase margin) وهو المقدار اللازم لرفع منحنى الطور حتى يتقاطع

مع خط  $180^\circ$  عند تردد عبور الكسب  $(\omega = \omega_G)$

$$m_p = \phi(\omega_G) + 180$$

Bode Diagrams



الشكل ٥ - ١١ رسم توضيحي يبين هامش الطور وهامش الكسب

### معييار استقرار النظم باستخدام مخطط بودي

يمكن فحص استقرار النظم بالنظر إلى مخطط بودي باستخدام القاعدتين التاليتين:

القاعدة الأولى: يكون النظام مستقرا إذا كان الكسب أقل من ١ عند تردد عبور الطور

القاعدة الثانية: يكون النظام مستقرا إذا كان الطور أكبر من  $180^\circ$  عند تردد عبور الكسب.

تحدد القاعدتان السابقتان الحد الأدنى لضمان الاستقرار. لكن ونظرا إلى أن مكونات النظم قد تطرأ عليها تغييرات بفعل التقادم أو المؤثرات الخارجية، فإن أي تغيير في المعاملات قد ينتج عنه عدم الاستقرار، لذلك عند تصميم النظم يجب مراعاة هامش مناسب لضمان الاستقرار، والقاعدة المعتمدة بكثرة عند تصميم نظم التحكم باستخدام مخطط بودي هي التالية:

لضمان استقرار النظام المغلق يجب أن يكون هامش الطور أكبر من  $45^\circ$ .

وهذا ما يسمى بالاستقرار النسبي.

### تصميم المعوضات

عند تصميم نظم التحكم، تواجهنا مطالب تكون أحيانا متضاربة. فمثلا للحصول على نظام سريع الاستجابة ودقيق (إشارة الخطأ صغيرة)، نحتاج إلى استخدام معامل كسب كبير. لكن استخدام معامل كسب كبير قد يؤدي إلى اهتزازات في النظام أو حتى إلى عدم استقراره. ومن حسن الحظ أنه توجد طرق كثيرة لضبط استقرار النظم، تعرضنا لبعضها عند دراستنا للحاكمات، فوجدنا مثلا أن الحاكم التكاملي يلغي إشارة الخطأ. وتوجد طريقة أخرى لضبط استقرار النظم تعتمد على التأثير زاوية الطور بالإضافة في المسار الأمامي لنظام يعمل على تقليل هامش الطور أو زيادته.

النظم التي تضاف لتحسين الاستقرار النسبي تسمى معوضات، لأنها تعوض عن الزيادة أو النقص في هامش الطور. المعوضات التي تعمل على زيادة الطور تسمى معوضات تقديم الطور (phase lead compensators) والمعوضات التي تعمل على تقليل هامش الطور تسمى معوضات تأخير الطور (phase lag compensators).

### معوضات تقديم

دالة نقل معوض تقديم الطور تكون على صورة

$$G_c(s) = \frac{\tau_z s + 1}{\tau_s s + 1}$$

حيث  $\tau_z < \tau_p$ ، وكقاعدة عامة تؤخذ  $\tau_z = 10 \tau_p$

مخطط بودي لمعوض التقديم:

نستبدل في دالة نقل المعوض  $s$  بـ  $j\omega$  للحصول على:

$$G_c(s) = \frac{1 + j\tau_z \omega}{1 + j\tau_s \omega}$$

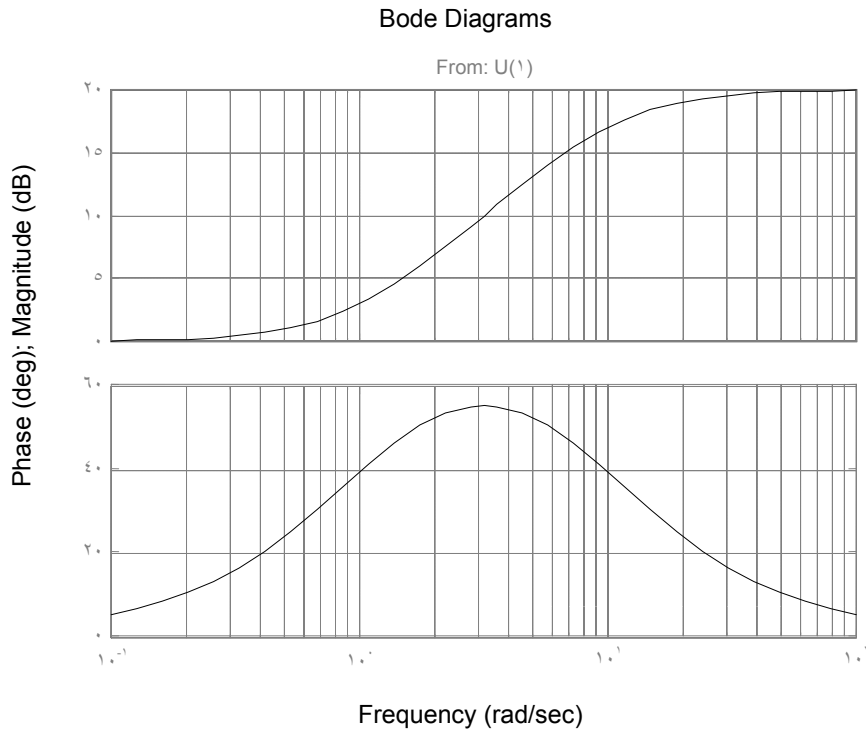
يكون الكسب بـ dB كالآتي:

$$g_c|_{dB} = 20 \log \sqrt{1 + (\tau_z \omega)^2} - 20 \log \sqrt{1 + (\tau_p \omega)^2}$$

وتكون زاوية الطور كالآتي:

$$\phi = \tan^{-1} \tau_z \omega - \tan^{-1} \tau_p \omega$$

يبين الشكل ٥-١٢ مخطط بودي لمعوض تقديم الطور حيث أخذنا  $\tau_p = 0.1$  و  $\tau_z = 1$  ونلاحظ أن زاوية الطور موجبة ولذلك سمي هذا النوع من المعوضات معوض تقديم. بالتحليل الرياضي نجد أن زاوية الطور تبلغ أقصى قيمة لها  $\phi_{\max} \approx 55^\circ$  عند  $\omega_{\max} = \sqrt{\omega_z \omega_p} = 3.1623$ . عند تصميم معوض التقديم يتم اختيار  $\tau_p$  و  $\tau_z$  بحيث تحقق  $\omega_{\max} = \omega_G$ ، حيث  $\omega_G$  تردد عبور الكسب.



الشكل ٥-١٢ مخطط بودي لمعوض تقديم الطور

### معوضات تأخير

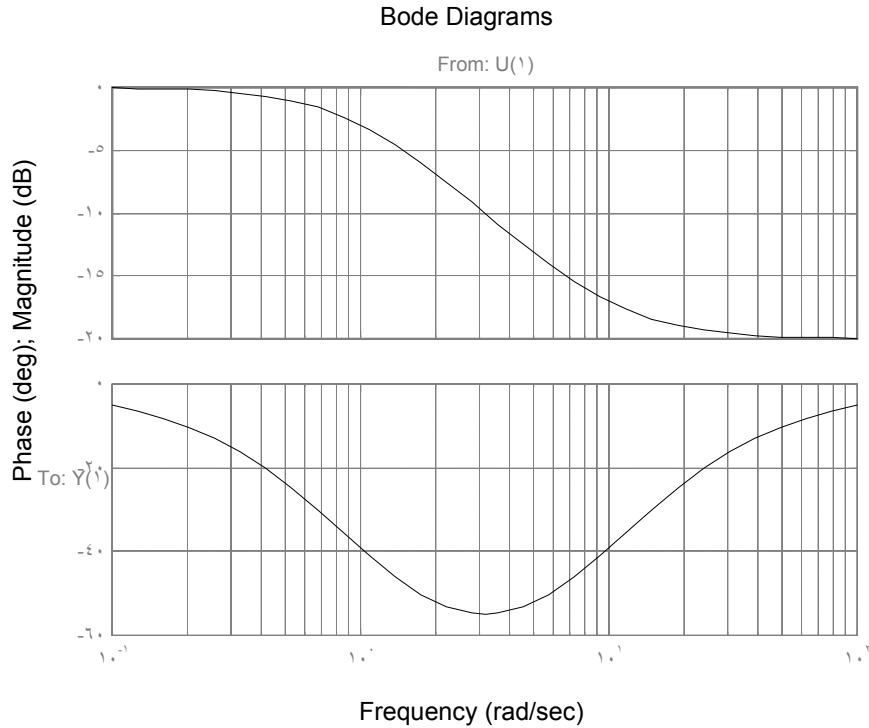
دالة نقل معوض تأخير الطور تكون على صورة

$$G_c(s) = \frac{\tau_z s + 1}{\tau_s s + 1}$$

حيث  $\tau_p > \tau_z$ ، وكقاعدة عامة تؤخذ  $\tau_p = 10 \tau_z$

باتباع نفس الخطوات السابقة نحصل مخطط بودي لمعوض تأخير كما هو مبين الشكل ٥-١٣ حيث أخذنا  $\tau_p = 1$  و  $\tau_z = 0.1$  ونلاحظ أن زاوية الطور سالبة ولذلك سمي هذا النوع من المعوضات معوض تأخير.

بالتحليل الرياضي نجد أن زاوية الطور تبلغ أقصى قيمة لها  $\phi_{\max} \approx -55^\circ$  عند  $\omega_{\max} = \sqrt{\omega_z \omega_p} = 3.1623$ . عند تصميم معوض التأخير يتم اختيار  $\tau_p$  و  $\tau_z$  بحيث تحقق  $\omega_{\max} = \omega_G$



الشكل ٥-١٢ مخطط بودي لمعوض تأخير الطور

في المثال ٥-١، أوجد تردد عبور الكسب، واحسب هامش الاستقرار وعلق على جودة الاستقرار النسبي.

الحل :

من مخطط بودي الوارد في الشكل ٥-١٠ من منحنى الكسب بـ dB نجد أن تردد العبور  $\omega_G = 22 \text{ rad/sec}$ ، ومن منحنى الطور نجد أن هامش الطور  $m_p = 13^\circ$ . ونظرا إلى أن  $m_p < 45^\circ$ ، فإن الاستقرار النسبي غير جيد.

استخدم المعوض التالي توالي مع نظام المثال ٥-١ في المسار الأمامي لحلقة تغذية خلفية أحادية واختبر الاستقرار مرة أخرى.

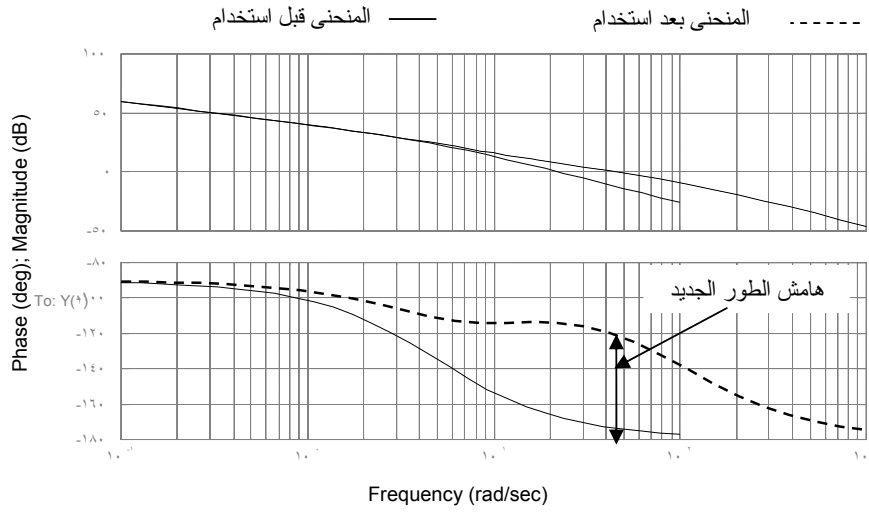
$$G_c = \frac{0.1s + 1}{0.01s + 1}$$

الحل:

تكون دالة النقل للنظام المفتوح الجديدة:

$$KG = \frac{100(0.1s + 1)}{s(0.2s + 1)(0.1s + 1)}$$

ومن ثم نحصل على مخطط بودي الجديد كما هو مبين في الشكل ٥ - ١٣



الشكل ٥ - ١٣ مخطط بودي لنظام المثال ٥ - ١ قبل وبعد استخدام المعوض

من منحنى الكسب بـ dB في مخطط بودي للنظام بعد استخدام المعوض نجد أن تردد عبور الكسب  $\omega_G = 22 \text{ rad/sec}$ ، ومن منحنى زاوية الطور نجد أن  $m_p = 58^\circ$  وهذه زيادة هامة في هامش الكسب ومن ثم تحسن ملحوظ للاستقرار النسبي للنظام.

### الخلاصة

تطرقنا في هذه الوحدة لدراسة الاستجابة الترددية للنظم حيث تم تعريف الاستجابة الترددية والكسب بـ dB وزاوية الطور. وتناولنا طريقة رسم مخطط بودي لنظام تناسبي ونظام تفاضلي ونظام تكاملي ونظام تأخير من الرتبة الأولى والثانية. ثم قمنا بتعريف هامش الكسب وهامش الطور لاستخدامهما في تحليل استقرار النظم في المجال الترددي. وفي النهاية قمنا بشرح لمعوضات التقديم ومعوضات التأخير.

## أسئلة وتمارين

ما هو الفرق بين الاستجابة بين الزمنية والاستجابة الترددية  
أو جد الكسب ب dB وزاوية الطور للنظم التي لها دوال النقل التالية

١.  $G(s) = 1000$

ب.  $G(s) = -200$

ج.  $G(s) = \frac{10}{s}$

د.  $G(s) = -\frac{50}{s}$

هـ.  $G(s) = \frac{10}{0.01s + 1}$

و.  $G(s) = \frac{100}{0.1s + 1}$

ح.  $G(s) = \frac{1}{(0.1s + 1)(s + 1)}$

إذا كانت دوال النقل في التمرين السابق هي دوال نقل النظام المفتوح في حالة تغذية خلفية  
أحادية، ارسم مخططات بودي لهذه النظم.

عرف هامش الكسب وهامش الاستقرار

بالنسبة للنظم التالية:

$G(s) = \frac{1}{(0.1s + 1)(s + 1)}$  ،  $G(s) = \frac{10}{0.01s + 1}$

أ. أوجد تردد عبور الكسب

ب. أوجد هامش الطور

ارسم مخطط بودي للنظام التالي:

$$G(s) = \frac{9.7}{s(0.046s + 1)}$$

أ. أوجد تردد عبور الكسب

ب. أوجد هامش الطور



دالة النقل للنظام المفتوح في حلقة تغذية خلفية أحادية هي:

$$G(s) = \frac{100}{s(0.02s + 1)(0.01s + 1)}$$

ارسم مخطط بودي للنظام التالي

أوجد تردد عبور الكسب وهامش الطور

علق على استقرار النظام

استخدم المعوض التالي توالي مع النظام في المسار الأمامي، وارسم مخطط بودي للنظام

$$G_c(s) = \frac{0.5s + 1}{5s + 1}$$

بعد استخدام المعوض، أوجد تردد العبور الكسب وهامش الطور

علق على استقرار النظام بعد استخدام المعوض.

## الإجابات

## إجابات لبعض تمارين الوحدة الأولى

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{10}{s(s+1)} \quad ٥- ١$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = 10 + 10s \quad ٦- ١$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{10}{s+204} \quad ٧- ١$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{10(s+2)}{s^3 + 20s^2 + 41s + 2} \quad ٨- ١$$

## إجابات لبعض تمارين الوحدة الثانية

$$y(t) = 1 - e^{-0.1t} \quad (\text{ج}) , G=1 \quad (\text{ب}) , \tau=0.1 \quad (\text{أ}) \quad ١- ٢$$

$$y(t) = 1 + e^{-10t} \quad (\text{ج}) , G=1 \quad (\text{ب}) , \tau=10 \quad (\text{أ}) \quad ٢- ٢$$

$$0.2v'(t) + v(t) = e(t) \quad ٤- ٢$$

$$y(t) = 1 - e^{-2t} + e^{-t} \quad (\text{ج}) , G=1 \quad (\text{ب}) \text{ الإخماد زائد } , \omega_0 = 1.414 , \zeta = 1.06 \quad (\text{أ}) \quad ٥- ٢$$

$$y(t) = 10 - 10(1+t)e^{-t} \quad (\text{ج}) , G=10 \quad (\text{ب}) \text{ الإخماد حرج } , \omega_0 = 1 , \zeta = 1 \quad (\text{أ}) \quad ٦- ٢$$

$$y(t) = 2[1 - \sqrt{2}e^{-2t} \sin 2t] \quad (\text{ج}) , G=2 \quad (\text{ب}) \text{ الإخماد ناقص } , \omega_0 = 2\sqrt{2} , \zeta = 0.707 \quad (\text{أ}) \quad ٧- ٢$$

$$33.215\Omega''(t) + 0.325\Omega'(t) + \Omega(t) = 20.372e(t) \quad (\text{ب}) , \tau_e = 0.0625 , \tau_m = 0.64 \quad (\text{أ}) \quad ٨- ٢$$

$$\text{الإخماد ناقص} \quad (\text{ج}) \quad \omega_0 = 0.1735 , \zeta = 0.03 \quad (\text{د})$$

$$\Omega(t) = 20.372[1 - e^{-0.005t} \sin 0.1735t] \quad (\text{هـ})$$

٢- ٩ (أ)  $t_d = 0.07$  ، (ب)  $t_r = 0.28$  (ج)  $t_s = 0.9$  (هـ)  $M_p = 0.16$  (و)  $PO = 16$  ، (ز)  $G = 1$

### إجابات لبعض تمارين الوحدة الثالثة

٣- ١ (أ)  $G(s) = \frac{1}{s+2}$  ، (ب)  $E(s) = \frac{s+1}{s(s+2)}$  ، (ج)  $e_{ss} = 0.5$

٣- ٢ (أ)  $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{10(s+4)}{s^2+6s+28}$  ، (ب)  $E(s) = \frac{(s+2)(s+4)}{s(s^2+6s+28)}$  ، (ج)  $e_{ss} = 0.285$

٣- ٥ لا يوجد

٣- ٦ (أ)  $G_c(s) = \frac{s+1}{s}$  ، (ب)  $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{(s+1)}{s^2+3s+1}$  ، (ج)  $E(s) = \frac{(s+2)}{s^2+3s+2}$  ، (د)  $e_{ss} = 0$

٢- ٧ (أ)  $G_c(s) = \frac{s^2+s+1}{s}$  ، (ب)  $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{s^2+s+1}{2s^2+2s+1}$  ، (ج)  $E(s) = \frac{(s+1)}{2s^2+2s+1}$  ، (د)  $e_{ss} = 0$

### إجابة لبعض تمارين الوحدة الرابعة

٤- ١ (أ)  $s+7=0$

(ب)  $\left| \begin{array}{c} 1 \\ 7 \end{array} \right|$

(ج) مستقر

٤- ٢ (أ)  $s-147=0$

(ب)  $\left| \begin{array}{c} 1 \\ -147 \end{array} \right|$

(ج) غير مستقر

$$2s^2 + 6s + 4 = 0 \quad \text{أ) ٣- ٤}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ & 6 \end{vmatrix} \quad \text{ب)}$$

ج) مستقر

$$s^2 - 16s + 14 = 0 \quad \text{أ) ٤- ٤}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 14 \\ & -16 \end{vmatrix} \quad \text{ب)}$$

ج) غير مستقر

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 & 2 \\ 4 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & \text{أ) ٥- ٤} \\ 2 & 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

ب) مستقر

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & K \\ 3 & 2 \\ 1/3 & K & \text{أ) ٦- ٤} \\ 2 - 9K \\ K \end{vmatrix}$$

ب)  $0 < K < 2/9$

## إجابة لبعض تمارين الوحدة الخامسة

- ٥- ٢ (أ)  $\phi = 0$  ،  $G|_{dB} = 60$  ، (ب)  $\phi = -180$  ،  $G|_{dB} = 46$  ، (ج)  $\phi = -90^\circ$  ،  $G|_{dB} = 20 - 20 \log \omega$  ،  
 (د)  $\phi = -270$  ،  $G|_{dB} = 34 - 20 \log \omega$  ، (هـ)  $\phi = -\tan^{-1}(0.01\omega)$  ،  $G|_{dB} = 20 - 10 \log[1 + (0.01\omega)^2]$  ،  
 (و)  $\phi = -\tan^{-1}(0.1\omega)$  ،  $G|_{dB} = 40 - 10 \log[1 + (0.1\omega)^2]$  ،  
 (ح)  $\phi = -\tan^{-1}(0.1\omega) - \tan^{-1}(0.1\omega)$  ،  $G|_{dB} = -10 \log[1 + (0.1\omega)^2] - 10 \log[1 + \omega^2]$

٥- ٥ (أ)  $\phi = 106^\circ$  ،  $\omega_G = 995$  ، (ب)  $\phi = 57^\circ$  ،  $\omega_G = 7.82995$

٥- ٦ (أ)  $\phi = 70^\circ$  ،  $\omega_G = 8.86$

- ٥- ٧ (ب)  $\phi = 10^\circ$  ،  $\omega_G = 56$  ، (ج) هامش الطور قليل (د)  $\phi = 60^\circ$  ،  $\omega_G = 10$  ، (هـ) تحسن هامش الطور

## مصطلحات

AC Motor	محرك تيار متردد
Actuator	مشغل
Analog	تماثلي
Armature	عضو دوار
Automation	الآلية
Block Diagram	مخطط صندوقي
Bode Diagram	مخطط بودي
Cascade	تعاقب
Characteristic Equation	المعادلة المميزة
Characteristics	خصائص
Chart Recorder	مسجل
Closed Loop	حلقة مغلقة
Compensator	معوّض
Control system	نظام تحكم
Control Valve	صمام تحكم
Controlled Variable	المتغير المراد التحكم فيه
Controller	حاكم
Critical Damping	إخماد حرج
Cutoff Frequency	تردد الانكسار
Damping	إخماد
DC Motor	محرك تيار مستمر
Delay Time	زمن التأخير
Derivative	تفاضلي
Derivative Controller	حاكم تفاضلي
Design	تصميم
Digital	رقمي

Disturbance	اضطراب
Dynamic	حركي، ديناميكي
Error	خطأ
Feedback	تغذية خلفية
Feedback Path	مسار خلفي
Final Control Element	عنصر التحكم النهائي
Flow Meter	مقياس معدل تدفق
Flow rate	معدل تدفق
Forward Path	مسار أمامي
Frequency Response	استجابة ترددية
Gain	كسب
Gain Crossover Frequency	تردد عبور الكسب
Gain Margin	هامش الكسب
Hydraulic	هايدرولوكي
Input	دخل
Integral	تكاملي
Integral Controller	حاكم تكاملي
Lag Compensator	معوض تأخير
Laplace Transform	تحويل لابلاس
Lead Compensator	معوض تقديم
Level	مستوى
Magnitude	قيمة
Manual Control	تحكم يدوي
Matrix	مصفوفة
Motor	محرك
Open Loop	حلقة مفتوحة
Oscilloscope	راسم ذبذبات

Output	خرج
Over Damping	إخماد زائد
Overshoot	تجاوز
Parallel	توازي
Peak Time	زمن الذروة
Performance	أداء
Permanent Response	استجابة دائمة
Phase Crossover	تردد عبور الطور
Frequency	
Phase Margin	هامش الطور
Phase Shift	إزاحة الطور
Pneumatic	هوائي، نوماتي
polynomial	كثير الحدود
Potentiometer	مجزأ الجهد
Process	عملية
Programmable Logic Control	الحاكمات القابلة للبرمجة
Proportional	تناسبي
Proportional Controller	حاكم تناسبي
Reference Input	دخل مرجعي
Resonance Frequency	تردد الرنين
Response	استجابة
Response Curve	منحنى الاستجابة
Rise Time	زمن الصعود
Root	جذر
Sensor	حساس
Series	توالي
Set Point	نقطة الضبط، نقطة التشغيل
Settling Time	زمن الاستقرار



Signal Conditioning	معالج الإشارة
Signal Conversion	محول الإشارة
Simulation	محاكاة
Specification	مواصفات
Stability	استقرار
Stability Criteria	معييار الاستقرار
Step Input	دخل الخطوة
Stepper Motor	محرك الخطوة
Summing Junction	وصلة تجميع
System	نظام
Tachometer	مقياس دوران، تاكوميتر
Take off Point	نقطة تفريع
Time Constant	الثابت الزمني
Time Domain Response	استجابة زمنية
Transducer	محول طاقة
Transfer Function	دالة نقل
Transient response	استجابة عابرة
Two Position Control	حاكم ذو الوضعين
Underdamping	إخماد ناقص
Unit step	خطوة الوحدة
Unity Feedback	تغذية خلفية أحادية

## المراجع

١. Johnson, C. D. *Process Control Instrumentation Technology*, Prentice Hall, ٢٠٠٢
٢. Bateson, R. N. *Introduction to Control Systems Technology*, Prentice Hall, ٢٠٠٢
٣. Ogata, K. *Modern control Engineering*, Prentice Hall, ١٩٩٧
٤. Dorf, R. C. and Bishop, R. H. *Modern Control Systems*, Addison Wesley, ١٩٩٨
٥. أحمد فؤاد محمد عامر، هندسة التحكم الآلي، مطبوعات الأكاديمية العربية للعلوم والتكنولوجيا والنقل البحري، ١٩٩١

## المحتويات

١	الوحدة الأولى: أنظمة التحكم ذات الحلقة المغلقة
١	الأهداف
٢	مقدمة
٢	١- ١ حلقات التحكم المفتوحة وحلقات التحكم المغلقة
٢	١- ١- ١ حلقات التحكم المفتوحة
٢	١- ١- ٢ حلقات التحكم المغلقة
٤	١- ٢ دالة النقل
٤	١- ٣ المخطط الصندوقي
٥	١- ٤ طرق تبسيط المخططات الصندوقية
٥	١- ٤- ١ وصلات تجميع على التعاقب
٥	١- ٤- ٢ نظامان موصلان على التعاقب
٦	١- ٤- ٣ نظامان موصلان على التوازي
٧	١- ٤- ٤ نقل نقطة تفرع إلى يمين صندوق
٨	١- ٤- ٥ نقل نقطة تفرع إلى يسار صندوق
٩	١- ٤- ٦ نقل وصلة تجميع إلى يمين صندوق
١٠	١- ٤- ٧ نقل وصلة تجميع إلى يسار صندوق
١٠	١- ٤- ٨ دالة نقل حلقة تغذية خلفية نموذجية
١٣	الخلاصة
١٤	أسئلة وتمارين
١٧	الوحدة الثانية: الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الأولى والثانية
١٦	الأهداف
١٧	مقدمة
١٧	٢- ١ الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الأولى
١٨	٢- ١- ١ استجابة نظم الرتبة الأولى لإشارة الخطوة
١٩	٢- ١- ٢ قيم الاستجابة عند مضاعفات الثابت الزمني

١٩	٢- ١- ٣	منحنى استجابة نظم الرتبة الأولى لإشارة الخطوة
٢٠	٢- ١- ٤	الاستجابة العابرة والاستجابة الدائمة لنظم الرتبة الأولى
٢١	٢- ١- ٥	خصائص نظم الرتبة الأولى
٢٢	٢- ٢	الاستجابة الزمنية لنظم الرتبة الثانية
٢٣	٢- ٢- ١	استجابة نظم الرتبة الثانية لإشارة الخطوة
٣٢	٢- ٢- ٢	الاستجابة العابرة والاستجابة الدائمة لنظم الرتبة الثانية
٣٣	٢- ٢- ٣	خصائص نظم الرتبة الثانية
٣٤		الخلاصة
٣٥		أسئلة وتمارين
٤٢		الوحدة الثالثة: تحليل إشارة الخطأ في أنظمة التحكم
٣٩		الأهداف
٤٠		مقدمة
٤٠	٣- ١-	تعريف إشارة الخطأ
٤١	٣- ٢-	تحليل إشارة الخطأ في الحلقة المغلقة
٤١	٣- ٣-	تحليل إشارة الخطأ عند استعمال الحاكم التناسبي
٤٣	٣- ٤-	تحليل إشارة الخطأ عند استعمال الحاكم التكامل
٤٥	٣- ٥-	تحليل إشارة الخطأ عند استعمال الحاكم التناسبي التكامل
٤٧	٣- ٦-	تحليل إشارة الخطأ عند استعمال الحاكم التناسبي التكامل التفاضلي
٥٠		الخلاصة
٥١		أسئلة وتمارين
٥٨		الوحدة الرابعة: تحليل استقرار النظم بطريقة راوث
٥٤		الأهداف
٥٥		مقدمة
٥٥	٤- ١-	تعريف استقرار النظم
٥٥	٤- ٢-	جدول راوث
٦١	٤- ٣-	تطبيق
٦٢		الخلاصة

٦٦	الوحدة الخامسة: الاستجابة الترددية للنظم
٦٦	الأهداف
٦٧	مقدمة
٦٧	٥- ١ تعريف الاستجابة الترددية
٦٨	٥- ٢ دالة نقل الحلقة المفتوحة
٦٨	٥- ٣ مخطط بودي
٧٠	٥- ٤ مخطط بودي لنظام تناسبي
٧١	٥- ٥ مخطط بودي لنظام تفاضلي
٧٣	٥- ٦ مخطط بودي لنظام تكاملي
٧٤	٥- ٧ مخطط بودي لنظام تأخير من الرتبة الأولى
٧٦	٥- ٨ مخطط بودي لنظام تقديم من الرتبة الأولى
٧٨	٥- ٩ مخطط بودي لنظام من الرتبة الثانية
٨٢	٥- ١٠ هامش الكسب وهامش الطور
٨٣	٥- ١١ معيار استقرار النظم باستخدام مخطط بودي
٨٤	٥- ١٢ تصميم المعوضات
٨٥	٥- ١٢- ١ معوضات تقديم
٨٧	٥- ١٢- ٢ معوضات تأخير
٨٩	الخلاصة
٩٩	أسئلة وتمارين
٩١	الإجابات
٩٥	مصطلحات
٩٩	المراجع

تقدر المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني الدعم

المالي المقدم من شركة بي آيه إي سيستمز (العمليات) المحدودة

GOTEVOT appreciates the financial support provided by BAE SYSTEMS

**BAE SYSTEMS**