

الأكاديمية العربية الدولية



الأكاديمية العربية الدولية
Arab International Academy

الأكاديمية العربية الدولية المقررات الجامعية

مركز التعليم المفتوح



مركز التعليم المفتوح

برنامج محاسبة البنوك والبورصات

الإحصاء التطبيقي

المستوى الثالث – فصل دراسي ثاني

كود (١٦٤)

الدكتور

محمد زايد الدسوقي

مقدمة

يعتمد التقدم الهائل والسريع فى شتى فروع العلم ومختلف مجالات الحياة على التقدم فى مجالات التحليل الرقمية والكمية التى تتحقق فى الميدان الإحصائى بفروعه المختلفة .

فى هذه المقرر نعطى الطالب أو القارئ أساسيات هذا العلم، حيث يتم معالجة الإحصاءات الوصفية والإحصاءات الاستدلالية والإحصاءات التطبيقية .

والله نسأل أن يكون سعد خالداً ..،

المؤلف

المحتويات

الموضوع	رقم الصفحة
الفصل الأول : * مقاييس النزعة المركزية	١ - ٥٨
الفصل الثاني : * العينات	٥٩ - ١٤٢
الفصل الثالث : * التنبؤ الإحصائي	١٤٣ - ١٦٦
الفصل الرابع : * الأرقام القياسية	١٦٧ - ١٩٤
الفصل الخامس : * السلاسل الزمنية	١٩٥ - ٢٥٥

الفصل الأول

مقاييس النزعة المركزية

مقاييس النزعة المركزية Measures of Central Tendency

مقدمة:

مقاييس النزعة المركزية لمجموعة من البيانات عبارة عن قيم رقمية تميل أن تتركز أو تقع في وسط مجموعة البيانات . واصطلاح المتوسطات غالباً ما يرتبط بهذه المقاييس، إذ أن كل من مقاييس النزعة المركزية يمكن أن يطلق عليه لفظ قيمة متوسطة .

كما بينا في الباب السابق أن التوزيع التكراري بأنواعه المختلفة بهدف إلى تبويب البيانات في صورة مناسبة موجزة توضح أهم معالمها الرئيسية . لكن الدراسة الإحصائية لا تكفي بمثل هذا الإيجاز والوصف بل تمضي إلى ما هو أعمق من هذا الأمر . وذلك حينما نحاول أن تلخص أهم صفات تلك البيانات الرقمية في عدد واحد يرمز لها ويدل عليها ويقوم مقامها . وحيث أنه من غير المستساغ أن يعبر رقم واحد عن المجموعة كلها لذلك عمد الإحصائيون إلى ابتكار الطرق والوسائل التي تمكن من الحكم على مدى تمثيل هذا الرقم الواحد لمجموعة الأرقام الأصلية وهذا الرقم الذي نعتبره دليلاً على المجموعة يطلق عليه اسم المتوسط .

وبناءً على ذلك فإن المتوسط يعرف بأنه قيمة تقع في وسط مجموعة الأرقام أو في مركزها بحيث تلف وتنتشر حولها بقية الأرقام الأخرى . ويعتبر المتوسط بالنسبة لبقية الأرقام بمثابة النواة بالنسبة للخلية فكما أن أجزاء الخلية الحية ترتبط بالنواة وتتركز حولها فكذلك الحالة بالنسبة للمتوسط حيث ترتبط بقيمة الأرقام به ويكون لديها النزعة للتركز حوله ومن ثم أطلق عليه أسم (مقاييس

النزعة المركزية) وكذلك فإن تحديد المتوسط يعنى تحديد موضعه بالنسبة لباقي البيانات ولذا يطلق عليه أحياناً أسم (مقاييس الموضع) •
وتتلخص أهم مقاييس النزعة المركزية (مقاييس الموضع) فى الوسط الحسابي بأنواعه المختلفة ويطلق عليه اختصاراً أسم المتوسط وكذلك الوسط الهندسي والوسط التوافقي والوسيط والمنوال •

وأيا كان المتوسط الذي نستخدمه فإنه يحقق لنا هدفين أساسيين:

- ١ - المتوسط يصف كيفية توزيع الظاهرة موضوع الدراسة بطريقة مختصرة •
 - ٢ - المتوسط بصف بطريقة غير مباشرة كيفية توزيع الظاهرة فى المجتمع الأصلي الذى سحبت منه العينة •
- وقبل البدء بالدراسة التفصيلية لهذه المقاييس، سنتعرض لبعض الملاحظات الهامة:

أ- الرموز المستخدمة: فى حالة وجود أو مجموعة من المتغيرات فإننا نحتاج إلى وضع مجموع قيمة المتغير أو المتغيرات فى صورة مبسطة ومسهلة فى القراءة •

فإذا رمزنا لأحدج المتغيرات بالرمز (س) مثلاً ولتكن معبرة عن درجات الطلاب فى أحد الامتحانات ولكى نميز درجات كل طالب عن الطالب الآخر فإننا نتبع الطريقة التالية •

نضع س_١ نرمز إلى درجة الطالب رقم (١) حيث الرقم (١) يشير إلى نمرة الطالب والرمز س يرمز لدرجته •
وكذلك الحال س_٢ ترمز إلى درجة الطالب رقم (٢)
س_٣ ترمز إلى درجة الطالب رقم (٣) •

وبصفة عامة:

س_ر ترمز إلى درجة الطالب رقم (ر)

حيث (ر) هي دليل المتغير س وترمز إلى رقم المفردة فإذا كان لدينا ن من الطلاب فإنه يمكن أن تعبر عن درجاتهم بصورة رمزية كالتالي:

س_١، س_٢، س_٣، ...، س_ر، س_{ر+١}، ...، س_{ن-١}، س_ن

حيث س_ن هي درجة الطالب رقم (ن) الأخير .

كذلك إذا أردنا معرفة درجات الطلاب فإننا نرمز إليه في الشكل التالي:

مجموعة درجات الطلاب = س_١ + س_٢ + س_٣ + ... + س_ن

فإذا كان س_ر تشير إلى درجة الطالب رقم فإنه

- يوضع ر = ١ تحصل على درجة الطالب الأول س_١
- يوضع ر = ٢ تحصل على درجة الطالب الثاني س_٢
- يوضع ر = ٣ تحصل على درجة الطالب الثالث س_٣
- يوضع ر = ن تحصل على درجة الطالب النوني الأخير

وإذا كانت العلامة (مج) تستخدم للدلالة على جمع القيم المختلفة للمتغير

س لذلك يمكن التعبير عن علاقة الجمع الصورة التالية:

س_١ + س_٢ + س_٣ + ... + س_ن = مج_س ر وتقرأ
ر = ١

(مج س_ر ابتداءً من ر = ١ حتى ن) ويمكن كتابتها بصورة مختصرة في الشكل

(مج س) بدلاً من مج_س ر فمثلاً أردنا جمع درجات ٥ طلاب فيكون :

س_١ + س_٢ + س_٣ + ... + س_٥ = مج_س ر
ر = ٥

(مج س) $\neq$ مج س ٢ وسوف نتناول بشئ من التفصيل خمسة أنواع من المتوسطات وهى:

١- المتوسط الحسابي Arithmetic Mean :

أ- تعريف المتوسط الحسابي: يعرف البعض المتوسط الحسابي بأنه القيمة التى لو وزعت على كل فرد من أفراد العينة لكان مجموع هذه القيم بعد التوزيع هو نفسه المجموع الحقيقي للقيم الأصلية * أو بعبارة أخرى هو القيمة التى لو استبدلت بها كل قيم المتغير لكان مجموع القيم بعد الاستبدال مساوياً لمجموع القيم الأصلية قبل الاستبدال *

ولتفسير هذا التعريف نفرض أن درجات مجموعة من الطلاب عددها ن فى الصورة التالية:

الدرجات الأصلية

س١

س٢

س٣

.....

سن

وإذا فرضنا أن المتوسط الحسابي وسترمز له بالرمز س قد حل محل قيم

الدرجات الأصلية للطلاب فإن

الدرجات بعد الاستبدال

س

س

س

.....

س

الدرجات الأصلية

س١

س٢

س٣

.....

سن

$$\therefore \text{مج س} = \text{س} + \text{س} + \text{س} + \text{س} + \dots + \text{س}$$

وحيث أن s مقدار ثابت فإنه طبقاً للقواعد السابقة فإن

$$\overline{مَجس} = \overline{ن س}$$

$$\overline{مَجس} = \frac{\overline{مَجس}}{ن}$$

أى أن الوسط الحسابى لمجموعة من القيم = مجموع هذه القيم ÷ عدد هذه القيم والجدير بالذكر أن الوسط الحسابى يأخذ نفس وحدة قياس القيم فمثلاً فإذا كانت وحدة قياس القيم هى السنة فإن وحدة قياس المتوسط هى السنة وهكذا •

ب- طرق حساب الوسط الحسابى:

هناك ثلاث طرق للحصول على المتوسط الحسابى هى:

- ١- الطريقة العادية أو الشائعة وتستخدم فى حالة البيانات الخام غير المبوبة •
- ٢- طريقة مراكز الفئات وتستخدم فى حالة البيانات التكرارية •
- ٣- الطريقة المختصرة المختزلة وتستخدم لتبسيط الأرقام •

وسنعرض لهذه الطريقة فيما يلى:

- الطريقة العادية أو الشائعة: وهى التى تستخدمها فى حياتنا اليومية وقد سبق الحديث عنها حيث افترضنا أن قيم المشاهدات الخام هى $s_1, s_2, \dots, s_n$

ويكون المتوسط الحسابي في الصورة التالية:

$$\bar{س} = \frac{س_1 + س_2 + س_3 + + س_n}{ن} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$$

حيث ن تمثل عدد المشاهدات

$\bar{س}$ تمثل المتوسط الحسابي

مجم س تمثل مجموع المشاهدات

أى أنه لإيجاد الوسط الحسابي لمجموعة من القيم فإننا نوجد مجموع هذه القيم ثم نقسمها على عددها فمثلاً إذا كانت لدينا القيم التالية:

٨ ، ١٣ ، ٧ ، ٢١ ، ١٥ ، ١٢

وأردنا إيجاد المتوسط الحسابي لها فما علينا إلا نجمع هذه القيم ثم نقسمها على عددها أى:

$$\bar{س} = \frac{٨ + ١٣ + ٧ + ٢١ + ١٥ + ١٢}{٦} = \frac{٧٦}{٦} = ١٢,٦٧$$

وذلك لأن $\text{مجم س} = ٧٦$

$ن = ٦$

٢ - طريقة مراكز الفئات: وتستخدم هذه الطريقة عندما يكون لدينا عدد كبير جداً

من المفردات يصعب معه التعامل بالطريقة العادية، لهذا يجب وضع هذه

البيانات في صورة جداول توزيع تكرارى وبالتالي يسهل استخدام طريقة

مراكز الفئات .

وتقوم طريقة مراكز الفئات على الخطوات التالية:

أ- توزيع القيم في جدول توزيع تكرارى خصوصاً إذا كانت في صورتها الخام .

ب- الحصول على مراكز الفئات ويتم الحصول على مركز الفئة كما سبق أن ذكرنا بالطرق التالية:

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة} + \text{الحد الأعلى للفئة}}{2}$$

$$\text{أو} = \text{الحد الأدنى للفئة} + \frac{1}{2} \text{ طول الفئة}$$

$$\text{أو} = \text{الحد الأعلى للفئة} - \frac{1}{2} \text{ طول الفئة}$$

وسوف نرمز لمركز الفئة بالرمز s وقيمة التكرار بالرمز (K)

ج- يتم ضرب مراكز الفئات في التكرارات $(s \times K)$ ، بمعنى أن نضرب مركز كل فئة في تكرارها.

د - نقوم بجمع حاصل ضرب مراكز الفئات في تكرارها أي $\sum s \times K$
هـ - نطبق القانون الآتي:

$$\bar{s} = \frac{\sum s \times K}{\sum K}$$

حيث $(\sum K)$ تمثل مجموع التكرارات في جدول التوزيع التكراري.

مثال (١): نفرض أن لدينا جدول التوزيع التكراري التالي

تكرارات	فئات
٧	٧ -
٩	٩ -
١٠	١١ -
٢٠	١٣ -
٤	١٥ - ١٧
٥٠	المجموع

احسب الوسط الحسابي لهذه البيانات .

الحل: حيث أن البيانات فى صورة جدول تكرارى فإننا نستخدم طريقة مراكز الفئات وتتلخص خطوات الحل فى الجدول التالى:

فئات	تكرارات	مركز الفئة (س)	س × ك
٧ -	٧	٨	$٥٦ = ٩ \times ٧$
٩ -	٩	١٠	$٩٠ = ١٠ \times ٩$
١١ -	١٠	١٢	$١٢٠ = ١٢ \times ١٠$
١٣ -	٢٠	١٤	$٢٨٠ = ١٤ \times ٢٠$
١٥ - ١٧	٤	١٦	$٦٤ = ١٦ \times ٤$
المجموع	مج ك = ٥٠		مج س ك = ٦١٠

ويكون الوسط الحسابي فى الصورة التالى:

$$\bar{س} = \frac{\text{مج س ك}}{\text{مج ك}} = \frac{٦١٠}{٥٠} = ١٢,٢$$

لاحظ ما يلى:

الحد الأدنى للفئة الأولى + الحد الأعلى للفئة الأولى

$$١ - \text{مركز الفئة الأولى} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة الأولى} + \text{الحد الأعلى للفئة الأولى}}{٢}$$

وحيث أن الحد الأدنى للفئة الأولى = ٧ ، الحد الأعلى للفئة الأولى = ٩

$$\text{فإن مركز الفئة الأولى س}_١ = \frac{٩ + ٧}{٢} = \frac{١٦}{٢} = ٨$$

$$\text{كذلك مركز الفئة الثانية س}_٢ = \frac{١١ + ٩}{٢} = \frac{٢٠}{٢} = ١٠$$

وهكذا بالنسبة لباقي المراكز ويظهر ذلك في العمود الثالث من الجدول

٢ - تم الحصول على العمود الرابع بضرب كل قيمة من قيم العمود الثانى فى القيمة المناظرة لها فى العمود الثالث ويظهر ذلك فى الجدول السابق •

٣ - الطريقة المختصرة والمختزلة: يستخدم هذه الطريقة سواء مع الطريقة العادية أو طريقة مراكز الفئات حيث تقوم على اختصار أو اختزال أو كليهما للقيم لتسهيل العمل الحسابى خصوصاً مع وجود أرقام كبيرة ومراكز فئات بها كسور عشرية وتقوم هذه الطريقة على أساس أن نحدد رقماً فرضياً يسمى الوسط الفرضى وسوف نرمز له بالرمز $\bar{X}$ مثلاً، ويستحسن أن يكون هذا الرقم رقماً متوسطاً بين الأرقام المطلوب تبسيطها وهى مراكز الفئات، ثم نقوم بطرح هذا الرقم المتوسط من كل رقم أصلى لينتج مراكز فئات فرضية • ثم يتم ضرب الانحراف الفرضى فى التكرارات ويتم توضيح ذلك فى المثال التالى:

مثال (٢): إذا كان لدينا جدول التوزيع التالى:

تكرارات	فئات
٤	- ٥
٨	- ١٠
١٥	- ١٥
١٢	٢٠
٦	- ٢٥
٣	- ٣٠
٢	٤٠ - ٣٥
٥٠	المجموع

أحسب المتوسط الحسابى بالطريقة المختصرة

الحل: نتلخص خطوات الحل فى الجدول التالى:

فئات	تكرارات	مركز الفئة (س)	(س - أ) = ح	ك × ح
- ٥	٤	٧,٥	- ١٥	- ٦٠
- ١٠	٨	١٢,٥	- ١٠	- ٨٠
- ١٥	١٥	١٧,٥	- ٥	- ٧٥
- ٢٠	١٢	٢٢,٥	صفر	صفر
- ٢٥	٦	٢٧,٥	٥	٣٠
- ٣٠	٣	٣٢,٥	١٠	٣٠
- ٣٥ - ٤٠	٢	٣٧,٥	١٥	٣٠
المجموع	٥٠			- ٢١٥ + ٩٠ = ١٢٥ =

ويكون المتوسط الحسابي في الصورة التالية

$$\bar{س} = \frac{\text{مجم ك} \times \text{ح}}{\text{مجم ك}} + أ$$

حيث مج (ك × ح) = مجموع حاصل ضرب كل تكرار في المركز الفرضي للفئة

أ = الوسط الفرضي المستخدم = ٢٢,٥ في هذا المثال .

أي أن

$$١٢٥ -$$

$$\bar{س} = \frac{١٢٥ -}{٥٠} + ٢٢,٥ = ٢٢,٥ + ٢,٥ = ٢٥$$

لاحظ ما يلي:

١ - حساب الانحراف الفرضي (المركز الفرضي للفئة) رمزنا له بالرمز ح وقد تم

حسابه لكل فئة من فئات الجدول وذلك بطرح قيمة الوسط الفرضي المختار

فى منتصف الجدول من كل مركز فئة فى الجدول أى أنه إذا كان الوسط
الفرضي أ = ٢٢,٥ فإن ح = س - أ .

فى الصورة التالية:

$$ح_1 = ٧,٥ - ٢٢,٥ = -١٥$$

$$ح_2 = ١٢,٥ - ٢٢,٥ = -١٠$$

$$ح_3 = ١٧,٥ - ٢٢,٥ = -٥$$

$$ح_4 = ٢٢,٥ - ٢٢,٥ = \text{صفر}$$

$$ح_5 = ٢٧,٥ - ٢٢,٥ = ٥$$

$$ح_6 = ٣٢,٥ - ٢٢,٥ = ١٠$$

$$ح_7 = ٣٧,٥ - ٢٢,٥ = ١٥$$

٢- يتم ضرب كل مركز فرض $\times$ التكرار المناظر له أي $ح \times ك$

$$\text{فمثلا للفئة الأولى} = ١٥ \times -٤ = -٦٠$$

$$\text{للفئة الثانية} = ٨ \times ١٠,٩ = ٨٠$$

$$\text{للفئة الثالثة} = ١٥ \times ٥ = ٧٥$$

$$\text{للفئة الرابعة} = ١٢ + \text{صفر} = \text{صفر}$$

$$\text{للفئة الخامسة} = ٦ \times ٥ = ٣٠$$

$$\text{للفئة السادسة} = ٣ \times ١٠ = ٣٠$$

$$\text{للفئة السابعة} = ٢ \times ١٥ = ٣٠$$

٣- يتم جمع حواصل الضرب السابقة أي مج $ك \times ح = -١٢٥$

٤ - يتم قسمة (مج ك × ح) على (مج ك) ثم نضيف إلى الناتج قيمة الوسط
الفرضي الذي سبق وأن طرحناه من مراكز الفئات أي نضيف إلى الوسط
المختصر $\frac{\text{مج ك} \times \text{ح}}{\text{مج ك}}$ قيمة أ = ٢٢,٥ فينتج الوسط الحسابي للقيم
الأصلية أي أن :

$$\bar{س} = \frac{\text{مج ك} \times \text{ح}}{\text{مج ك}} + \text{أ} = \frac{١٢٥ - ٢٢,٥}{٥٠} + ٢٠ = ٢٠$$

وخلاصة القول يمكن بتلخيص طريقة حساب المتوسط بالطريقة المختصرة
في الصورة التالية:

- (أ) تحدد مراكز الفئات = س
- (ب) نحدد قيمة الوسط الفرضي ويستحسن أن يكون في منتصف القيم .
- (ج) نحدد قيم ح = س - أ بطرح الوسط الفرضي من كل قيمة .
- (د) نضرب كل قيمة من قيم ح × التكرار المناظر أي (ح × ك) .
- (هـ) توجد مج ك × ح ونقسم الناتج على مج ك
- (و) نضيف قيمة أ إلى الخطوة (هـ) فينتج الوسط الحسابي للقيم الأصلية

$$\bar{س} = \frac{\text{مج ك} \times \text{ح}}{\text{مج ك}} + \text{أ}$$

٥ - إذا نظرنا إلى الجدول السابق في العمود الرابع الخاص بقيم ح نجد أنه يمكن
تبسيط هذه الأرقام بأخذ عامل مشترك بينهم حيث لو دقنا النظر قليلاً لوجدنا أن
جميع القيم تقبل القسمة على ٥ فإذا قسمنا جميع قيم ح على العامل المشترك
وسنرمز له بالرمز م = ٥ نحصل على قيم ج المختزلة حيث تم إختزالها
وسوف نرمز للقيم الجديدة بالرمز ح'، وهذا يعنى أنه يمكن الحصول على قيمة

ح/ باختصار قيمة بطرح الوسط الفرضى ثم باختزال القيمة الناتجة بالقسمة على العامل المشترك ومن هنا يمكن أن نطلق على قيمة ح/ $\times$ التكرار المناظر لها ثم الجميع ينتج مج ك $\times$ ح/ فإذا قسمنا الناتج على مج ك ينتج الوسط الحسابى المختصر المختزل فإذا ضربنا الناتج فى العامل المشترك م والذى سبق وأن قسمنا قيم ح عليه ينتج الوسط الحسابى المختصر فقط فإذا أضفنا إلى الناتج قيمة أ الوسط الفرضى المختار والذى سبق وأن طرحناه من كل قيمة فينتج الوسط الحسابى للقيم الأصلية ويطلق على هذه الطريقة المختصرة المختزلة ويمكن توضيح ذلك فى الجدول التالى:

فئات	ك	س	ح = س - أ	ح/ = $\frac{س - أ}{م}$	ك $\times$ ح/
- ٥	٤	٧,٥	١٥ -	٣ -	١٢
- ١٠	٨	١٢,٥	١٠ -	٢ -	١٦ -
- ١٥	١٥	١٧,٥	٥ -	١ -	١٥ -
- ٢٠	١٢	٢٢,٥	صفر	صفر	صفر
- ٢٥	٦	٢٧,٥	٥	١	٦
- ٣٠	٣	٣٢,٥	١٠	٢	٦
٤٠ - ٣٥	٢	٣٧,٥	١٥	٣	٦
المجموع	٥٠				١٨ + ٤٣ - ٢٥ - =

ويكون الوسط الحسابى للقيم الأصلية فى الصورة التالية:

$$\bar{س} = \left(\frac{\text{مجم ك} \times \text{ح/}}{\text{مجم ك}} \right) + \left(\frac{\text{٢٥ -} \times ٥}{٥٠} \right) + ٢٠ = ٢٢,٥$$

لاحظ أن : إذا أمعنا النظر قليلاً نجد أن العامل المشترك يساوى طول الفئة خصوصاً إذا كانت الفئات متساوية الطول إلا أن هذا ليس شرطاً ضرورياً فيمكن أن نأخذ أى عامل مشترك بحيث تقبل قيم ح عليه دون باق وإذا لم يوجد هذا العامل المشترك فيكفى بالقيم المختصرة فقط .

مثال (٣) : لديك بيانات الجدول التالى:

فئات	تكرارات
-٥	٥
-١٠	٨
-١٥	١٢
٢٠	٦
-٢٥	٣
٣٠-٣٥	١
المجموع	٣٥

والمطلوب : حساب الوسط الحسابى بالطريقة المختصرة المختزلة .

الحل: نتلخص الحسابات فى الجدول التالى:

فئات	ك	س	ح	ح /	ك × ح /
-٥	٥	٧,٥	صفر	صفر	صفر
-١٠	٨	١٢,٥	٥	١	٨
-١٥	١٢	١٧,٥	١٠	٢	٢٤
-٢٠	٦	٢٢,٥	١٥	٣	١٨
-٢٥	٣	٢٧,٥	٢٠	٤	١٢
-٣٠	١	٣٢,٥	٢٥	٥	٥
المجموع	٥٠				٦٧

$$\text{ويكون } \bar{S} = 7,5 + \left(5 \times \frac{67}{35} \right) = 17,7$$

لاحظ ما يلي:

١ - أننا أخذ الوسط الفرضي $7,5$ ليس في منتصف الجدول وهذا ممكن إلا

أنه أثقل علينا في بعض الحسابات ولهذا سيتحسن أخذه في المنتصف ولكن

٢ - ليس شرطاً ضرورياً ويمكن أخذه بأي رقم والمهم هو تبسيط وتسهيل

الحسابات •

٣ - ثم إجراء نفس خطوات الحل في الطريقة المختصرة المختزلة دون أي

تغيير •

والجدير بالذكر أن الطريقة المختصرة أو الطريقة المختصرة المختزلة ليست

قاصرة على طريقة مراكز الفئات أي ليس قاصرة على جداول التوزيع التكراري

فقط ولكن يمكن استخدامها أيضاً في الطريقة العادية لتبسيط العمل الحسابي بها

ويتضح ذلك من المثال التالي:

مثال (٤): لديك البيانات التالية ٤، ٧، ٨، ٩، ٢ استخدم الطريقة المختصرة

المختزلة في حساب المتوسط الحسابي لها •

الحل

١ - إذا أخذنا وسط فرض $4 = 4$ فإن القيم المختصرة تكون في الصورة التالية:

$$4 - 4 = 0$$

$$7 - 4 = 3$$

$$8 - 4 = 4$$

$$9 - 4 = 5$$

$$٢ - ٤ = ٢$$

٢ - لاحظ أن قيم ح الناتجة لا تحتوى على عامل مشترك وذلك سنكتفى بالطريقة المختصرة فقط أى أن

$$\text{مجم ح} = \text{صفر} + ٣ + ٤ + ٥ + ٢ = ١٠$$

ويكون الوسط الحسابى للقيم الأصلية فى الصورة التالية

$$\bar{س} = \frac{\text{مجم ح}}{ن} + أ$$

حيث ن عدد المشاهدات وهى فى هذا المثال ٥ مفردات فقط مجم ح تمثل مجموع قيم ح

أ الوسط الفرض ويساوى فى هذا المثال ٤ أى أن :

$$\bar{س} = ٤ + \frac{١٠}{٥} = ٦$$

مثال (٥): لدينا البيانات التالية ٤، ٧، ١٠، ١٣، ١٦ . أحسب الوسط الحسابى بالطريقة المختصرة أو المختصرة المختزلة .

الحل : الوسط الفرضى أ = ٤ .

أى أن

القيم س	س - أ = ح	ح
٤	صفر	صفر
٧	٣	١
١٠	٦	٢
١٣	٩	٣
١٦	١٢	٤
المجموع		٥٠

$$\text{ويكون الوسط الحسابي } \bar{S} = \left(3 \times \frac{10}{5} \right) + 4 = 10$$

لاحظ أن استخدام الطريقة المختصرة المختزلة نظراً لوجود عامل مشترك بين قيم ح كما ظهر في الجدول السابق •

بعض خصائص الوسط الحسابي:

١ - إن إضافة أو حذف مقدار ثابت عل (أو من) كل القيم يجعل الوسط الحسابي للقيم الجديدة يساوي الوسط الحسابي الأصلي مضافاً إليه (أو مطروحاً منه) قيمة هذا الثابت فإذا كانت القيم الأصلية هي S فإن المجموع الأصلي = $\sum S$ •

$$\text{ويكون الوسط الحسابي} = \frac{\sum S}{N}$$

فإذا أضفنا أو طرحنا مقداراً ثابتاً من القيم الأصلية S لأصبحت القيم الجديدة هي $(S \pm A)$ = $\sum S \pm N A$
 ويكون الوسط الحسابي للقيم الجديدة = $\frac{\sum S \pm N A}{N} = S \pm A$
 أي أن الوسط الحسابي الجديد = الوسط الحسابي القديم $\pm A$ •

٢ - إذا ضرب (أو قسم) كل قيمة في (أو على) مقدار ثابت فإن الوسط الحسابي للقيم الجديدة بعد الضرب (أو القسمة) يساوي حاصل ضرب (أو خارجه قسمة) الوسط الحسابي للقيم الأصلية في (أو على) المقدار الثابت •

$$\text{فإذا كانت القيمة الأصلية } S \text{ الوسط الحسابي لها} = \frac{\sum S}{N}$$

فإذا ضربنا أو قسمنا القيم الأصلية في (أو على) مقدار ثابت أ فإن القيم الجديدة

تصبح أ س_ر $\left(\frac{\text{س}_\text{ر}}{\text{أ}} \right)$ ويكون مجموع القيم الجديدة هي مج أ س_ر $\left(\frac{\text{مج س}_\text{ر}}{\text{أ}} \right)$

$$\begin{aligned} \text{الوسط الحسابي للقيم الجديدة} &= \frac{\text{مج أ س}_\text{ر}}{\text{ن}} = \frac{\text{مج س}_\text{ر}}{\text{ن}} \cdot \text{أ} = \text{أ س} \\ \text{أو} &= \frac{\text{مج} \left(\frac{\text{س}_\text{ر}}{\text{أ}} \right)}{\text{ن}} = \frac{\text{مج س}_\text{ر}}{\text{ن}} \cdot \frac{1}{\text{أ}} = \frac{\text{مج س}_\text{ر}}{\text{أ}} \end{aligned}$$

٣ - مجموع انحرافات المشاهدات عن وسطها الحسابي = صفر حيث أن المشاهدة هي س_ر ويكون انحرافها عن الوسط الحسابي هو (س_ر - س) وبالتالي يكون المجموع في الصورة التالية:

$$\text{مج (س}_\text{ر} - \text{س)} = \text{مج س}_\text{ر} - \text{ن س}$$

$$\begin{aligned} &= \text{مج س}_\text{ر} - \text{ن} \left(\frac{\text{مج س}_\text{ر}}{\text{ن}} \right) \\ &= \text{مج س}_\text{ر} - \text{مج س}_\text{ر} = \text{صفر} \end{aligned}$$

٤ - يتأثر المتوسط بالقيم المتطرفة تأثيراً كبيراً وتجعله غير صالح كمقياس للنزعة المركزية.

٥ - الوسط الحسابي لمجموع ظاهرتين يساوي الوسط الحسابي للظاهرة الأولى مضاف إليه الوسط الحسابي للظاهرة الثانية. أي أن

إذا كانت لدينا المتغير ع ويساوي مجموع التغير بين س، ص، فإن

$$\frac{\text{مـ جـ ص}}{ن} + \frac{\text{مـ جـ س}}{ن} = \frac{\text{مـ جـ (س + ص)}}{ن} = \frac{\text{مـ جـ ع}}{ن}$$

$$\bar{ع} = \bar{س} + \bar{ص}$$

٦ - الوسط الحسابى لقيمة ثانية يساوى القيمة الثابتة نفسها أى أن:

$$\bar{أ} = \frac{\text{مـ جـ أ}}{ن} = \frac{\text{أ} \cdot ن}{ن}$$

٧ - الوسط الحسابى لمجموعة قيم مضروبة فى عدد ثابت يساوى حاصل ضرب المقدار الثابت فى الوسط الحسابى للقيم نفسها أى أن

$$\bar{\text{مـ جـ أ س}} = \frac{\text{أ} \cdot \bar{\text{مـ جـ س}}}{ن} = \bar{\text{أ س}}$$

مثال (٦): (عام) فيما يلى بيانات تكرارية عن توزيع طلاب أحد الفصول حسب درجاتهم التى حصلوا عليها فى أحد المواد .

تكرارات	فئات
٧	-٧
٩	-٩
١٠	-١١
٢٠	-١٣
٤	١٧-١٥
٥٠	المجموع

أحسب : الوسط الحسابي لهذه البيانات بالطرق المختلفة لحساب المتوسط

الحل

فئات	تكرارات (ك)	س	ك × س
- ٧	٧	٨	٥٦
- ٩	٩	١٠	٩٠
- ١١	١٠	١٢	١٢٠
- ١٣	٢٠	١٤	٢٨٠
١٧- ١٥	٤	١٦	٦٤
المجموع	٥٠		٦١٠

أولاً: طريقة مراكز الفئات العامة: وفيها تحدد مراكز الفئات ثم تضرب تكرار كل فئة في التكرارات ينتج الوسط الحسابي ويظهر ذلك في الجدول التالي :

$$\therefore \bar{س} = \frac{\text{مج ك س}}{\text{مج ك}} = \frac{٦١٠}{٥٠} = ١٢,٢ \text{ درجة}$$

ثانياً: الطريقة المختصرة: وفيما يتم اختيار وسط فرض ويستحسن أن يكون في وسط الفئات وتطرحة من جميع مراكز الفئات وتتلخص في خطوات الحل في الجدول التالي:

فئات	ك	س	ح	ك ح
- ٧	٧	٨	- ٤	- ٢٨
- ٩	٩	١٠	- ٢	- ١٨
- ١١	١١	١٢	صفر	صفر
- ١٣	١٣	١٤	٢	٤٠
١٧-١٥	٤	١٦	٤	١٦
المجموع	٥٠			- ٤٦
				٥٦+
				١٠+

لاحظ أن الوسط الفرضي المختار $أ = ١٢$ ويمكن للطالب إختيار أى رقم آخر في أول أو وسط أو آخر الجدول ويكون الوسط الحسابي في الصورة التالية:

$$\bar{س} = \left(\frac{\text{مجم ك ح}}{\text{مجم ك}} \right) + أ$$

$$\bar{س} = \left(\frac{١٠}{٥} \right) + ١٢ = ١٢ + ٢ = ١٤$$

وهو نفس الوسط الحسابي في الطريقة الأولى

ثالثاً: الطريقة المختزلة: وفيما نأخذ عامل مختزل من قيم مراكز الفئات بعد اختصارها أي من قيم (ح) في العمود الرابع من الجدول السابق ومن

الواضح أن العامل المشترك بين ارقام العمود الرابع هو م=٢ ويمكن تلخيص الحسابات فى الجدول التالى:

فئات	ك	س	ح	ح'	ك ح'
-٧	٧	٨-	٤-	٢-	١٤-
-٩	٩	١٠	٢-	١-	٩-
-١١	٠	١٢	صفر	صفر	صفر
-١٣	٢٠	١٤	٢	١	٢٠
١٧-١٥	٤	١٦	٤	٢	٨
المجموع	٥٠				٢٣- ٢٨+ ٥+

ويكون الوسط الحسابي فى الصورة التالية:

$$\therefore \bar{س} = \left(\frac{\text{مجم ك ح}'}{\text{مجم ك}} \right) \times \bar{أ} + \bar{أ}$$

$$= ١٢ + \left(٢ \times \frac{٥}{٥٠} \right)$$

$$= ١٢,٢ + \left(٢ \times \frac{١}{١٠} \right) = ١٢,٢$$

وهكذا تتطابق النماذج لحساب الوسط الحسابى بأى أسلوب من الأساليب الثلاثة السابقة:

٢- الوسيط وبعض المقاييس الاحصائية الترتيبية المشابهة:

أولاً: الوسيط Median :

يعرف الوسيط بأنه القيمة التي تقع في منتصف القيم وتقسّمها إلى قسمين متساويين بحيث أن أى قيمة قبلها أقل منها وأى قيمة بعدها أكبر منها . ويعنى هذا أنه إذا رتبنا البيانات أو المشاهدات ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً فإن الوسيط هو تلك القيمة التي نجد أن نصف قيم المشاهدات أقل منها والنصف الآخر أكبر منها . أو بعبارة أخرى هو القيمة الوسطى لعدد فردى من المشاهدات المرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً، وهو الوسط الحسابى لقيمتين وسيطتين لعدد زوجى من المشاهدات المرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً .

أ- الوسيط من بيانات مفردة (أو غير مبوبة):

لحساب الوسيط في حالة البيانات غير المبوبة فإننا نرتبها تصاعدياً أو تنازلياً ثم نحدد ترتيب القيمة الوسيطة حيث يكون:

١- إذا كان عدد البيانات فردياً فإن:

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{عدد المفردات} + 1}{2} = \frac{n + 1}{2}$$

ويكون الوسيط هو القيمة التي رتبتهما

٢- إذا كان عدد البيانات زوجياً فإنه يوجد قيمتين وسيطتين رتبتهما:

$$= \frac{\text{عدد المفردات} + 1}{2} , \frac{\text{عدد المفردات}}{2} + 1$$

$$\text{أى أن } \frac{N}{2}, \frac{N}{2} + 1$$

ويكون قيمة الوسيط هو الوسط الحسابى للقيمتين الوسيطتين التى رتبتهما

$$\text{أى أن } \frac{N}{2}, \frac{N}{2} + 1 \text{ المثال التالى يوضح هذه الفكرة.}$$

مثال (٧) توضيحى : إذا كان لدينا البيانات التالية:

٢٤ ، ١٨ ، ٢٠ ، ١٧ ، ٢٣ ، ٢٢ ، ١٩ ، ٢٨ ، ٢١

أحسب الوسيط لهذه القيم:

الحل لحساب الوسيط نتبع الخطوات التالية:

١- نرتب القيم ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً فى الصورة

٢٨ ، ٢٤ ، ٢٣ ، ٢٢ ، ٢١ ، ٢٠ ، ١٩ ، ١٨ ، ١٧

٢- نحدد موقع الوسيط أو ترتيب الوسيط حيث نلاحظ أن عدد المفردات فردياً (ن = ٩) .

$$\text{ترتيب الوسيط (موقع الوسيط)} = \frac{1+N}{2} = \frac{1+9}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

٣- قيمة الوسيط هو القيمة التى رتبناها أو موقعها الخامسة، وبالنظر إلى

البيانات السابقة نجد أن القيمة التى موقعها الخامسة هى ٢١ أى أن قيمة

الوسيط لهذه القيم = ٢١ .

ملاحظة: أحسب الوسيط إذا أضفنا إلى القيم السابقة القيمة ٢٧

ومن الملاحظ أنه بإضافة القيمة الجديدة يصبح عدد المشاهدات زوجياً
ولذلك نرتب القيم كما سبق مع وضع القيمة الجديدة في ترتيبها الصحيح ثم نحدد
موقع الوسيط وقيمته طبقاً للطريقة السابقة شرحها أى أن:

القيم مرتبة تصاعدياً: ١٧، ١٨، ١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤،
٢٧، ٢٨ حيث عدد المشاهدات أصبح زوجياً (ن = ١٠) فإن هناك قيمتين
وسيتطين موقعها

$$\frac{ن}{٢} ، \frac{ن}{٢} + ١$$

$$١٠ ، ١٠$$

$$٥ = \frac{١٠}{٢} ، ٦ = ١ + \frac{١٠}{٢}$$

أى أن أن القيمة الوسيطة الأولى هي القيمة الخامسة أو القيمة الوسيطة
الثانية هي القيمة السادسة ويكون قيمة الوسيط هو الوسيط الحسابى للقيمتين
الوسيتطين أى أن:

$$\text{القيمة الخامسة} = ٢٠$$

$$\text{القيمة السادسة} = ٢١$$

$$\text{الوسيط} = \frac{٢٠ + ٢١}{٢} = ٢٠,٥$$

مع ملاحظة أنه في حالة وجود عدد كبير من البيانات فإنه يمكن أن
نأخذ $\frac{ن}{٢}$ (عدد البيانات مقسوماً على ٢) للدلالة على ترتيب الوسيط بعض
النظر عن كود العدد (ن) فردياً أو زوجياً، وأن كان من الأفضل فى مثل

هذه الحالات بتبويب البيانات في صورة جدول تكرارى أولاً للتغلب على صعوبة وجود عدد كبير جداً من البيانات .

ب - الوسيط في حالة البيانات المبوبة (توزيع تكرارى):

إذا كانت بيانات الظاهرة معروضة في جدول توزيع تكرارى فاننا إما أن نلجأ إلى طريقة لرسم أو الطريقة الحسابية لتقدير الوسيط وسوف نوضح كل من الطريقتين لبيانات تقدير الوسيط من خلال المثال التالى:

مثال (٨) : لدينا الجدول التكرارى التالى:

فئات	-٥٠	-٦	-٦٥	-٧٠	-٧٥	-٨٠	-٨٥	-٩٠	٩٠-١٠٠	المجموع
تكرارا	١	٢	١٠	١٢	٢١	٦	٩	٤	٤	٨٠

أحسب الوسيط لكل من: أ - الطريقة البيانية (الرسم) ب - الطريقة الحسابية .

الحل

حيث أن الوسيط مقياس ترتيبي يعتمد على ترتيب البيانات تصاعدياً (أو تنازلياً) فان تقدير الوسيط في حالة الجداول التكرارية سيكون من جداول التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد او الهابط وذلك باستخدام الحدود العليا للفئات في حالة المتجمع الصاعد واستخدام الحدود الدنيا للفئات فى حالة المتجمع الهابط كما سبق أن ذكرنا، ثم نقدر الوسيط سواء بيانياً أو حسابياً فى الصورة التالية:

جدول التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد

فئات الصاعد	تكرارات الصاعد
أقل من ٥٥	١
أقل من ٦٠	٣
أقل من ٦٥	١٤
أقل من ٧٠	٢٤
أقل من ٧٥	٣٦
أقل من ٨٠	٥٧
أقل من ٨٥	٦٣
أقل من ٩٠	٧٢
أقل من ٩٥	٧٦
أقل من ١٠٠	٨٠

أولاً: الطريقة الحسابية:

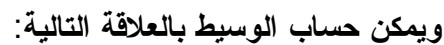
١- بعد تحديد جدول التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد (أو الهابط) نحدد موقع الوسيط أو ترتيبه فى الصورة التالية:

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{n}{2} = \frac{80}{2} = 40$$

لاحظ أنه نظراً لأن البيانات فى صورة جدول تكرارى فان موقع الوسيط أو ترتيب الوسيط يتحدد دائماً بقسمة عدد المشاهدات على ٢ بصرف النظر عن كون عدد البيانات زوجياً أو فردياً.

٢- تحديد الفئة التى يقع داخلها الوسيط وحيث أن ترتيب الوسيط أى موقعه يساوى ٤٠ فنجد أنها تتحصر بين التكرار المتجمع ٣٦ الذى يناظر حد الفئة ٧٥ والتكرار المتجمع الذى يناظر حد الفئة ٨٠ .

الفئة الوسيطة



تكرار الحد الأعلى - تكرار الحد الأدنى

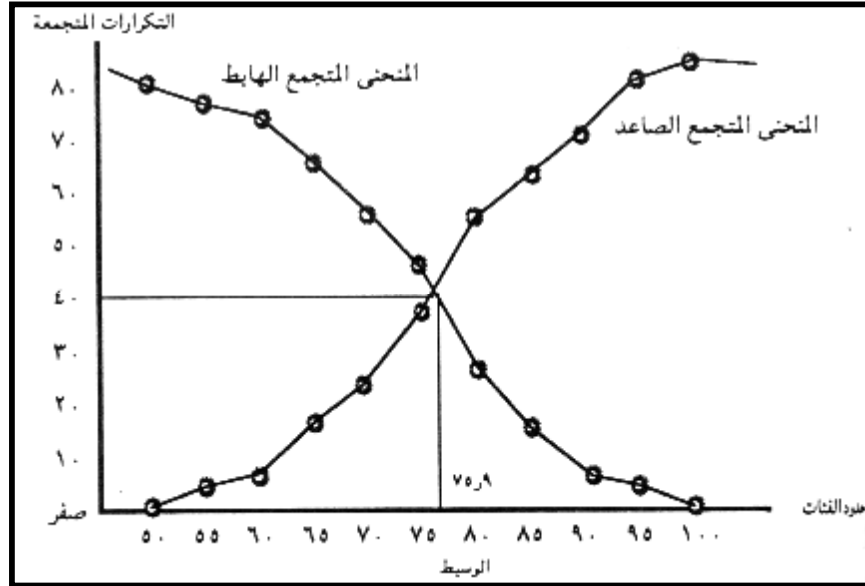
PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$75,952 = \frac{20}{21} + 75 = 5 \times \left(\frac{4}{21} \right) + 75 =$$

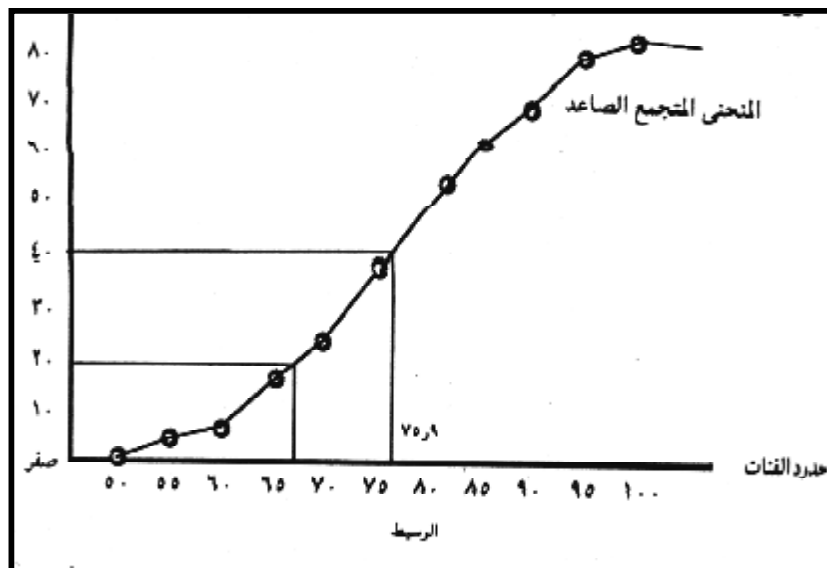
تكرارات الهابط	فئات الهابط	تكرارات الصاعد	فئات الصاعد
٨٠	٥٠ فأكثر	١	أقل من ٥٥
٧٩	٥٥ فأكثر	٣	أقل من ٦٠
٧٧	٦٠ فأكثر	١٤	أقل من ٦٥
٦٦	٦٥ فأكثر	٢٤	أقل من ٧٠
٥٦	٧٠ فأكثر	٣٦	أقل من ٧٥
٤٤	٧٥ فأكثر	٥٧	أقل من ٨٠
٢٣	٨٠ فأكثر	٦٣	أقل من ٨٥
١٧	٨٥ فأكثر	٧٢	أقل من ٩٠
٨	٩٠ فأكثر	٧٦	أقل من ٩٥
٤	٩٥ فأكثر	٨٠	أقل من ١٠٠

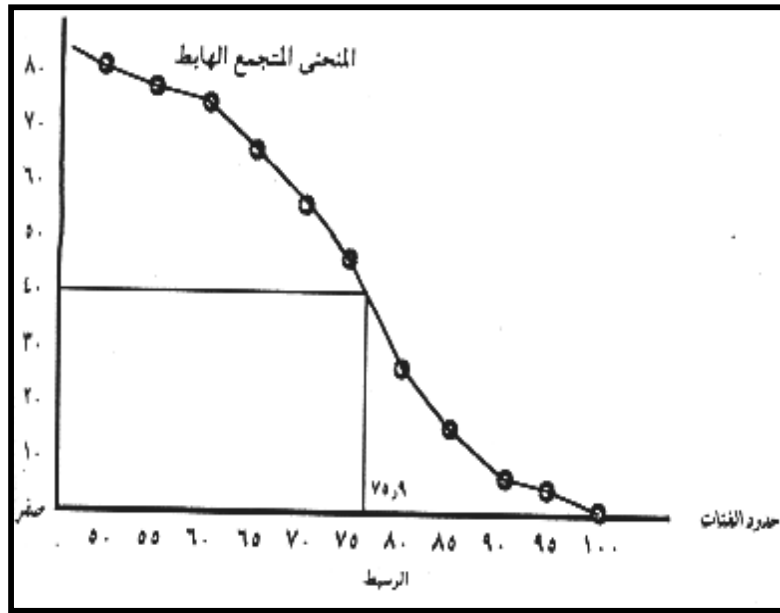
وهذا يعنى أنه إذا رتبنا البيانات الثمانين ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً، فإن القيمة ٧٥,٩٥٢ نقسم البيانات أو المشاهدات إلى قسمين: القسم الأول هو أقل منها والقسم الثانى أكبر منها .

ثانياً: الطريقة البيائية: لتقدير الوسيط بيانياً فإننا نرسم المنحنى المتجمع الصاعد والمنحنى المتجمع الهابط فى شكل واحد وتكون نقطة تقاطعهما ممثلة للوسيط فى الشكل التالى .



ويمكن الحصول على قيمة الوسيط باستخدام أحد المنحنيين المتجمعين فقط
 فيمكن الحصول عليه برسم المنحنى المتجمع الصاعد فقط أو المنحنى
 المتجمع الهابط فقط في الصورة التالية





لاحظ أن الوسيط هو القيمة التى تشمل ٥٠% من قيم المشاهدات فإنه يمكن بنفس الطريقة تحديد القيم التى تمثل نسبة مئوية معنوية. أى القيمة التى تقل ٥٠% من المشاهدات أو التى تزيد ٥٠% من المشاهدات عنها. وبالتالي فإنه يمكن بنفس الطريقة تحديد القيمة التى يقل نسبة مئوية معينة من البيانات عنها أو تزيد نسبة مئوية من البيانات عنها فمثلاً القيمة التى تمثل ٢٥% من القيم أى
$$٢٥\% = \frac{٨٠}{٤} = \frac{٢٠}{٤}$$

يمكن الحصول عليها من المحنى المتجمع الصاعد كما هو واضح من الشكل السابق وهذه الفكرة هى أساس بقية المقاييس الترتيبية الأخرى والتي سنوضحها فيما يلى:

بعض مقاييس الموضع الترتيبية:

توجد مقاييس موضع ترتيبية وهى ليست متوسطات ولكن تحدد موضع قيمة أخرى غير الوسط مثل القيمة التى تقسم البيانات بنسب ربيعية أو خماسية أو عشرية أو مثنوية وهكذا . والسبب فى ذكرها هنا هو أن طريقة تقديرها وحسابها مماثلة لطريقة تقدير الوسيط . ومن هذه المقاييس ما يلى:

أ-الربيعات:

إذا قسمنا مجموعة البيانات بعد ترتيبها إلى أربعة مجموعات متساوية فى العدد فإن القيمة التى يسبقها $\frac{1}{4}$ القيم تسمى بالربيع الأول أو الربيع الأدنى . أما القيمة التى يسبقها $\frac{3}{4}$ القيم فتسمى بالربيع الثالث أو الربيع الأعلى، وبالتالي فإن الوسيط يكون بمثابة الربيع الثانى أو الربيع الأوسط نظراً لأنه القيمة التى يسبقها $\frac{2}{4}$ القيم أى نصف القيم .

ولإيجاد أى من الربيعات يتبع ما يلى:

١ -ترتيب البيانات ترتيباً تصاعدياً .

٢ -توجد موضع أو ترتيب الربيع المطلوب فإذا كان الربيع الأول فيكون ترتيبه $\frac{N}{4}$ وإذا كان الربيع الثانى فإن ترتيبه $\frac{N}{2}$ وإذا كان الربيع الثالث فإن ترتيبه $\frac{3N}{4}$.

٣ -توحد القيمة التى موضعها أو ترتيبها أو تكرارها هو الترتيب المطلوب فيكون الربيع المطلوب وهذه هى نفس طريقة الوسيط .

٤- نتبع نفس طريقة تقدير الوسيط في حالة البيانات ذات الجداول التوزيعية التكرارية لإيجاد الربيعات حيث توجد أولاً جدول التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد ثم تحدد ترتيب الربيع المطلوب فإذا كان الأول يكون ترتيبه $\frac{N}{4}$ وإذا كان الثالث يكون ترتيبه $\frac{3N}{4}$ وهكذا.

ثم تحدد الفئة الربيعية المطلوبة ومنها نستخدم إما الطريقة الجبرية أو العلاقة التالية:

فمثلاً:

ترتيب الربيع - تكرار الحد الأدنى
الربيع المطلوب = الحد الأدنى للفئة الربيعية + $\frac{\text{تكرار الحد الأدنى} - \text{تكرار الحد الأعلى}}{\text{طول الفئة الربيعية}}$

فمثلاً:

ترتيب الربيع - تكرار الحد الأدنى
الربيع الأول = الحد الأدنى للفئة الربيعية الأولى + $\frac{\text{تكرار الحد الأدنى} - \text{تكرار الحد الأعلى}}{\text{طول الفئة الربيعية}}$

ويمكن إيجاد قيم الربيعات بطريقة الرسم البياني بنفس طريقة إيجاد الوسيط بيانياً والجديد بالذكر أنه إذا وقع أى من هذه الربيعات على حدود أحد الفئات فإن قيمة الربيع تساوى قيمة الحد الأعلى للفئة الربيعية فى حالة المتجمع الصاعد ويساوى قيمة الحد الأدنى للفئة الربيعية فى حالة المتجمع الهابط.

ب-العشيرات والمنيئات:

فى كثير من الأحيان يكون المطلوب هو البحث عن القيمة التى يسبقها $\frac{1}{10}$ القيم وبالتالي يليها $\frac{9}{10}$ القيم أو عن القيمة التى تسبقها $\frac{2}{10}$ من القيم ويليهما $\frac{8}{10}$ القيم وهكذا، ومن الواضح أن هذه القيم تقسم البيانات إلى عشرة أقسام متساوية العدد ولذلك يطلق عليها أسم العشيرات فالعشير الأول هو تلك القيمة التى يسبقها القيم فى حين أن العشير الثانى هو تلك القيمة التى يسبقها القيم ويليهما القيم والعشير السابع هو تلك القيمة التى يسبقها القيم ويليهما القيم وهكذا .

وبنفس الطريقة يمكن تقسيم البيانات إلى مائة قسم وتسمى القيمة التى تحدد كل قسم بالمئينى فمثلاً المئينى الأول هو تلك القيمة التى يسبقها $\frac{1}{100}$ من القيم ويليهما $\frac{99}{100}$ من القيم ، أما المئين الثانى فهو تلك القيمة التى يسبقها $\frac{2}{100}$ من القيم ويليهما $\frac{98}{100}$ من القيم، والمئينى السابع عشر مثلاً هو تلك القيمة التى يسبقها $\frac{17}{100}$ من القيم ويليهما $\frac{83}{100}$ من القيم وهكذا . ونفس الشئ يمكن تقسيم البيانات إلى عشرين قسم أو ثلاثين قسم أو

خمسین قسم وهكذا • وتسمى القيم بالعشرينات أو الثلاثينيات أو الخمسينيات
وهكذا • إتباع نفس طريقة تقدير الربيعات ف تقدير العشيرات أو العشرينات
أو الثلاثينيات أو الخمسينيات أو المئينيات •

مثال (٩): توضيحي لديك البيانات التالية في جدول تكراري:

فئات	تكرارات
٢٠ -	١٢
٢٥ -	١٧
٣٠ -	٢٠
٣٥ -	٣٥
٤٠ -	٥٨
٤٥ -	٣٨
٥٠ -	١١
٥٥ - ٦٠	٩
المجموع	٢٠٠

أحسب ما يلي:

الوسيط - الربيع الأول - الربيع الثالث - العشير الأول - المئيني الخامس •

الحل

أولاً: يجب أن نحدد جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد أولاً في الصورة التالية:

فئات المتجمع الصاعد	تكرارات المتجمع الصاعد
أقل من ٢٥	١٢
أقل من ٣٠	٢٩
أقل من ٣٥	٤٩
أقل من ٤٠	٨٤
أقل من ٤٥	١٤٢
أقل من ٥٠	١٨٠
أقل من ٥٥	١٩١
أقل من ٦٠	٢٠٠

ثانياً: تحديد مواضع وترتيبات المقاييس المطلوبة:

$$١ - \text{ترتيب الوسيط} = \frac{ن}{٢} = \frac{٢٠٠}{٢} = ١٠٠$$

وتكون الفئة الوسيطة هي (٤٠ - ٤٥)

ترتيب الوسيط - تكرار الحد الأدنى

$$\text{الوسيط} = \text{الحد الأدنى للفئة الوسيطة} + \frac{\text{تكرار الحد الأدنى} \times \text{طول الفئة الوسيطة}}{\text{تكرار الحد الأعلى} - \text{تكرار الحد الأدنى}}$$

$$٤١,٣٨ = \left[٥ \times \frac{١٦}{٥٨} \right] + ٤٠ = ٥ \times \frac{٨٤ - ١٠٠}{١٠٠ - ١٤٢} + ٤٠ =$$

٢ - فيجاد الربع الأول تحدد ما يلي:

$$\text{ترتيب الربع الأول} = \frac{ن}{٤} = \frac{٢٠٠}{٤} = ٥٠$$

وبالتالى فإن الفئة الربعية الأولى ى ٣٥ - ٤٠

ترتيب الربع الأول - تكرار الحد الأدنى

١ ر = الحد الأدنى للفترة الربعية الأولى + $\frac{\text{طول الفئة الربعية} \times (\text{تكرار الحد الأعلى} - \text{تكرار الحد الأدنى})}{\text{الحد الأعلى} - \text{الحد الأدنى}}$

أى أن

$$١ ر = ٣٥ + \frac{٥٠ - ٤٩}{٨٤ - ٤٩} \times ٥ = ٣٥,١٤$$

٣ - لإيجاد الربع الثالث نحدد

$$\text{ترتيب الربع الثالث} = \frac{٣}{٤} = \frac{٣ \times ٢٠٠}{٤} = ١٥٠$$

وتكون الفئة الربعية الثالثة

ترتيب الربع الثالث - تكرار الحد الأدنى

$r = \text{الحد الأدنى للفئة الربعية الثالثة} + \frac{\text{تكرار الحد الأدنى} \times \text{طول الفئة الربعية}}{\text{تكرار الحد الأعلى} - \text{تكرار الحد الأدنى}}$

$$r = 45 + \frac{5 \times (150 - 42)}{180 - 142} = 46,05$$

٤ - لإيجاد العشير الأول تحدد:

$$\text{ترتيب العشير الأول} = \frac{200}{10} = 20$$

وتكون الفئة العشرية الأولى هي (٢٥ - ٣٠)

ترتيب العشير الأول - تكرار الحد الأدنى

$e = \text{الحد الأدنى للفئة العشرية الأولى} + \frac{\text{تكرار الحد الأدنى} \times \text{طول الفئة العشرية}}{\text{تكرار الحد الأعلى} - \text{تكرار الحد الأدنى}}$

$$e = 25 + \frac{5 \times (20 - 12)}{29 - 12} = 27,35$$

٥ - لإيجاد المئبي الخامس نحدد:

$$\text{ترتيب المئبي الخامس} = \frac{200}{10} = 20$$

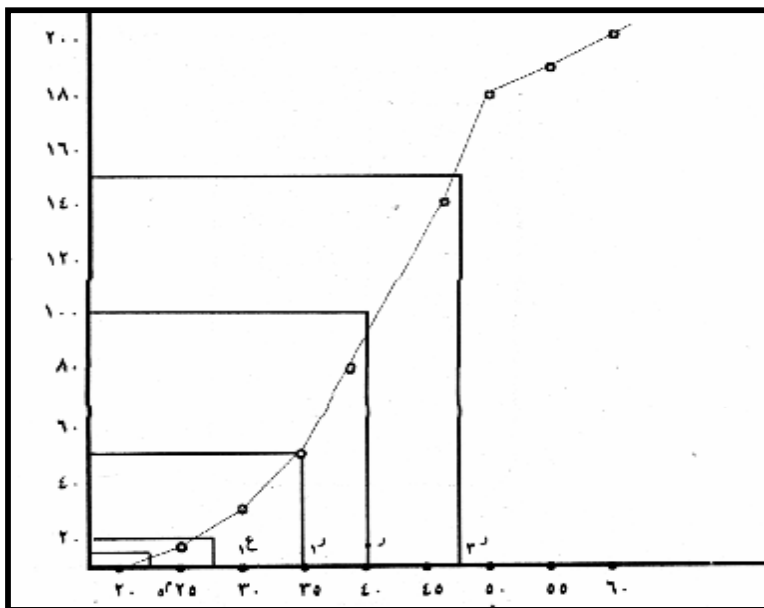
وتكون الفئة المئبية الخامسة هي (٢٥ - ٣٥)

ترتيب المئبي الخامس - تكرار الحد الأدنى

$m = \text{الحد الأدنى للفئة المئبية الخامسة} + \frac{\text{تكرار الحد الأدنى} \times \text{طول الفئة العشرية}}{\text{تكرار الحد الأعلى} - \text{تكرار الحد الأدنى}}$

$$م = ٢٠ + \frac{٢٠ - صفر}{١٢ - صفر} \times ٢٤,١٧ = ٥$$

ويمكن الوصول إلى تلك المقاييس الترتيبية بيانياً إذا رسمنا المنحنى التجميع الصاعد في الشكل التالي:



مثال (١٠)

: لديك الجدول التالي:

فئات	تكرارات
- ٢٠	٢
- ٢٥	٧
- ٣٠	١٠
- ٣٥	١٥
- ٤٠	١٨
- ٤٥	٨
- ٥٠	٣
٦٠ - ٥٥	٥

أحسب الوسيط حسابياً

الحل : تحدد جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد

فئات	تكرارات
أقل من ٢٥	٢
أقل من ٣٠	٩
أقل من ٣٥	١٩
أقل من ٤٠	٣٤
أقل من ٤٥	٥٢
أقل من ٥٠	٦٠
أقل من ٥٥	٦٣
أقل من ٦٠	٦٨

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{68}{2} = 34$$

وبالبحث في جدول التوزيع التكراري المتجمع نجد أن ترتيب الوسيط يقابل الفئة التي حدها الأعلى ٤٠ ويكون هو قيمة الوسيط.

مثال (١١): لديك الجدول التكراري التالي:

فئات	تكرارات
- ٥	١
- ٨	٧
- ١١	٩
- ١٤	صفر
- ١٧	٦
- ٢٠	٧
- ٢٣	٢
٢٨-٢٦	٣
المجموع	٣٤

احسب الوسيط حسابياً:

الحل: تكون جدول التكرار المتجمع الصاعد

فئات الصاعد	تكرارات الصاعد
أقل من ٨	١
أقل من ١١	٨
أقل من ١٤	١٧
أقل من ١٧	١٧
أقل من ٢٠	٢٣
أقل من ٢٣	٣٠
أقل من ٢٦	٣٢
أقل من ٢٨	٣٤

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{34}{2} = 17$$

لاحظ أن تكرار الوسيط ١٧ يوجد مرتين في الجدول الأول تقابل الحد الأدنى ١٤ والثانية تقابل الحد الأعلى ١٧ • ومن ثم يمكن حساب الوسيط على أنه •

الوسط الحسابي للقيمتين الوسيطين أي أن:

$$\text{الوسيط} = \frac{14 + 17}{2} = \frac{31}{2} = 15,5$$

بعض الخصائص الإحصائية للوسيط :

أ- سبق أن بينا أن مجموع انحرافات القيم عن وسطها يساوى صفر بشرط أن يكون هذا الجمع جمعاً جبرياً بحيث يحتفظ كل انحراف بإشارته سواء كانت موجبه أو سالبة •

وإذا جمعنا هذه الانحرافات بحيث لا تراعى الإشارة، بل تعاملها جميعاً على أنها موجبة وهى ما يطلق عليها أسم الانحرافات المطلقة لوجدنا أن مجموع الانحرافات المطلقة عن الوسيط أصغر من مجموع الانحرافات المطلقة عن الوسط الحسابي •

فإذا فرضنا مثلاً أنه لدينا البيانات التالية:

$$5, 9, 12, 16, 28$$

$$70$$

$$\text{فإن الوسط الحسابي س-} = \frac{70}{5} = 14$$

$$\text{الوسيط} = 12$$

وتكون الانحرافات المطلقة فى الصورة التالية:

الانحرافات المطلقة		
س	س - س	الانحراف عن الوسيط س-س
٥	٩=١٤-٥	٧=٢-٥
٩	٥=١٤-٩	٣=١٢-٩
١٢	٢=١٤-١٢	١٢-١٢ = صفر
١٦	٢=١٤-١٦	٤ = ٢-١٦
٢٨	١٤=١٤-٢٨	١٦ = ١٢ - ٢٨

لاحظ أن مجموع الانحرافات المطلقة عن الوسيط أصغر من مجموع

الانحرافات المطلقة عن الوسط الحسابى •

ب - يتأثر الوسيط بالقيم الوسطى أكثر مما يتأثر بالقيم المتطرفة فى التوزيع التكرارى • وهو بهذا يكون على نقيض المتوسط الذى يتأثر القيم المتطرفة أكثر من تأثره بالقيم الوسطى •

ومن ثم يصلح الوسيط كمقياس للنزعة المركزية أكثر من المتوسط عندما تكون أطراف التوزيع متراكمة متجمعة غير مستوية (متطرفة) كأن يكون التوزيع ملتو إما جهة اليمين أو جهة اليسار •

ج - الوسيط يصلح فى الحالات التى تهدف إلى قسمة التوزيع التكرارى إلى قسمين متساويين من وسطه، فيصبح بذلك التوزيع ثنائياً أى أعلى من الوسيط وأقل من الوسيط • وهذه الخاصية لها أهميتها فى حساب

معاملات الارتباط التى تعتمد على مثل هذه التقسيم الثنائى مثل معاملات الارتباط الرباعية •

٣- المنوال Mode :

يعرف المنوال بأنه القيمة الأكثر تكرار أو الأكثر شيوعاً بين القيم، ولذلك يستخدم المنوال كمقياس من مقاييس الموضع الذى يعبر عن بيانات وصفته حيث تستطيع أن نميز الصفة الشائعة بين أوجه الظاهرة، والمنوال لمجموعة مفردات قد يكون وحيد القيمة وقد لا يكون وحيداً بمعنى أنه قد يوجد قيمتين منواليتين أو أكثر لمجموعة مفردات بمعنى أنه قد يكون هناك قيمتين أو أكثر أو صفتين أو أكثر لهما تكرارات متساوية أكثر شيوعاً وقد لا توجد قيمة متوالية لمجموعة المفردات على الإطلاق بمعنى أنه قد لا توجد قيمة أو صفة تستأثر بأكبر التكرارات داخل المجموعة فمثلاً البيانات ٢، ٣، ٥، ٧، ٩، ٩، ١٠، ١١، ١٢ لها منوال واحد Unimodal وهو القيم (٩) حيث تكررت ثلاث مرات أكثر من غيرها من القيم كذلك فإن ٣، ٥، ٨، ١٠، ١٢، ١، ١٦ ليس لها منوال حيث لا توجد قيمة تكررت أكثر من غيرها، أما البيانات ٢، ٣، ٤، ٤، ٤، ٥، ٥، ٥، ٧، ٧، ٩ فلها قيمتين منواليتين هما ٤، ٧ حيث تكررت كل منهما بعدد تكرارات متساوية أكبر من أى تكرارات أخرى.

وهذا وإذا كانت البيانات الإحصائية مبوبة فى صورة جدول توزيع تراعى فإن المنوال يعتبر هو نقطة (أو نقط) النهاية العظمى لمنحنى التوزيع التكرارى بمعنى أنه القيمة (أو القيم) التى تناظر قيمة (أو قمم) منحنى التوزيع التكرارى لهذه البيانات.

تقدير المنوال:

توجد عدة طرق لتقدير المنوال نستعرض بعضها فيما يلي:

الطريقة الأولى: طريقة مركز الفئة المنوالية:

إذا كانت الفئة المنوالية لأى توزيع تكرارى هى تلك الفئة التى تناظر أكبر تكرارات فيه فإن يمكن اعتبار مركز الفئة المنوالية هو تقدير المنوال التوزيع.

وهذه الطريقة تعتبر من أسهل طرق تقدير المنوال إلا أنها غير دقيقة لأن قيمة المنوال فى هذه الحالة تتحاز إلى بداية الفئة المنوالية أو إلى نهاية الفئة المنوالية وذلك حسب كون تكرار الفئة قبل الفئة المنوالية أكبر من أو أصغر من تكرار الفئة بعد المنوالية وهذا يعنى أن قيمة المنوال لا يمكن أن تكون فى مركز الفئة المنوالية اللهم إلا إذا تساوى كل من تكرارى الفئتين السابفة واللاحقة للفئة المنوالية.

الطريقة الثانية: طريقة الفروق "طريقة كارل بيرسون"

فى هذه الطريقة نتبع الخطوات التالية:

- ١- ننزع كل من الفئة السابقة للفئة المنوالية والفئة المنوالية نفسها والفئة اللاحقة للفئة المنوالية من جدول التوزيع التكرارى البسيط.
- ٢- نحسب f_1 التى تمثل الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة السابقة أى أن إذا كان تكرار الفئة السابقة K_1 وتكرار الفئة المنوالية K وتكرار الفئة اللاحقة K_2 فإن $f_1 = K - K_1$.
- ٣- نحسب f_2 التى تمثل الفرق بين الفئة المنوالية وتكرار الفئة اللاحقة أى أن $f_2 = K - K_2$.

وإذا كانت $ح_1$ تمثل الحد الأدنى للفئة المنوالية كما أن $ط$ تمثل طول الفئة المنوالية فإنه يمكن حساب قيمة المنوال من العلاقة التالية:

$$\text{المنوال} = \text{الحد الأدنى للفئة المنوالية} + \frac{ف_1}{ف_1 + ف_2} \times \text{طول الفئة المنوالية}$$

$$\text{أى أن المنوال} = ح_1 + ط \times \left[\frac{ف_1}{ف_1 + ف_2} \right]$$

مثال (١٢) : إذا كان لديك البيانات التالية :

فئات	تكرارات
١١ -	١
١٤ -	٣
١٤٧ -	٩
٢٠ -	١٣
٢٣ -	١١
٢٦ -	٣
المجموع	٤٠

أحسب المنوال بالطريقتين السابقتين

الحل:

أولاً: طريقة مركز الفئة

نلاحظ أن الفئة (٢٣-٢٠) هي الفئة التي تقابل أكبر تكرار فى الجدول ومن ثم فهي الفئة المنوالية ويكون مركز هذه الفئة هو $\frac{٢٣+٢٠}{٢}$ $٢١,٥$ يمثل قيمة المنوال .

ثانيا طريقة الفروق: نحدد ف_١ = ١٣ - ٩ = ٤

$$ف_٢ = ١١ - ١٣ = ٢$$

$$ط = ٢٣ - ٢٠ = ٣$$

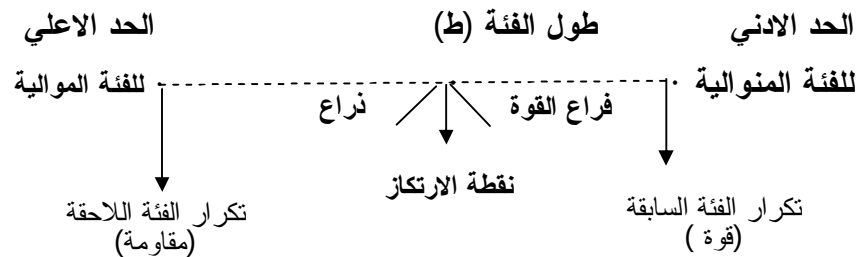
نطبق العلاقة السابقة كالتالي

$$\text{المنوال} = ح_١ + \frac{ف_١}{ف_١ + ف_٢} \times ط$$

$$٢٢ = ٣ \times \frac{٤}{٢ + ٤} + ٢٠ = ٣ \times \frac{٤}{٦} + ٢٠ =$$

الطريقة الثالثة طريقة الرافعة :

وهذه الطريقة مستوحاه من فكرة الرافعة فى الشكل التالي:



وقانون الرافعة هو:

$$\text{القوة} \times \text{ذراعها} = \text{المقاومة} \times \text{ذراعها}$$

فإذا فرضنا أن ذراع القوة س فإن ذراع المقاومة هو ط - س حيث ط هو طول الفئة ذراع الرافعة كله) وتكون نقطة المنوال على بعد س من الحد الأدنى، (ط - س) من الحد الاعلى وتتحدد فيمتها فى الصورة التالية

المنوال = الحد الأدنى للفئة المنوالية + س

أو = الحد الأعلى للفئة المنوالية - (ط - س)

وتتحدد قيمة س من قانون الرافعة في الصورة التالية

تكرار الفئة السابقة × س = تكرار الفئة اللاحقة × (ط - س)

أي أن $K_1 \times س = K_2 \times (ط - س)$

$$أي أن س = \frac{K_2}{K_1 + K_2} \times ط$$

تكرار الفئة اللاحقة

أي أن س = $\frac{\text{تكرار الفئة اللاحقة}}{\text{تكرار الفئة السابقة} + \text{تكرار الفئة اللاحقة}} \times \text{طول الفئة المنوالية}$

ومن ثم فإن قيمة المنوال تكون في الصورة

المنوال = الحد الأدنى للفئة المنوالية + $\frac{\text{تكرار الفئة اللاحقة}}{\text{تكرار الفئة السابقة} + \text{تكرار الفئة اللاحقة}} \times \text{طول الفئة المنوالية}$

$$= ح + \frac{K_2}{K_1 + K_2} \times ط$$

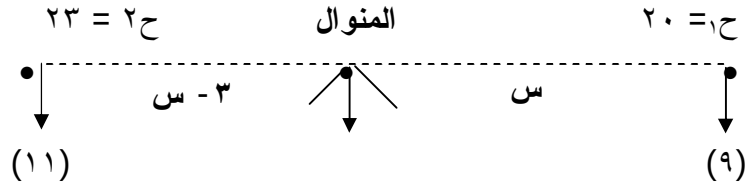
فإذا طبقا هذه الطريقة على بيانات المثال السابقة نجد أن

الحد الأدنى للفئة المنوالية = ٢

تكرار الفئة السابقة = ٩

تكرار الفئة اللاحقة = ١١

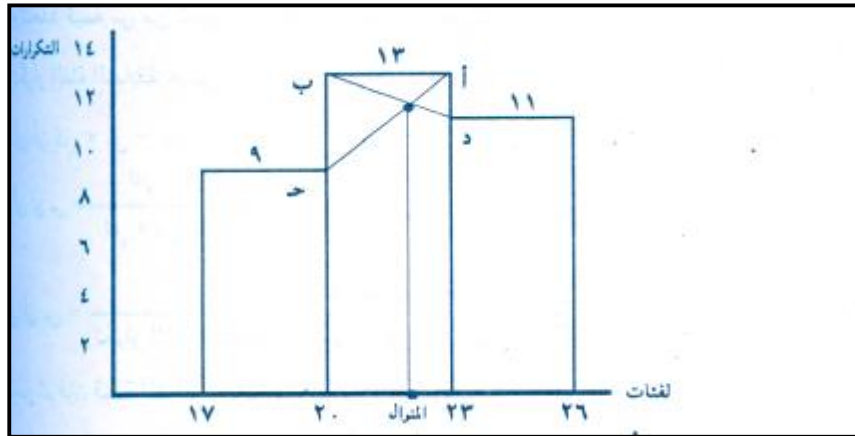
طوله الفئة المنوالية = ٣



$$\text{أي أن المنوال} = ٢٠ + ٣ \times \frac{١١}{١١+٩} = ٢٠ + ٣ \times \frac{١١}{٢٠} = ٢١,٦٥$$

الطريقة الرابعة: الطريقة البيانية:

وفي هذه الطريقة يتم رسم المدرج التكراري المناظر للفئات الثلاث وهي الفئة السابقة للفئة المنوالية والفئة المنوالية نفسها، والفئة اللاحقة والفئة المنوالية ثم نصل النقطة (أ) بالنقطة (ج) وتصل النقطة (ب) بالنقطة (د) الموضحة بالرسم التالي، ومن نقطة تقاطع المستقيم ب د ننزل عمود على المحور الأفقي فيلاقيه في نقطة هي تقدير المنوال بالرسم.



لاحظ أنه إذا كانت فئات جدول التوزيع التكرار غير متساوية فإنه يجب أولاً إيجاد التكرارات المعدلة وذلك التكرارات الأصلية لكل فئة على طول هذه الفئة ثم نتبع نفس الطرق السابقة لتقدير المنوال

مثال (١٣): إذ كان لديك الجدول التالي

فئات	تكرارات
١٤ -	١٣
١٨ -	٣٨
٢٠ -	٦٩
٢٥ -	٢٨
٣٢ -	١٧
٣٥ - ٤٠	٦

احسب المنوال بالطرق المختلفة

الحل: بالنظر السابقة نجد فئاته غير متساوية ومن ثم يجب إجراء تعديلات للحصول على التكرارات المعدلة في الجدول التالي:

فئات	تكرارات	طول	التكرارات المعادلة
- ١٤	١٣	٤	$٣,٢٥ = \frac{١٣}{٤}$
- ١٨	٣٨	٢	$١٩ = \frac{٢٨}{٢}$
- ٢٠	٦٩	٥	$١٣,٨ = \frac{٦٩}{٥}$
- ٢٥	٢٨	٧	$٤ = \frac{٢٨}{٧}$
- ٣٢	١٧	٣	$٥,٦٧ = \frac{١٧}{٣}$
٤٠ - ٣٥	٦	٥	$١,٢٠ = \frac{٦}{٥}$
المجموع	١٧١		

واضح أن الفئة المتوالية هي ١٨ - ٢٠ وتكررها المعدل ك = ١٩

أولاً: طريقة مركز الفئة

المنوال = مركز الفئة المتوالية = ١٩

ثانياً: طريقة الفروق

$$١٥,٧٥ = ٣,٢٥ - ١٩ = ١ ك - ١ ك$$

$$٥,٢ = ١٣,٨ - ١٩ = ٢ ك - ١ ك$$

$$ط = \text{طول الفئة المنوالية} = ٢$$

$$ح١ = \text{الحد الأدنى للفئة المنوالية} = ١٨$$

$$\text{المنوال} = \text{الحد الأدنى للفئة المنوالية} + \frac{ف١}{ف١ + ف٢} \times ط$$

$$= ١٨ + ٢ \times \frac{١٥,٧٥}{٥,٢ + ١٥,٧٥}$$

$$= ١٨ + ٢ \times \frac{١٥,٧٥}{٢٠,٩٥} = ١٩,٥٠$$

$$\text{المنوال} = \text{الحد الأدنى للفئة المنوالية} + \frac{ك٢}{ك١ + ك٢} \times ط$$

ثالثا: طريقة الرافعة:

$$\text{المنوال} = ١٨ + ٢ \times \frac{١٣,٨}{١٣,٨ + ٣,٢٥} = ١٩,٦٢$$

حساب المنوال من الوسيط والوسط

قد تواجه الباحث صعوبات كثيرة في حساب المنوال خاصة عندما يكثر عدد الفئات التي تحتوي على أكبر تكرار، كأن يدل الجدول السابق على فئة أخري تكرارها المعدل ١٩. ولحساب المنوال في مثل هذه الحالات تعتمد على طريقة إحصائية تأخذ في اعتبارها كل من الوسيط والوسيط. والعلاقة التالية توضح العلاقة بين هذه المقاييس الثلاثة:

$$\text{الوسيط الحسابي} - \text{المنوال} = ٣ (\text{الوسط الحسابي} - \text{الوسيط}) \text{ ومنها فإن}$$

$$\text{المنوال} = ٣ \text{ أمثال الوسيط} - \text{ضعف الوسط الحسابي}.$$

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{١}{٢} (٣ \text{ أمثال الوسيط} - \text{المنوال})$$

$$\text{الوسيط} = \frac{1}{3} (\text{ضعف الوسط الحسابي} + \text{المنوال})$$

فإن كان الوسط الحسابي لمجموعة بيانات = ٢٥ وإذا كان وسيط هذه المجموعة = ٢٦ فإنه باستخدام العلاقات السابقة نجد أن

$$\text{المنوال} = 2 \times 25 - 26 \times 3$$

$$= 50 - 78$$

لاحظ أنه في حالة جداول التوزيع التكراري المفتوحة فإنه لا يمكن حساب الوسط الحسابي فإذا كانت هناك ضرورة ملحقه لحسابه فإننا نتبع الخطوات التالية.

- ١ - محاولة إقفال الفئة أو الفئات المفتوحة اعتمادا على طبيعة الظاهرة وخبرة الباحث في ذلك.
- ٢ - إهمال أو حذف الفئة أو الفئات المفتوحة وحساب الوسط الحسابي لباقي التوزيع.
- ٣ - تطبيق العلاقة بين المقاييس الثلاثة في الصورة.

$$\text{الوسيط الحسابي} = \frac{1}{3} (\text{أمثال الوسيط} - \text{المنوال})$$

تمارين

١ - إحسب الوسط الحسابي لدرجات أحد الطلاب وهي:

٧٥ ، ٩٥ ، ٨٢ ، ٤٧ ، ٦٦

٣ - عرف كل من الوسط - الوسيط - المنوال - وأذكر العلاقة بينهم

٤ - فيما يلي جدول تكرارى لأجور عمال أحد الشركات .

الأجر	٣٠٠	٢٥٠	٣٢٠	٣٩٠	٤٥٠
عدد العمال	١٤	١٦	٢٣	٩	٣

أحسب كل من الوسط - الوسيط - المنوال لأجور العمال .

٥ - أجرى باحث دراسة على مجموعة من الأطفال المشردين بهدف التعرف على

مستوى ذكائهم فكانت كالتالى:

٧٣ ، ٤٣ ، ١٠٣ ، ٩٨ ، ٧٢ ، ٦٦ ، ١٠٠ ، ٩٩ ، ٨٧ ، ٨٥ ، ١٠٠ ، ١١٠ ، ٧٢ ،
٨٩ ، ٥٢ ، ٩٦ ، ١٠٢ ، ٨٧ ، ٦٦ ، ٥٣ ، ١٠١ ، ٦٥ ، ٨٥ ، ٩٥ ، ٦٥ ، ٥٢ ،
١٠٠ ، ١١٠ ، ١٠٠ ، ٩٥ .

والمطلوب:

أ - توزيع الدرجات فى جدول تكرارى مدى الفئة فيه ١٠ .

ب - إحسب المتوسط الحسابى بطرق مختلفة .

ج - إحسب الوسيط بطرق مختلفة .

د - إحسب المنوال بطرق مختلفة .

٦- الجدول التالى يبين توزيع عينة من ١٠٠ عامل فى أحد المصانع حسب فئات الدخل الشهرى

فئات الدخل	١٥ -	٢٠ -	٢٥ -	٣٠ -	٣٥ - ٤٠	المجموع
عدد العمال	١٨	٢١	٢٢	١٨	١٠	١٠٠

والمطلوب:

- أ- رسم المدرج التكرارى وإيجاد قيمة المنوال وتحقيق النتيجة حسابياً .
 ب- إيجاد قيمة الدخل الوسيط .

٧- أوجد تقديراً للوسط الحسابى للتوزيع التالى لمدة الزواج لمجموعة من ١٠٠ شخص . ثم استنتج هل التوزيع متماثل أو غير متماثل .

فئات	أقل من سنه	١ -	٥ -	١٠ -	١٥ -	٢٠ - ٢٥
تكرارات	١٨	١٢	٢٨	٢٥	٨	٩

٨- ما هى المقاييس المختلفة للنزعة المركزية، تكلم عن مميزات وعيوب واستعمالات كل مقياس .

٩- إذا كان الوسط الحسابى والوسيط لمجموعة من القيم بها ١٥ مفردة هما س = ٣٢ والوسيط = ٣١ وأضفنا للمجموعة مفردة قيمتها ٣١ فأوجد الوسط الحسابى والوسيط للمجموعة بعد إضافة القيمة الجديدة .

١٠- برهن أن مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابى = صفراً .

١١- الجدول الآتي يبين توزيع العمال حسب عدد ساعات العمل الأسبوعية:

فئات عدد الساعات	٣٨ -	٤٠ -	٤٢ -	٤٦ -	٥٢ -	٥٦ - ٥٨	المجموع
عدد العمال	١٠	٢٠	٩٠	٢٤٠	١١٠	٣٠	٥٠٠

والمطلوب : رسم المدرج التكرارى لهذا التوزيع واستنتاج قيمة المنوال من الرسم .

١ - رسم المنحنى المتجمع الصاعد وإيجاد الوسيط والربيعين من الرسم

ثم التحقق من صحة هذا الاستنتاج بالطرق الحسابية .

٢ - حساب متوسط عدد ساعات العمل الأسبوعية .

١٢ - تحقق حسابياً من تساوى الوسط الحسابى والوسيط والمنوال للتوزيع الآتى

وعلق على هذه الظاهرة .

فئات	٥ -	١٠ -	١٥ -	٢٠ -	٢٥ -	٣٠ -	٣٥ - ٤٠	المجموع
تكرارات	٥	١٠	١٥	٢٠	١٥	١٠	٥	٨٠

١٣ - البيانات التالية هي كمية الأمطار السنوية (بالبوصة) التى سقطت على منطقة

ما خلال ٣٠ سنة متتالية:

٢٥ر١٩	٢٥ر٥٧	٣٤ر٣٢	٢٥ر٢٧	٢٨ر٠٨	٢٦ر٥٧	٢٨ر٩٠
٢٨ر٤٥	٢٨ر٥٩	٣١ر٩٣	٢٥ر٧٨	٢٦ر٠٢	٢٦ر٨٣	٢٤ر٨٧
٣٠ر٩٥	٢٨ر٠٠	٣٣ر٣٤	٢٢ر٤٧	٢٥ر٩٧	٣٠ر٩٣	٣٢ر٨٧
٢٤ر٠٢	٣٤ر٨١	٢٩ر١١	٢٥ر١٥	٣٦ر٥٠	٢٥ر١٧	٣٠ر١٧
٢٩ر١٢	٢٨ر٩٥					

والمطلوب:

- أ- حساب الوسط الحسابي والوسيط لهذه البيانات •
- ب- عرض هذه البيانات في صورة توزيع تكراري ذو فئات متساوية طول كل منها ٣ بوصة مبتدئاً بالفئة ٠.٢٢ • ثم احسب الوسط الحسابي، والوسيط من التوزيع التكراري الناتج وحل ما قد يوجد من فروق بين قيم المتوسطين في أ، ب •

- ١٤ - الجدول التالي يبين توزيع أسر عينة من الريف بحسب النسب المئوية للإنفاق على الطعام والشراب إلى جملة الإنفاق الاستهلاكي والمطلوب •
- أ - حساب الوسط الحسابي للنسب المئوية للإنفاق على الطعام والشراب •
- ب - تقدير الوسيط •
- ج - تقدير المنوال بطريقتي الفروق والرافعة •

فئات نسبة المئوية	٢٤ر -	٣٤ر -	٥٤ر -	٦٤ر -	٧٤ر -	٧٤ر -	٨٤ر -	مجموع
عدد الأسر	٣	١٣	٩٥	٦٧٦	١٤٩٥	٧٢٨	٢٧	٣٠٣٧

- ١٥ - من الجدول التالي احسب قيمة كل من الوسيط والمنوال للأجر الشهري •

فئات الأجر الشهري (بالجنيه)	٥ -	١٠ -	١٥ -	٢٠ -	٢٥ -	٣٠ -	٣٥ -	٤٠ - ٤٥
عدد الأسر	٣٩	٨٢	٩٥	٤٤	٣٣	٢٢	٥	٣

الفصل الثاني

العينات

مفهومها - أنواعها - كيفية اختيارها

٢ - مقدمة:

أن من أهم الأهداف الرئيسية للبحوث الاجتماعية بصفة عامة والبحوث الإحصائية بصفة خاصة هو دراسة تاثير مؤثر أو مجموعة من المؤثرات على ظاهرة معينة بالإضافة إلى تفسير ظهور ظاهرة ما وعلاقتها بظاهرة أخرى أو ظواهر أخرى. فمثلا يهتم الباحث الاجتماعي بدراسة وتفسير ظهور ظاهرة المخدرات بين الشباب أو انتشار الأمراض النفسية كالإكتئاب وغيره. وما هي الأسباب التي أدت إلى ظهور هذه الظواهر والمدى الكمي والنوعي لتأثير هذه الأسباب والمؤثرات على هذه الظاهرة وذلك من أجل الوصول إلى حلول جذرية تعالج هذه الأمراض الاجتماعية الخطيرة على الشباب.

والباحث الاجتماعي بصفة عامة والباحث الإحصائي بصفة خاصة وهو بصدد دراسة هذه الظاهرة وأسبابها ومؤثراتها فإنه يتبع سلسلة من المراحل البحثية المتتابعة والتي يمكن إجمالها في المراحل الرئيسية التالية:

(أ) الشعور بالمشكلة وهي تعتبر نقطة البداية وأول الطريق في أي بحث علمي عموماً فلو لا الشعور بالمشكلة لما استطاع الباحث أن يحدد لنفسه فكرة واضحة عن نوع البيانات المطلوبة جمعها أو المتغيرات المطلوب دراستها.

(ب) وضع الفروض المبدئية التي تحكم الظاهرة محل الدراسة فالفرض يعتبر تفسير مبدئي للظاهرة موضوع الدراسة فمثلاً يضع

(ت) الباحث تفسيرات مبدئية عن سبب انتشار ظاهرة الإكتئاب النفسي بين الشباب في الصورة التالية:

(١) إن الفراغ الديني يؤدي إلى ظاهرة الاكتئاب النفسي .

(٢) إن كثرة الخلافات بين الزوجين تؤدي إلى الاكتئاب النفسي للأبناء مثل هذه التفسيرات المبدئية هي بمثابة فروض قد تكون صحيحة وقد تكون غير صحيحة ولمعرفة مدى صحة هذه الفروض والتفسيرات المبدئية فإن الباحث يحتاج إلى بيانات ومعلومات يتم جمعها وتحليلها وفي ضوء ما يسفر عنه التحليل يقرر الباحث قبول الفرض قبولاً كلياً أو جزئياً أو أنه يرفض الفرض ويبحث عن فرض بديل آخر ليحل محل الفرض المرفوض ويتم ذلك أيضاً في ضوء نتائج تحليل البيانات الإحصائية التي تم جمعها عن الظاهرة .

(ج) جمع البيانات عن الظاهرة موضوع الدراسة فكما تبين عند وضع الفروض والتفسيرات المبدئية للظاهرة فإننا نحتاج إلى إثبات صحتها من عدمه وهذا يتطلب جمع البيانات والمعلومات عن الظاهرة موضوع الدراسة وهذه المرحلة تشتمل على مجموعة من الخطوات الرئيسية والتي من أهمها :

- (١) وضع إطار البحث وخطته العامة .
- (٢) تحديد المجتمع الإحصائي ومفردة البيانات .
- (٣) تحديد مصادر جمع البيانات الإحصائية .
- (٤) تحديد أسلوب جمع البيانات الإحصائية .
- (٥) وضع هياكل الجداول الإحصائية .
- (٦) تصميم الاستمارة الإحصائية .
- (٧) إجراء الدراسة الاستطلاعية .

(٨) جمع البيانات والمعلومات الإحصائية عن الظاهرة موضوع الدراسة •
 (د) تجهيز وتصنيف البيانات الإحصائية حتى تكون جاهزة للعرض والتحليل واستخلاص النتائج •

(هـ) عرض البيانات الإحصائية وهو إما إن يكون عرضاً نظرياً أو جدولياً أو حسابياً أو ما يطلق عليه حساب المقاييس والمؤشرات الإحصائية الخاصة بالظاهرة موضوع الدراسة •

(و) تحليل البيانات الإحصائية من خلال ما يعرف بالاستدلال الإحصائي واختبارات الفروض والوصول إلى نتائج ذات ثقة عالية نستطيع من خلالها تفسير الظاهرة ومعرفة المؤثرات والأسباب والقياس الكمي والنوعي لمدى تأثير هذه الأسباب على الظاهرة موضوع الدراسة ومن ثم الأسباب الحقيقية لها ومحاولة وضع حلول لمثل هذه الظاهرة •

مما سبق نستخلص مدى مساهمة علم الإحصاء في البحوث العلمية حيث يهتم اهتماماً أساسياً بكل من:

(أ) عملية جمع البيانات وتحديد حجمها وأنواعها ومصادرها وكيفية جمعها ثم تجهيزها وتصنيفها وتبويبها حتى تكون جاهزة للتحليل واستخلاص المؤشرات والنتائج اللازمة •

(ب) قياس المؤشرات والمقاييس الإحصائية التي تبلور حجم الظاهرة وشكلها كمياً ونوعياً ومدى علاقتها بالظواهر الأخرى إن وجدت •

(ج) تحليل هذه المقاييس والمؤشرات ودارسة مدى صدقها في الواقع العملي ومدى عموميتها على جميع مفردات الظاهرة.

وفى الواقع فإننا قد تعرفنا في المراحل الدراسية السابقة على المبادئ الأساسية لعلم الإحصاء وعرفنا إن عملية جمع البيانات عن أى ظاهرة من الظواهر تأخذ الحالتين التاليتين :

أولها : يتم جمع البيانات عن جميع مفردات الدارسة بمعنى انه يتم عملية حصر شامل لكل مفردات مجتمع الدارسة ثم يتم جمع البيانات والمعلومات عن كل مفردة من هذه المفردات جميعها وهذا ما يطلق عليه اسم طريقة الحصر الشامل • وهذه الطريقة

على الرغم من أنها دقيقة جدا ونسبة الخطأ فيها ضئيلة إذا توافرت الإمكانيات الفعلية لدى الباحث إلا إن لها عيوباً كثيرة من أهمها ما يلي :

- (١) تستنفذ مجهوداً كبيراً وتحتاج إلى عمليات طويلة ومرهقة ومن ثم تستلزم وقتاً طويلاً قد يحول دون إظهار النتائج في الميعاد المناسب •
- (٢) تحتاج إلى أموال كثيرة ومن الجائز ألا يعود الصرف عليها بالفائدة المنتظرة •
- (٣) قد يتلف أو يفنى المجتمع بأسرة كاختيار شحنة من الذخيرة أو دارسة جودة كمية من البيض أو تحليل دم احد الأشخاص وفى هذه الحالة يسبب الحصر الشامل الوفاة للمرضى.

(٤) من الصعب توفير وتدريب العدد اللازم من جامعي البيانات نظرا لكثرة عددهم .

(٥) قد يؤدي إلى نتائج مضللة إذ انه معرض لخطأ التحيز الناشئ عن قصور الإمكانات إلا انه خالي تماما من خطأ الصدقة أو العشوائية.

ثانيهما : يتم جمع البيانات والمعلومات عن جزء من مفردات المجتمع الاصلى والذي يطلق عليه اسم العينة حيث يتم اختيار جزء من مفردات المجتمع وهذا الاختيار يتم بطرق علمية دقيقة يتحدد من خلالها حجم هذا الجزء

وكذلك طريقة المفردات التي يتكون منها هذا الجزء ثم يتم جمع البيانات والمعلومات من هذه المفردات التي وقع الاختيار عليها في العينة المحددة . وهذه الطريقة من طرق جمع البيانات يطلق عليها اسم طريقة العينات . ويراعى في اختيار العينة تمثيل مجتمع الدراسة بكل وحداته وخصائصه تمثيلا دقيقا وصادقا وعلى الرغم من إن هذه الطريقة يعيبها أنها غير دقيقة ونسبة الخطأ فيها أكبر منها في الحصر الشامل إلا إذا حسن استخدامها واختيارها على أسس علمية سليمة فإن بها من المميزات ما يجعل الباحثون يقبلون عليها في بحوثهم المختلفة ومن أهمها ما يلي :

(١) المجهود المبذول اقل والعمليات الحسابية ابسط والوقت اللازم اقل بكثير من الحصر الشامل .

(٢) تقليل النفقات وتوفير المال .

(٣) لا يفنى أو يتلف المجتمع .

(٤) يمكن توفير وتدريب العدد اللازم من جامعي البيانات نظر لقلّة العدد .

(٥) يمكن بواسطة هذه الطريقة الحد من خطأ التحيز ولكنها معرضة لخطأ الصدفة أو العشوائية •

ومن هنا نرى انه يمكن تقسيم الدراسات والبحوث من حيث درجة الشمول لمفردات مجتمع الدراسة الاصلى إلى بحوث شاملة (باستخدام طريقة الحصر الشامل) وبحوث باستخدام طريقة العينات •

فالبحث بطريقة الحصر الشامل هو الذي ندرس فيه حالة جميع أفراد المجتمع موضوع الدراسة خصوصا إذا كان الغرض من الدراسة هو الحصر مثل تعدادات السكان الذي من غرضه معرفة عدد السكان في منطقة معينة كما انه يستخدم أيضا عندما يكون الباحث جاهلا تماما بطبيعة مغردات المجتمع الذي يدرس إذ انه في هذه الحالة لا يستطيع اختيار عينة تصلح لتمثيل هذا المجتمع •

إما البحث بطريقة العينات فهو الذي نبحت فيه حالة جزء معين أو نسبة معينة من أفراد المجتمع الاصلى ثم تقوم بعد ذلك بتعميم نتائج الدراسة على المجتمع كله من خلال ما يسمى باختيارات الفروض الإحصائية ويطلق على عملية اختيار جزء من المجتمع للاستدلال على خصائصه كله اسم عملية المعاينة (sampling) ويستخدم أسلوب المعاينة في حالات كثيرة من أهمها :

(أ) إذا كان المجتمع اكبر مما تسمح به إمكانيات الباحث والمقصود بالإمكانيات هنا هو تواجد العدد الكافي من المشغلين الأكفاء بالبحث خصوصا جامعي البيانات

وتوافر المال والوقت والوسائل الفنية والخبرة ووجود الخرائط والوحدات الإدارية وتسهيلات النقل والمواصلات والمستوى الثقافي والعلمي عند الافراد .

(ب) إذا كان المجتمع متجانسا وفي هذه الحالة يكون الحصر الشامل ليس له معنى ويعتبر مجرد ضياع للوقت والمجهود والإمكانيات المادية والبشرية والزمنية فدراسة عينة من مجتمع متجانس تؤدي إلى نفس النتائج التي نحصل عليها من دراسة نفس المجتمع بأكمله فمثلا يكتفي باختيار قطعة صغيرة من القماش بدلا من الثوب كله وذلك إذا كان هذا الثوب متجانسا تماما .

(ج) الحالات التي يتحتم على الباحث استخدام أسلوب العينات دون الحصر الشامل فقد يستحيل دراسة المجتمع كله خصوصا إذا كان المجتمع موضوع الدراسة مجتمعا ضخما بحيث يصعب أو يستحيل حصره أو كانت مفردات مجتمع الدراسة لها طبيعة الاتلاف .

مما تقدم يتضح إن أسلوب العينات يجعلنا قادرين على جمع بيانات كان من الصعب جدا وفي بعض الأحيان من المستحيل الحصول عليها في حدود إمكانياتها بطريقة الحصر الشامل والرجم من إن أسلوب الحصر الشامل معرض لخطأ واحد وهو خطأ التحيز، أما أسلوب العينات فمعرض لنوعين من الأخطاء هما خطأ التحيز وخطأ العشوائية فأن خطأ الحيز في الحصر الشامل يظل اكبر بكثير من مجموع خطاي التحيز والعشوائية في العينات وعلاوة على ذلك فان أسلوب العينات ليس بوسيلة تستخدم للحصول على قدر كبير من الدقة في العمل لذلك عرف الإحصاء في بعض الأوقات بأنه علم استدام العينات .

وطريقة اختيار العينات أو ما يطلق عليها اسم طريقة المعاينة ليست مجرد اختيار واستخدم جزء من المجتمع بدلا من المجتمع كله ولكنها تحتوى على علم وفن وقياس دقة المعلومات الإحصائية وذلك عن طريق استخدام النظريات والمقاييس الإحصائية والرياضية •

وسوف نستعرض في هذا الباب التقسيمات الرئيسية لأنواع العينات وكيفية اختيارها وسحبها وكيفية تحديد حجمها ثم نستدرج لبعض نظم المعاينات الهامة وذلك حتى يستطيع الباحث إن يستفيد من العينات في دارسته العملية •

٢ - ٢ قواعد المعاينة:

قبل البدء في اختيار نوع العينة أو تحديد حجمها أو سحب مفرداتها من المجتمع فان على الباحث إن يلم بمجموعة من القواعد الهامة التي إذا تم إتباعها لساعدت كثيرا في توجيه العينة وجهة موضوعية منتجة ومحقة لإغراض الدراسة ومن بين هذه القواعد الهامة ما يلي :

٢ - ٢ - ١ تحديد وتعريف المشكلة موضع الدراسة:

إذ يجب على الباحث قبل التفكير في العينة تحديد المشكلة التي تواجه البحث كما يجب عليه إن يحدد تعريفا واضحا ومحددا للمشكلة وتصوره للأجزاء التي ستبحثها الدراسة والأجزاء التي لن يتعرض لها وهذا ما نسميه بمحددات الدراسة •

فمثلا تكون لدينا مشكلة رغبة السيدة المصرية لشراء كل ما هو مستورد وانصرافها عن منتجات التجميل المصرية مثلا وهذه في الواقع مشكلة اجتماعية

ظاهرة تدل على عدم الانتماء لكل ما هو مصري إلا إن على الباحث إن يهتم
بدراسة المشكلة الحقيقية

وأسباب انصراف السيدة المصرية عن منتجات بلدها وهل هذه الظاهرة
بسبب عدم الانتماء أم إن هناك أسبابا حقيقية أخرى أدت إلى تفشي هذه الظاهرة غير
المرغوب فيها فمثلا يمكن إن تكون هذه المشكلة بسبب عدم الاهتمام بتعبئة المنتجات
المصرية مثلا وكذا استمرار تعود سيدات مصر في التعامل مع كل ما هو مستورد
نظرا لزيادة الثقة في جودة الخامات ودقة الصنع وحسن أداء المنتجات المستوردة
وهو ما لا يوجد في نظيره المصري وخلاصة القول انه بتحديد المشكلة الحقيقية
وأجزائها ومحدداتها يمكن معرفة نوع البيانات والمعلومات اللازمة ونوع العينات
المستخدمة وحجمها •

٢ - ٢ - ٢ تحديد وتعريف المجتمع موضع المعاينة:

ويبدأ هذا بتحديد المفردات في داخل هذا الإطار فكلما كان الإطار متكاملا
وسليما وحديثا وشاملا لكل مفردات مجتمع الدراسة كلما أمكن الحصول على
معلومات ونتائج على درجة كبيرة من الدقة والموضوعية •

وهذا لم يتم إلا بتحديد دقيق لمفرده مجتمع الدراسة فمثلا بالنسبة لمثال
مستهلكي أدوات التجميل سواء المحلية أو المستوردة وهل تعد السيدة كوحدة في إطار
المجتمع وهل إطار تعد الأنسات ضمن إطار المجتمع خصوصا إن هناك بعض
العائلات لا تسمح لبناتهن باستخدام أدوات التجميل في حين يسمح البعض الآخر

بذلك وما هي حدود السن لتحديد المستهلكين لأدوات التجميل وما هي أنواع أدوات التجميل التي ستدخل ضمن إطار الدراسة خصوصا وان هناك بعض الأدوات مثل الكريم وغيره تستخدم من قبل الرجال والنساء على السواء •

٢ - ٢ - ٣ تحديد البيانات المطلوب جمعها :

إذ لابد من معرفة البيانات لتحليل المشكلة والبدء بعمل مسح شامل لكل الأجهزة المعنية بجمع البيانات المتعلقة بالبحث وهذه الأجهزة إما إن تكون متخصصة وإما إن تكون عامة ومع تجميع كل المعلومات المرتبطة بالدراسة وتبويبها تبرز إلى الذهن استفسارات لازمة لتحليل البيانات ولم تستطيع البيانات المتجمعة إن تجيب عليها لذلك يقتضى الأمر تجميع هذه الاستفسارات والمعلومات من مصادرها عن طريق المعاينة •

٢ - ٢ - ٤ تحديد إطار المعاينة:

يجب تحديد إطار يحتوى على وحدات المعاينة في ضوء البيانات المطلوب جمعها ويلاحظ بالنسبة للإطار إن يشمل على كل البيانات التفصيلية التي تساعد على اختيار أى نوع من العينات كما يسهل هذا الإطار مهمة جامعي البيانات حيث يحدد هذا الإطار للباحث الموقع الجغرافي والمكاني لمفردات العينة وهذا الإطار يمكن إن يكون في صورة قوائم تفصيلية تضم جميع الدارسة أو خرائط جغرافية وتصويرية تحدد مواقع سحب العينات وغير ذلك من أشكال الإطارات المعروفة •

٢-٢-٥ اختيار العينة:

يتم اختيار نوع العينة التي تساعد على تحليل المشكلة بأكبر كفاءة ممكنة وتتحدد درجة الكفاءة في اختيار العينة طبقاً لمقاييس عديدة من أهمها ما يلي:

(أ) إن تكون العينة كافية لتمثيل المجتمع كله بحيث تجمع الخواص التي تعد ذات أهمية في المشكلة.

(ب) إن تكون حجم العينة كافية لتمثيل المجتمع حتى تكون تقديرات العينة دقيقة ومحقة لغرض البحث.

(ج) إن تسمح طريقة اختيار العينة بحساب مقاييس لتقدير أخطاء المعاينة.

(د) إن تكون لوحدات المجتمع فرصاً متساوية لتقدير أخطاء المعاينة.

(هـ) إن تكون تقديرات العينة دقيقة بالنسبة للوقت والجهد والتكاليف.

(و) إن تكون أخطاء التحيز والعشوائية أقل ما يمكن.

هذه هي أهم القواعد التي يجب إتباعها لطرق المعاينة وسوف نتعرض الآن لأنواع العينات المستخدمة في بحوث الخدمة الاجتماعية بصفة خاصة والبحوث العلمية الأخرى بصفة عامة.

٢-٣ أنواع العينات :

مما سبق يتضح لنا إن طبيعة العينة المستخدمة في أي بحث إنما تعتمد اعتماداً كبيراً على طبيعة البيانات المطلوبة ونوعية البحث والمجتمع المراد دراسته وإمكانية الباحث المادية والبشرية والزمنية.

ويمكن تقسيم العينات المستخدمة في البحوث بصفة عامة إلى ثلاثة أقسام رئيسية:

(١) العينات الاحتمالية العشوائية :

وفيها يعتمد الباحث على العشوائية ونظريات الاحتمالات لاختيار الوحدات الإحصائية المدروسة وليس في هذا النوع من العينات الاحتمالية أى تدخل وإنما كل الوحدات الإحصائية لها فرص واحتمالات معروفة للاختيار ولوقوعها ضمن الوحدات المدروسة ويدخل ضمن نطاق هذا النوع من العينات ما يلي :

- (١) العينة العشوائية البسيطة أو المطلقة •
- (٢) العينة العشوائية المنتظمة أو ذات الفترات المتساوية •
- (٣) العينة العشوائية الطبقيّة •
- (٤) العينة العشوائية ذات المراحل المتعددة و العينة العشوائية العنقودية •

كما يوجد شرط آخر بالإضافة لشرط العشوائية في اختيار تلك الأنواع من العينات وهو إن كل مجموعة من الوحدات تكون عينة واحدة ويتفاوت عدد هذه المجموعات حسب حجم المجتمع وحجم العينة ولا بد إن يكون لكل واحدة من هذه المجموعات احتمال متساوي ومعروف في إن تكون العينة أو المجتمع المنقاة وبالتالي العينة المدروسة في البحث قيد الدراسة •

وثمة ما يميز هذا النوع أو القسم من العينات وهو إن نظرياته الإحصائية يمكن بلورتها في معادلات رياضية الأمر الذي يمكن الباحث من التحكم في حجم الخطأ الناتج من المعاينة •

كذلك فإن معالم المجتمع المدروس يمكن تقديرها بدرجة ثقة معينة ومعروفة من قبل غير أنها تتطلب معرفة مسبقة بقيم بعض هذه المعالم ولو بصفة تقريبية وذلك إما عن طريق دراسات سابقة عن ظواهر ذات صلة بالظاهرة محل البحث أو عن طريق الدراسة الاستطلاعية للمجتمع في حدود ضيقة وغنى عن أقول إن هذا النوع من المعاينة يعطى نتائج أفضل وأكثر دقة وأقل تحيزاً غير إن ما يعيبه هو صعوبة تنفيذه في بعض الأبحاث وزيادة تكاليفه في البعض الآخر نظراً لاحتمال وقوع وحدات نائية صعبة الوصول إليها في نطاق الدراسة وهذا ما يتطلب معالجة إحصائية معينة لأن نظريات هذا النوع من العينات تحتم تغطية كل الوحدات التي تقع في نطاق العينة وإلا زادت الأخطاء الناتجة من المعاينة.

(ب) العينات المتعمدة (غير الاحتمالية):

وفيها تعتمد الوحدات المنتقاة للدراسة على حمية الباحث وداريته بالمجتمع قيد البحث إلى درجة كبيرة وكذلك بالظروف التي تحيط بذلك المجتمع والتي تحتم اختيار وحدات بعينها دون غيرها ومن أشهر العينات لهذا النوع ما يلي:

(١) العينات المختارة بطريقة الحصص (العينات الحصصية) •

(٢) العينات العمدية (العينات القصدية) •

(٣) العينات الممركزة •

(٤) العينات التطوعية •

(٥) العينات الميسرة للباحث •

وهذه العينات يكثر استخدامها بواسطة المعاهد التي تجرى فيها دراسات لاستطلاع الراى سواء السياسية أو الاقتصادية أو الاجتماعية أو الاستهلاكية أو السلوكية أو غيرها .

ويتطلب هذا النوع من العينات إن يكون حجم المجتمع المدروس صغيرا وبالتالي حجم العينة المدروسة أيضا صغيرا الأمر الذي يمكن الباحث من الإلمام بخصائص المجتمع وغالبا ما يأتى في هذه الحالة صغر حجم العينة بنتائج تقارب وربما تفوق الدراسات التي تجرى بواسطة العينات العشوائية غير انه ليس من الممكن التحكم مسبقا في تحديد وحساب الأخطاء التي يمكن إن تنتج عن هذه الأنواع من المعاينة الأمر الذي يشير إلى إن نظريات هذا النوع من المعاينة ومعادلاته الرياضية لم تتبلور بعد وعليه يندر استخدامها في دراسات يكون فيها القرار قيد البحث ذا تأثير مباشر وكذلك في الدراسات التي تنسم بالطابع العلمي الدقيق .

(جـ) العينات المختلطة:

وهذه العينات تجمع بين العشوائية والعينات ومن أشهر أنواعها ما يلي:

- (١) العينات الجزئية .
- (٢) العينات المركبة .

وسوف نورد فيما يلي موجزا لكل نوع من التقسيمات المختلفة السابقة مبينا

طريقة اختيار كل منها .

٢ - ٤ - تعريف وطرق اختيار العينات:

أولاً: العينات الاحتمالية أو العشوائية:

٢ - ٤ - ١ العينة العشوائية البسيطة :

تعريف : العينة العشوائية البسيطة هي طريقة المعاينة التي يكون فيها احتمال اختيار أى مفردة مساو كما إن احتمال اختيار أى مجموعة لكي تمثل عينة من عينات المجتمع الدارسة أى إن المجتمع ككل يعامل بنفس الطريقة ولا يجرى عليه أى تقسيمات مختلفة كما إن الوحدات المكونة لهذا المجتمع تعامل كلها باحتمالات متساوية ولا تعط ليا منها أى نوع من الترجيح مما يجعل المعادلات الرياضية والاحصائية المستخدمة لتقدير معالم المجتمع أبسط ما يمكن وتعرف هذه المعاينة بأسماء عديدة في أحيان كثيرة ومن أهم هذه الأسماء انتشارا العينة غير المقيد وعينة تكافؤ الفرص .

مزاياها:

- (١) أبسط أنواع العينات وأهمها إذ لابد من استخدامها فى مرحلة ما من مراحل البحث الإحصائى .
- (٢) خالية من خطأ التحيز وإن وجد يكون فى أضيق الحدود الممكنة .
- (٣) تنطبق عليها القوانين والنظريات الإحصائية لحساب حدود خطأ الصدفة والعشوائية للنتائج المستخرجة منها .

عيوبها:

١. تعطى أكبر تباين في جميع الأساليب المستخدمة •
٢. ليس هناك ما يمنع إن تكون جميع الوحدات المنتقاة للعينة من نفس النوع مما يجعل المعالم المقدرة أقل دقة لتفسير ذلك , فإذا فرضنا إن الدراسة تشمل مجتمعا لعدد الموجودين بمعهد الخدمة الاجتماعية فإن الاحتمال موجود إن العينة يمكن إن يكون جميع أفرادها من الأساتذة فقط أو الطلاب فقط أو الإداريون فقط وهكذا دون إن تشارك الأفراد الآخرون في العينة مع اختلاف خصائص مفردات ذلك المجتمع حسب انتمائهم •

شروط اختيار العينة:

- (١) وجود إطار للمجتمع يكون حديثا وشاملا لكل مفردات المجتمع
- (٢) تحديد حجم العينة •
- (٣) يتم اختيار كل مفردة من مفردات العينة مستقلة عن اختيار المفردات الأخرى
أي يكون لكل مفردة من مفردات المجتمع الاصلى فرصة متساوية مع غيرها من المفردات في إن اختيار ضمن مفردات العينة •

طرق اختيارها :

هناك ثلاث طرق أساسية يمكن إتباعها لاختيار العينة العشوائية وهي :

- (أ) يقوم الباحث بإعداد قائمة بها جميع العينات المحتمل تكوينها من مجتمع البحث فمثلا لو كان لدينا مجتمع مكون من ٦ مفردات و اردانا معرفة العينات الممكن تكوينها من هذا المجتمع بحيث يكون حجم كل منها مفردتين فقط .
وللتبسيط سوف نعطي الرموز (ا,ب,ج,د,هـ,و) لمفردات المجتمع فان العينات الممكن تكوينها تكون في الصورة التالية (لاحظ إن السحب مع عدم إعادة المفردة) .

رقم العينة	مفردات العينة	رقم العينة	مفردات العينة	رقم العينة	مفردات العينة
١	ا,ب	٦	ب,ج	١١	ج,هـ
٢	ا.ج	٧	ب,د	١٢	ج,و
٣	ا.د	٨	ب,هـ	١٣	ج,هـ
٤	أ.هـ	٩	ب,و	١٤	د,و
٥	أ.و	١٠	ب,د	١٥	هـ,و

لاحظ إن عدد العينات الممكن سحبها يتم حسابه كالتالي:

أولا : في حالة عدم إعادة المفردة قبل سحب التي تليها :

في هذه الحالة يتم استبعاد المفردة أو العينة في كل مرة قبل سحب الثانية وهنا يمكن استخدام فكرة التوافق حيث يتم توفير عدد ٢ مفردة وهم حجم المجموعة الواحدة من بين ٦ مفردات وهم حجم المجتمع كله في الصورة التالية:

$${}^6C_2 = \frac{6!}{2!4!} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 1 \times 2} = 15 \text{ عينة}$$

حيث م تمثل حجم المجتمع وعددها ٦ في مثالنا هذا كما إن تمثل حجم العينة أو المجموعة الواحدة وعددها ٢ في مثالنا هذا .

ثانيا : في حالة إعادة المفردة قبل سحب الثانية:

في هذه الحالة يتم إعادة المفردة أو العينة أو المجموعة المسحوبة في كل مرة قبل سحب الثانية وبالتالي يظل حجم المجتمع ثابت في كل مرة ولا ينقص وفي هذه الحالة تستخدم فكرة الأسس في الصورة التالية:

$$6^2 = 6 \times 6 = 36 \text{ عينة}$$

بعد ذلك يقوم الباحث بتسجيل رقم كل عينة محتملة في قصاصة من الورق أو كرة من الكرات أو بطاقة من البطاقات ثم تخطط هذه القصاصات أو الكرات أو البطاقات حتى يكون السحب عشوائيا تماما وتعطى فرصا متساوية لكل مجموعة في

الظهور في الدارسة ثم يتم سحب قصاصة أو كرة أو بطاقة بعد خلطها خلطا جيدا ويقرا الرقم على هذه القصاصة أو الكرة أو البطاقة فيقع الاختيار على العينة التي تحمل هذا الرقم المختار .

فمثلا لو قام الباحث بسحب قصاصة تحمل الرقم (٥) لكانت المجموعة المؤلفة من المفردات (١,٥) هي العينة التي تمثل المجتمع وهكذا .

كثيرا ما يتعذر على الباحث إتباع الطريقة السابقة في اختيار العينة العشوائية البسيطة خصوصا في حالة كثرة عدد مفردات مجتمع البحث فمثلا لو كان حجم المجتمع ١٠٠ مفردة كان حجم العينة المطلوبة ٣ مفردات فان عدد العينات التي يمكن سحبها تكون:

$$100 \text{ ق} = \frac{100!}{97!3!} = \frac{98 \times 99 \times 100}{1 \times 2 \times 3} = 161700 \text{ عينة}$$

هذا في حالة العينات مع عدم الإرجاع إما عدد العينات في حالة الإرجاع فتكون مساوية (١٠٠) = ٣! ١٠٠٠٠٠٠٠ عينة فهل يعقل إن يقوم الباحث بكتابة مليون قصاصة ورق لكي يسحب منهم عينة تحتوى على ٣ مفردات فقط ؟ الإجابة بالطبع تكون بالنفي وفي هذه الحالة يلجأ الباحث إلى طرق أخرى لإجراء عملية السحب واحد هذه الطرق إن يقوم الباحث بتزقيم كل مفردة من مفردات المجتمع وتسجيل هذه الأرقام في قصاصات أو بطاقات أو كرات و خلطها خلطا جيدا ثم يسحب منها العدد

المطلوب الذي يمثل حجم العينة وفي هذه الحالة يجب إن يفرق الباحث بين سحب المفردات مع إعادة المفردة المسحوبة قبل سحب الثانية وسحب المفردات مع عدم إعادة المفردة المسحوبة قبل سحب الثانية يتم سحب إحدى القصاصات ويسجل رقمها ثم يقوم الباحث بإعادتها إلى الصندوق مرة أخرى ويتم تسجيل رقمها وهكذا إلى إن يتم اختيار العدد المطلوب .

فمثلا في حالة المثال السابق حيث يتكون المجتمع من ٦ مفردات وهى (ا.ب.ج.د.هـ.و) يتم إعطاء كل مفردة رقم مسلسل أ = ١, ب = ٢, ج = ٣, د = ٤, هـ = ٥, و = ٦. ثم يكتب كل رقم في قصاصة من الورق وتخلط القصاصات جيدا ثم يتم سحب قصاصة وحدة ويقرأ رقمها وليكن الرقم ٤ وبالرجوع إلى قائمة المفردات نجد إن الرقم ٤ يخمل (د) ومن ثم يكون أول مفردة في العينة المطلوبة هل المفردة (د) فإذا تم استبعاد هذه المفردة فيكون مجتمع الدارسة الجديد هو ا.ب.ج.د.هـ.و وتكرار العملية مرة أخرى في عملية السحب يقرأ الذي تحمله القصاصاة الجديدة ليكن الرقم ٢ حيث تحمله المفردة (ب) فتكون المفردة (ب) هى المفردة الثانية في العينة فإذا كان حجم العينة المطلوبة اثنان فنكون بذلك قد سحبنا عدد المفردات المطلوب إدخالها في الدارسة لنشكل وهكذا في حالة عينات حجمها أكثر حجمها أكثر من اثنان .

(ج) يصعب إتباع الطريقتين السابقين عمليا خاصة إذا كان عدد مفردات مجتمع البحث كبيرا جدا نظرا لصعوبة عملية إعداد القصاصات أو البطاقات أو

الكرات وتسجيل أرقام مفردات المجتمع عليها ثم خلطها وسحب العدد المطلوب منها •

وفي بعض الأحيان قد تكون هناك بعض الصعوبات في إن تكون جميع القصاصات أو البطاقات أو الكرات التي تحمل أرقام مفردات مجتمع البحث متماثلة من حيث الشكل والوزن وجميع الخصائص قد يؤدي إلى تحيز من يقوم باختيار مفردات العينة •

لذلك فقد اعد بع الإحصائيين جداول أطلق عليها اسم جداول الأرقام العشوائية ذلك لاستخدامها مباشرة دون الرجوع إلى نظام الورق أو القصاصات وفيما يلي خطوات استخدام هذه الجداول •

(١) إذا نظرنا إلى جداول الأرقام العشوائية نجد انه يتكون من مجموعة من الأرقام المتراسة بجوار بعضها البعض في صورة صفوف وأعمدة حيث

تقسم الأعمدة إلى مجموعات كل منها يتكون من خمس أعمدة بجوار بعضها البعض وهذه الأرقام موضوعه بطريقة عشوائية بحيث لا داخل لاي احد في تكوينها كما هو واضح في شريحة الجدول التالية:

م	٥-١	١٠-٦	١٥-١١	٢٠-١٦	٢٥-٢١	٣٠-٢٦	٣٥-٣١	٤٠-٣٦	٤٥-٤١	٥٠-٤٦
١	٠٨٤٠١	١١٠٥١	٦٣٥١٠	١١٠٢٠	٧٤٦١٨	٦٤٦١٩	٩٧١٦٩	٤٩١٤١	٠٩٥٢٦	٧٠٢٦٣
٢	٨٦٣٢٢	٣٧٥٦٤	٥٩٥٥٢	٣٩٣٥٨	٥٩٩٠٣	٨٩١٩٨	٢٨٩٧٢	٢٠٤٣٥	٥٦٩٣٩	٥٩٠٤٣
٣	٠٣١٤٢	٠٦٣٨٤	٧٢٥٢٢	٥٦٢٧٩	٣٩٣٦٧	٩٠٨٤٦	٩٧١٥١	٠٣٨٤٢	٠٤٣٩٤	١٨٠٢٣
٤	٧٦١٢٤	٣٩٠٣٩	٣٤٢٦٠	٠٨٦١٦	٦٥٨٧٠	٦٧٢٦١	٠٤٤٦٣	٧٣٥٣٥	١٤٣١٧	٤٠٠٧٥
٥	٠٧٥٧٣	٥٧٩٩٣	٧٣٨١٨	٦٥٦٦١	١٢١٦٠	٣٨٧١٩	٨٦٤٠٦	٥٠٣١٨	٤٨٦٩٤	٢٧١٠٦

(٢) ترقيم جميع مفردات المجتمع ترقيميا مسلسلا ويحدد عدد الأعمدة (عدد الصفوف) التي يتم فيه البحث عن مفردات العينة طبقا لحجم المجتمع أو آخر رقما مسلسلا للمفردات في الصورة التالية:

أ - إذا كان حجم المجتمع يتكون من رقم واحد أي من الرقم صفر إلى الرقم ٩ فإننا نختار عمودا واحدا (صفا واحد) للبحث فيه .

ب- إذا كان حجم المجتمع يتكون من رقمين اثنين أي من الرقم ١٠ إلى الرقم ٩٩ فإننا نختار عمودين (صفيين) لبحث فيهما .

ج - إذا كان حجم المجتمع يتكون من ثلاثة أرقام أي من ١٠٠ إلى ٩٩٩ فإننا نختار ثلاثة أعمدة (ثلاثة صفوف) .

وهكذا يكون عدد الأعمدة (عدد الصفوف) التي نبحث فيها عن مفردات العينة مساويا لعدد الأرقام التي تكون منها حجم المجتمع الاصلى .

وينطبق هذه على المثال السابق نحصل على النتيجة التالية:

١ ← أ

٢ ← ب

٣ ← جـ

٤ ← د

٥ ← هـ

٦ ← و

وحيث إن حجم المجتمع ٦ مفردات أى يتكون من رقم واحد فإننا نختار عمود أو صفا واحد للبحث فيه عن مفردات العينة المطلوبة .

(٤) اختيار نقطة البدء في جداول الأرقام العشوائية حيث تحدد هذه النقطة البداية التي نبدأ بها في الصفوف أو الأعمدة وقد تكون هذه النقطة أى نقطة في الجداول فإذا كانت هذه النقطة ضمن الأرقام المسلسلة للإطار تكون هى المفردة الأولى في العينة ويمكن الاستمرار بعد ذلك إما راسيا أو أفقيا بشرط الاستمرار في نفس الاتجاه إلى إن يتم اختيار جميع مفردات العينة.

ويوجد اقتراح لبعض الإحصائيين لتحديد نقطة البدء حيث يمسك الباحث بقلم رصاص ويغمض عينيه ثم يضع القلم الرصاص على أى رقم عشوائي لا يعرفه

ليكون هو نقطة البدء في عملية الاختيار من ثم يحقق مبدأ العشوائية بداية الاختيار من ثم يحقق مبدأ العشوائية والصدفة الذي يقوم عليه نظام المعاينة العشوائية البسيطة.

وفيما يلي نعرض لبعض الأمثلة التي توضح كيفية استخدام جداول الأرقام العشوائية:

مثال (١): مطلوب اخذ عينة عشوائية مكونة من خمس طلاب من قاعة محاضرات معهد الخدمة الاجتماعية والتي عدد طلابها الاجمالي ١٧٥ طالبا باستخدام جداول الأرقام العشوائية الموضح .

الحل

(١) نكتب أسماء الطلاب جميعا في كشف ونرقمها من المسلسل (١) إلى المسلسل (١٧٥) ويطلق على هذا الكشف اسم الإطار مع ملاحظة إن يكون هذا الإطار شاملا للمفردات الفعلية لمجتمع الدراسة ليس به اى زيادات أو نقصان بمعنى أم يكون هذا الإطار حديثا .

(٢) حيث إن آخر رقما مسلسلا هو ١٧٥ ويتكون من ثلاثة أرقام هي الرقم (٥) وأرقم (٧) والرقم (١) فإننا نحدد ثلاثة أعمدة أو ثلاثة صفوف للبحث فيها عن مفردات العينة ويتحدد ذلك بناء على نقطة البدء .

(٣) نفتح جداول الأرقام العشوائية في اى صفحة ونبدأ من اى رقم عشوائي ونختار أرقام العينة في اى اتجاه راسيا (أعمدة) أو أفقيا (صفوف) ولإغراض الشرح

سنبدأ من أول عدد في الجدول السابق مكونا من ثلاثة أرقام وهو العدد (٤٠١) وحيث إن آخر مسلسل لمفردات الدارسة هي (١٧٥) أي إن العدد (٤٠١) أكبر من العدد (١٧٥) .

فانه يكون غير موجود بإطار الدارسة وثم لا يدخل ضمن مفردات العينة .

(٤) ننتقل كما ذكرنا إما راسيا من اعلي أو أفقيا فلو فرضنا إننا انتقل راسيا من اعلي إلى أسفل نجد إن الرقم الذي يليه هو (٣٢٢) وهو أيضا مرفوض نظرا لعدم وجوده داخل الإطار المكون من (١٧٥) مفردة ثم ننتقل إلى العدد الذي يليه (١٤٢) نجد إن هذا الرقم داخل إطار الدارسة فيكون هو الرقم الأول الذي يحدد المفردة الأولى للعينة أي إن الطالب الذي يحمل الرقم (١٤٢) هو الطالب الأول من مفردات عينة الدارسة ثم ننتقل إلى العدد الذي يليه (١٢٤) وهو يقع داخل إطار الدارسة ثم ننتقل إلى العدد الذي يليه (٥٧٣) ويقع خارج إطار الدارسة ثم ننتقل إلى الرقم الذي يليه في المجموعة الثانية (العمود الثاني من الجدول) وهو الرقم (٥٥١) ويقع داخل إطار الدارسة فيكون الطالب الذي يحمل الرقم (٥٥١) هو الطالب الثالث من مفردات عينة الدارسة . ثم ننتقل الى العدد الذي يليه (لاحظ إننا نتجة راسيا من اعلي إلى أسفل) وهو الرقم (٥٦٤) وهو خارج إطار الدارسة فننتقل إلى الرقم الذي يليه وهو (٣٨٤) وهو خارج إطار الدارسة ثم ننتقل إلى الرقم الذي يليه وهو (٥٣٩) ويقع داخل إطار الدارسة فيكون الطالب الذي يحمل الرقم (٥٣٩) هو الطالب الرابع من مفردات عينة الدارسة فننتقل إلى الرقم الذي يليه وهو (٩٩٣) ويقع خارج إطار الدارسة فننتقل إلى

الرقم الذي يليه وهو (٥١٠) (في العمود الثالث من الجدول) ويقع خارج إطار الدارسة فتنقل إلى العدد الذي يليه وهو (٥٥٢) ويقع خارج إطار الدارسة فتنقل إلى العدد الذي يليه وهو (٥٢٢) وتقع خارج إطار الدارسة فتنقل إلى العدد الذي يليه وهو (٢٦٠) وتقع خارج إطار الدارسة فتنقل إلى العدد الذي يليه وهو (٨١٨) وتقع خارج إطار الدارسة فتنقل إلى العدد الذي يليه وهو (٠٢٠) (في العمود الرابع من الجدول) وتقع داخل إطار الدارسة فيكون الطالب الذي يحمل الرقم (٠٢٠) الطالب الخامس والأخير من مفردات عينة الدارسة حيث إن عينة الدارسة تتكون من خمس طلاب فقط بهذا نكون قد حصلنا على الطلاب الخمسة الذين يحملون الأرقام ١٣٢، ١٢٤، ٠٥١، ٠٣٩، ٠٢٠ وهي أرقام عشوائية تخضع لعنصر الصدفة البحتة ولا دخل لأحد في اختيارها هنا نقول إن الطلاب الخمسة المكونة لعينة الدارسة تمثل مجموعة طلاب قاعة محاضرات معهد الخدمة الاجتماعية تمثيلا صحيحا خاليا من أخطاء التحيز وغيرها .

وهنا يتبادر إلى ذهن القاري سؤالا وهو ماذا يحدث لو تصادفنا برقم تم اختياره من قبل ؟ في هذه الحالة يجب استبعاده في المرة القادمة والانتقال إلى رقم آخر يليه اللهم إلا إذا كان نظام المعاينة المستخدم يسمح بأن يمثل الطالب الواحد أكثر من مرة كان يكون هذا الطالب ممثلا لأمين اللجنة الثقافية مثلا ثم يتم اختياره في المرة الثانية ليمثل اللجنة الرياضية وهكذا في الحالة يسمح للرقم بأن يظهر بأكثر من مرة . إما خلاف ذلك فلا يسمح للرقم بالظهور إلا مرة واحدة فقط ثم بعد ذلك يتم استبعاده في الاختبارات الأخرى . وبترتيب الإعداد المسموح بظهورها ترتيبا

تصاعديا نجد إن العينة العشوائية البسيطة المكونة من الطلاب التي تحمل الأرقام ١٤٢, ١٢٤, ٥١, ٣٩, ٢٠ هي العينة المطلوبة .

مثال (٢): نفرض في المثال السابق إن حجم العينة ٢٠ مفردة وليست خمس مفردات .

الحل

بالبحث في الجداول السابق طبقا لنفس خطوات المثال السابق نجد إن الأرقام المسموح بدخولها للعينة هي: ١٤٢, ١٢٤, ٥١, ٣٩, ٢٠, ١٦٠, ١٥١, ١٤١, ٥٤٣, ٥٢٣, ٧٥. وهم ١١ مفردة أخرى فماذا نفعل إمام هذه المشكلة ؟؟

للإجابة على هذا السؤال نقول إن هناك أسلوبين:

أولهما: إن نستخدم جدول أرقام عشوائية أكبر من الجدول السابق وهنا يتطلب الأمر الحصول على جدول كبير مما يشكل عبئا للباحث إن يحمل في يده كتيب من جدول الأرقام العشوائية .

ثانيهما: انه يمكن إن نختصر الوقت والمجهود في عملية الاختيار ونقل من الإعداد المستبعدة وبالتالي نقصد في الأرقام المتاحة لنجعلها كافية لعملية الاختيار ويتم ذلك بالأسلوب التالي:

(١) حيث إن حجم المجتمع هو ١٧٥ مفردة يتكون من ثلاثة أرقام فإننا نقسم فئة الإعداد ابتداء من الرقم واحد وحتى أكبر عدد مكونا من ثلاثة أرقام (خانات)

هو الرقم ٩٩٩ الى مجموعات متساوية طول كل منها يساوى حجم المجتمع
الاصلى ١٧٥ أى إن :

المجموعة الأولى من العدد	(٠٠١) وحتى العدد (١٧٥)
المجموعة الثانية من العدد	(١٧٦) وحتى العدد (٣٥١)
المجموعة الثالثة من العدد	(٣٥٢) وحتى العدد (٥٢٧)
المجموعة الرابعة من العدد	(٥٢٨) وحتى العدد (٧٠٣)
المجموعة الخامسة من العدد	(٧٠٤) وحتى العدد (٨٧٩)
المجموعة السادسة من العدد	(٨٨٠) وحتى العدد (٩٩٩)

(٢) المجموعة الأولى من العدد (٠٠١) إلى العدد (١٧٥) تبقى كما هى بمعنى إن
اى رقم يقع بداخلها يكون ضمن عينة الدراسة مباشرة .

المجموعة الثانية من العدد (١٧٦) إلى العدد (٣٥١) تحول إلى المجموعة
الأولى وذلك بطرح ١٧٥ من الإعداد المنتمية لها حيث إن اى مفردة تنتمى إلى
المجموعة الثانية تبعد عن نظيرتها في المجموعة الأولى بفارق ١٧٥ فمثلا إذا كان
الرقم المختار ٢١٣ وهو خارج نطاق المجموعة الأولى ويقع داخل نطاق المجموعة
الثانية ولتحويله من نطاق المجموعة الثانية إلى نطاق المجموعة الأولى تطرح منه
١٧٥ أى إن $٢١٣ - ١٧٥ = ٣٨$

فيكون الطالب الذي يحمل الرقم ٣٨ هو احد مفردات عينة الدراسة .

المجموعة الثالثة من العدد (٣٥٢) إلى العدد (٥٢٧) تحول إلى المجموعة الأولى بطرح مضاعف العدد ١٧٥ مرتين ($٣٥٠ = ١٧٥ * ٢$) من الإعداد المنتمية لهذه المجموعة حيث إن أى مفردة تنتمي إلى المجموعة الثالثة تبعد عن نظيرتها في المجموعة الأولى بفارق ٣٥٠ , فمثلا الرقم ٤٣٢ المختار من جدول الأرقام العشوائية يقع خارج نطاق المجموعة الأولى ونطاق المجموعة الثانية ولكنه يقع داخل نطاق المجموعة الثالثة ولتحويله من نطاق المجموعة الثالثة إلى نطاق المجموعة الأولى منه أى إن $٤٣٢ - ٣٥٠ = ٨٢$

المجموعة الرابعة من العدد (٥٢٨) إلى العدد (٧٠٣) تحول إلى المجموعة الأولى بطرح مضاعف العدد ١٧٥ ثلاث مرات ($٥٢٥ = ١٧٥ * ٣$) من الإعداد المنتمية لهذه المجموعة فمثلا الرقم ٦٣٤ المختار من الجدول يقع خارج نطاق كل من المجموعة الأولى والثانية والثالثة بينما يقع هذا الرقم داخل المجموعة الرابعة ولتحويله من نطاق المجموعة الرابعة إلى نطاق المجموعة الأولى نطرح منه ٥٢٥ أى إن $٦٣٤ - ٥٢٥ = ١٠٩$

فيكون الطالب الذي يحمل الرقم ١٠٩ هو احد مفردات عينة الدراسة .

المجموعة الخامسة من العدد (٧٠٤) إلى العدد (٨٧٩) تحول إلى المجموعة الأولى بطرح مضاعف العدد ١٧٥ أربع مرات أى أربعة أمثال العدد ($٧٠٠ = ١٧٥ * ٤$) من الإعداد المنتمية لهذه المجموعة فمثلا الرقم ٧٣٥ يقع خارج نطاق المجموعات الأولى والثانية والثالثة والرابعة ولكنه يقع داخل المجموعة الخامسة ولتحويله من نطاق المجموعة الخامسة إلى نطاق المجموعة الأولى يتم طرح منه

٧٠٠ إلى إن ٧٣٥ - ٧٠٠ = ٣٥ أي إن الطالب الذي يحمل الرقم ٣٥ هو احد مرداة عينة الدارسة .

المجموعة السادسة من العدد (٨٨٠ - ٩٩٩) تحول إلى المجموعة الأولى بطرح مضاعف العدد ١٧٥ خمس مرات أي خمسة أمثال العدد ١٧٥ ($٨٧٥ = ١٧٥ * ٥$) من الإعداد المنتمية لهذه المجموعة فمثلا العدد ٩١٨ يقع خارج نطاق المجموعات الالى والثانية والثالثة والرابعة والخامسة ولكنه يقع داخل المجموعة السادسة ولتحويله من نطاق المجموعة السادسة إلى نطاق المجموعة الأولى يتم طرح منه ٨٧٥ أي إن ٩١٨ - ٨٧٥ = ٤٣ أي إن الطالب الذي يحمل الرقم ٤٣ هو احد مفردات عينة البحث .

وبالرجوع إلى المثال السابق نجد إن الأرقام المختارة من جدول الأرقام العشوائية ابتداء من العدد الأولى في الجدول (وهذا لإغراض الشرح فقط) هي كالتالي :

٤٠١ تقع داخل المجموعة الثالثة ولتحويله إلى المجموعة الأولى تطرح منه ($٣٥٠ = ١٧٥ * ٢$) أي إن ٤٠١ - ٣٥٠ = ٥١

فيكون الطالب الأول في العينة هو الطالب الذي يحمل الرقم ٥١
٣٢٢ داخل تقع داخل المجموعة الثانية ولتحويله إلى المجموعة الأولى تطرح منه
 $١٤٧ = ١٧٥ - ٣٢٢$

فيكون الطالب الثاني في العينة هو الطالب الذي يحمل الرقم ١٤٧

١٤٢ يقع داخل المجموعة الأولى فيبقى كما هو فيكون الطالب الثالث في العينة هو الطالب الذي يحمل الرقم ١٤٢٠

١٢٤ يقع داخل المجموعة الأولى فيبقى كما هو .
فيكون الطالب الرابع في العينة هو الطالب الذي يحمل الرقم ١٢٤

٥٧٣ يقع داخل المجموعة الرابعة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه ثلاثة أمثال العدد ١٧٥ ($٥٢٥ = ١٧٥ * ٣$)
أي إن $٤٨ = ٥٢٥ - ٥٧٣$

فيكون الطالب الخامس في العينة الطالب الذي يحمل الرقم ٤٨
٥١ يقع داخل المجموعة الأولى فيبقى كما هو ويكون الطالب السادس في العينة هو الطالب الذي يحمل الرقم ٥١

٥٦٤ يقع داخل المجموعة الرابعة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه ٥٢٥
أي إن $٣٩ = ٥٦٤ - ٥٢٥$ ويكون الطالب السابع في العينة هو الطالب الذي يحمل الرقم ٣٩

٣٨٤ يقع داخل المجموعة الثالثة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه ٣٥٠ أي
إن $٣٨٤ - ٣٥٠ = ٣٤$ ويكون الطالب الثامن هو الطالب الذي يحمل الرقم ٣٤ .

٠٣٩ يقع داخل المجموعة الأولى فيبقى كما هو ويكون الطالب التاسع في العينة هو الطالب الذي يحمل الرقم ٣٩

٩٩٣ يقع اخل المجموعة السادسة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه ٨٧٥
اى إن $٩٩٣ - ٨٧٥ = ١١٨$ ويكون الطالب العاشر هو الطالب الذي يحمل الرقم ١١٨

٥١٠ يقع اخل المجموعة الثالثة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه ٣٥٠ اى
إن $٥١٠ - ٣٥٠ = ١٦٠$ ويكون الطالب الحادي عشر هو الطالب الذي يحمل الرقم ١٦٠

٥٥٢ يقع اخل المجموعة الرابعة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه ٥٢٥ اى
إن $٥٥٢ - ٥٢٥ = ٢٧$

ويكون الطالب الثاني عشر هو الطالب الذي يحمل الرقم ٢٧

٥٢٢ يقع اخل المجموعة الثالثة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه ٣٥٠
اى إن $٥٢٢ - ٣٥٠ = ١٧٢$ ويكون الطالب الثلاث عشر هو الطالب الذي يحمل الرقم
١٧٢

٢٦٠ يقع اخل المجموعة الثانية ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه ١٧٥
اى إن $٢٦٠ - ١٧٥ = ٨٥$

ويكون الطالب الربع عشر هو الطالب الذي يحمل الرقم ٨٥

٨١٨ يقع اخل المجموعة الخامسة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه ٧٠٠
ويكون الطالب الخامس عشر هو الطالب الذي يحمل الرقم ١١٨

٢٠ يقع داخل المجموعة الأولى فيبقى كما هو ويكون الطالب السادس عشر هو الطالب الذي يحمل الرقم ٢٠.

٣٥٨ يقع اخل المجموعة الثالثة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه ٣٥٠ أى إن $٣٥٨ - ٣٥٠ = ٠٨$ ويكون الطالب السابع عشر هو الطالب الذي يحمل الرقم ٨.

٢٧٩ يقع اخل المجموعة الثانية ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه ١٧٥ أى إن $٢٧٩ - ١٧٥ = ١٠٤$ ويكون الطالب الثامن عشر هو الطالب الذي يحمل الرقم ١٠٤.

٦١٦ يقع اخل المجموعة الرابعة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه ٥٢٥ أى إن $٦١٦ - ٥٢٥ = ٩١$ ويكون الطالب التاسع عشر هو الطالب الذي يحمل الرقم ٩١.

٦٦١ يقع اخل المجموعة الرابعة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه ٥٢٥ أى إن $٦٦١ - ٥٢٥ = ١٣٦$ ويكون الطالب العشرون هو الطالب الذي يحمل الرقم ١٣٦.

لاحظ إن الأرقام ١١٨,٥١,٣٩ قد تكرر كل منها مرتين وحيث إن نظام العينة دون إرجاع فيجب إن نسحب ثلاثة أرقام أخرى تكون غير متكررة داخل العينة حيث إن العينة بهذا التكرار تكون ١٧ مفردة فقط وليست عشرون ولإكمالها نسحب ثلاثة

أرقام أخرى فإذا تكررت نستبعدا ونسحب غيرها حتى نحصل على حجم عينة قدره عشرون مفردة نستمر الآن في السحب .

٦١٨ يقع اخل المجموعة الرابعة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه ٥٢٥
اى إن ٦١٨-٥٢٥=٩٣ ويكون الطالب الذي يحمل الرقم ٩٣ داخل مفردات العينة .

٩٠٣ يقع اخل المجموعة السادسة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه ٨٧٥
اى إن ٩٠٣-٨٧٥=٢٨ ويكون الطالب الذي يحمل الرقم ٢٨ داخل مفردات العينة

٣٦٧ يقع اخل المجموعة الثالثة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه ٣٥٠ لي
إن ٣٦٧-٣٥٠=١٧ ويموت الطالب الذي يحمل الرقم ١٧ داخل مفردات العينة
وبترتيب الإعداد التي دخلت العينة تصاعديا نجد إن العينة العشوائية البسيطة المكونة
من العشرين طالبا هم الطلاب الذين يحملون الأرقام ١٧٢، ١٦٠، ١٤٧، ١٤٢،
١٣٦، ١٢٤، ١١٨، ١٠٤، ٩٣، ٩١، ٨٥، ٥١، ٤٨، ٣٩، ٣٤، ٢٨، ٢٧، ٢٠،
(٨، ١٧)

لاحظ إننا اقتصدنا في استخدام الأرقام ولم نستبعد غير الأرقام التي سبق
اختيارها من قبل وهم ثلاثة أرقام فقط كذلك استطعنا توفير الوقت اللازم للبحث عن
الإعداد المطلوبة .

مثال (٣): مطلوب اخذ عينة عشوائية مكونة من ١٠ أفراد معوقين من بين المعوقين في خمس مؤسسات اجتماعية لعلاج المعوقين وذلك باستخدام جدول الأرقام العشوائية علما بان عدد المعوقين الموجودين بكل مؤسسة حسب الجدول التالي:

رقم المؤسسة	١	٢	٣	٤	٥	المجموع
عدد المعوقين	٧٥	٢٠٠	٣٠	٦٠	٤٣٠	٧٩٥

الحل

المجتمع في هذه الدارسة يتكون من ٧٩٥ معوق ولتكوين إطار هذا المجتمع نقوم بعمل كشف بأسماء المعوقين في المؤسسة الأولى تليها أسماء المعوقين في المؤسسة الثانية ثم الثالثة ثم الرابعة ثم الخامسة بالتالي يلزمنا الحصول على ١٠ أعداد عشوائية ابتداء من العدد (٠٠١) وحتى العدد (٧٩٥) ولكن قبل أن نقوم بعملية السحب نكون الجدول المجتمع الصاعد في الصورة التالية :

٧٥	عدد المعوقين في المؤسسة الأولى
$٢٧٥=٢٠٠+٧٥$	عدد المعوقين في المؤسسة الأولى + الثانية
$٣٠٥=٣٠+٢٧٥$	عدد المعوقين في المؤسسة الأولى + الثانية + الثالثة
$٣٦٥=٦٠+٣٠٥$	عدد المعوقين في المؤسسة الأولى + الثانية + الثالثة + الرابعة
$٧٩٥=٤٣٠+٣٦٥$	عدد المعوقين في المؤسسة الأولى + الثانية + الثالثة + الرابعة + الخامسة

في هذه الحالة يمكن تقسيم إعداد جدول الأرقام العشوائية إلى خمس مجموعات ممثلة للمؤسسات الخمس في الصورة التالية:

المجموعة الأولى (٠٠١) حتى (٠٧٥) وتمثل أفراد المؤسسة الأولى
 المجموعة الثانية (٠٧٦) حتى (٢٧٥) وتمثل أفراد المؤسسة الثانية
 المجموعة الثالثة (٢٧٦) حتى (٣٠٥) وتمثل أفراد المؤسسة الثالثة
 المجموعة الرابعة (٣٠٦) حتى (٣٦٥) وتمثل أفراد المؤسسة الرابعة
 المجموعة الخامسة (٣٦٦) حتى (٧٩٥) وتمثل أفراد المؤسسة الخامسة
 فإذا تم سحب ١٠ إعداد عشوائية من جدول الأرقام العشوائية بين العدد (٠٠١) والعدد (٥٩٧) نجد إن الاتي (سوف نبدأ نقطة البدء من الرقم الأول لإغراض الشرح)

(٥١٠,٠٣٩,٣٨٤,٥٦٤,٠٥١,٥٧٣,١٢٤,١٤٢,٣٢٢,٤٠١) لاحظ إننا استبعدنا الرقم ٩٩٣ من الجدول نظرا لأنه يقع خارج نطاق إطار المجتمع والذي ينتهي عند الرقم ٧٩٥ وبترتيب هذه الأرقام ترتيبا تصاعديا نجد إن ٠

٥٧٣,٥٦٤,٠٥١,٤٠١,٣٨٤,٣٢٢,١٤٢,١٢٤,٥١,٣٩ ويكون مفردات العينة في المؤسسة الأولى هم الأرقام ٥١,٣٩ ومفردات العينة في المؤسسة الثانية هما الأرقام ١٤٢,١٢٤ ويمكن الحصول على الأرقام المسلسلة لهما في كشف المؤسسة الثانية فقط في الصورة التالية:

الرقم ١٢٤ الممثل في الإطار العام للمجتمع يقابل الرقم ١٢٤-٧٥=٤٩ في إطار المؤسسة الثانية فقط.

(لاحظ إننا أردنا الحصول على الرقم المسلسل في كشف المؤسسة الثانية نطرح ٧٥ من رقم الإطار العام للمجتمع كله (أي نستبعد أرقام أفراد المؤسسة الأولى وكذلك الحال بالنسبة للمؤسسة الثالثة حيث نطرح ٢٧٥ من رقم الإطار العام للمجتمع كله (أي نستبعد أرقام أفراد المؤسسين الأولى والثانية وبالنسبة للمؤسسة الرابعة نطرح ٣٠٥ من رقم الإطار العام للمجتمع كله بالنسبة للمؤسسة الخاصة نطرح ٣٦٥ من رقم الإطار العام للمجتمع)

مفردات العينة في المؤسسة الثالثة لم تمثل فيها احد حيث لم يظهر اي أرقام عشوائية تقع داخل نطاق المؤسسة الثالثة ومفردات العينة في المؤسسة

الرابعة هو الرقم ويقابل المسلسل (٣٢-٣٠٥=١٧) في كشف المؤسسة الرابعة.

مفردات العينة في المؤسسة الخامسة هي الأرقام ٥٧٦، ٥٦٤، ٥١٠، ٤٠١، ٣٨٤ ويقابلها الأرقام المسلسلة التالية

$$١٩=٣٦٥-٣٨٤$$

$$٣٦=٣٦٥-٤٠١$$

١٤٥=٣٦٥-٥١٠

١٩٩=٣٦٥-٥٦٤

٢٠٨=٣٦٥-٥٧٣

في كشف المؤسسة الخامسة

ويمكن تلخيص ذلك في الجدول التالي :

رقم المؤسسة	عدد المعوقين	التكرار المتجمع	رقم أفراد العينة في الإطار الكلى للمجتمع	رقم أفراد العينة في إطار كل مؤسسة
١	٧٥	٧٥	٥١,٣٩	٥١,٣٩
٢	٢٠٠	٢٧٥	١٤٢,١٢٤	٦٧,٤٩
٣	٣٠	٣٠٥	-	-
٤	٦٠	٣٦٥	٣٢٢	١٧
٥	٤٣	٧٩٥	٥٧٣,٥٦٤,٥١٠,٤٠١,٣٨٤	٢٠٨,١٩٩,١٤٥,٣٦,١٩

المشاكل التي تترتب على العينات العشوائية البسيطة:

بالرغم من بساطة العينات العشوائية البسيطة وسهولة تطبيقها في البحوث المختلفة إلا إن هناك بعض المشاكل والصعوبات التي تواجه الباحث عند استخدامها ويمكن إيجاز أهمها فيما يلي :

١ - صعوبة الحصول على قوائم كاملة وغير متقدمة عن جميع مفردات المجتمع التي سوف يتم سحب العينة منها كثيرا ما يتطلب ذلك تحمل الباحث كثيرا من النفقات في المال والوقت والمجهود .

٢ - صعوبة وكثرة تكاليف كل من جمع البيانات من مفردات العينة العشوائية البسيطة والإشراف والرقابة على جمع البيانات من مفردات العينة حيث يكون من المحتمل انتشار مفردات العينة في مناطق جغرافية متعددة تؤدي إلى صعوبة وكثرة التكاليف .

٣ - يشترط إن تكون مفردات مجتمع البحث متجانسة إلى أكبر حد ممكن من الخاصة أو الخصائص التي يقوم الباحث بدارستها حتى تكون العينة العشوائية البسيطة ممثلة تمثيلا تاما لمجتمع البحث وهذا ما قد يندر وجوده في بعض المجتمعات .

٢ - ٤ - ٢ - العينة العشوائية المنتظمة :

ويطلق عليها في كثير من الأحيان اسم العينات ذات الفترات المتساوية وتعرف بأنها العينة التي يتم اختيار مفرداتها بحيث تكون المسافة أو الفترة بين كل مفردة وسابقتها ثابتة لجميع مفردات العينة ويحدد حجم العينة طول الفترة أو المسافة المنتظمة بين المفردات بعضها البعض فمثلاً إذا كان حجم العينة يمثل ١٠% من حجم المجتمع الأصلي فهذا يعني أنه إذا كان حجم المجتمع ١٠٠ مفردة فإن حجم العينة ١٠ مفردات وفي هذه الحالة يتم تقسيم مفردات المجتمع إلى ١٠ مجموعات حجم كل منها يساوي $100/10 = 10$ ثم يتم اختيار المفردة الأولى عشوائياً من المجموعة الأولى التي تبدأ من العدد (٠١) حتى العدد (١٠) ثم يضاف إلى رقم المفردة المختارة العدد ١٠ للحصول على المفردة الثانية وهكذا حتى نحصل على آخر مفردة من المجموعة العاشرة فيكون لدينا عشر مفردات كل واحدة منها تنتمي إلى مجموعة من المجموعات العشر بحيث تكون المسافة بين كل واحدة والأخرى مسافة ثابتة هي العدد (١٠) فمثلاً إذا فرضنا أنه بسحب المفردة الأولى عشوائياً من بين الإعدادات من (٠١) إلى (١٠) وجدنا أنها العدد ٣ مثلاً في هذه الحالة تتحدد وحدات العينة بالإعداد ٣, ١٣, ٢٣, ٣٣, ٤٣, ٥٣, ٦٣, ٧٣, ٩٣ وبصفة عامة إذا كان لدينا مجتمع حجمه (م) من المفردات أردنا اختيار عينة حجمها (ن) فإننا نرقم وحدات المجتمع من (١) إلى العدد (م) ونقسم هذه الأرقام إلى مجموعات عددها يساوي حجم كل منها يساوي (م/ن) = حجم المجتمع / حجم العينة يطلق على هذا الكسر اسم الكسر المعاينة ثم يختار عشوائياً رقماً واحداً من المجموعة الأولى ليكون أول رقم في العينة

العشوائية المنتظمة ونفرض انه الرقم س مثلا في هذه الحالة يكون نظام المعاينة العشوائية المنتظمة في الصورة التالية :

- المفردة الأولى في العينة هي س
- المفردة الثانية في العينة هي س + (م/ن)
- المفردة الثالثة في العينة هي س + ٢ (م/ن)
- المفردة الرابعة في العينة هي س + ٣ (م/ن)

.....
.....
.....

المفردة الأخيرة في العينة هي س + (ن - ١) (م/ن)

مثال (٤): نفرض إن لدينا مجتمع حجمه $M=30$ اردنا سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها $n=5$ فكيف يتم ذلك .

الحل

(١) نرقم مفردات المجتمع من اعدد (٠١) إلى العدد (٣٠)

(٢) نحدد كسر المعايين (طول كل مجموعة) $= \frac{n}{M} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

(٣) نقسم مجتمع الدارسة إلى مجموعة (حجم العينة) طول كل منها ٦ وحدات (قيمة كسر المعايينة) تكون المجموعة الأولى فيها من العدد (٠١) إلى العدد (٠٦) .

(٤) نختار رقم عشوائيا باستخدام جداول الأرقام العشوائية من بين أرقام المجموعة الأولى فإذا فرضنا إن هذا الرقم العشوائي للمفردة الأولى هو ٣ مثلا فان أرقام مفردات العينة تتحدد تبعا لذلك في الصورة التالية:

المفردة الأولى $= 3$

المفردة الثانية $= 3 + 6 = 9$

المفردة الثالثة $= 3 + 6 * 2 = 15$

المفردة الرابعة $= 3 + 6 * 3 = 21$

المفردة الخامسة $= 3 + 6 * 4 = 27$

مزاياها :

- (١) أسهل في اختيارها من العينة العشوائية .
- (٢) تمثل المجتمع تمثيلاً دقيقاً بمعنى أنه خطأ الصدفة أو العشوائية يكون فيها أقل منه في العينة العشوائية البسيطة .

عيوبها:

- (١) تحليلها الإحصائي أصعب , أي دراسة تأثير خطأ الصدفة على نتائجها أصعب , لذلك قد يضحى الباحث بدقة هذه العينة ويستخدم بدلاً منها العينة العشوائية البسيطة لتسهيل التحليل والبعد عن تعقيد النتائج المتحصل عليها .
- (٢) لا يمكن استخدامها إذا كان الإطار مكوناً من مجموعات متتالية ومتساوية ومتماثلة إذا كان طول الفترة مضاعفاً لعدد وحدات المجموعة أو العكس أي إذا كان عدد وحدات المجموعة مضاعفاً لطول الفترة ولتوضيح ذلك نفرض المثال التالي :

مثال (٥):

نفرض أننا نريد سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ١٠% هذا يعني أنه إذا كان حجم المجتمع ١٠٠ وحدة فإن حجم العينة يساوي ١٠ وحدات ومن ثم فإن عدد المجموعات المتساوية التي يقسم إليها المجتمع = عدد مفردات العينة = ١٠

كسر المعاينة = طول الفترة الزمنية = م / ن = ١٠٠ / ١٠ = ١٠

كما إن عدد وحدات كل مجموعة = ١٠

نفرض إن لدينا مصنعة عشرة عنابر حجم كل منها ١٠ عمال وهى متماثلة في توزيع عمالها كالتالي :

الأول هو رئيس العنبر

الثاني هو الأسطى للعمال

الباقى ابتداء من العامل العاشر عمال وهذا هو المتبع دائما في مثل هذه الكشوف .

هنا نجد إن حجم المجتمع = ١٠٠ عامل

حجم العينة = $100 * 10 / 100 = 10$ عمال

ورتب قوائم العنابر العشرة بنفس الترتيب المتبع المذكور سابقا فإذا سحبنا من العنبر الأول رقما عشوائيا من بين الأرقام من (٠١) إلى (١٠) وظهر الرقم (٢) مثلا والذي يمثل رقم الأسطى للعنبر الأول في هذه الحالة وحيث إن كسر المعاينة (طول الفترة) = ١٠ أيضا فإن المفردة الثانية هى الرقم $12 = 10 + 2$ وهى تمثل المسلسل الثاني في العنبر الثاني والذي يحمله الأسطى للعنبر الثاني كما إن المفردة الثالثة هى الرقم $22 = 10 * 2 + 2$ وهى

تمثل المسلسل الثاني للعنبر الثالث والذي يحمله الأسطى للعنبر الثالث وهكذا نجد إن جميع مفردات العينة وهى الأرقام ٩٢, ٨٢, ٧٢, ٦٢١, ٥٢, ٤٢, ٣٢, ٢٢, ١٢, ٢ العنابر العشرة الممثلة لمجتمع الدارسة وهذا المسلسل الثاني يمثل الأسطى لكل عنبر

من العنابر العشرة هذا يعنى إن كل مفردات العينة يمثلها الأسطى ولا يظهر اى تصنيف آخر من العمال في الدارسة سواء الرئيس أو العمال وبالتالي فان هذه العينة لا تمثل مجتمع الدارسة تمثيلا صحيحا حيث تكون متحيزة للأسطى فقط

مثال (٦): نفرض إن معهد الخدمة الاجتماعية يتكون من ١٠ أقسام متماثلة في كيفية توزيع أفرادها حيث يكون:

الأول هو رئيس القسم

الثاني هو وكيل القسم

الثالث هو عضو هيئة التدريس بالقسم

الرابع هو عضو هيئة التدريس بالقسم

الخامس حتى العاشر تمثل الهيئة المعاونة من المعيدين والمدرسين المساعدين •

ابتداء من الحادي عشر وحتى الخامس عشر تمثل الإداريون بالقسم من سكرتارية وموظفين وعمال •

من السادس عشر وحتى الخمسون هم طلاب القسم •

هنا حجم المجتمع = $50 \times 910 = 500$ مفردة فإذا أردنا سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ٢% من حجم المجتمع نجد الاتى :

حجم عينة الدارسة = $500 \times \frac{2}{100} = 10$ مفردات

كسر المعاينة = $\frac{10}{500} = 0.02$

تقسم مفردات مجتمع الدراسة إلى عشر مجموعات - حُجْمَن كل منها ٥٠ مفردة تكون أرقام المجموعة الأولى وهو القسم الأول من (٠١) إلى (٥٠)

فإذا تم سحب عينة عشوائية من مفردات القسم الأول وكانت هذه المفردة رقم (٣) في هذه الحالة يكون نظام المعاينة كالتالي :

المفردة الأولى = ٣

المفردة الثانية = ٥٣ = ٥٠ + ٣

المفردة الثالثة = ١٠٣ = ٥٠ * ٢ + ٣

المفردة الأخيرة = ٤٥٣ = ٥٠ * ٩ + ٣

كل هذه المفردات تمثل المسلسل رقم (٣) في كل مجموعة الذي يحمله احد أعضاء هيئة التدريس وبالتالي فان دراسة تلك العينة ستركز على أعضاء هيئة التدريس دون النظر إلى بقية الفئات الأخرى.

شروط العينة العشوائية المنتظمة :

يشترط في اختيار العينة العشوائية المنتظمة ما يلي :

- (١) وجود حجم المجتمع •
- (٢) تحديد حجم العينة وبالتالي تحديد كسر المعاينة •
- (٣) اختيار المفردة الأولى عشوائي
- (٤) باقي المفردات يفصلها عن بعضها أرقام أو فترات منتظمة
- (٥) الفترات أو الأرقام المنتظمة تبدأ بعد الرقم العشوائي الأول

٢ - ٤ - ٣ - العينة العشوائية الطبقية :

تعريفها : تسمى هذه العينة أحيانا بالعينة الاحتمالية للقطاعات وفيها نقسم مجتمع الدراسة إلى طبقات أو مجموعات متجانسة لظاهرة لها علاقة بالمتغير المطلوب بحثه وبحيث تكون هذه الطبقات أو المجموعات غير متداخلة والجدير بالذكر إن تقسيم المجتمع إلى طبقات متجانسة يؤدي إلى التقليل من خطأ الصدفة والتحيز كما انه في أحوال عديدة قد يقتضى الأمر إن يكون تركيز الباحث على فئة من المجتمع أكثر من غيرها مما يقتضى اختيار العينة على أساس الطبقات فمثلا لو أردنا التعرف على رأى طلبة الفرقة الرابعة بكلية الخدمة الاجتماعية بخصوص نظام الدراسة مثلا فان هناك طريقتين لتحديد العينة •

أولهما: اختيار عينة عشوائية بسيطة من إطار طلاب الفرقة الرابعة •

ثانيهما : تقسيم هذا الإطار إلى طلاب منقولون من الثالثة إلى الرابعة بتقدير ممتاز , جيد جدا , جيد , مقبول ثم اختيار عينة تمثل كل مستوى علمي وفي هذه العينات يجب أن يكون حجم كل طبقة أو مجموعة في العينة متناسبا مع حجم الطبقة أو المجموعة في المجتمع الأصلي .

مثال توضيحي: أراد عميد معهد الخدمة الاجتماعية اختيار ٢١٠ طالب من بين الطلاب المعهد لتمثيله في مهرجان الشباب العالمية .

هنا تتوقف العينة على أهداف عميد المعهد في هذا التمثيل وعلى الأنشطة المختلفة التي يمارسها الطلاب فان كان الهدف من هذا التمثيل وجود طلاب من الشباب بصرف النظر عن مستواهم العلمي أو غيره نكون إمام عينة عشوائية ترقم فيها طلاب المعهد في قائمة أو إطار ويتمك سحب عشرة أرقام عشوائية تمثل كل منها احد طلاب المعهد بصرف النظر عن مستواه الدارس إما إذا كان هدف عميد المعهد إقامة مسابقات علمية وفنية تتوقف على المستوى الدارس الثقافي والفكري للطلاب . في هذه الحالة فان العينة العشوائية البسيطة قد لا يحقق هذا الهدف حيث لا يوجد ما يمنع أن تكون العينة كلها من الفرقة الأولى فقط أو الثانية فقط أو الثالثة فقط أو الرابعة فقط ولا يوجد ما يمنع أن تكون العينة من البنات فقط أو الأولاد فقط فان كانت أهداف دراسة العينة هو انعكاس الاختلافات الفكرية والثقافية والدراسية للطلاب أو اختلافات النوع في هذه الحالة يجب على المعهد إما إلى أربعة مجموعات أو طبقات يمثل كل منها فرقة من فرق الدارسة ثم تسحب العينة العشوائية من هذه

المجموعات أو انه يقسم طلاب المعهد إلى مجموعتين حسب النوع ويسحب العينة العشوائية من هاتين المجموعتين كل حسب الأهداف وإغراض الدراسة .

مزاياها:

- (١) تحتوى على وحدات من كل طبقة .
- (٢) أدق تمثيلا للمجتمع من العينة العشوائية البسيطة أو المنتظمة .
- (٣) يقل فيها خطأ الصدفة والتحيز .

شروطها:

يشترط في اختيار العينة العشوائية الطبقيّة الشّروط التالية :

- (١) وجود إطار المجتمع .
- (٢) تحديد حجم العينة .
- (٣) إذا كان المجتمع مكون من طبقات أو أجزاء أو فئات بطريقة توضح تباين خصائص كل طبقة حتى يتم اختيار العينة بدقة فلا بد من تمثيل كل طبقة في العينة المسحوبة .

طرق اختيار العينة الطبقيّة :

تبدى طريقة اختيار العينة العشوائية الطبقيّة بتقسيم حجم المجتمع (م) إلى طبقات أو مجموعات متجانسة عددها (و) إحجامها على الترتيب

م م₁ م₂ م_و بحيث إن :

$$م = م_1 + م_2 + م_3 + + م_و$$

أو بعبارة أخرى

حجم الطبقة الأولى في المجتمع + حجم الطبقة الثانية في المجتمع + + حجم الطبقة الأخيرة في المجتمع = حجم المجتمع الاصلى كله

وإذا أردنا اختيار عينة حجمها (ن) من هذا المجتمع فإننا نختار من كل طبقة عددا من المفردات يتناسب طرديا مع حجم هذه الطبقة ثم نقوم بعد ذلك بسحب مفردات العينة المخصصة لكل طبقة من الطبقة المناظرة لها بطريقة عشوائية باستخدام جدول الأرقام العشوائية.

أي أنه إذا كان الحجم الكلى للعينة هو (ن) فإنه يتم تقسيم أو توزيع حجم العينة (ن) على طبقات المجتمع حيث يكون :

n_1 عدد مفردات العينة المسحوبة من الطبقة الأولى

n_2 عدد مفردات العينة المسحوبة من الطبقة الثانية

n_3 عدد مفردات العينة المسحوبة من الطبقة الثالثة

n_r عدد مفردات العينة المسحوبة من الطبقة الأخيرة

بحيث إن:

$$N = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_r$$

أي مجموع مفردات العينة المسحوبة من الطبقات = مجموع مفردات العينة كلها .
والآن يتساءل البعض عن كيفية توزيع مفردات العينة على طبقات

المجتمع الأصلي والرد على هذا السؤال نقول إن هناك ثلاث طرق رئيسية لتوزيع مفردات العينة على طبقات المجتمع وهي :

(١) طريقة التخصيص المتساو:

فيها يتم تخصيص عددا محددا من المفردات على الطبقات المختلفة وهذه الطريقة يعيبها أنها تعطي لجميع طبقات المجتمع أوزانا متساوية على الرغم من أن هذا التساو لا يتحقق في كثير من الأبحاث فمثلا إذا أردنا توزيع حجم عينة طبقية ١٥ مفردة على ٥٦ طبقات إحجام كل منها ما يلي :

$$200 = 4م$$

$$30 = 1م$$

$$240 = 5م$$

$$70 = 2م$$

$$150 = 1م$$

فانه طبقا لهذه الطريقة فان كل طبقة من هذه الطبقات يمثل في العينة بحجم متساو وهذا يعنى إن حجم العينة داخل كل طبقة $= 5/15 = 3$ مفردات هذا بصرف النظر عن التفاوت في احجام الطبقات .

(٢) طريقة التخصيص النسبي (التوزيع المتناسب):

وفيها يكون عدد مفردات العينة في كل طبقة متناسبا مع عدد مفردات مجتمع البحث في كل طبقة وتسمى العينة في هذه الحالة بالعينة الطبقيّة المتناسبة فمثلا إذا كان لدينا عينة حجمها يساوى ١٠% من حجم المجتمع فإننا نختار من كل طبقة ١٠% من حجمها وعليه فإن كسر المعاينة في كل من الطبقات سيكون ثابتا (ويساوى ١٠/١ في هذه الحالة) الأمر الذي يسهل العمليات الرياضية في تقدير المعالم المطلوب دراستها ويجعل عملية الجدولة للبيانات من المجتمع ككل بسيطة وميسرة ويسمى هذا النوع من المعاينة في كثير من الأحيان بالمعاينات المرجحة لنفسها .

وهذه الطريقة تفترض إن تباين الظاهرة متساو في الطبقات المجتمع المختلفة وهذا قد لا يتحقق كثيرا في مجتمعات الدراسة .

ففي المثال السابق إذا افترضنا إن تباينات الطبقات الخمسة المكونة لمجتمع الدراسة متساوية فإنه يمكن توزيع حجم العينة على طبقات المجتمع باستخدام التخصيص النسبي كالتالي:

$$\text{حيث إن } M = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5$$

$$= 30 + 70 + 150 + 200 + 240$$

$$= 690$$

$$n_1 = \text{حجم العينة للطبقة الأولى} = 30 \times 690 / 150 = 138 \approx 140 \text{ تقريبا}$$

$$n_2 = \text{حجم العينة للطبقة الثانية} = 70 \times 690 / 150 = 318 \approx 320 \text{ تقريبا}$$

$$ن_3 = \text{حجم العينة للطبقة الثالثة} = 150 \times 690 / 150 = 3,26 \approx 3 \text{ تقريباً}$$

$$ن_4 = \text{حجم العينة للطبقة الرابعة} = 150 \times 690 / 200 = 4,35 \approx 4 \text{ تقريباً}$$

$$ن_5 = \text{حجم العينة للطبقة الخامسة} = 150 \times 690 / 240 = 5,22 \approx 5 \text{ تقريباً}$$

$$ن = \text{حجم العينة الكلى} = 15$$

لاحظ إن حجم العينة قد تم توزيعه على طبقات المجتمع مرجحاً هذا التوزيع بحجم كل طبقة إلا إن هذا التوزيع قد اغفل جانب الاختلافات في التباينات بين الطبقات المختلفة وهذا يعتبر احد عيوب هذا النظام .

(٣) طريقة التخصيص الأمثل (التوزيع الأمثل):

في هذه الطريقة يتم توزيع مفردات العينة على الطبقات المختلفة أخذاً في الاعتبار كل من:

- (١) الاختلاف في حجم الطبقات .
 - (٢) الاختلاف في تباين المفردات داخل الطبقات المختلفة أو بعبارة أخرى مدى التجانس بين طبقات المجتمع .
 - (٣) اختلاف عامل التكلفة لجمع البيانات داخل الطبقات المختلفة .
- يرجع الفضل في استخدام هذا التوزيع الأمثل إلى العالم الاحصائي نيمان (j.neyman) الذي درس في اى التوزيعات أو التقسيمات يمكن إن ينتج عنه اقل خطأ ممكن في العينة من الناحية الرياضية وقد وجد إن هذا التوزيع هو

الذي يتسم بتقسيم العينة داخل الطبقات بصورة تتناسب مع الانحراف المعياري داخل الطبقة بمعنى إن العينة تكبر •

كلما كبر حجم الانحراف المعياري وتصغر كلما صغر الانحراف المعياري داخل الطبقة وقد سمي هذا التقسيم بتقسيم نيومان نسبة إليه وفيه يتحدد حجم العينة داخل كل طبقة في الصورة التالية :

(١) حيث انه كلما زادت حجم الطبقة زادت تبعاً لها حجم العينة داخل الطبقة بمعنى إن هناك تناسباً طردياً بين حجم الطبقة في المجتمع وحجم العينة داخل الطبقة الواحدة •

(٢) حيث انه كلما زاد الانحراف المعياري لمفردات الطبقة في المجتمع دل ذلك على تشتت هذه المفردات واختلافاتها ومن أجل تمثيل هذا الاختلاف فيجب زيادة حجم العينة الممثلة لهذه الطبقة وهذا يعني إن هناك تناسباً طردياً بين قيمة الانحراف المعياري لكل طبقة من المجتمع وحجم العينة داخل الطبقة الواحدة •

حجم العينة داخل الطبقة الواحدة مرجحاً بهذين المعيارين يكن في الصورة التالية:

$$n_h = N \times \frac{s_h^2}{\sum_{h=1}^H s_h^2}$$

حيث n_h = حجم العينة داخل الطبقة الهائية

N = حجم المجتمع داخل الطبقة الهائية

s_h = الانحراف المعياري لمفردات الطبقة الهائية

ن = حجم العينة كلها المطلوب توزيعها

(٣) حيث انه كلما زادت تكلفة جمع المفردة الواحدة داخل الطبقة فان هذا يؤدي إلى صغر حجم العينة داخل الطبقة في ظل حجم استثمارات ثابت في ميزانية البحث فان هذا يعنى إن هناك تناسبا

(٤) عكسيا بين حجم التكاليف لجمع المفردات داخل الطبقة الواحدة وحجم العينة داخل الطبقة الواحدة.

حجم العينة داخل الطبقة الواحدة يمثل تحديده في ظل المعايير الثلاثة السابقة في الصورة التالية:

$$n = n \times \left[\frac{s_m}{t} \right]$$

ت = مجموع حاصل ضرب (حجم طبقات المجتمع في انحرافاتها المعيارية)

حيث ت = تكلفة جمع البيانات للمفردات داخل الطبقة الهائية أو بعبارة أخرى فان /:

حجم العينة داخل الطبقة الهائية =
حجم المجتمع داخل الطبقة الهائية $\times$ الانحراف
المعياري للطبقة الهائية

مجموع حاصل ضرب (حجم طبقات المجتمع في
انحرافات المعيارية)
مضروبا في حجم العينة الكلى المطلوب توزيعه
مضروبا حجم العينة الكلى المطلوب توزيعه ٠

مثال (٧):

المطلوب توزيع ٥٠٠ مفردة على كل من الطبقين ا.ب.من البيانات التالية:-

الانحراف المعيارى	عدد المفردات فى كل طبقة	الطبقة
٥٠	١٠٠٠٠	ا
١٠	٩٠٠٠٠	ب

(ا) طبقا للتوزيع أمتساو:

حجم مفردات العينة لكل طبقة = $\frac{500}{2}$ = ٢٥٠ مفردة

(ب) طبقا للتوزيع النسبي :

$$\text{مفردات العينة للطبقة ا} = 500 \times \frac{10000}{100000} = 50 \text{ مفردة}$$

$$\text{مفردات العينة للطبقة ب} = 500 \times \frac{90000}{100000} = 450 \text{ مفردة}$$

(ج)طبقا للتوزيع الأمثل :

$$\text{مفردات العينة للطبقة ا} = \frac{10000 \times 50}{500 \times (10000 \times 50 + 90000 \times 10)} = 179 \text{ مفردة}$$

$$\text{مفردات العينة للطبقة ب} = \frac{90000 \times 10}{500 \times (10000 \times 50 + 90000 \times 10)} = 321 \text{ مفردة}$$

$$= 179 - 500 = 321 \text{ مفردة}$$

ويمكن تلخيص حسابات التوزيع الأمثل في الجدول التالي :

الطبقة	م	S	م	S	ن
ا	10000	50	500000	$179 = 500 \times \frac{500000}{1400000}$	
ب	90000	10	900000	$321 = 500 \times \frac{900000}{1400000}$	
المجموع		-	1400000	500	

مثال (٨) :

المطلوب توزيع ٢٠٠ مفردة على أربعة طبقات ا,ب,ج,د إذا علمت إن الانحرافات المعيارية لهذه الطبقات هي على الترتيب ٢,١,٣,٥ كما إن نسبة عدد مفردات المجتمع بالطبقات إلى عدد مفردات المجتمع ككل (الحجم النسبي للطبقات) هي على الترتيب ٣٥,٣٠,١٥,٢٠.

الحل

نظرا لوجود الانحرافات المعيارية واختلافاتها من مجموعة إلى مجموعة أخرى وكذلك اختلاف الأحجام النسبية لكل مجموعة فإننا

سنستخدم طريقة التوزيع الأمثل في توزيع حجم العينة على الطبقات المختلفة في الصورة التالية:

يتم ضرب الحجم النسبي لكل طبقة في المجتمع في الانحراف المعياري لمفردات هذه الطبقة ثم بالجمع لحاصل الضرب والتطبيق في القانون المستخدم كالتالي :

$$SX_1 = 2 \times 0,35 = 0,70$$

$$SX_2 = 1 \times 0,30 = 0,30$$

$$SX_3 = 3 \times 0,15 = 0,45$$

$$م_4 SX_4 = ٥ \times ٠,٢٠ = ١,٠٠$$

$$مجم_٥ S = ٢,٤٥$$

$$ن_1 = \frac{م_1 S_1}{مجم_٥ S} = \frac{٢ \times ٠,٧٠}{٢,٤٥} = ٠,٥٨$$
 مفردة

$$ن_2 = \frac{م_2 S_2}{مجم_٥ S} = \frac{١ \times ٠,٣٠}{٢,٤٥} = ٠,٢٤$$
 مفردة

$$ن_3 = \frac{م_3 S_3}{مجم_٥ S} = \frac{٣ \times ٠,٤٥}{٢,٤٥} = ٠,٣٦$$
 مفردة

$$ن_4 = \frac{م_4 S_4}{مجم_٥ S} = \frac{٥ \times ٠,٢٠}{٢,٤٥} = ٠,٨٢$$
 مفردة

$$ن = \text{الحجم الكلي للعيينة} = ٢٠٠ \text{ مفردة}$$

ويمكن تلخيص نتائج الحسابات في الجدول التالي :

الطبقة	م _٥	S _٥	م _٥ S _٥	ن _٥
١	٠,٣٥	٢	٠,٧٠	٥٨
٢	٠,٣٠	١	٠,٣٠	٢٤
٣	٠,١٥	٣	٠,٤٥	٣٦
٤	٠,٢٠	٥	١,٠٠	٨٢
المجموع	١,٠٠		٢,٤٥	٢٠٠

مثال (٩):

في المثال السابق إذا علمت إن تكلفت جمع البيانات المفردة الواحدة من الطبقات المختلفة للمجتمع هي على الترتيب ١٥, ١٠, ٣٠, ٤٠ قرشا احسب عدد مفردات العينة لكل طبقة.

الحل

يتم ضرب الحجم النسبي لكل طبقة * أنحرفها المعياري ونقسم الناتج على الجذر التربيعي لتكلفة جمع المفردة الواحدة دخل الطبقة في الصورة التالية :

$$0.18 = \frac{0.70}{3.873} = \frac{0.35 \times 2}{\sqrt{15}} = \frac{1s_1}{\sqrt{1}t_1}$$

$$0.09 = \frac{0.30}{3.163} = \frac{0.30 \times 1}{\sqrt{10}} = \frac{3s_2}{\sqrt{3}t_2}$$

$$0.08 = \frac{0.45}{5.477} = \frac{0.15 \times 3}{\sqrt{30}} = \frac{3s_3}{\sqrt{3}t_3}$$

$$0.15 = \frac{1.0}{6.325} = \frac{0.20 \times 5}{\sqrt{40}} = \frac{4s_4}{\sqrt{4}t_4}$$

$$0.50 = \frac{ms_m}{\sqrt{m}t_m}$$

$$n_1 = 200 * 0.50 / 0.18 = 555.56 \approx 556 \text{ مفردة}$$

$$n_2 = 200 * 0.50 / 0.09 = 1111.11 \approx 1111 \text{ مفردة}$$

$$n_3 = 200 * 0.50 / 0.08 = 1250 \text{ مفردة}$$

$$n = 200 \times 0.50 / 0.15 = 667$$

$$n = \text{حجم العينة الكلي} = 200 \text{ مفردة}$$

الطبقة	م	s	ت	م	s	ن
١	٠,٣٥	٢	٣,٨٧٣	٠,٧٠	٠,١٨	٧٢
٢	٠,٣٠	١	٣,١٦٣	٠,٣٠	٠,٠٩	٣٦
٣	٠,١٥	٣	٥,٤٧٧	٠,٤٥	٠,٠٨	٣٢
٤	٠,٢٠	٥	٦,٣٢٥	١,٠٠	٠,١٥	٦٠
المجموع	١,٠٠			٢,٤٥	٠,٥٠	٢٠٠

مشاكل العينة الطبقية:

تتعرض العينة الطبقية لمشاكل عديدة من أهمها:

- (١) عدم توفر كشوف كاملة وغير متقادمة من مفردات مجتمع البحث ومفردات كل من الطبقات التي قسم إليها مجتمع البحث .
- (٢) كثرة التكاليف في المال والوقت والمجهود بالنسبة لجمع البيانات والإشراف والرقابة على عملية جمع البيانات من المفردات العينة في حالة انتشار مفردات كل طبقة في عدد من المناطق الجغرافية .

صعوبة اختيار الخاصية أو الخصائص التي سوف يقسم على أساسها مجتمع البحث إلى عدد من الطبقات •

(٣) صعوبة اختيار عدد الطبقات بحيث مفردات كل طبقة متجانسة من حيث الخصائص التي يقوم الباحث بدراستها وبحيث يكون هناك تباين بين مفردات كل طبقة ومفردات الطبقات الأخرى •

(٤) عدم توفير البيانات الدقيقة والموضوعية عن المعايير التي يمكن الاعتماد عليها في توزيع مفردات العينة على الطبقات أو القطاعات المختلفة فمثلا في حالة اختيار عينة من مشترى إحدى الصحف من كل من القاهرة والاسكندرية وطنطا وأسيوط (وكذلك أحياء كل مدينة) فهل سيتم توزيع مفردات العينة على أساس كمية توزيع الصحيفة موضع البحث أو جميع الصحف أو عدد السكان الذين يعرفون القراءة والكتابة أو عدد أجهزة الإعلان • الخ ويلاحظ إن كثيرا من هذه المؤشرات لا تتوفر عنها بيانات كاملة مما يؤدي إلى تدخل شخصية الباحث في ذلك من ثم ينتج نوعا من التحيز في تقدير المعلمات المرتبطة بتا •

استخدامات العينة الطبقية:

للعينة الطبقية استخدامات عديدة من أهمها :

- (١) إذا كان الحاجة ماسة إلى جمع بيانات عن كل طبقة من طبقات المجتمع فانه يفضل معاملة كل طبقة وكأنها مجتمع مستقل •
- إذا كانت الظروف الإدارية تستدعي عملية التقسيم إلى طبقات •

(٢) مشاكل المعاينة تختلف من طبقة إلى أخرى وفي حالة المجتمعات الإنسانية فإن الأشخاص الذين يعيشون في الفنادق أو المستشفيات أو السجون يختلفون عن أولئك الذين يعيشون في بيوتهم الخاصة وذلك لأن طريقة الوصول إلى وحدات المعاينة تختلف من حالة إلى أخرى.

(٣) يمكن الحصول على تقدير أفضل لثوابت المجتمع ووصف أولى وأدق لخواصه باستخدام هذه الطريقة خصوصا إذا كان المجتمع غير متجانس .

٢ - ٤ - ٤ - العينة العشوائية ذات المراحل المتعددة والمعاينة العنقودية:

ويطلق عليها في بعض الأحيان المعاينة في مجموعات مع اتساع حجم المجتمع فإن الباحث يلجأ إلى العينة متعددة المراحل بهدف الوصول لمفردات العينة خصوصا في حالة عدم توفر القوائم التي تشمل أسماء مفردات مجتمع الدراسة لدى الباحث وهذا النوع من العينات يشير إلى وجود أكثر من مرحلة في عملية الاختيار فإذا تم هذا الاختيار على مرحلتين فإن العينة العشوائية تسمى ثنائية المراحل - two stage sampling إما إذا كان الاختيار على أكثر من مرحلتين سميت بالمعاينة متعددة المراحل أو عينة المجموعات فمثلا عند إجراء بحث للتعرف على وسائل تنظيم الأسرة فإن مجتمع الدراسة يعتبر من المجتمعات الكبيرة في مثل هذه الحالات حيث يتم تقسيم البلد أو الدولة طبقا للمحافظات المكونة لها ثم نأخذ عينة عشوائية من هذه المحافظات ثم نختار عينة عشوائية من أحياء ومراكز تلك المحافظات التي ظهرت في المرحلة الأولى وهذه العينة الجديدة تمثل المرحلة الثانية ثم نختار عينة عشوائية من المساكن داخل هذه الأحياء والمراكز لتمثل العينة الأخيرة المرحلة

الثالثة ثم نختار عينة للأسر المطلوب مقابلتهم داخل المساكن حيث تمثل عينة الأسر الأخيرة المرحلة الرابعة .

ومن ثم تكون العينة اللازمة للبحث قيد الاهتمام هي العينة المتعددة المراحل ويلاحظ إن زيادة عدد المراحل يتبعه زيادة في حجم العينة وذلك للتقليل من خطأ الصدفة .

ويرجع شيوع استخدام المعاينة المتعددة المراحل لسببين رئيسين :

- (١) يندر وجود إطار متكامل لكل المجتمع المراد دارسته وغالبا تكون تكلفة تكوين هذا الإطار عالية من الناحية المادية والزمنية على السواء وبالطبع فان وجود هذا الإطار ضروري في كل مراحل المعاينات الإحصائية .
- (٢) السبب الثاني هو إن الاختيار المباشر للوحدات تحت الدراسة قد ينتج عنه عينة مبعثرة على كل أنحاء المجتمع الأمر الذي يزيد من تكلفة عملية جمع البيانات وبالطبع فانه في معظم الأحيان ينتج عن اختيار عينة عشوائية بسيطة نتائج ذات تباين اقل مما لو إننا اخترنا عينة من مجموعات بنفس الحجم ولكن بإدخال عامل التكلفة في الاعتبار فان المعاينة في مجموعات ترجح كفتها ولهذا نجد إن هذا النوع من العينات يكثر استخدامه في الدارسات ذات الطابع القومي التي تشمل الدولة كلها أو معظمها مثل دراسة ميزانية الأسرة ودارسات تنظيم الأسرة والدارسات الديموجرافية وهكذا وبالتالي فان المجتمع الذي نبجته موزعا على مناطق عديدة .

وتعتبر عينة المساحة (area sample) نوعا خاصا من عينة المجموعات ويعتمد اختيار عينة المساحة بصفة عامة على الخرائط المساحية التي توضح تقسيم المدن إلى أحياء أو أقسام إدارية والأحياء أو الأقسام إلى شوارع ويبين في كل منها المساكن الموجودة بالحي أو القسم أو الشارع.

والجدير بالذكر إن عينة المساحة يمكن تقسيمها إلى ما يلي:

(١) عينة المساحة التي يتم اختيارها على مرحلة واحدة :

وفيها يقوم الباحث بتقسيم المجتمع إلى عدد من المدن أو الأحياء أو الشوارع حسب نطاق البحث والهدف منه ويستعين الباحث بالخرائط المساحية في هذه الخطوة ويختار الباحث عددا من هذه المدن أو الأحياء أو الشوارع بطريقة عشوائية وتتم مقابلة جميع المفردات التي توجد داخل هذه المدن أو الأحياء أو الشوارع التي تم اختيارها عشوائيا وهي عينة احتمالية نظرا لتساوى نفس الفرص لكل مدينة أو حي أو شارع.

(٢) عينة المساحة التي يتم اختيارها على مرحلتين :

وفيها يقوم الباحث باختيار هذه العينة نظرا لعدم ضرورة مقابلة جميع المفردات في المدينة أو الحي أو الشارع التي تم اختيارها في المرحلة الأولى خاصة في حالة تقاربها من حيث الخصائص موضع البحث ولاختيار هذه العينة فان الباحث يتبع نفس الخطوات التي سبق ذكرها لاختيار عينة المساحة ذات المرحلة الواحدة وبعد ذلك يقوم الباحث باختيار عشوائيا في المرحلة الأولى ويلاحظ إن هذه

العينة يتم اختيارها على مرحلتين حيث يتم اختيار عدد من المدن أو الأحياء أو الشوارع عشوائياً في المرحلة الأولى , ثم اختيارها من قبل وتمثل العينة الأخيرة المرحلة الثانية .

والجدير بالذكر انه بينما نأخذ جميع الأفراد في المدن أو الأحياء أو الشوارع التي وقع عليها الاختيار العشوائي في عينة المساحة ذات المرحلة الأولى فانه في عينة المساحة ذات المرحلة الثانية نأخذ عينة أخرى من هؤلاء الأفراد ليتم مقابلاتهم ودراسة خصائصهم ليس كل الأفراد ولذلك فان هذه العينة قد تم اختيارها على مرحلتين .

(٣) عينة المساحة التي اختيرها على مراحل متعددة :

وتستخدم هذه العينة إذا ما رغب الباحث في اختيار عينة ممثلة لمجتمع كبير تنتشر مفرداته في مناطق جغرافية متعددة وخاصة في حالة توفر الإطار الذي يشمل أسماء مفردات مجتمع الدراسة ولاختيار هذه العينة يتم ما يلي :

- (أ) اختيار عينة من المدن عشوائياً في المرحلة الأولى .
- (ب) اختيار عينة عشوائية من شوارع المدن التي تم اختيارها عشوائياً في المرحلة الأولى .
- (ج) اختيار عينة من العائلات عشوائياً من الشوارع التي تم اختيارها في المرحلة الثانية .

وقد يتبادر إلى ذهن القاري إن العينة الطبقية وعينة المجموعات مترادفتان وفي هذه الحالة نقل أنه على الرغم من إنهما عينتين احتماليتين إلا إن هناك اختلافا كبيرا في طريقة اختيار كل منهما فمثلا يتم اختيار العينة الطبقية على أساس تقسيم مجتمع الدراسة إلى طبقات ثم يقوم الباحث باختيار عينة عشوائية بسيطة من كل عشوائية بسيطة من كل طبقة على أساس التوزيع المتناسب أو التوزيع الأمثل كما بينا سابقا •

إما بالنسبة لعينة المجموعات فيقوم الباحث بتقسيم المجتمع إلى مساحات (مدن مثلا) ثم يقوم الباحث باختيار عدد منها عشوائيا ويقابل جميع المفردات بتا (في حالة المرحلة الواحدة) أو عينة احتمالية منها (في حالة مرحلتين أو أكثر).

كما إن الباحث يعتمد على القوائم التي تبين أسماء مفردات المجتمع في العينة الطبقة بينما يعتمد على الخرائط المساحية في حالة عينة المساحة

ويمكن الجمع بين العينة الطبقية وعينة المجموعات في بعض الأحيان فمثلا تقسم المدن إلى مدن كبيرة ومتوسطة وصغيرة من حيث عدد السكان ثم يقوم الباحث باختيار عدد معين من كل من المدن الكبيرة والمتوسطة والصغيرة في المرحلة عشوائيا ثم يختار الباحث مفردات العينة في المرحلة الثانية والثالثة بنفس الطرق السابقة ويمكن للباحث أيضا اختيار المدن والمناطق العشوائية في كل من المرحلتين الأولى والثانية ثم اختيار المفردات في المرحلة الثالثة على أساس طبقي وهكذا

٢ - ٤ - ٥ - العينة العنقودية:

العينة العنقودية هي نظام معاينة يعتبره البعض احد حالات نظام المعاينة ذات المجموعات وفي هذا النظام يتم تقسيم المجتمع إلى مجموعات أو مساحات وكأنها عناقيد من العنب مرتبطة بالمجتمع الاصلى ومن داخل المجموعات أو العناقيد المختارة •

وتستخدم العينة العنقودية عندما نريد إن ندرس مجموعات لها خصائص ودلالات تفيد أهداف الدراسة بدلا من معاينة ودراسة المفردات نفسها ويمكن بعد ذلك معرفة اى تفصيلات أخرى عن أفراد هذه المجموعات الداخلة عن المعاينة والجدير بالذكر انه على الرغم من إننا نقسم المجتمع إلى مجموعات في كل نظام المعاينة الطبقية والمعاينة العنقودية إلا إنهما يختلفان عن بعضها البعض ففي المعاينة الطبقية نأخذ عينة عشوائية بسيطة داخل كل مجموعة أو طبقة بينما في المعاينة العنقودية نأخذ عينة عشوائية بسيطة من داخل المجموعات أو العناقيد المختارة فقط كذلك يمكن إتباع أنظمة معاينة مختلفة لكل طبقة من طبقات العينة الطبقية إما في العينة العنقودية فإننا يجب إن نستخدم أنظمة متشابهة لكل مجموعة وقع عليها الاختيار •

مثال (١٠):

نفرض إننا نريد سحب عينة عشوائية حجمها ٥٠ طالب من طلاب معهد الخدمة الاجتماعية لتمثل طلاب المعهد في المهرجان السنوي للثقافة والعلوم

والرياضة في هذه الحالة نجد إن المعهد يتكون من أربعة فرق دراسية تختلف مفرداتها فيما بينهما طبقا لمستوى التحصيل العلمي والفكري والثقافي فبلا شك فإن طالب الفرقة الرابعة قد اكتمل نضجه وتبلورت أفكاره ومعتقداته وهذا يختلف عن بقية زملاءه في الفرقة الثالثة أو الثانية أو الأولى ومن ثم فإن اختلاف الفرق الدارسة سوف يؤثر في نتيجة تمثيل المعهد في هذا المهرجان السنوي إلا إن هذا لا ينفى التميز في النشاط الرياضي والفني لبقية طلاب الفرق الأخرى وهنا يتبادر لعميد المعهد إن يمثل جميع الفرق في العينة المختارة وهذا معناه إن يتبع أسلوب المعاينة الطبقية حيث يتكون المعهد من أربعة طبقات أو مجموعات أو فرق دراسية وعلى العميد إن يوزع أفراد العينة الخمسين على الفرق الأربعة فيأخذ من كل فرقة عينة تتناسب مع حجمها هنا تم تقسيم المجتمع إلى أربعة مجموعات ثم تمثيلها بالكامل في العينة من خلال العينات العشوائية البسيطة المأخوذة من كل مجموعة على حده.

مثال (١١):

نفرض ألأن نريد سحب عينة عشوائية مكونة من ٥٠ طالب من جامعة القاهرة لتمثل الجامعة في المهرجان المذكور.

نحن ألأن إمام مجتمع الجامعة الذي يتكون من ١٠ كليات مثلا وكل كلية تتكون من عديد من الأقسام العلمية.

في هذا الحالة نحن لا نستطيع إن نمثل الكليات جميعها أو الأقسام جميعها لذلك نسحب عينة عشوائية من كليات الجامعة لتمثل مجموعة كليات الجامعة ومن الكليات المختارة نسحب عينة عشوائية من الأقسام العلمية ثم نسحب عينة عشوائية من طلاب تلك الأقسام أو يمكن سحب جميع طلاب الأقسام العلمية المختارة في المرحلة الثانية .

هنا نحن إمام عينة طبقية متعددة المراحل تتكون من ثلاثة مراحل هي :

المرحلة الأولى: وتمثلها عملية سحب من كليات الجامعة .

المرحلة الثانية: تمثلها عملية سحب عينة من الأقسام العلمية للكليات المختارة في المرحلة الأولى .

المرحلة الثالثة: تمثلها عملية سحب عينة من طلاب الأقسام العلمية المختارة في المرحلة الثانية .

لاحظ الفرق في نظام المعاينة في المثال (١٠) والمثال (١١) نجد انه في نظام المعاينة الطبقية في المثال (١٠) أخذنا جميع المجموعات أو الفرق لتمثل في العينة ثم سحبنا عينة عشوائية من كل مجموعة على حده .

إما نظام المعاينة متعددة المراحل في المثال (١١) فقد أخذنا عينة عشوائية من المجموعات على مراحل متعددة أولهما مجموعات الأقسام ثم مجموعات الطلاب داخل الأقسام •

مثال (١٢):

نفرض إن محافظة القاهرة أرادت عمل دراسة على الأحياء الشعبية والعشوائية بغرض معرفة احتياجاتها من أجل إحداث عملية تنمية شاملة لهذه الأحياء وقد أظهرت الدراسات الاستطلاعية إن هناك ٢٠ حى يحتاجون لهذه التنمية •

هنا الغرض من الدراسة هو معرفة خصائص هذه المجموعات وما تحتاجه من أجل عملية التنمية المطلوبة كذلك دراسة خصائص أفرادها لأن الأفراد جزء لا يتجزأ من الحى فقرر الباحث سحب عينة عشوائية من تلك الأحياء المختارة لدارستهم ومعرفة خصائصهم •

نحن الآن أمام نظام معاينة عنقودية •

لاحظ إن نظام المعاينة العنقودية يعتبر حالة خاصة من نظام المعاينة المتعددة المراحل لذلك نجد بعض المراجع العلمية يطلقون اسم المعاينة العنقودية على المعاينة في المجموعات •

ثانياً: العينات غير الاحتمالية (المتعددة):

وفيها يقوم الباحث باختيار عينة يرى أنها تمثل المجتمع بالنسبة لخاصية معينة وهذه العينات تختار بطريقة عمدية يكون فيها تخير لبعض المفردات الهامة للباحث والبحث ويكون هذا التحيز كما قلت عدد مفردات العينة ويشترط في اختيار العينات المتعمدة ما يلي:

- (١) وجود إطار للمجتمع موضع اختيار العينة .
- (٢) تحديد حجم العينة .
- (٣) يعتمد القائم بإعداد العينة وجود مفردات بذاتها ووضعها كأساس للاختيار ويعيب العينات غير ألاحتمالية افتقادها إلى نظريات علمية ومعادلات رياضية تحكم التصرف فيها وتمكن الباحث من معرفة مقدار الخطأ الذي قد يقع نتيجة استخدامه للعينة كما انه ليس من الممكن تعميم النتائج المستقاة منها على المجتمع المسحوبة منه لعدم معرفة حجم احتمال اختيار أى وحدة لتقع في العينة المدروسة ومع هذا فان العينات غير الاحتمالية يمكن إن تفضل في حالات كثيرة .

ومن أمثلة العينات غير الاحتمالية ما يلي :٢ - ٤ - ٦ - العينات الحصصية :

تعتبر العينات المختارة بطريقة الحصة أهم أنواع العينات غير الاحتمالية إذ يكثر استخدامها في المؤسسات وبعض الدوائر الحكومية التي تهتم باستطلاع أى العام

وترجع شهرة العينة الحصصية إلى استخدام معهد جالون لاستطلاع الراى (Gallup poll) الأمريكى لها في كثير من الدراسات التي يجريها •

وتعتمد العينة الحصصية على حكم العداد ومقدراته في اختيار الوحدات المدروسة (وحدات المعاينة) حسب مواصفات مسبقة معطاة له ومن ثم يقوم بإجراء الدراسة على عدد المعين من الطبقات سواء اجتماعية كانت أو اقتصادية أو تجارية أو الطبقات حسب النوع ٠٠٠ الخ وبالتالي فإن الباحث لا يختار الوحدات الداخلة في الدراسة بصورة عشوائية وإنما يترك ذلك للعداد الذي يقوم بمقابلة الوحدات وتحصيل المعلومات منها طبقاً لما يراه مناسباً في الميدان والمهم الحصول على اعدد المطلوب من وحدات المعاينة من الطبقات المحددة مسبقاً وفي غالب الأحيان فإن السبب وراء استخدام المعاينة الحصصية هو الاقتصاد في التكلفة والوقت والجهد إذ إن النتائج منها غالباً ما تتحكم فيها ظروف زمنية ضيقة ولا يستطيع الباحث تحديد احتمال سحب أى وحدة ودخولها في العينة وبالتالي لا يستطيع إن يعطى حكماً على خطأ المعاينة أو مدى درجة دقة معاينته كما انه لا يستطيع تعميم نتائجها على المجتمع المسحوبة منه غير أنها تعطى مؤشراً عن الخاصية المدروسة •

شرط اختيار العينة الحصصية :

- (١) وجود إطار لمجتمع الدراسة •
- (٢) تحديد حجم العينة •

- (٣) تقسيم المجتمع إلى فئات أو طبقات على أساس الخصائص والصفات بما يؤدي إلى وجود تجانس في الطبقة الواحدة .
- (٤) يترك للباحث أو العداد حرية الاختيار للمفردات موضع المعاينة .

وهذا يعنى إن الباحث يقوم بتقسيم المجتمع الدارسة إلى طبقات أو مجموعات بناء على خاصية أو مجموعة من الخصائص يحددها الباحث مسبقا ويرى أنها تساعد في النتائج التي يرغب الوصول إليها ثم بعد ذلك يقوم باختيار العدد المطلوب من وحدات المعاينة من كل طبقة أو مجموعة مختارة مسبقا وهذا الاختيار يكون الأساس فيه هو الخبرة والحكم الشخصي للباحث أو إعداد ولا دخل للعشوائية فيه وتتوقف درجة دقة تقديرات المعاينة ونتائجها بناء على المقدرة والخبرة والحكم الشخصي للباحث وللأسف لا يوجد مقياس محدد يمكننا من قياس تلك الدقة .

٢ - ٤ - ٧ - العينة العمدية أى القصيدة :

من المعروف انه في كثير من الظواهر والدراسات توجد بعض مفردات المجتمع المدروس يكون لها تأثيرا كبيرا على الخواص التي يجرى عنها الدارسة وفى هذه الحالات فانه لابد من وقوع هذه الوحدات في العينة المدروسة ومع انه قد يكون الاحتمال كبير في إن تقع هذه الوحدات في العينة إذا ما اختيرت بطريقة عشوائية مرجحة إلا أنها لا تصل لدرجة الضمان ١٠٠% وفى هذه الحالة فان الباحث يعتمد اختيار هذه الوحدات في عينة الدارسة وإجراء دراسته عليها فعلى المثال إذ أراد فصل من الفصول الدراسية اختيار مجلس اتحاد لهذا الفصل يوجد من

يبين التلاميذ هذا الفصل تلميذ له علاقة أو صلة قرابة بإدارة الدرس فإذا علم التلاميذ هذا الفصل أو وجود هذا التلميذ بين مجموعة مجالس الاتحاد لأدى هذا إلى تسهيل كثيرا من الأمور والاحتياجات لمجموعة تلاميذ الفصل في هذه الحالة يكون من اراى الصائب اختيار هذه التلميذ بطريقة تحكمية أو عمديه في مجلس الاتحاد هذا على الرغم من وجود فرص كبيرة لدخول هذا التلميذ مجلس الاتحاد إذا ما اختير المجلس بطريقة عشوائية إن هذه الفرصة لن تصل لدرجة الضمان ١٠٠% لهذا يتم اختيار هذا الطالب عموديا حتى تكون فرصة اختياره ١٠٠% ويمكن لتلاميذ الفصل الاستفادة من علاقته بإدارة المدرسة .

في هذه الحالة تكون العينة المختارة عينة تحكمية أو عمديه ولذلك يطلق على هذا النوع من المعاينات بالمعاينة العمدية او القصدية .

هذه الوحدات المختارة لا يمكن ان تمثل عينة عشوائية وبالتالي لا يمكن إن نتعرف على مدى دقة نتائجها وليس هناك اى معادلات لحساب المؤشرات المختلفة ولا يمكن تعميم نتائجها على المجتمع ككل وشروط اختيار العينة العمدية ما يلى :

- (١) وجود إطار المجتمع .
- (٢) تحديد حجم العينة .
- (٣) وضع شروط ومواصفات لوحدة المعاينة المختارة .
- (٤) اختيار المفردات طبقا للشروط المحددة مقدما .

٢ - ٤ - ٨ - العينة المتمركزة:

في العينة العمدية عمد الباحث إلى اختيار مفردات العينة طبقاً لشروط ومواصفات يجب توافرها وتحديدتها مقدماً فمثلاً إذا رغبنا في دراسة اثر تشغيل المرأة على الكفاية الإنتاجية في الصناعة فإن الباحث يضع عدداً من الشروط والافتراضات كأساس للتعرف على نتائج الدراسة كان تكون المصانع موضع المعاينة والفحص بتا نسبة من النساء تزيد عن ٣٠% ولا يقل رأس المال المصنع عن مليون جنيه ثم يقوم الباحث بعد ذلك باختيار عدداً من المصانع تتوافر فيها الصفات والشروط فإذا تم العثور على مصنعين توافر فيهما عنصري العمالة النسائية ورأس المال المطلوب قلنا إن هذه الظاهرة يتماثل فيها متوسط الظاهرة مع خصائص المفردات •

ولكن قد لا يتيسر اجتماع العنصرين معا في مصنع واحد فيضطر الباحث إلى اختيار مصنع ليمثل نسبة العمالة النسائية ومصنع آخر ليمثل نسبة رأس المال المطلوب ومن مجموع العنصرين يصل الباحث إلى تعميم النتائج من العنصرين في هذه الحالة تمركزت كل خاصية في وحدة معاينة خاصة بها ومن مجموع وحدات المعاينة يمكن الوصول إلى تحقيق الخصائص المطلوبة في الوحدات مثل هذا النوع من المعاينات يطلق عليه اسم العينات المتمركزة ويشترط في اختيارها ما يلي :

- (١) وجود إطار المجتمع •
- (٢) تحديد حجم العينة •

(٣) وضع شروط ومواصفات لوحدات المعاينة •

(٤) نختار العينة العمدية بحيث تكون خصائص كل مفردة من مفردات العينة تتطابق مع الشروط المحددة مقدما التي تتطابق بالتالي مع خصائص المجتمع وفي هذه الحالة فان كل مفردة تتماثل مع الخصائص المطلوبة توافرها وإذا لم يتحقق هذا التماثل في المفردة الواحدة فإننا نحصل على مفردات كل منها يتوافر فيه خاصية أو أكثر من الخصائص المطلوب توافرها ومن مجموع مفردات العينة نحصل على اجمالي الخصائص المطلوب وفي هذه الحالة فان العينة تكون عينة ممرضة حيث لا يشترط فيها ضرورة التماثل في كل مفردة ولكن المهم ان تمثل مفردات العينة في مجموعها خصائص المجتمع المطلوبة •

(٥) اختيار المفردات طبقا للشروط المحددة مقدما •

٢ - ٤ - ٩ - العينة التطوعية:

في بعض الأحيان تجرى بعض المؤسسات دراسات عن طريق المذيع أو التلفزيون أو الصحف اليومية وفي هذه الحالة فليس الكل ممن تقع في يديه الأسئلة سيجاب عليها ولكن فقط سيجاب عليها الأشخاص الذين لهم رغبة أو الذين يهمهم الموضوع أي تطوعا كما إن هناك بعض الدراسات التي تكتيفها بعض القياسات التي تحتاج إلى توضيحات كدراسة فصائل الدم مثلا في مجتمع ففي هذه الحالة سيصعب على الباحث إجبار أي شخص إن يجرى عليه هذه القياسات ما لم يكن متطوعا من تلقاء نفسه وطبعاً ليس في هذا الاختيار أي عشوائية ولا يمكن تعميم النتائج على

المجتمع ولا يمكن معرفة الأخطاء التي قد تنتج من استخدام تلك العينة المتميزة ولكنها تعطى مؤشرا مفيدا عن الظاهرة المدروسة.

٢-٤-١٠ - العينة الميسرة للباحث :

فيها يتم اختيار العينة بهدف التيسير على الباحث عند اختيار مفرداتها العينة من المجتمع الدارسة ويتم اختيار هذه المفردات بحيث يسهل على الباحث الوصول إليها ومقابلتها وجميع البيانات المطلوبة منها ومن أمثاتها مقابلته المارة في بعض الشوارع أو رواد احد المتاجر أو المسافرين على خط جوى معين ٠٠ الخ ويشترط لسحب هذه العينة إن تكون جميع مفردات المجتمع متجانسة بحيث تكفى مقابلة اى مفردة منها للحصول على البيانات المطلوبة طبقا لإغراض البحث .

ويمكن اختيار هذه العينة أيضا في البحوث التي تهدف إلى الاختيار الأولى لقائمة الأسئلة قبل تقدير قيمة ظاهرة معينة في مجتمع الدارسة (العينة الاستطلاعية) وبالطبع فان العينة تتصف بعدم الموضوعية نظرا لتأثر اختيار المفردات بالرأى الشخصي للباحث إلا أنها تتميز بقلّة التكاليف من حيث المال والوقت والمجهود بالنسبة لإعداد الإطار واختيار مفردات العينة والإشراف والرقابة على العمليات جمع البيانات .

ثالثا: العينات المختلطة:

هي العينات التي تجمع بين العشوائية والعمدية ومن أمثلتها :

٢ - ٤ - ١١ - العينات الجزئية:

تختار من بين مفردات العينة الأصلية لإجراء أبحاث عليها للتأكد من صحة بيانات العينة الأصلية أو للحصول على بيانات أكثر تفصيلاً عن أفراد المجتمع موضع الدراسة وذلك لصعوبة الحصول عليها من أفراد العينة الأصلية أو لأن الأفراد الذين تجمع منهم هذه البيانات لا يمكن تحديدهم إلا على ضوء بيانات العينة الأصلية أو لأن درجة التجانس بين أفراد العينة قد بلغ درجة تجعل دراسة هذه النواحي بين أفراد العينة الأصلية لا مبرر له والاكتفاء بعينة من هؤلاء الأفراد وهي العينة الجزئية.

ويتم اختيار العينة الجزئية طبقاً للشروط التالية :

- (١) وجود إطار المجتمع .
- (٢) تحديد حجم العينة .
- (٣) اختيار مفردات العينة .
- (٤) اختيار مفردات من العينة الأصلية بهدف إجراء دراسة تفصيلية عليها .

فمثلاً لو أردنا التعرف على رغبات المستهلك في أثاث الزوجية فإن تحديدها يبدأ باختيار عينة من الأسر (عشوائياً) ثم اختيار مفردات من أسر العينة بشرط وجود شبان وشابات في سن الزواج باعتبارهم أساس المقابلة (عمدياً) ثم اختيار عدد من

الشبان والشابات السابق إجراء المقابلات معهم لإجراء دراسة تفصيلية معهم أو لاختيار معنوية البيانات وصدقها •

٢ - ٤ - ١٢ - العينات المركبة :

عندما تتفاوت درجة التجانس بين للأجزاء المختلفة للمجتمع تحت الدراسة أو تتزايد الصعوبات التي تواجه جامعي البيانات في بعض أجزاء المجتمع عنها مختلفة لأخذ عينة من كل هذه الأجزاء ثم تضم هذه العينات جميعها إلى بعضها البعض لتكون ما يعرف باسم العينة المركبة والجدير بالذكر إن شروط العينة المركبة ما يلي :

- (١) وجود إطار المجتمع •
- (٢) تحديد حجم العينة •
- (٣) إتباع أساليب مختلفة طبقاً لأجزاء المجتمع بما يؤدي إلى استخدام أكثر من طريقة للمعاينة سواء العشوائية أو غير العشوائية •

تمارين على الباب الثاني

- (١) اذكر ماذا تقصد بعملية المعاينة ؟
- (٢) اشرح حالات استخدام أسلوب المعاينة ؟
- (٣) اذكر قواعد المعاينة ؟
- (٤) اذكر أنواع وتقسيمات العينات التي يمكن أن يستخدمها الباحث في دارسته ؟
- (٥) ما هي مزايا وعيوب العينة العشوائية البسيطة ؟
- (٦) اذكر شروط اختيار العينة العشوائية البسيطة ؟
- (٧) ما هي طرق اختيار العينة العشوائية البسيطة مع ذكر مثال واحد مبسط لكل حالة ؟
- (٨) ما هي المشاكل التي تترتب على استخدام العينات العشوائية البسيطة ؟
- (٩) ما هي العينة العشوائية المنتظمة ؟
- (١٠) ما هي مزايا وعيوب العينة العشوائية المنتظمة ؟
- (١١) ما هي شروط العينة العشوائية المنتظمة ؟

اشرح مثال مبسط تبين فيه كيفية سحب مفردات العينة العشوائية المنتظمة ؟

(١٢) ماهى العينة العشوائية الطبقية ؟

(١٣) اذكر مزايا العينة العشوائية الطبقية ؟

(١٤) ما هى شروط العينة العشوائية الطبقية ؟

(١٥) اشرح طريقة اختيار العينة العشوائية الطبقية ؟

(١٦) اذكر طرق توزيع العينة العشوائية الطبقية على الطبقات المختلفة مع ذكر القانون الرياضي الخاص بكل طريقة ؟

(١٧) اذكر القانون الخاص بالتوزيع الامثل لمفردات العينة الطبقية ؟

(١٨) في حالة توافر كل من الانحراف المعياري وتكلفة جمع المفردة اذكر القانون الخاص بتوزيع مفردات العينة الطبقية ؟

(١٩) اشرح مشاكل العينة الطبقية ؟

(٢٠) اذكر استخدامات العينة العشوائية الطبقية ؟

(٢١) ما هى العينة العشوائية متعددة المراحل ؟

(٢٢) اشرح أسباب شيوع انتشار استخدام المعاينة في مجموعات ؟

- (٢٣) ما هي عينة المساحة واذكر أنواعها المختلفة ؟
- (٢٤) ما هي شروط اختيار العينات غير الاحتمالية ؟
- (٢٥) اشرح العينة الحصصية واذكر شروط اختيارها ؟
- (٢٦) اشرح العينة الممركزة واذكر شروط اختيارها ؟
- (٢٧) اشرح العينة الجزئية واذكر شروط اختيارها ؟
- (٢٨) اشرح العينة العمدية واذكر شروط اختيارها ؟
- (٢٩) اشرح العينة المركبة واذكر شروط اختيارها ؟
- (٣٠) استخدام جدول الأرقام العشوائية لسحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ١٠ وحدات من مجتمع حجمه ٤٦٥ مفردة مرة باستخدام طريقة مجموعات الإطار ومرة أخرى بدون استخدام طريقة المجموعات .
- (٣١) إذا كانت نسبة المعاينة في العينة العشوائية المنتظمة ٣٠:٢ بين كيفية سحب عينة عشوائية منتظمة من مجتمع حجمه ٦٠ مفردة اذكر أرقام مفردات العينة المنتظمة .

(٣٢) لدينا مجتمع حجمه ٨٠ مفردة أردنا اختيار عينة عشوائية منتظمة حجمها ١٠ مفردات بين كيفية اختيار تلك العينة .

(٣٣) يراد سحب عينة عشوائية طبقية حجمها ٨٠٠ وحدة من مجتمع به ٢٢٠٠٠ وحدة ومقسم إلى ثلاث طبقات بياناتها كالتالي:

رقم الطبقة هـ	١	٢	٢
عدد الوحدات الطبقة	٨٠٠٠	٢٠٠٠	١٢٠٠٠
التباين في الطبقة s^2	٢٥	٣٦	١٦

والمطلوب توزيع حجم العينة على الطبقات الثلاث .

(٣٥) مجتمع يتكون من أربعة طبقات ا, ب, ج, د إجماعها ١٢٠, ٢٥٠, ٢٠٠, ١٥٠ مفردة على الترتيب ويراد سحب عينة عشوائية منه حجمها ١٠ مفردات كيف توزيع هذه العينة على الطبقات ثم استخدام جدول الأرقام العشوائية لسحب هذه المفردات من الطبقات .

(٣٦) مجتمع مكون من ٣٥٠ مفردة يراد سحب عينة عشوائية بسيطة منه حجمها ٧ وحدات بين كيف يتم سحب تلك المفردات من المجتمع .

الفصل الثالث

التنبؤ الإحصائي

الفصل الثالث

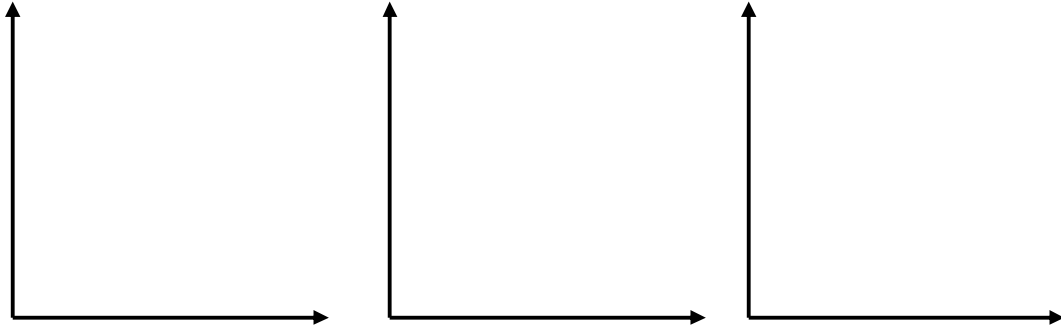
التنبؤ الإحصائي

الانحدار Regression

يهدف الانحدار إلى تقدير العلاقة بين المتغير التابع ، ونرمز له بالرمز ص - ومتغير آخر مستقل ، ونرمز له بالرمز س . على أن المتغير المستقل قد يكون متغيرا واحدا وقد يكون عدة متغيرات ، ويستخدم الانحدار في عملية التنبؤ الإحصائي . وقد تأخذ العلاقة صورة الخط المستقيم ، ويطلق عليها الانحدار المستقيم Linear regression ، كما قد تأخذ العلاقة شكل المنحني ، وهنا يطلق عليها الانحدار غير المستقيم Nonlinear regression وسوف نقصر الدراسة على تحليل الانحدار المستقيم.

ويمكن تمثيل أزواج المشاهدات لكل من الظاهرتين أو المتغيرين س ، ص - المطلوب تقدير العلاقة بينهما - بيانيا فإذا

كان المحور الأفقي ممثلاً للمتغير المستقل س ، والمحور الرأسي ممثلاً للمتغير التابع ص ، فإنه يمكن تمثيل أزواج قيم كل من المتغيرين بنقطة إحداثيها السيني هو قيمة المتغير المستقل س وإحداثيها الصادي هو قيمة المتغير التابع ص وبذلك نحصل على شكل الانتشار Scater diagram ويتوقف شكل الانتشار على العلاقة بين المتغيرين . وتمثل الأشكال التالية بعض أنواع الانتشار التي قد نحصل عليها :



شكل (٣)

شكل (٢)

شكل (١)

ويلاحظ أن شكل الانتشار (١) يدل على أنه لا توجد ثمة علاقة بين المتغيرين ، حيث أن النقط الممثلة لأزواج القيم مبعثرة في الرسم بلا نظام معين أو ترتيب خاص . وعلى العكس من ذلك نجد أن الشكلين (٢) ، (٣) يدلان على وجود علاقة بين المتغيرين ، فشكل الانتشار يأخذ نظاما معينا ففي الشكل (٢) نجد أن النقط تتصاعد ناحية اليسار ، أي أن الزيادة في قيمة الظاهرة س يقابلها بالتبعية زيادة في قيمة الظاهرة ص والعكس بالعكس ، وهو ما عبرنا عنه بالعلاقة الطردية . أما في الشكل (٣) فإن النقط تهبط في اتجاه اليسار ، أي أن زيادة قيمة الظاهرة المستقلة س يقابلها نقص في قيمة الظاهرة التابعة ص ، والعكس بالعكس ، وهي العلاقة العكسية التي سبق الإشارة إليها وتجدر الإشارة إلى أن هذه العلاقة ليست بالضرورة سببا في تغير ص .

توفيق الخط المستقيم

إذا اتخذ شكل الانتشار اتجاها محددًا فإنه يمكن توفيق أحسن خط يمر بين النقط ، ويعبر بالتالي عن شكل الانتشار . ويمثل

الخط المعبر عن شكل الانتشار ما يسمى بالنزعة المركزية للنقط الممثلة لأزواج القيم وسنقصر بحثنا على العلاقة الخطية أو ما يطلق عليه الانحدار الخطي . ويطلق على ميل هذا الخط لفظ معامل الانحدار . ويمكن توفيق هذا الخط بالنظر بحيث يمر بأكبر عدد ممكن من النقط، ويمر بين النقط الأخرى بالتوازن ، مع إهمال النقط الشاذة في الشكل، ولكن توفيق الخط بالنظر قد يعوزه الدقة فتستخدم طريقة المربعات الصغرى لمعرفة معادلة هذا الخط .

طريقة المربعات الصغرى لتقدير معادلة الخط المستقيم :

من المعروف أن معادلة الخط المستقيم الذي يبين العلاقة الخطية بين متغير مستقل س ومتغير تابع ص يعبر عنها بالمعادلة التالية :

$$ص = أ + ب س + د$$

حيث يمثل (أ) الجزء المقطوع من المحور الرأسي بالمستقيم الممثل للعلاقة بين كل من المتغيرين س ، ص أي هو القيمة التي

يأخذها المتغير التابع y عندما تكون قيمة المتغير المستقل x مساوية للصفر .

ويمثل (ب) ميل الخط ، أو معامل الانحدار . وهو التغير في قيمة y نتيجة لتغير x وحدة واحدة . أما (د) فترمز لانحرافات القيم الفعلية للمتغير التابع y عن قيمة المقدرة طبقاً للمعادلة . لذلك فإن أفضل الخطوط هو ذلك الخط الذي تكون قيمة (د) في معادلته أقل ما يمكن . ويلاحظ على المقدار (د) ما يلي :

(أ) يعتبر (د) متغيراً عشوائياً مستقلاً عن باقي الانحرافات ، أي أن احتمال الحصول على انحراف ما لأي مفردة يكون مستقلاً تماماً عن انحرافات باقي المفردات .

(ب) تأخذ قيم (د) شكل التوزيع المعتاد أو الطبيعي ، أي أن متوسطه يساوي صفراً وتباينه الوحدة .

فإذا كان الخط الممثل للعلاقة يمر بالوسط الحسابي لكلا المتغيرين أي $\bar{x}$ ، $\bar{y}$ ثم يمر بين باقي النقط بالتوازن فإن مجموعة الانحرافات الرأسية للنقط عنه يكون مساوياً صفراً

وبالتالي فإن مجموع مربعات هذه الانحرافات يساوي أقل ما يمكن ، لذلك فإن هذا الخط يعتبر أفضل الخطوط الممثلة للعلاقة بين كل من س ، ص .

ونلاحظ أن قيم المتغير ص التي تتحدد طبقا للمعادلة تكون قيما تقديرية قد تساوي القيم الفعلية المناظرة لها وقد تختلف عنها . لذلك فإنه يجب التعبير عن المتغير ص في المعادلة بالرمز Δ ص أي تقدير ص .

$$\Delta \text{ ص} = \text{أ} + \text{ب س} \dots \dots \dots \text{أ} \quad (1)$$

من ذلك يتضح أنه بالحصول على قيمة كل من أ ، ب أي معلمتي الخط فإنه يمكن بسهولة معرفة معادلته ورسمه بافتراض قيما للمتغير س وتقدير قيم ص المناظرة لها .

ومن المعادلة السابقة (1) يمكن الوصول إلى المعادلتين الطبيعييتين الآتيتين .

$$\text{مجـ ص} = \text{ن أ} + \text{ب مجـ س} \quad \dots \dots \dots (٢)٠$$

$$\text{مجـ س ص} = \text{أ مجـ س} + \text{ب مجـ س}^٢ \quad \dots \dots \dots (٣)٠$$

وبقسمة المعادلة (٢) على ن فإن يمكن الحصول على المعادلة التالية

$$\overline{\text{ص}} = \overline{\text{أ}} + \overline{\text{ب س}}$$

$$\text{ومنها تكون قيمة أ} = \overline{\text{ص}} - \overline{\text{ب س}}$$

كما يمكن إثبات أن :

$$\text{أ} = \frac{[\text{مجـ ص} \times \text{مجـ س}^٢] - [\text{مجـ س} \times \text{مجـ س ص}]}{\text{ن مجـ س}^٢ - (\text{مجـ س})^٢} \quad \dots \dots \dots (٤)$$

$$\text{ب} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن مجـ س}^٢ - (\text{مجـ س})^٢} \quad \dots \dots \dots (٥)$$

ولكن إذا كان V هو المتغير المستقل و S هو المتغير التابع فإنه يمكن القول بأن معادلة الخط ستكون كما يلي :

$$S^{\Delta} = R + V \text{ و } S \dots \dots \dots (6)$$

ويكون R هو الجزء المقطوع بالمستقيم من المحور الرأسى، بينما تمثل وميل هذا المستقيم . ويتم بعد ذلك اشتقاق المعادلات تماماً كما سبق .

مثال (١): إذا كانت البيانات التالية تخص بيانات تقرير معين والتي تبين قيم كل من المتغير المستقل S والمتغير التابع V ، والموضحة في الجدول التالي فالمطلوب تحليل هذه البيانات باستخدام أسلوب الانحدار.

س	٧	٩	١٥	١٢	٦	٥	٨	١٠	١١	١٣
ص	١٠	١٢	١٣	١١	٧	٩	١٢	١٦	١٥	١٠

الحل:

س	ص	س	ص	س
٧	١٠	٤٩	١٠	٧٠
٩	١٤٤	٨١	١٢	١٠٨
١٥	١٦٩	٢٢٥	١٣	١٩٥
١٢	١٢١	١٤٤	١١	١٣٢
٦	٤٩	٣٦	٧	٤٢
٥	٨١	٢٥	٩	٤٥
٨	١٤٤	٦٤	١٢	٩٦
١٠	٢٥٦	١٠٠	١٦	١٦٠
١١	٢٢٥	١٢١	١٥	١٦٥
١٣	١٠٠	١٦٩	١٠	١٣٠
٩٦	١٣٨٩	١٠١٤	١١٥	١١٤٣

ص^Δ = أ + ب س (١)

$$أ = \frac{[مجس \times مجس^2] - [مجس \times مجس ص]}{ن مجس^2 - (مجس)}$$

$$ب = \frac{ن مجس ص - مجس \times مجس ص}{ن مجس^2 - (مجس)}$$

..... (٥)

$$٧,٥ = \frac{[١١٤٣ \times ٩٦] - [١٠١٤ \times ١١٥]}{(٩٦ \times ٩٦) - (١٠١٤ \times ١٠)} = \text{أ}$$

$$٠,٤٢ = \frac{[١١٥ \times ٩٦] - [١١٣٤ \times ١٠]}{(٩٦ \times ٩٦) - (١٠١٤ \times ١٠)} = \text{ب}$$

ملحوظة: يمكن الحصول علي قيمة أ بإستخدام العلاقة

$$\overline{\text{أ}} = \overline{\text{ص}} - \overline{\text{ب س}}$$

$$\therefore \text{أ} = \frac{١١٥}{١٠} - \frac{(٩٦) \cdot ٠,٤٢}{١٠} = ٧,٥$$

∴ معادلة الخط هي : ص = ٧,٥ + ٠,٤٣ س

ويمكن إيجاد كل من معلمتي الخط بالتعويض في المعادلتين

الطبيعتين (٢) ، (٣) على الوجه التالي :

$$١١٥ = ١٠ \text{ أ} + ٩٦ \text{ ب}$$

$$١١٤٣ = ٩٦ أ + ١٠١٤ ب$$

مثال (٢): حل بيانات التي تخص تقرير معين باستخدام أسلوب الانحدار والموضحة في الجدول التالي باعتبار المتغير التابع هو س والمتغير المستقل هو ص .

ص	٢	٣	١	٥	٧	٩	٤	١١	٨	٩
س	١٠	٤٠	٢٠	٧٠	٦٠	١١٠	٦٠	١٠٠	٨٠	٥

الحل :

ص	س	ص	س
٢	١٠	٤	٢٠
٣	٤٠	٩	١٢٠
١	٢٠	١	٢٠
٥	٧٠	٢٥	٣٥٠
٧	٦٠	٤٩	٤٢٠
٩	١١٠	٨١	٩٩٠
٤	٦٠	١٦	١٤٠
١١	١٠٠	١٢١	١١٠٠
٨	٨٠	٦٤	٦٤٠
٩	٥	٣٦	٣٠٠
٥٦	٦٠٠	٤٠٦	٤٢٠٠

معادلة انحدار س على ص :

$$س = ر + وص$$

$$ر = \frac{[مجدس \times مجدص^2] - [مجدص \times مجدس]}{ن مجدص^2 - (مجدص)^2}$$

$$ر = \overline{س} - \overline{وص}$$

$$9,091 = \frac{[4200 \times 56] - [406 \times 600]}{(56)^2 - 406 \times 10} = r$$

$$= \frac{[n \text{ مجس ص} - (\text{مجس} \times \text{مج ص})]}{n \text{ مج ص}^2 - (\text{مج ص})^2} = w$$

$$9,091 = \frac{[(56 \times 600) - 4200 \times 10]}{(56)^2 - 406 \times 10} = w$$

∴ معادلة انحدار س على ص هي :

$$س = 9,091 + 9,091 ص$$

هذا ويمكن استخدام معادلة الانحدار في التنبؤ أو التقدير لقيم المتغير التابع ص الغير ظاهرة في الجدول بمعلومية قيمة المتغير س .

ولاختبار مدى دقة التوفيق فإننا نحسب الخطأ المعياري
 Standard Error وهو الجذر التربيعي لمتوسط مربعات
 الفروق بين القيم الفعلية للمتغير التابع ص وبين القيم المقدرة من
 معادلة الانحدار والمناظرة لها ، أي أن :

$$\text{الخطأ المعياري للتقدير} = \sqrt{\frac{\text{مج} - (\text{ص} - \text{ص}^{\Delta})^2}{\text{ن}}}$$

وتتناسب درجة الدقة عكسيا مع مقدار الخطأ المعياري .
 وإذا افترضنا أن القيم تتبع التوزيع الطبيعي فمن المتوقع أن :

٦٨,٣% من القيم المقدرة بالمعادلة تقع في المدى $\pm$ وحدة
 خطأ معياري وأن

٩٥,٥% من القيم المقدرة بالمعادلة تقع في المدى $\pm$ وحدتين خطأ
 معياري وأن

٩٩,٧ % من القيم المقدرة بالمعادلة تقع في المدى $\pm$ ثلاث وحدات
خطأ معياري

مثال (٣) : باستخدام بيانات تقرير معين والموضحة في الجدول
التالي والمطلوب تحليل هذه البيانات باستخدام أسلوب
الانحدار ثم إيجاد الخطأ المعياري باعتبار المتغير التابع
هو ص والمتغير المستقل هو س .

س	٢-	١-	صفر	١	٢
ص	٤,٧	٥,٢	٥,٨	٦,١	٦,٥

الحل:

س	ص	س	س ص	س
٢-	٤,٧	٤	٩,٤-	٤,٧٦
١-	٥,٢	١	٥,٢-	٥,٢١
صفر	٥,٨	صفر	صفر	٥,٦٦
١	٦,١	١	٦,١	٦,١١
٢	٦,٥	٤	١٣,٠-	٦,٥٦
صفر	٢٨,٣	١٠	٤,٥	٢٨,٣

معادلة انحدار ص على س هي

$$ص = أ + ب س$$

$$أ = \frac{[مج ص \times مج س^2] - [مج ص \times مج س \times ص]}{ن مج س^2 - (مج س)^2}$$

$$أ = \frac{[٤,٥ \times ٢٨,٣] - [١٠ \times ٢٨,٣ \times ٥]}{١٠ \times ٥ - (٢٨,٣)^2} = ٥,٦٦$$

$$ب = \frac{ن مج ص \times مج س - مج ص \times مج س \times ص}{ن مج س^2 - (مج س)^2}$$

$$ب = \frac{١٠ \times ٢٨,٣ \times ٥ - ٤,٥ \times ٢٨,٣ \times ٥}{١٠ \times ٥ - (٢٨,٣)^2} = ٠,٤٥$$

∴ معادلة انحدار ص على س هي

$$\text{ص} = ٥,٦٦ + ٠,٤٥ \text{ س}$$

وباستخدام هذه المعادلة في حساب قيم ص التقديرية (ص^Δ)
تحصل على ما يلي :

$$\text{ص}^{\Delta}_١ = ٥,٦٦ + ٠,٤٥ \times ٢ = ٤,٧٦$$

$$\text{ص}^{\Delta}_٢ = ٥,٦٦ + ٠,٤٥ \times ١ = ٥,٢١$$

$$\text{ص}^{\Delta}_٣ = ٥,٦٦ + ٠,٤٥ \times \text{صفر} = ٥,٦٦$$

$$\text{ص}^{\Delta}_٤ = ٥,٦٦ + ٠,٤٥ \times ١ = ٦,١١$$

$$\text{ص}^{\Delta}_٥ = ٥,٦٦ + ٠,٤٥ \times ٢ = ٦,٥٦$$

ومن الجدول التالي يمكن أن تقارن القيم الفعلية بالقيم المقدرة للمتغير ص للحصول على الخطأ المعياري :

ص	ص ^Δ	(ص - ص ^Δ)	(ص - ص ^Δ) ²
٤,٧	٤,٧٦	٠,٠٦	٠,٠٠٣٦
٥,٢	٥,٢١	٠,٠١	٠,٠٠٠١
٥,٨	٥,٦٦	٠,١٤	٠,٠١٩٦
٦,١	٦,١١	٠,٠١	٠,٠٠٠١
٦,٥	٦,٥٦	٠,٠٦	٠,٠٠٣٦
			٠,٠٢٧٠

$$\sqrt{\frac{\text{مجمـ (ص - ص}^{\Delta}\text{)}^2}{\text{ن}}} = \text{الخطأ المعياري}$$

ن

- ١٦٠ -

$$\therefore \text{الخطأ المعياري} = \frac{0,027}{\sqrt{5}} = 0,012$$

ويلاحظ أن حساب الخطأ المعياري من المعادلة السابقة يستلزم إجراء عمليات حسابية قد تكون صعبة خاصة إذا كانت الأرقام كبيرة ، وإذا أجريت العمليات يدويا . لذلك قد نلجأ إلى معادلة أخرى أسهل منها من الوجهة الحسابية يمكن استنباطها من معادلة الخط المستقيم ذاتها وتأخذ الشكل التالي :

$$\text{الخطأ المعياري} = \frac{\text{مـ جـ ص}^2 - \frac{(\text{مـ جـ ص} \times \text{بـ مـ جـ س ص})}{\text{ن}}}{\sqrt{\text{ن}}}$$

وبالتطبيق على المثال الأسبق يمكن تقدير الخطأ المعياري
 باستخدام المعادلة السابقة كما يلي :
 تحسب أولاً عمود ص^٢ :

ص	ص ^٢
٤,٧	٢٢,٠٩
٥,٢	٢٧,٠٤
٥,٨	٣٣,٦٤
٦,١	٣٧,٢١
٦,٥	٤٢,٢٥
٢٨,٣	١٦٢,٢٣

$$\frac{4,5 \times 0,45 - 28,3 \times 0,66 - 162,23}{5} \sqrt{\quad} \text{ : الخطأ المعياري}$$

$$0,074 = \frac{0,027}{5} \sqrt{\quad} \text{ الخطأ المعياري}$$

وهي نفس النتيجة السابقة

تمارين :

تمرين (١): إذا كانت البيانات التالية تخص بيانات تقرير معين والتي تبين قيم كل من المتغير المستقل س والمتغير التابع ص ، والموضحة في الجدول التالي فالمطلوب تحليل هذه البيانات باستخدام أسلوب الانحدار.

س	٨	١٠	١٦	١٣	٧	٦	٩	١١	١٢	١٤
ص	١١	١٣	١٤	١٢	٨	١٠	١٣	١٧	١٦	١١

تمرين (٢): حل بيانات التي تخص تقرير معين باستخدام أسلوب الانحدار والموضحة في الجدول التالي باعتبار المتغير التابع هو س والمتغير المستقل هو ص .

ص	٣	٤	٢	٦	٨	١٠	٥	١٢	٩	١٠
س	١١	٤١	٢١	٧١	٦١	١١١	٦١	١٠١	٨١٠	٦

تمرين (٣): باستخدام بيانات تقرير معين والموضحة في الجدول التالي والمطلوب تحليل هذه البيانات باستخدام أسلوب الانحدار ثم إيجاد الخطأ المعياري باعتبار المتغير التابع هو ص والمتغير المستقل هو س .

س	٣-	٢-	صفر	٢	٣
ص	٥,٧	٦,٢	٦,٨	٧,١	٧,٥

الفصل الرابع

الأرقام القياسية

الباب الرابع

الأرقام القياسية

تشغل الأرقام القياسية مكاناً بارزاً بين المقاييس الإحصائية المستخدمة لدراسة الظواهر الاجتماعية والاقتصادية. ويؤكد مؤلفو دائرة المعارف الاقتصادية أن الأرقام القياسية وسيلة فعالة وهامة جداً من وسائل الإحصاء الحديث. وهم يعرفون الأرقام القياسية بأنها قيم نسبية تصف كمياً أوجه المتغير الإحصائي في مجتمعات مختلفة. علي أننا تقابل تعاريف أخرى قد تختلف عن ذلك في المراجع المختلفة، فيعرف البعض الرقم القياسي بأنه "معدل السلسلة الزمنية". ويرى آخرون أن الرقم القياسي هو قيمة نسبية من نوع خاص. ويضيف البعض إلي ذلك أن الرقم القياسي كقيمة نسبية يظهر بشكل مباشر التغير المتوسط في الظواهر الاجتماعية.

ونلاحظ أن هؤلاء الكتاب وغيرهم يقصرون دور الرقم القياسي علي وصف إجمالي التغير في الظاهرة وهو ما يمكن أن نطلق عليه المدرسة التقليدية. ويرى أنصار المدرسة التحليلية أن الرقم القياسي لا يجب أن يصف فقط إجمالي التغير في الظاهرة إنما يجب أيضاً أن يصف دور كل من العوامل التي أدت إلي إحداث هذا التغير الإجمالي. فيذكر أنصار هذه المدرسة أن الرقم القياسي يجب أيضاً أن يصف تغير الظاهرة المركب من عوامل متجانسة وقابلة للجمع. ويضيف آخرون علي أن المجتمعين لمفردات إحدى الظواهر الاجتماعية الاقتصادية مستبعدين بذلك الظواهر الطبيعية. ونرى أن الرقم القياسي في الإحصاء هو "مقياس تعميمي لمقارنة مجتمعين

متجانسين لإحدى الظواهر الاجتماعية - الاقتصادية المكونة من مجموعة من العوامل القابلة للجمع بشكل مباشر"

وسوف نتناول بالدراسة تركيب الأرقام القياسية واستخداماتها. إذا علمنا أن سعر الوحدة من سلعة معينة كان ٢٠ قرشاً في عام ١٩٧٠ وارتفع إلى ٢٥ قرشاً في عام ١٩٧١ فيمكن القول بالتالي بأن السعر في عام ١٩٧١ ارتفع إلى ١٢٥% $(\frac{25}{20} \times 100)$ عن مستواه في عام ١٩٧٠. ويطلق علي المقدار ١٢٥% منسوب السعر في عام ١٩٧١. كما يطلق علي سنة ١٩٧٠ سنة الأساس وعلي سنة ١٩٧١ سنة المقارنة. وبذلك يمكن القول بأن منسوب السعر = $\frac{\text{السعر في سنة المقارنة}}{\text{السعر في سنة الأساس}}$ وإذا كانت ع_١ ترمز للسعر في سنة المقارنة، ع_٢ ترمز للسعر في سنة الأساس فإن منسوب السعر = $\frac{E_1}{E_2}$ وسوف ترمز لمنسوب السعر بالرمز م_ع.

ويمكن حساب منسوب الكمية بنفس الطريقة. فإذا رمزنا للكمية في سنة المقارنة بالرمز ك_١ وللكمية في سنة الأساس بالرمز ك_٢. فإن منسوب الكمية = $\frac{K_1}{K_2}$ ونرمز لمنسوب الكمية بالرمز م_ك.

ولما كانت القيمة = الكمية × السعر فإذا رمزنا للقيمة بالرمز ق فإن ق = ع × ك، ق = ع ك، ق = ع ك، ويكون منسوب القيمة = $\frac{E \times K}{E \times K}$ ونرمز لمنسوب القيمة من. ع. ك.

فالمنسوب إذن يعبر عن تغير الوحدة, بمعنى أن منسوب السعر لسلعة ما يبين تغير سعر هذه السلعة. ومنسوب الكمية يعبر عن تغير كميتها. كما يعبر منسوب القيمة عن تغير قيمتها.

أمثلة:

١ - كان تقدير عدد السكان في عام ١٩٦٠ ٢٥,٨ مليون شخص, وكان تقدير عدد سكان مصر عام ١٩٧٠ ٣٣,٣ مليون شخص فيكون منسوب عدد السكان

$$\frac{33,3}{25,8} \times 100 = 129\%$$

٢ - إذا كان إجمالي الأجور في قطاع الصناعة عام ١٩٦٥/٦٤ مساوياً ١٥٩,٦ مليون جنية وكان إجمالي الأجور في قطاع الصناعة عام ١٩٧٠/٦٩ مساوياً ١٧٥,٧ مليون جنية فيكون منسوب الأجور في قطاع الصناعة

$$\frac{175,7}{159,6} \times 100 = 110\%$$

٣ - يفرض توفر المعلومات التالية عن إحدى السلع:

السعر في سنة الأساس (ع) = ١٨٠ جنية

السعر في سنة المقارنة (١ع) = ١٥٠ جنية

الكمية في سنة الأساس (ك) = ٥٠٠٠ جنية

الكمية في سنة المقارنة (١ك) = ٦٠٠٠ جنية

$$\text{منسوب السعر} = \frac{1ع}{ع} = \frac{150}{180} \times 100 = 83,3\%$$

$$\text{منسوب الكمية} = \frac{1ك}{ك} = \frac{6000}{5000} \times 100 = 120\%$$

$$\text{منسوب القيمة} = \frac{\text{ع.ك.}}{\text{ع.ك.}} = \frac{6000 \times 150}{5000 \times 180} = 100 \times \frac{6000 \times 150}{5000 \times 180} = 100\%$$

منسوب السعر نقص بمقدار ١٦,٧% بينما زاد منسوب الكمية ٢٠% ولم يسجل منسوب القيمة أي تغير.

فالمنسوب إذن يصف تغير صورة واحدة لظاهرة معينة, ولكن علم الإحصاء - كما نعلم - يتعامل مع الظواهر كبيرة العدد حيث يمكن تعميم النتائج, لذلك يستلزم الأمر حساب رقم قياس يعبر عن التغير المتوسط للظاهرة كلها وليس لوحدة منها فقط. ويمكن اعتبار الرقم القياسي كقيمة متوسطة للمناسب. ونظرياً يمكن حساب هذه القيمة المتوسطة بأي مقياس: وسط حسابي, وسط توافقي, وسط هندسي, وسيط, منوال. ولكننا نستبعد الوسيط والمنوال حيث لا يدخل في حسابهما جميع القيم, أي جميع المناسيب. وجبرياً يحسب الرقم القياسي كمتوسط المناسيب كما يلي:

$$\text{الرقم القياسي كوسط حسابي للمناسب} = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{\text{ع.ك.}}{\text{ع.ك.}} \right) \text{ مد}$$

$$\text{أو} \quad \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{\text{ك.ك.}}{\text{ك.ك.}} \right) \text{ مد} \quad \text{أو} \quad \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{\text{ع.ك.}}{\text{ع.ك.}} \right) \text{ مد}$$

$$\text{الرقم القياسي كوسط توافقي للمناسب} = n \cdot \left(\frac{\text{ع.ك.}}{\text{ع.ك.}} \right) \text{ مد}$$

$$\left(\frac{\text{ع.ك.}}{\text{ع.ك.}_1} \right) \text{ أو } \left(\frac{\text{ك.}}{\text{ك.}_1} \right) \text{ ن مد } 0$$

الرقم القياسي كوسط هندسي للمناسب

$$\sqrt[n]{\frac{\text{ع.ك.}_1}{\text{ع.ك.}} \times \frac{\text{ع.ك.}_2}{\text{ع.ك.}} \times \frac{\text{ع.ك.}_3}{\text{ع.ك.}} \times \dots \times \frac{\text{ع.ك.}_n}{\text{ع.ك.}}} =$$

$$\text{أو } \sqrt[n]{\frac{\text{ك.}_1}{\text{ك.}} \times \frac{\text{ك.}_2}{\text{ك.}} \times \frac{\text{ك.}_3}{\text{ك.}} \times \dots \times \frac{\text{ك.}_n}{\text{ك.}}} =$$

$$\text{أو } \sqrt[n]{\frac{\text{ع.ك.}_1}{\text{ع.ك.}} \times \frac{\text{ع.ك.}_2}{\text{ع.ك.}} \times \frac{\text{ع.ك.}_3}{\text{ع.ك.}} \times \dots \times \frac{\text{ع.ك.}_n}{\text{ع.ك.}}} =$$

هذا ويمكن حساب الرقم القياسي كوسط تجميعي علي الصورة التالية:

$$\frac{\text{مد ع.ك.}_1}{\text{مد ع.ك.}} = \frac{\text{مد ك.}_1}{\text{مد ك.}} \text{ أو } \frac{\text{مد ع.ك.}_2}{\text{مد ع.ك.}} = \frac{\text{مد ك.}_2}{\text{مد ك.}} \text{ أو } \frac{\text{مد ع.ك.}_3}{\text{مد ع.ك.}} = \frac{\text{مد ك.}_3}{\text{مد ك.}}$$

وتعتبر الصورة الأخيرة - أي الوسط التجميعي - هي أفضل صور حساب الأرقام القياسية، ولا تعتبر أي صورة أخرى مقبولة إلا إذا كانت تؤدي إلي هذه الصورة.

ويلاحظ أن الرقم القياسي البسيط أيا كانت صورة المعادلة المحسوب علي أساسها يعطي جميع المفردات أوزان متساوية. ولكن يجب أن يأخذ في

الحسبان عند حساب الرقم القياسي لأسعار الصادرات مثلاً أن تغير سعر القطن له أهمية أكبر من تغير سعر سلعة أخرى كالزهور مثلاً في بلد كمصر، ولكن يجب إعطاء أوزان مختلفة لمكونات الرقم القياسي حسب أهميتها النسبية. وفي هذا الصدد يقول أرفينج فيشر أن جميع الأرقام القياسية البسيطة مضللة. فعند تركيب رقم قياسي للأسعار يجب ترجيحه بالكميات. ويجب عند تركيب الرقم القياسي للأجور أن يرجح بعدد العمال في كل فئة من فئات الأجور. وتثير مشكلة الترجيح كثير من الجدل بين الإحصائيين منذ أكثر من قرن من الزمان. ففي عام ١٨٦٤ اقترح لاسبير استخدام كميات فترة الأساس لترجيح الرقم القياسي التجميعي للأسعار علي الصورة التالية:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{مدع } ١ \text{ ك.}}{\text{مدع } ٠ \text{ ك.}} \cdot \text{وسمي هذا الرقم باسم رقم لاسبير.}$$

ولكن بعد عشرة سنوات من ذلك، أي في سنة ١٨٧٤ اقترح كل من باش وولشي استخدام كميات سنة المقارنة للترجيح علي الصورة التالية:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{مدع } ١ \text{ ك.}}{\text{مدع } ٠ \text{ ك.}} \cdot \text{وسميت المعادلة برقم باش.}$$

ولعل رقم لاسبير يعبر عن أثر السعر فيما لو بقيت الكميات المشتراة علي نفس مستواها في سنة الأساس. أما رقم باس فيعبر عن أثر التغير في السعر فيما لو كانت الكمية المشتراة في سنة الأساس هي نفسها المشتراة في سنة المقارنة.

ولقد استمر الجدل حول أي المعادلتين أصلح للتطبيق حتى جاء أرفينج فيشر في العشر بنات من القرن الحالي واقترح رقماً قياسياً جديداً أسماه بالأمتل لأنه يجتاز اختبارين شكليين هما الانعكاس في الزمن والانعكاس في المعامل، وإن كان فيشر لم ينكر أن رقمه لا يجتاز الاختبار الدائري، فإنه برر ذلك بقلّة أهمية هذا الاختبار. رقم فيشر عبارة عن الوسط الهندسي لكل من رقمي لاسبير وباش علي الصورة التالية:

$$\text{الرقم القياسي} = \sqrt{\frac{\text{مدع.ك.}}{\text{مدع.ك.}} \times \frac{\text{مدع.ك.}}{\text{مدع.ك.}}}$$

ونلاحظ أن أرفينج فيشر اهتم بالناحية الشكلية الرياضية وأهمّل المعنى الاقتصادي فجاء رقمه خلو منه. وسوف نتناول فيما يلي كل من هذه الاختبارات.

الانعكاس في الزمن

إذا أخذنا سنة الأساس كسنة مقارنة وسنة المقارنة كسنة أساس فإننا نحصل علي ما يسمى بالبدال الزمني لرقم باش هو $\frac{\text{مدع.ك.}}{\text{مدع.ك.}}$ والبدال الزمني لرقم لاسبير $\frac{\text{مدع.ك.}}{\text{مدع.ك.}}$. ويجتاز الرقم القياسي اختبار الانعكاس في الزمن إذا كان حاصل ضربه $\times$ بديله الزمني مساوياً للواحد الصحيح (أي إذا كان الرقم القياسي $\times$ البديل الزمني = 1). ونلاحظ أن رقم فيشر المسمى بالأمتل يجتاز هذا الاختبار أي يقبل الانعكاس في الزمن، بينما لا يجتازه أي من رقمي لاسبير وباش.

الانعكاس في المعامل

إذا استبدلنا الأسعار بالكميات والعكس الكميات بالأسعار، مع بقاء الزمن علي حالة، فإننا نحصل علي ما يسمى بالبديل المعاملي للرقم القياسي. فالبديل المعاملي لرقم باشي $\frac{\text{مدك.ع.د}}{\text{مدك.ع.ك}}$ والبديل المعاملي لرقم لاسبير هو $\frac{\text{مدك.ع.د}}{\text{مدك.ع.ك}}$ أي أن البديل المعاملي للرقم القياسي للأسعار المرجح بالكميات هو نفسه الرقم القياسي للكميات مرجحاً بالأسعار والعكس بالعكس. وإذا كان حاصل ضرب الرقم القياسي $\times$ مقلوبة أو بديله المعاملي مساوياً لمنسوب القيمة $\left(\frac{\text{مدع.ك.د}}{\text{مدع.ك.ك}} \right)$ فإن هذا الرقم يجتاز الاختبار المعاملي، أي يقبل الانعكاس في المعامل (أي الرقم القياسي $\times$ البديل المعاملي = منسوب القيمة).

ونلاحظ كذلك أن كل من رقمي لاسبير وباش لا يجتازان هذا الاختبار، أي لا يقبلان الانعكاس في المعامل بينما رقم فيشر المسمي بالأمتل يجتاز هذا الاختبار.

الاختبار الدائري

إذا حسبنا الرقم القياسي لسلسلة زمنية بأساس متحرك أي كل فترة زمنية بالنسبة للفترة السابقة لها مباشرة ثم قمنا بضرب هذه السلسلة من الأرقام في بعضها فإننا نحصل علي الرقم القياسي للفترة الأخيرة بأساس الفترة الأولى (كما في حالة تحويل الأساس المتحرك إلي أساس ثابت). فإذا حسب الرقم القياسي للأسعار في عام ١٩٦١ بأساس أسعار عام ١٩٦٠

والرقم القياسي لسنة ١٩٦٢ بأساس سنة ١٩٦١ والرقم القياسي لأسعار سنة ١٩٦٣ بأساس سنة ١٩٦٢ والرقم القياسي لأسعار سنة ١٩٦٤ بأساس سنة ١٩٦٣. ثم ضربنا جميع هذه الأرقام في بعضها فإننا نحصل علي الرقم القياسي لسنة ١٩٦٤ بأساس أسعار سنة ١٩٦٠. وإذا تحقق ذلك فإننا نقول بأن الرقم القياسي يجتاز الاختبار الدائري. ونلاحظ أن كل من رقمي لاسبير وباش لا يجتازان أيضاً هذا الاختبار، كما لا يجتازه رقم فيشر المسمى بالأمثل. واجتياز الرقم القياسي لهذا الاختبار يتطلب ثبات الترجيح من فترة لأخرى مما يفقد الأساس المتحرك الميزة التي يمتاز بها علي الأساس الثابت وهي المرونة في الترجيح حسب التغيرات في الأهمية النسبية للمفردات الداخلة في تركيبه.

ولقد حظيت هذه الاختبارات باهتمام كبير، بل اعتبرت أساساً للمفاضلة بين الأرقام القياسية، وظفر رقم فيشر بتسميته الرقم القياسي الأمثل لاجتيازه اثنان منهم. ورغم أهمية هذه الاختبارات إلا أنه لا يجب أن تغطي هذه الأهمية علي المعني الاقتصادي للرقم القياسي. رأينا فيما سبق أن رقم لاسبير يبين التغير في الأسعار لو اشترينا نفس الكمية المشتراة في سنة الأساس. كما يعبر رقم باش عن التغير في العبء المالي الذي تحمله نتيجة لتغير الأسعار. وفي نفس الوقت لا نري لرقم فيشر أي معنى اقتصادي، عملي. فالوسط الهندسي لرقمين ذوي معنى اقتصادي أوصلنا لرقم خلو من هذا المعنى. وليس صدفة أن رقم فيشر رغم تسميته بالأمثل فإنه لا يحظى بتطبيق عملي واسع بل يطبق رقم باش أو رقم لاسبير رغم عدم اجتيازهما لهذه الاختبارات الشكلية.

انطلاقاً من مذهب الشكلية الرياضية التوفيقية اقترح إديجورس استخدام مجموع أو متوسط كميات سنتي الأساس والمقارنة لترجيح الرقم القياسي للأسعار علي الصورة التالية:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{مد ع} \cdot (ك + ك_1)}{\text{مد ع} \cdot (ك + ك_0)}$$

ويلاحظ أن هذه المعادلة تخلو من المعنى الاقتصادي أو العملي مثل معادلة فيشر .

أما بخصوص المعادلة المستخدمة في تركيب الرقم القياسي فإن الرقم التجميعي يعتبر الرقم الأفضل دائماً. ويجب التنويه هنا إلي أن أي متوسط آخر يعتبر مناسباً ويمكن استخدامه إذا كان يؤدي الرقم التجميعي. فإذا حسب الرقم القياسي كوسط حسابي للمناسب بالقيم في سنة الأساس (ع.ك.) فإننا نحصل علي رقم يؤدي إلي الرقم التجميعي. فمنسوب السعر مثلاً $م = \frac{ع}{ع_0}$ والرقم القياسي كوسط حسابي مرجح بقيم سنة الأساس $ع$.

$$= \frac{\text{مد م} \cdot ع \cdot ك}{\text{مد ع} \cdot ك}$$

والصورة السابقة لها أهمية عملية حيث أنها تتناسب ظروف تركيب رقم قياسي لأسعار السلع في سوق القطاع الخاص والمحال الصغيرة حيث يمكن تقدير قيمة المبيعات مقدماً في الفترة السابقة ويمكن أيضاً معرفة السعر في كل من فترتي الأساس والمقارنة وبذلك يركب الرقم دون انتظار طويل لبيانات عن كمية المبيعات في فترة المقارنة. أما الرقم القياسي المحسوب

كوسط توافقي للمناسيب فإنه يؤدي إلي الرقم التجميعي إذا كانت هذه المناسيب مرجحة بقيم فترة المقارنة علي الصورة التالية:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{مد ع ك}^1}{\text{مد} \left(\frac{1}{\text{ع م}^1} \right)}$$

وتتناسب هذه الصورة تركيب رقم قياسي للأسعار التي تم جمع بياناتها من المحلات الكبرى أو القطاع العام حيث يكون معلوم لدينا في نهاية كل يوم قيمة المبيعات (ع ك^١) , وهو مجموع المسجل في الخزينة, بينما لا يمكن تحديد الكمية المباعة من كل صنف قبل إجراء جرد. ويكون معلوم أيضاً كل من السعر في فترة المقارنة والسعر في فترة الأساس. وفيما يلي مثال حسابي:

يبين الجدول التالي أسعار وكميات مجموعة من السلع المباعة في كل من سنتين ١٩٧٠ و ١٩٧١, ومطلوب حساب الرقم القياسي للكميات في سنة ١٩٧١ بأساس سنة ١٩٧٠ وكذلك الرقم القياسي للأسعار في سنة ١٩٧١ بأساس سنة ١٩٧٠:

السلع	كميات المبيعات		الأسعار للوحدة		منسوب الكمية	منسوب السعر
	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٠	١٩٧١		
أ	١٠٠	١٢٥	٢٠	١٤	١,٢٥	٠,٧
ب	١٥٠	١٨٠	١٠	٨	١,٢٠	٠,٨
ج	٢٠٠	٢٣٠	٥	٥	١,١٥	١,٠
د	٣٠٠	٢٣٠	٢	٢	١,١٠	١,٠

١ - الرقم القياسي للكميات باستخدام الوسط الحسابي للمناسيب المرجحة بقيم فترة الأساس:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{مجموع } x \cdot f_x}{\text{مجموع } f_x}$$

∴ بسط الرقم القياسي (مجموع $x \cdot f_x$) = $(20 \times 100 \times 1,25) + (2 \times 300 \times 1,1) + (5 \times 200 \times 1,15) + (10 \times 150 \times 1,2) + (20 \times 100 \times 1,25)$
 (مجموع f_x) = $(2 \times 300) + (5 \times 200) + (10 \times 150) + (20 \times 100) =$

$$= \frac{6110}{5100} = \frac{660 + 1150 + 1800 + 2500}{5100} = 1,198 \text{ أو } 119,8\%$$

٢ - الرقم القياسي للأسعار باستخدام الوسط التوافقي للمناسيب المرجحة بقيم فترة المقارنة:

$$\Theta_r = \frac{\text{مجموع } \frac{1}{f_x}}{\text{مجموع } \left(\frac{1}{x \cdot f_x} \right)}$$

∴ الرقم القياسي =

$$\frac{(2 \times 230) + (5 \times 230) + (8 \times 180) + (14 \times 125)}{\frac{2 \times 230}{1} + \frac{5 \times 230}{1} + \frac{8 \times 180}{0,8} + \frac{14 \times 125}{0,7}} = 178 -$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{600 + 1150 + 1440 + 1750}{600 + 1150 + 1800 + 2500} = \\
 & \frac{\frac{600}{1} + \frac{1150}{1} + \frac{1440}{0,8} + \frac{1750}{0,7}}{\frac{4740}{6110}} = \\
 & \frac{4740}{6110} = 0,818 \text{ أي } 81,8\%
 \end{aligned}$$

وبنفس الطريقة يمكن تركيب أرقام قياسية للكميات باستخدام الوسط التوافقي للمناسِب وللأسعار باستخدام الوسط الحسابي للمناسِب.

العلاقة بين رقمي لاسبير وباش

ويقصد بها العلاقة بين الرقم القياسي المرجح بسنة الأساس والرقم القياسي المرجح بسنة المقارنة. وتربط الرقمين العلاقة التالية:

$$\frac{\text{مدع.ك.}_1}{\text{مدع.ك.}_2} : \frac{\text{مدع.ك.}_1}{\text{مدع.ك.}_2} = \frac{\text{مدع.ك.}_1}{\text{مدع.ك.}_2} = \frac{\text{مدع.ك.}_1}{\text{مدع.ك.}_2}$$

حيث يرمز مدع.ك._1 إلى معامل الارتباط بين منسوب الكمية ومنسوب السعر حيث أن معامل الارتباط يمكن حسابه بالمعادلة:

$$r = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{مدس.ص.} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{مدس.ص.} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{مدع.ص.}}{\sqrt{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{مدس.ص.}^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{مدس.ص.} \right)^2 \right) \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{مدع.ص.}^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{مدع.ص.} \right)^2 \right)}}$$

وترمز L_m لمعامل الاختلاف لمناسيب السعر .

وترمز L_k لمعامل الاختلاف لمناسيب الكمية.

$$\text{ومعامل الاختلاف} = \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} = \frac{E}{S}$$

كما تجدر الإشارة إلى أن الفرق بين الرقم القياسي للأسعار المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش) والرقم القياسي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس (رقم لاسبير) يساوى معامل الارتباط بين مناسيب السعر ومناسب الكمية مضروباً في الانحراف المعياري لمناسيب الكمية في الانحراف المعياري لمناسيب السعر:

$$\frac{\text{مدع.ك.}_1}{\text{مدع.ك.}_2} : \frac{\text{مدع.ك.}_1}{\text{مدع.ك.}_2} = \frac{\text{مدع.ك.}_1}{\text{مدع.ك.}_2} \cdot \frac{\text{مدع.ك.}_2}{\text{مدع.ك.}_1} \cdot \frac{\text{مدع.ك.}_1}{\text{مدع.ك.}_2}$$

نظام الأرقام القياسية

Index Number System

وتساعد دراسة الأرقام القياسية علي تحليل العوامل التي تساهم في تغيير قيمة الظاهرة وتبين مدى مساهمة كل من هذه العوامل في إحداث التغير الكلي. وتستخدم الأرقام القياسية كذلك في تحديد مدى تنفيذ الخطة،

فمثلاً عند دراسة التغير في مبيعات سلعة معينة فإن تركيب الرقم القياسي للكمية مع تثبيت السعر وكذلك الرقم للأسعار مع تثبيت الكمية في وجود بعض الشروط الأخرى التي سنذكرها فيما بعد - يبين مساهمة كل من عملي السعر والكمية في إحداث التغير في قيمة المبيعات، ونلاحظ أن هذين الرقمين (الرقم القياسي للكمية والرقم القياسي للسعر) مرتبطان فيما بينهما ويكونان نظاماً واحداً، ذلك أن القيمة تساوي الكمية × السعر. ولدراسة المبادئ العامة لتركيب نظام الأرقام القياسية المرتبطة لتحليل التغير الكلي، نفرض أن لدينا البيانات التالية عن ثلاث سلع:

السلع	كميات السلع في سنة		أسعار الوحدات بالجنيه في سنة		ع.ك.	ع.ك.	ع.ك.	ع.ك.
	الأساس	المقارنة	الأساس	المقارنة				
	ك.	ك.	ع.	ع.	(٥)	(٦)	(٧)	(٨)
أ	١٠٠	١٥٠	١٠	٨	١٠٠٠	٨٠٠	١٢٠٠	١٥٠٠
ب	٢٠٠	٢٤٠	٦	٥,٤	١٢٠٠	١٠٨٠	١٢٩٦	١٤٤٠
ج	٣٠٠	٣٢٠	٥	٤,٧٥	١٥٠٠	١٤٢٥	١٥٦٧,٥	١٦٥٠
المجموع	-	-	-	-	٣٧٠٠	٣٣٠٥	٤٠٦٣,٥	٤٥٩٠

$$\text{الرقم القياسي للقيمة} = \frac{\text{م.ع. ١ ك. ١}}{\text{م.ع. ٠ ك. ٠}} = \frac{٤٠٦٣,٥}{٣٧٠٠} = ١,٠٩٨٧$$

أي ١٠٩,٨٢%

ويعني هذا أن قيمة المبيعات بالأسعار الفعلية زادت بمعدل ٩,٨٢% في سنة المقارنة عنها في سنة الأساس, ومقدار الزيادة بالوحدات المطلقة كان ٣٦٣,٥ (٤٠٦٣,٥ - ٣٧٠٠).

ولقد نتج هذا التغير بسبب عاملين: زيادة الكميات المباعة ونقص الأسعار, ولتحديد أثر كل من هذين العاملين يجب تركيب كل من الرقمين القياسين, لكل منهما مع تثبيت العامل الآخر بدون تغيير: الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة الأساس (أي محسوباً

$$\text{بمعادلة لاسبير)} = \frac{\text{مدك ١ ع.}}{\text{مدك ع.}} = \frac{٤٥٩٠}{٣٧٠٠} = ١,٢٤١ \text{ أي } ٢٤,١\%$$

وهذا يعني أن الزيادة في الكمية المباعة كانت بمعدل ٢٤,١% وليس ٩,٨٢% وكانت هذه الزيادة بالوحدات المطلقة وبأسعار سنة الأساس مساوية ٨٩٠ جنيه (٤٥٩٠ - ٣٧٠٠) وليس ٣٦٣,٥ جنيه. الرقم القياسي للأسعار مرجحاً بكميات سنة المقارنة (أي محسوباً بمعادلة

$$\text{باش)} = \frac{\text{مدع ١ ك.}}{\text{مدع ع. ك.}} = \frac{٤٠٦٣,٥}{٤٥٩٠} = ٠,٨٨٥ \text{ أي } ٨٨,٥\%$$

وهذا يعني أن المستوى العام للأسعار قد نقص في سنة المقارنة بمعدل ١١,٥% عن مستواه في سنة الأساس, ولقد أدى ذلك إلي إحداث توفير للمشتريين بمقدار ٥٢٦,٥ جنيه (٤٥٩٠ - ٤٠٦٣,٥).

وبلاحظ أن حاصل ضرب الرقمين السابقين للكمية والسعر يعطي الرقم القياسي للقيمة.

$$\frac{\text{مد ع.ك.}}{\text{مج ع.ك.}} = \frac{\text{مد ع.ك.}}{\text{مج ع.ك.}} \times \frac{\text{مد ك.ع.}}{\text{مد ك.ع.}} = \text{الرقم القياسي للقيمة}$$

وبالأرقام : $1,0982 = 0,885 \times 1,241$

وبلاحظ أن نفس النتيجة يمكن الوصول إليها لو حسبنا الرقم القياسي للكميات بمعادلة باش، أي مرجحاً بأسعار وسنة المقارنة والرقم القياسي للأسعار بمعادلة لاسبير أي مرجحاً بكميات سنة الأساس.

$$\text{رقم باش للكميات} = \frac{\text{مد ك.ع.}}{\text{مد ك.ع.}} = \frac{4063,5}{320,5} = 1,23 \text{ أي } 123\%$$

$$\text{رقم لاسبير للأسعار} = \frac{\text{مج ع.ك.}}{\text{مد ع.ك.}} = \frac{230,5}{370,0} = 0,893 \text{ أي } 89,3\%$$

ويمكن الرقم القياسي للقيمة عبارة عن حاصل ضرب الرقمين السابقين كما يلي: $1,0982 = 0,893 \times 1,23$

ولكن إذا حسب كل من الرقمين بنفس المعادلة لاسبير أو باش فإن حاصل ضربهما لا يساوى الرقم القياسي للقيمة:

$$\frac{\text{مد ع.ك.}}{\text{مج ع.ك.}} \neq \frac{\text{مد ع.ك.}}{\text{مج ع.ك.}} \times \frac{\text{مد ك.ع.}}{\text{مد ك.ع.}}$$

$$\frac{\text{مد ع.ك.}}{\text{مج ع.ك.}} \neq \frac{\text{مد ع.ك.}}{\text{مج ع.ك.}} \times \frac{\text{مد ك.ع.}}{\text{مد ك.ع.}}$$

وبيين المقدار مح ك١ ع١ - مج ك. ع١ مقدار التغير المطلق في المبيعات بالأسعار المخفضة (٤٠٦٣,٥ - ٣٣٠,٥ = ٧٥٨,٥ جنيه).

كما أن المقدار مح ع. ك. - مح ع. ك. يبين المبلغ الذي وفره المشترون نتيجة لتخفيض السعر (٣٧٠,٥ - ٣٣٠,٥ = ٣٩٥ جنيه).

ولكن المبلغ الذي دفعه المشترون بالفعل زاد بمقداره ٣٦٣,٥ (٤٠٦٣,٥ - ٣٧٠,٥) كما سبق أن ذكرنا.

ويمثل هذا المبلغ الزيادة في قيمة المشتريات مطروحاً منها المبلغ الذي تم توفيره نتيجة لتخفيض الأسعار: ٧٥٨,٥ - ٣٩٥ = ٣٦٣,٥

وعند دراسة مدى تحقيق الخطة باستخدام الأرقام القياسية فإننا نستبدل أرقام سنة الأساس بالأرقام الموضوعة في الخطة وأرقام سنة المقارنة بالأرقام الفعلية ثم يسير التحليل بالطريقة السابقة.

ولقد اقتصرنا هنا علي تحليل التفسير الناتج عن عاملين فقط ولكن التغير قد يرجع إلي أكثر من عاملين, وفي هذه الحالة تتبع خطوات مشابهة لما سبق.

والتغير الإجمالي قد يكون حاصل ضرب التغير في عوامل, كما قد يكون حاصل جمع التغير فيها أو قد يكون حاصل ضرب حواصل جمع بعضها مع بعض.

ويحدث التغير الإجمالي في الظاهرة إما نتيجة لتغير المفردات ذاتها أو لتغير الهيكل. فمثلاً: قد يزيد إجمالي الأجور المدفوعة في أحد المصانع إما نتيجة لزيادة معدلات الأجور أو نتيجة لترقية عدد من العمال من الدرجات ذات الأجر الأقل إلى الدرجات ذات الأجر الأعلى. وبالمثل قد ينقص متوسط تكلفة الوحدات المنتجة في عدد من المصانع إما نتيجة لتخفيض التكلفة في بعض المصانع أو نتيجة لزيادة الوزن النوعي (عدد الوحدات المنتجة) في المصانع ذات التكاليف الأقل علي حساب الوزن النوعي للمصانع ذات التكاليف الأعلى ومهمتنا الآن تحديد مساهمة كل من هذين العاملين - تغير المفردات وتغير الهيكل - في إحداث التغير الكلي. وسوف نطلق علي الرقم القياسي الذي يبين التغير الكلي الرقم القياسي ذو التركيب المختلف والرقم القياسي المحسوب مع تثبيت الهيكل الرقم القياسي ذو التركيب الثابت، وأخيراً سوف نطلق علي الرقم القياسي المحسوب مع تغير الهيكل الرقم القياسي لتغير الهيكل علي نحو ما سنين $\overline{s_1}$ حالاً. ونلاحظ أن هذه الأرقام الثلاثة مرتبطة معاً وتكون نظاماً مترابطاً. كما أن حساب هذه الأرقام الثلاثة يرتبط بشكل مباشر بأسلوب التبويب حسب المعيار المطلوب، ونبدأ بحساب المتوسطات الجزئية في كل فئة من التوزيع. فإذا رمزنا إلي قيم الظاهرة في كل فئة بالرمز فإن $\overline{s_1}$ هو متوسط قيم المفردات بهذه الفئة. وسوف نرمز للتكرارات في الفئة بالرمز ك. وطبعاً $\overline{s_1}$ هو المتوسط في فترة المقارنة و $\overline{s}$ هو المتوسط في فترة الأساس كذلك ك₁ هو التكرار في فترة المقارنة و ك. التكرار في فترة الأساس، ويكون:

$$\left(\frac{\text{م.س.ك.}_1}{\text{م.ك.}_1} \div \frac{\text{م.س.ك.}_2}{\text{م.ك.}_2} \right) = \frac{\text{م.س.ك.}_1}{\text{م.ك.}_1} \div \frac{\text{م.س.ك.}_2}{\text{م.ك.}_2} = \frac{\overline{\text{س.}_1}}{\text{س.}_2} \times \left(\frac{\text{م.س.ك.}_1}{\text{م.ك.}_1} \div \frac{\text{م.س.ك.}_2}{\text{م.ك.}_2} \right)$$

∴ الرقم القياسي ذو = الرقم القياسي ذو × الرقم القياسي لتغير الهيكل التركيب المختلف التركيب الثابت

ولنأخذ مثالا لهذا النظام عن حساب التكلفة المتوسطة لإحدى السلع. لنفرض أن هذه السلع تنتج في مصنعين وأن تكلفة إنتاجها في كل مصنع مختلفة عنها في المصنع الآخر. وقد استخرجت هذه البيانات من المصنعين عن تكلفة السلعة وإنتاجها في كل منهما:

الرقم القياسي لتكلفة الإنتاج	تكلفة إنتاج الوحدة بالجنية		الوزن النوعي للمصانع المنتجة للسلعة %		الكميات المنتجة بالآلاف وحدة		المصنع
	في سنة المقارنة	في سنة الأساس	في سنة المقارنة	في سنة الأساس	في سنة المقارنة	في سنة الأساس	
(٧)	(٦)	(٥)	(٤)	(٣)	(٢)	(١)	
٠,٩٥	٥,٧	٦	٥٠	٨٠	٣٠٠	٤٠٠	أ
٠,٩٠	٤,٥	٥	٥٠	٢٠	٣٠٠	١٠٠	ب
-	-	-	١٠٠	١٠٠	٦٠٠	٥٠٠	

ومن الجدول يتضح أن التكلفة قد نقصت في المصنع الأول بمعدل ٥% وفي المصنع الثاني بمعدل ١٠% وأن المصنع الأول ينتج بتكلفة أكبر، ولهذا فإن الإنتاج من هذه السلعة خفض بمعدل ٢٥% $(100 \times \frac{400 - 300}{400})$

ولقد توسع المصنع الثاني في الإنتاج (من ١٠٠ ألف إلى ٣٠٠ ألف وحدة) وكانت نتيجة ذلك أن زاد الإنتاج الكلي بمقدار ١٠٠ ألف وحدة (٦٠٠ - ٥٠٠ ألف).

وبهذا زاد الوزن النوعي للمصنع الثاني من ٢٠% إلى ٥٠%، وبالمطبع انعكس ذلك على تكلفة إنتاج هذه السلعة في كل من المصنعين معاً.

وبهذا فإن متوسط تكلفة الإنتاج كانت كما يلي:

$$\text{في سنة الأساس} = \frac{100 \times 5 + 400 \times 6}{500} = \frac{500 + 2400}{500}$$

$$= \frac{2900}{500} = 5,8 \text{ جنيه}$$

$$\text{في سنة الأساس} = \frac{300 \times 4,5 + 300 \times 5,7}{600} = \frac{1350 + 1710}{600}$$

$$= \frac{3060}{600} = 5,1 \text{ جنيه}$$

وبمقارنة متوسط تكلفة الإنتاج في سنة المقارنة بنفس المتوسط في سنة الأساس فإن:

$5,1 \div 5,8 = 87,9\%$ أي أن متوسط تكلفة الإنتاج قد نقصت بمعدل $12,1\%$ في سنة المقارنة عنها في سنة الأساس (وبالوحدات المطلقة فإن متوسط التكلفة قد نقص بمقدار $5,8 - 5,1 = 0,7$ جنية للوحدة المنتجة، أما للإنتاج الكلي فإن النقص في التكلفة بلغ 420 ألف جنيه).

ونلاحظ أن نقص متوسط التكلفة للمصنعين ($12,1\%$) كان أكبر منه في كل منهما علي حدة (5% أو 10%). والسبب في ذلك يرجع إلي تغير الهيكل أي تغير الوزن النوعي لكل من المصنعين. ويكون الرقم القياسي ذو التركيب الثابت أي مع تثبيت الهيكل مساوياً:

$$\frac{300 \times 5 + 300 \times 6}{300 + 300} \div \frac{300 \times 4,5 + 300 \times 5,7}{300 + 300}$$

$$= 5,1 \div 5,5 = 92,7\% \text{ أي } 92,7\%$$

وبهذا فإن الرقم القياسي ذو التركيب الثابت يبين متوسط التغير في التكلفة للمصنعين معاً.

ويكون النقص في التكلفة للمصنعين معاً هو $7,3\%$ والتوفير في التكاليف 240 ألف جنيه أي $5,5 - 5,1 = 0,4 \times 600 = 240$.

أما الرقم القياسي لتغير الهيكل فيكون مساوياً للمقدار:

$$\frac{(100 \times 5) + (400 \times 6)}{400 + 100} \div \frac{(300 \times 5) + (300 \times 6)}{300 + 300}$$

$$= 0,5 \div 0,948 = 0,8 \text{ أي } 84,8\%$$

وهذا يعني أن تغير الهيكل قد أدى إلى نقص إضافي في تكلفة الإنتاج بلغ في متوسطه ٥,٢%.

ونتيجة لذلك فقد تم توفير مبلغ ١٨٠ ألف جنيه من تكلفة الإنتاج $(5,8 - 5,5) \times 600$. والنتيجة النهائية لكل ذلك أن النقص الكلي في متوسط تكلفة الإنتاج وقدره ١٢,١% يرجع إلى عاملين هما:
١ - نقص التكلفة: وقد أدى إلى نقص قدره ٧,٣%.

٢ - تغير الهيكل: وقد أدى إلى نقص قدره ٥,٢% $(0,948 \times 0,927 = 0,879)$ والتوفير الكلي في التكاليف بلغ ٤٢٠ ألف جنيه، منها ٢٤٠ ألف نتيجة نقص التكلفة في المصنعين، ١٨٠ ألف راجعة إلى تغير هيكل الإنتاج.

اختيار سنة الأساس

سنة الأساس - كما قدمنا - هي الفترة التي تنسب إلى قيم الظاهرة فيها قيم تقس الظاهرة في فترة المقارنة. ويراعي أن تكون فترة الأساس خالية من الهزات والتقلبات الاقتصادية والمناخية والاجتماعية. كما قد تختار هذه الفترة كفاصل بين فترتين أو أن يرتبط إختيارها بأحداث معينة اجتماعية أو اقتصادية أو غير ذلك، كاختيار سنة ١٩٥٢ في جمهورية

مصر العربية باعتبارها السنة التي تفجرت فيها ثورة يوليو العظمي، وذلك لمقارنة الأوضاع قبل الثورة بالأوضاع بعدها. وقد تختار سنة ١٩٦٠ لمقارنة الوضع بعد صدور قرارات يوليو الاشتراكية بالوضع قبله. ويراعي هنا ارتباط اختيار سنة الأساس بنطاق الرقم القياسي. فإذا كان الظاهرة محل القياس محلية فإن الاختيار يرتبط بالأحداث المحلية الهامة. أما إذا كانت المقارنة علي المستوي الدولي فإن الأحداث العالمية الكبرى تكون هي المعيار. مثال ذلك اختيار فترة ما قبل الحرب العالمية الثانية (عام ١٩٣٩ مثلاً) لمقارنة تطور الظاهرة قبل الحرب وبعدها.

ومن الجدير بالذكر أن اختيار سنة الأساس بشكل خاطئ يؤدي إلي الوصول لمقاييس مضللة أو عديمة المعنى، فاختيار إحدى سنوات الكساد كسنة أساس يضخم من الرقم القياس بشكل مصطنع والعكس في حالة اختيار إحدى سنوات التضخم الاقتصادي.

مثال: نفرض أن إجمالي قيمة الإنتاج في عام ١٩٢٩ كان ٥٠٠ مليون جنيه. وباعتبار أن عام ١٩٢٩ يعتبر من أعوام الكساد الاقتصادي فإن قيمة الإنتاج تزايدت بشكل ملحوظ بعد ذلك. فإذا فرضنا أن قيمة الإنتاج في عام ١٩٦٠ كانت ١٥٠٠ مليون جنيه فإن الرقم القياسي لقيمة الإنتاج يكون مساوياً ٣٠٠% $(\frac{1500}{500} \times 100)$. أما إذا كانت سنة الأساس سنة عادية ولتكن مثلاً سنة ١٩٥٥ وكانت قيمة الإنتاج فيها ١٢٠٠ مليون فقط فإن الرقم القياسي سيكون ١٢٥% $(\frac{1200}{1000} \times 100)$ وبذلك يكون أكثر تعبيراً عن تقلبات قيمة الإنتاج.

مثال: يحدث العكس إذا وقع الاختيار علي إحدى سنوات التضخم وكانت قيمة الإنتاج فيها أعلى من المستوى المعتاد وليكن ٢٠٠٠ مليون جنيه. ويؤثر ذلك الاختيار علي قيمة الرقم القياسي لقيمة الإنتاج، فإذا بلغت قيمة الإنتاج في سنة المقارنة (١٩٦٠) ١٥٠٠ مليون جنيه - كما في المثال

$$\text{السابق} - \text{فإن الرقم القياسي يكون } ٧٥\% \left(١٠٠ \times \frac{١٥٠٠}{٢٠٠٠} \right)$$

وعند تركيب الرقم القياسي لتنفيذ الخطة فإننا ننسب الأرقام المخططة إلي الأرقام الفعلية. فأرقام سنة الأساس تستبدل بالأرقام الواردة بالخطة، أما أرقام سنة المقارنة فتستبدل بالأرقام الفعلية.

مثال: إذا كان المستهدف إنتاج ٥٠ ألف سيارة بأحد المصانع ولكن الإنتاج الفعلي بلغ ٦٠ ألف سيارة، فإن الرقم القياسي لتنفيذ الخطة يكون ١٢٠%

$$\left(١٠٠ \times \frac{٦٠٠٠}{٥٠٠٠} \right)$$

وفي كل الأحوال يجب مراعاة أن تكون سنة الأساس قريبة من سنة المقارنة إذ أن مضي فترة طويلة بين سنتي المقارنة والأساس يصاحبه عادة تغيرات في الظروف والعوامل المؤثرة علي قيمة الظاهرة مما يؤثر علي دلالة الرقم القياسي كما يؤدي إلي نشوء عدد من المشاكل مثل ضرورة مراعاة التغير في قيمة العملة وما شابه ذلك.

اختيار المفردات الداخلة في تركيب الرقم القياسي

عند تركيب الرقم القياسي للأسعار مثلاً فإننا نأخذ عدداً من السلع تمثل السلع المتداولة في السوق. كذلك عند حساب الرقم. ويجب أن تكون العينة المختارة من السلع ممثلة للمجتمع المختار منه. كذلك يجب أن يحقق اختيارنا للعمال الداخلين في الرقم الهدف من حسابه. ونفس الأمر بالنسبة لأي رقم قياسي يجب أن يكون معبراً وأن يحقق الهدف منه.

كما أنه يجب إعطاء كل مفردة من المفردات الداخلة في تركيب الرقم القياسي الوزن الحقيقي لها عند الحساب. ويؤدي أي تهاون فيما سبق إلي إفساد الرقم القياسي المحسوب. فمثلاً: من المعروف أن السلع الحديثة (المودة) تنخفض أسعارها أسرع من السلع (التقليدية) الموجودة في السوق من مدة طويلة. ويؤدي زيادة عدد السلع الحديثة في العينة أو إعطاءها وزن أكبر إلي إنقاص مفتعل في الرقم القياسي للأسعار. وبالمثل فإنه عند حساب الرقم القياسي للأجور تؤدي إضافة طبقة المديرين أو كبار الموظفين، واستبعاد العمال الذين يتقاضون عادة أجوراً منخفضة واستبعاد من يعملون جزء من الشهر فقط وبالتالي يتقاضون أجوراً أقل، إلي زيادة غير حقيقية للرقم القياسي للأجور.

والواقع فإن الأمثلة علي ذلك عديدة، والنتيجة أن دقة وسلامة اختيار المفردات الداخلة في تركيب الرقم القياسي تعد عاملاً حاسماً في تقرير مدى صلاحيته لقياس التغير في الظاهرة.

تمارين

١ - فيما يلي أرقام فرضية عن متوسطات أسعار وكميات عدد من مجموعات السلع. والمطلوب تركيب الأرقام القياسية التالية بفرض أن سنة ١٩٧٠ سنة أساس:

١. الرقم القياسي للأسعار مرجحاً بكميات سنة الأساس.
٢. الرقم القياسي للأسعار مرجحاً بكميات سنة المقارنة.
٣. الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة الأساس.
٤. الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة المقارنة.
٥. الرقم القياسي للأسعار بمعادلة فيشر.
٦. الرقم القياسي للكميات بمعادلة فيشر.

الكميات		الأسعار		مجموع السلع
١٩٧١	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٠	
١٠٠	٩٠	١١	٧	أ
١٣٠	١٥٠	١٤	١٠	ب
٦٠٠	٨٠٠	١٠	١٢	ج
٨٠	٧٠	٥	٨	د

٢ - من بيانات التمرين السابق مطلوب إجراء اختباري الانعكاس في الزمن والمعامل لكل من الأرقام القياسية المحسوبة.

٣ - من بيانات التمرين الأول المطلوب مقارنة كل من الرقم القياسي الأول والثاني وكذلك الثالث والرابع.

٤ - فيما يلي بيانات فرضية عن العمالة بإحدى المنشآت الصناعية.

والمطلوب حساب التغير في إجمالي الأجور المدفوعة وإرجاعه إلي عاملين: التغير في عدد العمال والتغير في معدل الأجر.

معدلات الأجر		عدد العمال		فئات العمال
في سنة المقارنة	في سنة الأساس	في سنة المقارنة	في سنة الأساس	
١١	١٠	٧٥٠	٦٠٠	أ
١٥	١٢	١٠٠٠	٧٥٠	ب
٢٠	١٥	٩٠٠	٨٠٠	ج
٣٠	٢٠	٦٠٠	٥٠٠	د

٥ - فيما يلي بيانات مفترضة عن العمالة بثلاثة وحدات إنتاجية.

ومطلوب حساب التغير الإجمالي في الأجور وقياس مدي مساهمة تغير هيكل العمالة وتغير معدلات الأجور في إحداث هذا التغير الإجمالي في الأجور.

معدلات الأجر		عدد العمال		الوحدات الإنتاجية
في سنة المقارنة	في سنة الأساس	في سنة المقارنة	في سنة الأساس	
١٣	١٠	٦٠٠٠	٣٠٠٠	أ
١٨	١٢	٣٠٠٠	٤٥٠٠	ب
١٨	١٥	٣٠٠٠	٢٥٠٠	ج
-	-	١٢٠٠٠	١٠٠٠	الجملة

الفصل الخامس

السلاسل الزمنية

الباب الخامس

في السلاسل الزمنية

تتعرض الظواهر - موضوع دراسة علم الإحصاء - لتغيرات مستمرة لا تتوقف، وتحليل السلاسل الزمنية هو الأداة الإحصائية التي تستخدم لدراسة تطور الظواهر مع الزمن.

والسلسلة الزمنية عبارة عن عدد من المشاهدات الإحصائية تصف تغير الظاهرة في الزمن. وكمثال لذلك يبين الجدول التالي تطور الأجور في جمهورية مصر العربية في المدة من ١٩٦٥/٦٤ حتى ١٩٧٠/٦٩:

تطور الأجور (بالأسعار الجارية والوحدة بالمليون جنية)

السنة المالية	٦٥/٦٤	٦٦/٦٥	٦٧/٦٦	٦٨/٦٧	٦٩/٦٨	٧٠/٦٩
إجمالي القطاعات السلعية	٣٧٣,٨	٤١٢,١	٤٢٠,٦	٤١٣,٢	٤٤٤,٥	٤٧٢,٠
إجمالي قطاعات الخدمات	٥١٦,٥	٥٦٦,٩	٥٨١,٦	٦١٩,٠	٦٦١,١	٧٠٧,٧
الإجمالي العام	٨٩٠,٣	٩٧٩,١	١٠٠٢,٢	١٠٣٢,٢	١١٠٥,٦	١١٨٩,٧

وتسمى كل من هذه القيم مستوي. فمثلاً: ١١٠٥,٦ مليون جنية هو مستوي الإجمالي العام للأجور في عام ١٩٦٩/٦٨.

ويحتوي الجدول السابق علي ثلاثة سلاسل زمنية: تبين الأولى تطور الأجور عن المدة المبينة لإجمالي القطاعات السلعية. أما الثانية فتمثل تطور الأجور لإجمالي قطاعات الخدمات عن نفس المدة. وتمثل السلسلة الثالثة التطور الإجمالي للأجور عن الفترة المعينة.

وقد تمثل السلسلة مستوي الظاهرة في لحظات, كما قد تبين هذا المستوي ولكن عن فترات. وبذلك يمكن التمييز بين نوعين في السلاسل: السلاسل الفترية والسلاسل اللحظية. وتعرف السلاسل الفترية بأنها تلك السلاسل التي تتكون من بيانات كمية لمستوى الظاهرة عن فترات محددة من الزمن (شهر مثلاً أو ربع سنة وما شابه ذلك). والسلاسل الثلاثة بالجدول السابق تعتبر أمثلة للسلاسل الزمنية الفترية. أما تسمية السلاسل الزمنية اللحظية فتطلق على تلك التي تتكون من مستويات للظاهرة مقيسة في لحظات معينة (أو تواريخ معينة). والسلسلة التالية تعتبر مثالا للسلسلة الزمنية اللحظية:

أعداد رعوس الماشية في إحدى الدول (أول يناير من كل سنة بالمليون).

السنوات	١٩٦٠	١٩٦١	١٩٦٢	١٩٦٣	١٩٦٤	١٩٦٥	١٩٦٦	١٩٦٧	١٩٦٨
عدد الرعوس	٧٤,٢	٥٧,٨	٨٢,١	٨٧,٠	٨٥,٤	٨٧,٢	٩٣,٤	٩٧,١	٩٧,١

وقد يمثل مستوى الظاهرة بقيم مطلقة أو نسبية أو بمتوسطات. وبهذا المعيار يمكن تمييز ثلاثة أنواع من السلاسل الزمنية: سلاسل القيم المطلقة وسلاسل القيم النسبية وأخيراً سلاسل المتوسطات. وتعتبر السلسلة الممثلة بالجدول السابق عن تطور الأجور سلسلة من النوع الأول ذات القيم المطلقة. وكمثال للسلاسل ذات القيم النسبية يمكن أخذ الجدول التالي الذي يبين معدلات الزيادة الطبيعية للسكان في الألف.

الزيادة الطبيعية في الألف لسكان جمهورية مصر العربية
في المدة من ١٩٥٢ حتى ١٩٧٠

السنوات	الزيادة الطبيعية في الألف	السنوات	الزيادة الطبيعية في الألف
١٩٥٢	٢٧,٤	١٩٦٢	٢٣,٤
١٩٥٣	٢٣,٠	١٩٦٣	٢٧,٤
١٩٥٤	٢٤,٧	١٩٦٤	٢٦,٣
١٩٥٥	٢٢,٧	١٩٦٥	٢٧,٤
١٩٥٦	٢٤,٣	١٩٦٦	٢٥,٢
١٩٥٧	٢٠,٢	١٩٦٧	٢٥,٠
١٩٥٨	٢٤,٥	١٩٦٨	٢٢,٠
١٩٥٩	٢٦,٥	١٩٧٩	٢٢,٤
١٩٦٠	٢٦,٢	١٩٧٠	٢٠,٦
١٩٦١	٢٨,١		

أما السلاسل الزمنية للمتوسطات فيمكن أن تمثلها السلسلة التالية

لمتوسط محصول الفدان من القمح عن المدة من ١٩٥٢ - ١٩٧٠

متوسط محصول الفدان من القمح بالأردب

عن الفترة ١٩٥٢ - ١٩٧٠

السنوات	١٩٥٢	١٩٦٥	١٩٦٦	١٩٦٧	١٩٦٨	١٩٦٩	١٩٧٠
متوسط المحصول	٥,١٨	٧,١٤	٧,٥٧	٦,٩١	٧,١٦	٦,٧٩	٧,٧٥

ويتوقف نوع السلسلة الزمنية المستخدمة علي الغرض من التحليل

وعلي الظروف المحيطة بالبحث.

ويمكن تحليل السلاسل الزمنية من معرفة تطور الظاهرة مع الزمن وسلوكها والتنبؤ بمعالمها خلال فترات مقبلة ليكون ذلك أساساً للتخطيط وعمل البرامج المستقبلية. فمن المعلومات الأساسية التي تهتم الأقتصادى ورجل الإدارة والمخطط معرفة ما إذا كانت قيم الظواهر محل الدراسة تتطور مع الزمن، واتجاه هذا التطور وقيمتها، كما يهتم معرفة ما إذا كانت هذه الظواهر تخضع لتقلبات دورية أو موسمية، ونوعية هذه التقلبات، إذ أن هذه المعلومات أساسية لأي تخطيط للمستقبل.

مؤشرات السلاسل الزمنية

تحدد معالم الظواهر بمجموعة من المؤشرات الخاصة بالسلسلة الزمنية. ومن أهم هذه المؤشرات: مستوي الظاهرة والزيادة المطلقة والزيادة النسبية ومتوسطاتهم. مستوي السلسلة الزمنية: وهو متوسط المستويات التي تحتوي عليها السلسلة، فإذا كانت ص_١، ص_٢، ص_٣.... ص_ن هي مستويات الظاهرة فإن متوسط هذه المستويات $\bar{ص} = \frac{\text{محص}}{ن}$ فمثلاً متوسط الإجمالي العام للأجور (في الجدول السابق ذكره) هو:

$$\bar{ص} = \frac{١١٧٩,٧ + ١١٠٥,٦ + ١٠٣٢,٢ + ١٠٠٢,٢ + ٩٧٩,١ + ٨٩٠,٣}{٦}$$

$$= \frac{٦١٨٩,١}{٦} = ١٠٣١,٥٢ \text{ جنيه}$$

هذا بالنسبة للسلسلة الزمنية الفترية. أما إذا كانت السلسلة الزمنية لحظية، فإن الأمر يتطلب بعض المعالجة علي الوجه التالي: نفرض أن الأرقام التالية تمثل المخزون السلعي في أحد المصانع من سلعة معينة أول كل شهر:

التاريخ	أول يناير	أول فبراير	أول مارس	أول أبريل	أول مايو	أول يونيو	أول يوليو
المخزون السلعي	٢٢٠	٢٤٠	٢٨٠	٢٦٠	٣٠٠	٢٩٤	٣٢٠

لإيجاد متوسط المخزون خلال الفترة كلها أو المستوي المتوسط للسلسلة يجب إيجاد متوسط المخزون في خلال كل شهر علي حدة فمتوسط المخزون خلال شهر يناير يمكن أن يمثلته متوسط الرصيد أول وآخر هذا الشهر $\frac{٢٤٠+٢٢٠}{٢}$ وفي شهر فبراير $\frac{٢٨٠+٢٤٠}{٢}$ وهكذا لباقي الشهور. ويكون متوسط المتوسطات الشهرية ويساوي.

$$\text{متوسط المتوسطات الشهرية} = \frac{٢٣٠ + ٢٦٠ + ٢٧ + ٢٨٠ + ٢٩٧ + ٣٠٧}{٦} = \frac{١٦٤٤}{٦} = ٢٧٤ \text{ وحدة}$$

ويمكن تمثيل ذلك جبرياً كما يلي:

$$\frac{\frac{١}{٢}ص_١ + \frac{١}{٢}ص_٢ + \frac{١}{٢}ص_٣ + \dots + \frac{١}{٢}ص_٦}{٦} = \frac{١}{٦} \sum_{i=1}^6 ص_i$$

وذلك باعتبار صر تمثل مستويات السلسلة، وأن عدد هذه المستويات ن. وفي المثال السابق يكون متوسط سنوات السلسلة:

$$\text{ص} = \frac{٣٢٠ \times \frac{1}{٢} + ٢٩٤ + ٣٠٠ + ٢٦٠ + ٢٨٠ + ٢٤٠ + ٢٢٠ \times \frac{1}{٢}}{١ - ٧}$$

$$= \frac{١٦٤٤}{٦} = ٢٧٤ \text{ جنيه}$$

وهي تقس النتيجة السابقة.

ولكن المعادلات السابقة تنطبق فقط إذا كانت جميع الفترات أو المدد بين كل لحظتين متتاليتين متساوية. فإذا لم تتساوى هذه الفترات فإنه يجب إجراء بعض المعالجة التي تتلخص في ترجيح مستويات السلسلة بالفترات أو بالمدد بين اللحظات:

$$\text{ص} = \frac{\text{محصرم}}{\text{مدم}}$$

حيث تمثل صر مستويات الظاهرة وتمثل م الفترات الزمنية.

فإذا كان عدد العمال في مصنع ما في تواريخ مختلفة ممثلاً بالجدول التالي:

التاريخ	من أول يناير حتى ١٥ فبراير	من ١٦ فبراير حتى ٢٢ مارس	من ٢٣ مارس حتى أول أبريل
عدد العمال	١٠٠٠	١٠٥٠	١١٥٠

فإن متوسط عدد العمال أي المستوي المتوسط لهذه السلسلة يكون مساوياً:

$$\text{ص} = \frac{١٠ \times ١١٥٠ + ٣٥ \times ١٠٥٠ + ٤٥ \times ١٠٠٠}{١٠ + ٣٥ + ٤٥} = \frac{٩٣٢٥٠}{٩٠} = ١٠٣٦ \text{ عملاً}$$

وذلك خلال ربع السنة الأولي (من أول يناير حتى نهاية مارس) ذلك أن عدد العمال كان ١٠٠٠ من أول السنة حتى ١٥ فبراير أي لمدة ٤٥ يوماً ثم زاد إلي ١٠٥٠ واستمر كذلك لمدة ٣٥ يوماً أي حتى ٢٢ مارس، وفي هذا التاريخ ارتفع عدد العمال مرة أخرى إلي ١١٥٠ وبقي كذلك حتى نهاية الربع الأول من السنة أي نهاية مارس.

ولمعرفة تغير مستوى الظاهرة من فترة لأخرى فإنه يجب مقارنة مستوياتها خلال هذه الفترات الزمنية وقد تهدف هذه المقارنة إلي معرفة التغيرات المطلقة لمستويات الظاهرة أو إلي تحديد التغيرات النسبية لهذه المستويات.

فإذا كانت ص١، ص٢، ص٣، ... ص_ن تمثل مستويات سلسلة زمنية معينة فإن التغيرات المطلقة يمكن الوصول إليها بمقارنة كل مستوى بالمستوى السابق له: ص٢ - ص١، ص٣ - ص٢، ص٤ - ص٣، ... ص_ن - ص_{ن-١} وبشكل عام فإن التغير المطلق يكون مساوياً للمقدار ص_ر - ص_{ر-١} أما التغير النسبي للمستويات الظاهرة السابقة فيكون مساوياً للقيم:

$$\frac{\text{ص}_٢}{\text{ص}_١} ، \frac{\text{ص}_٣}{\text{ص}_٢} ، \frac{\text{ص}_٤}{\text{ص}_٣} ، \dots ، \frac{\text{ص}_ن}{\text{ص}_{ن-١}}$$

$$\text{أي أن التغير النسبي} = \frac{\text{ص}_ر}{\text{ص}_{ر-١}}$$

التغير المطلق

التغير المطلق هو الفرق بين مستويين للسلسلة الزمنية ويرمز له بالرمز Δ ص. وهو يبين الزيادة أو النقص في قيمة الظاهرة خلال فترة زمنية معينة. ففي الجدول السابق الذي يبين تطور إنتاجية الفدان من القمح زادت إنتاجية الفدان في عام ١٩٧٠ عنها في العام السابق له ١٩٦٩ بمقدار ٠,٩٦ أردب (٧,٧٥ - ٦,٧٩) أما في عام ١٩٦٧ فإن الإنتاجية نقصت ٠,٦٦ (٦,٩١ - ٧,٥٧) ... وهكذا. وتبين إشارة الفرق نوع التغير الذي يحدث في السلسلة. فإذا كانت الإشارة موجبة فإن التغير يكون بالزيادة والعكس إذا كانت الإشارة سالبة ويكون مجموع التغيرات المطلقة لمستويات السلسلة أي Δ ص مساوياً للفرق بين المستوى الأول والمستوى الأخير من مستويات السلسلة: Δ ص = ص_ن - ص_١ وفي مثالنا السابق عن المخزون السلعي فإن التغيرات في مستويات هذا المخزون يمكن تمثيلها كما يلي:

الشهر	يناير	فبراير	مارس	أبريل	مايو	يونيو	يوليو
التغيرات المطلقة	-	٢٠+	٤٠+	٢٠-	٤٠+	٦-	٢٦+

وإجمالي التغير المطلق أي Δ ص = ١٠٠ وهو مساو للمقدار

ص_ن - ص_١.

أما متوسط التغير المطلق فيحسب كما يلي:

$$\Delta \text{ ص} = \frac{\Delta \text{ ص}}{\text{ن} - ١} = \frac{\text{ص}_\text{ن} - \text{ص}_\text{١}}{\text{ن} - ١}$$

$$\text{وفي المثال السابق } \Delta \text{ ص} = \frac{230 - 320}{1 - 7} = \frac{90}{6} = 16,6$$

معدل التغير

رأينا مما سبق أن التغير المطلق يبين مقدار الزيادة أو النقص في الظاهرة في فترة ما بالنسبة للفترة السابقة لها أو لأي فترة أخرى وذلك بشكل مطلق.

ولكن لمعرفة نسبة التغير بالزيادة أو النقص في مستوى (كم مرة زاد أو نقص) الظاهرة في فترة ما بالنسبة للفترة السابقة لها (فترة أساس) أو لأي فترة أخرى فإنه يجب حساب معدل التغير. ويطلق اصطلاح معدل التغير علي علاقة مستوى الظاهرة في فترة بمستواها في فترة سابقة أو لأي فترة أخرى أخذت كأساس. ويعرف أحياناً معدل التغير بسرعة التغير أو سرعة النمو. ويمكن حساب هذا المعدل لإجمالي مستوى السلسلة في الفترة المعينة أو لمقدار التغير فقط. ويبين الجدول التالي إنتاج أحد مصانع السيارات بالألف خلال الفترة من ١٩٦٠ حتى ١٩٦٧:

إنتاج مصنع س للسيارات بالألف

السنة (١)	الإنتاج (٢)	التغير النسبي لإجمالي المستويات %		التغير النسبي لزيادة المستويات %		القيمة المطلقة لمعدل تغير ١% بالألف (٧)
		أساس متحرك (٣)	أساس ثابت (٤)	أساس متحرك (٥)	أساس ثابت (٦)	
١٩٦٠	٦٥,٣	-	١٠٠	-	-	-
١٩٦١	٧٠,٨	١٠٨,٤	١٠٨,٤	٨,٤	٨,٤	٥,٥٦
١٩٦٢	٧٦,٣	١٠٧,٨	١١٦,٨	٧,٨	١٦,٨	٧,١
١٩٦٣	٨٠,٢	١٠٥,١	١٢٢,٠	٥,١	٢٢,٨	٧,٦
١٩٦٤	٨٥,٠	١٠٦,-	١٣٠,٢	٦,٠	٣٠,٢	٨,٠
١٩٦٥	٩١,٠	١٠٧,١	١٣٩,٤	٧,١	٣٩,٤	٨,٥
١٩٦٦	٩٦,٠	١٠٦,٥	١٤٨,٤	٦,٥	٤٨,٤	٩,١
١٩٦٧	١٠٢,٢	١٠٥,٥	١٥٦,٥	٥,٥	٥٦,٥	٩,٧

وفي هذا الجدول جري حساب التغيرات النسبية علي الوجه التالي:

١ - حسب التغير النسبي لإجمالي مستويات الظاهرة (عمود ٤،٣) وهي مساوية للمقدار $\frac{ص_ر}{ص_ر - ١}$ ويساوي هذا المقدار في عام ١٩٦١

$\left[\frac{٧٠,٨}{٦٥,٣} \right]$ أي ١٠٨,٤ وفي عام ١٩٦٢ يساوي $\left[\frac{٧٦,٣}{٧٠,٨} \right]$ أي ١٠٧,٨ , وهكذا بالنسبة لباقي السنين. وهذا بالنسبة للأساس المتحرك أي نسبة مستوى الظاهرة في كل عام إلي مستواها في العام السابق له مباشرة, كما هو مبين بالعمود الثالث بالجدول السابق, ويبين العمود الرابع التغير النسبي لإجمالي الظاهرة منسوباً - في جميع السنوات - إلي المستوى في عام ١٩٦٠ وهذا ما يعرف بالأساس الثابت والقيم الواردة بالعمود الرابع تمثل المقدار $\left[\frac{ص_ر}{ص_ر - ١} \right]$ فأما عام ١٩٦٠ نجد الرقم ١٠٠ أي $\left[\frac{٦٥,٣}{٦٥,٣} \right]$ وأمام عام ١٩٦١ نجد الرقم ١٠٨,٤ أي $\left[\frac{٧٠,٨}{٦٥,٣} \right]$ وأمام عام ١٩٦٢ نجد ١٢٦,٨ أي $\left[\frac{٧٦,٣}{٦٥,٣} \right]$ وأمام عام ١٩٦٣ نجد الرقم ١٢٢,٨ أي $\left[\frac{٨٠,٢}{٦٥,٣} \right]$ وهكذا.

٢ - حسب معدل التغير النسبي في مستوى الظاهرة بالعمودين ٦,٥ . ويمثل العمود الخامس معد التغير محسوباً باستخدام الأساس المتحرك, وذلك

$$\text{بحساب المقدار} \frac{ص_ر - ص_{ر-١}}{ص_ر - ١}$$

فسيكون معدل التغير في عام ١٩٦٤ مساوياً للمقدار - ٦, أي

$$\frac{٨٠,٢ - ٨٥,٢}{٨٠,٢}$$

ويكون معدل التغير في عام ١٩٦٧ مساوياً للمقدار ٥,٥ أو

$$\frac{٩٦ - ١٠٢,٢}{٩٦}$$

- ٢٠٤ -

وهكذا بالنسبة لباقي السنوات. أما العمود السادس فيمثل معدل التغير النسبي أيضاً ولكن بأساس ثابت (باعتبار مستوى السلسلة في عام ١٩٦٠ أساس) أي أن قيم هذا العمود حسبت بالمقدار $\frac{\text{ص} - \text{ص}_1}{\text{ص}_1}$

فيكون معدل التغير بالأساس الثابت لعام ١٩٦٤ مساوياً للمقدار $\frac{٦٥,٣ - ٨٥,٢}{٦٥,٣}$ أي ٣٠,٢

وبحسابه لعام ١٩٦٧ يكون مساوياً للمقدار ٥٦,٥ أي $\frac{٦٥,٣ - ١٠٢,٢}{٦٥,٣}$ وهكذا بالنسبة لجميع السنوات.

٣- يلاحظ أن القيم الواردة بالعمود رقم ٥ تساوى القيم المناظرة لها والواردة بالعمود رقم (٣) - ١٠٠. أيضاً القيم الواردة بالعمود رقم ٦ تساوى القيم المناظرة لها بالعمود رقم (٤) - ١٠٠ وذلك لأن:

$$\frac{\text{ص} - \text{ص}_1}{\text{ص}_1} + 1 = \frac{\text{ص}}{\text{ص}_1}$$

$$\frac{\text{ص} - \text{ص}_1}{\text{ص}_1} + 1 = \frac{\text{ص}}{\text{ص}_1}$$

كما أن

٤- يمثل العمود السابع الزيادة المطلقة بالألف المعادلة لكل ١% زيادة نسبية. ويمكن تلخيص القواعد التي اتبعت في الحساب كما يلي:

الأساس المتحرك	الأساس الثابت	
$\frac{\text{صر}}{\text{صر} - ١}$	$\frac{\text{صر}}{\text{صر} - ١}$	معدل الزيادة لإجمالي المستوى
$\frac{\text{صر} - \text{صر} - ١}{\text{صر} - ١}$	$\frac{\text{صر} - \text{صر} - ١}{\text{صر} - ١}$	معدل الزيادة لتغيير المستوى

وبين معدل التغير - كما رأينا - اختلاف مستوى الظاهرة من فترة زمنية أو لحظة إلى أخرى. ولكن قد يهمنا أيضاً معرفة المعدل المتوسط لتغير مستويات الظاهرة عن مدة السلسلة كلها. وبحسب المعدل المتوسط لتغير إجمالي مستويات الظاهرة كوسط هندسي لمعدلات التغير بين كل فترتين متتاليتين. وحيث أن الوسط الهندسي لعدد من المشاهدات للظاهرة س يكون مساوياً للمقدار الآتي:

$$N = \frac{1}{s_1 \times s_2 \times s_3 \times \dots \times s_n}$$

فإذا كانت $\bar{m}$ ترمز للمعدل المتوسط لغير إجمالي السلسلة، م
ر ترمز لمعدلات تغير الظاهرة من فترة لأخرى أو من لحظة لأخرى فإن:

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n} \quad \text{ن-1}$$

وهذا بدوره يساوى:

$$\frac{\overline{ن-1}}{\frac{ص_1}{ص_2}} = \overline{م}$$

والمعادلة الأخيرة بالطبع أسهل في التطبيق لأنها تستخدم فقط المستويين الأول والأخير للسلسلة. ومما سبق يمكن القول بأن المعدل المتوسط لتغير الظاهرة يساوى:

$$\overline{هـ} = \sqrt[ن-1]{\frac{ص_2}{ص_1}}$$

وذلك لأن المعدل المتوسط لتغير إجمالي مستويات الظاهرة يزيد واحداً عن المعدل المتوسط لتغير مستويات الظاهرة كما سبق أن أوضحنا.

مثال: فيما يلي عدد الوحدات التي أنتجت في أحد المصانع في المدة

من ١٩٦٨ حتى ١٩٧٢ بالآلاف وحدة:

السنة	١٩٦٨	١٩٦٩	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٢
عدد الوحدات	٢٥,-	٢٧,٢	٣٠,٧	٣٤,٧	٥١,٨

$$\overline{م} = \sqrt[٤]{\frac{٥١,٨}{٢٥,-}} = ١,٢ \text{ أو } ١٢٠\%$$

$$\overline{هـ} = \overline{م} - ١ = ١,٢ - ١ = ٠,٢ \text{ أو } ٢٠\%$$

وصف التغير في الظواهر الاجتماعية باستخدام السلاسل الزمنية إن المهمة الأساسية لتركيب ومعالجة وتحليل السلاسل الزمنية هي الكشف الرقمي لحقيقة قوانين تغير الظاهرة التي تمثلها السلسلة. وفي بعض الأحيان يكون واضحاً من مجرد ملاحظة مستويات السلسلة قانون تغير الظاهرة واتجاهها العام. ولكن في أحيان أخرى لا يكفي لمعرفة ذلك لمجرد ملاحظة تغير مستويات الظاهرة، وهنا يجب إجراء بعض المعالجات. ويهتم علم الإحصاء بهذه المعالجات التي تبدأ من البسيط إلى الأكثر تعقيداً. وسوف نبحث الآن أهم هذه المعالجات.

١ - توسيع الفترات

تتلخص هذه الطريقة في تجميع مستويات السلسلة في عدد أقل - أي إنقاص أو اختصار عدد مستوياتها، ويتوقف هذا العدد على طبيعة السلسلة، فمثلاً إذا كانت مستويات السلسلة يومية فإنه يمكن تحويلها إلى أسبوعية أو نصف شهرية، والمستويات الشهرية يمكن اختصارها إلى ربع سنوية. وعند اختصار مستويات السلسلة يمكن استعمال مجاميع المستويات المختصرة أو متوسطات هذه المستويات.

مثال: إذا كانت البيانات التالية تمثل محصول القطن لإحدى القرى بالألف قنطار عن الفترة من ١٩٥٣ حتى ١٩٦٧

السنة	المحصول بالآلف قنطار	السنة	المحصول بالآلف قنطار
١٩٥٣	٨٢,٥	١٩٦١	١٣٠,٨
١٩٥٤	٨٥,٦	١٩٦٢	١٤٠,٢
١٩٥٥	١٠٣,٧	١٩٦٣	١٠٧,٥
١٩٥٦	١٢٥,-	١٩٦٤	١٥٢,١
١٩٥٧	١٠٢,٦	١٩٦٥	١٢١,١
١٩٥٨	١٣٤,٧	١٩٦٦	١٧١,٢
١٩٥٩	١١٩,٥	١٩٦٧	١٤٧,٩
١٩٦٠	١٢٥,٥		

ولكي نتبين الاتجاه العام لإنتاج القطن في هذه القرية فإنه يمكن تحويل مستويات السلسلة من مستويات سنوية إلي مستويات تمثل كل منها خمسة سنوات وذلك علي الوجه التالي:

الفترات	١٩٥٣ - ١٩٥٧	١٩٥٨ - ١٩٦٢	١٩٦٣ - ١٩٦٧
المحصول بالآلف قنطار	٤٩٩,٤	٦٥٠,٧	٦٩٩,٨
المتوسط السنوي للمحصول بالآلف قنطار	٩٩,٩	١٣٠,١	١٤٠,-

لاشك أن السلسلة في شكلها المختصر سواء للمجاميع أو المتوسطات تبين بشكل أوضح اتجاه إنتاج القطن في هذه القرية.

٢- المتوسطات المتحركة

تهدف هذه الطريقة في المقام الأول إلي تمهيد السلسلة وذلك بإيجاد متوسطات متحركة لمستوياتها. فإذا كان الجدول التالي يبين إنتاج البيض في إحدى محطات الدواجن عن الفترة من ١٩٦١ حتى ١٩٧٠ بالمليون بيضة فإن الحساب يتم علي الوجه التالي:

السنة	الإنتاج السنوي	إجمالي الإنتاج المتحرك	المتوسط المتحرك
١٩٦١	١٦,٢		
١٩٦٢	١٥,٢		
١٩٦٣	١٥,١	٨٠,٢	١٦,٠٤
١٩٦٤	١٦,٩	٧٦,٩	١٥,٣٨
١٩٦٥	١٦,٨	٧٥,٥	١٥,١٠
١٩٦٦	١٢,٩	٧٦,٥	١٥,٣٠
١٩٦٧	١٣,٨	٨٠,٠	١٦,-
١٩٦٨	١٦,١	٨١,٠	١٦,٢٠
١٩٦٩	٢٠,٤		
١٩٧٠	١٧,٨		

وقد تم تجميع الإنتاج من البيض عن كل خمسة سنوات ثم إيجاد المتوسط المتحرك له ورصده أمام السنة المتوسطة. فمثلاً رصد أمام ١٩٦٣ متوسطاً متحركاً قدره ١٦,٠٤ مليون بيضة وهو متوسط السنوات الخمس الأولى

$$\left(\frac{١٦,٨ + ١٦,٩ + ١٥,١ + ١٥,٢ + ١٦,٢}{٥} \right)$$

وبعد ذلك أضيف إنتاج عام ١٩٦٦ إلي إجمالي الإنتاج واستبعد بدلاً منه إنتاج عام ١٩٦١ فحصلنا علي متوسط متحرك مقداره ١٥,٣٨ رصد أمام عام ١٩٦٤ وهو العام المتوسط لمجموعة السنين الثانية

$$\left(\frac{١٢,٩ + ١٦,٨ + ١٦,٩ + ١٥,١ + ١٥,٢}{٥} \right)$$

وهكذا بالنسبة لباقي السنوات. ومن البديهي أنه لا يوجد أي متوسط أمام الأعوام ١٩٦١ , ١٩٦٢ , ١٩٦٩ , ١٩٧٠ لأن المتوسط المتحرك يرصد أمام السنة الوسطى لمجموعة السنوات المحسوب لها.

وفي بعض الأحيان قد لا يؤدي حساب المتوسطات المتحركة إلي تمهيد السلسلة بشكل يوضح اتجاه الظاهرة، وفي هذه الحالة ينبغي إعادة تمهيدها مرة أخرى بحساب متوسطات متحركة أيضاً ليس البيانات الأصلية ولكن لمتوسطاتها المتحركة التي حسبت أولاً وذلك علي الوجه المبين بالجدول التالي. في هذا الجدول سوف تحسب متوسطات متحركة لفترات كل منها ٦ سنوات ثم تحسب متوسطات متحركة لكل متوسطين متتاليين وذلك بالتطبيق علي بيانات الجدول السابق:

السنة	الإنتاج السنوي	إجمالي الإنتاج	المتوسط المتحرك	متوسط المتوسطات
١٩٦١	١٦,٢			
١٩٦٢	١٥,٢			
١٩٦٣	١٥,١	٩٣,١	١٥,٥٢	
١٩٦٤	١٦,٩	٩٠,٠٧	١٥,١٢	١٥,٣٢
١٩٦٥	١٦,٨	٩١,٦	١٥,١	١٥,٢٠
١٩٦٧	١٢,٩	٩٦,٩	١٦,١٥	١٥,٧١
١٩٦٨	١٣,٨	٩٧,٨	١٦,٣٠	١٦,٢٣
١٩٦٩	١٦,١			
١٩٧٠	٢٠,٤			
	١٧,٨			

ويلاحظ أن طريقة المتوسطات المتحركة تؤدي أيضاً إلي اختصار مستويات السلسلة كما في الطريق السابقة، كما أنها تؤدي إلي تمهيد البيانات بشكل أفضل.

٣- طريقة المربعات الصغرى

تساعد معرفة شكل انتشار مستويات السلسلة أو درجة المنحني الذي يمثلها باستخدام طريقة الفروق أو طريقة العزوم في تحديد الاتجاه العام للسلسلة. فإذا عملنا أن مستويات السلسلة يمثلها خط مستقيم فإنه يمكن توفيق هذا الخط بحيث تكون مجموع مربعات انحرافات القيم عنه أقل ما يمكن، أي أقل منها بالنسبة لأي خط آخر. وكما نعلم فإن معادلة الخط المستقيم هي: $ص = ١ + ب س$ باعتبار أن $ص$ تمثل قيم المتغير التابع و $س$ تمثل قيم المتغير المستقل وأن $أ$ تساوى قيمة $ص$ عندما تكون $س$ مساوية صفراً وأن $ب$ تمثل ميل الخط أي التغير الذي يطرأ على المتغير $ص$ لكل وحدة تغير في $س$.

ولرسم الخط ينبغي تقدير معلمتيه $أ، ب$.

مثال: الآتي إنتاج أحد مصايد الأسماك عن الفترة من ١٩٦٨ حتى ١٩٧٢ بالآلف طن. والمطلوب قياس الاتجاه العام للإنتاج بطريقة المربعات الصغرى:

السنة	١٩٦٨	١٩٦٩	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٢
الإنتاج	٤,٧	٥,٢	٥,٨	٦,١	٦,٥

معادلة الخط المستقيم $ص = أ + ب س$

ومنها $مح ص = ن أ + ب مح س$

, $مح س ص = أ مح س + ب مح س^٢$

وللحصول علي القيم اللازمة لحل المعادلتين السابقتين يعد الجدول التالي:

السنة	الإنتاج (ص)	الانحرافات الزمنية (س)	س ^٢	س ص	القيم الاتجاهية (المقدرة)
١٩٦٨	٤,٧	٢,-	٤	٩,٤,-	٤,٧٦
١٩٦٩	٥,٢	١,-	١	٥,٢-	٥,٢١
١٩٧٠	٥,٨	صفر	صفر	صفر	٥,٦٦
١٩٧١	٦,١	١	١	٦,١	٦,١١
١٩٧٢	٦,٥	٢	٤	١٣,-	٦,٥٦
المجموع	٢٨,٣	صفر	١٠	٤,٥	٢٨,٣٠

ويلاحظ أننا استخدمنا انحرافات السنوات لتسهيل الحساب باعتبار نقطة الأصل هي السنة الوسطى ١٩٧٠ وحسبنا انحرافات باقي السنوات عنها، وهذا يؤدي إلي كون مجس = صفر، أي أن:

$$ن = \frac{\text{مجس ص}}{\text{مجس}^2} = \frac{٤,٥}{١٠} = ٠,٤٥$$

$$أ = \frac{\text{مجص}}{ن} = \frac{٢٨,٣}{٥} = ٥,٦٦$$

∴ معادلة الخط المستقيم الذي يمثل إنتاج الأسماك في هذه الوحدة الإنتاجية

هي: ص = ٥,٦٦ + ٠,٤٥ س

وباستخدام هذه المعادلة جرى حساب القيم الاتجاهية (المقدرة)

للسلسلة في سنواتها الخمس وهي تلك القيم التي تقع علي المستقيم الممثل للسلسلة. فمثلاً القيمة الاتجاهية لعام ١٩٦٨:

$$\hat{ص} = ٥,٦٦ + (٣ - \times ٠,٤٥) = ٤,٧٦$$

ولعام ١٩٦٩ فإن:

$$\hat{ص} = ٥,٦٦ + (١٠ - ٠,٤٥) = ٥,٢١$$

وهكذا بالنسبة لبقية السنوات.

علي أنه يجب التنبيه إلي أن خطوات الحساب تعتمد بالدرجة الأولى علي شكل المنحنى الممثل للسلسلة. وسوف نأخذ الآن سلسلة يمثلها منحنى من الدرجة الثانية كالمبين بالجدول التالي حيث يبين إنتاج إحدى محطات توليد الكهرباء بملايين الكيلووات عن المدة من ١٩٦٧ حتى ١٩٧٢:

السنة	١٩٦٧	١٩٦٨	١٩٦٩	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٢
الإنتاج	٠,٩	١,-	١,٣	٣,١	٣,٩	٥,-

معادلة المنحنى: $ص = أ س^٢ + ب س + ح$

∴ $مج ص = أ مج س^٢ + ب مج س + ن ح$

$مج س ص = أ مج س^٣ + ب مج ص^٢ + ح مج س$

$مج س^٢ ص = أ مج س^٤ + ب مج س^٣ + ح مج س^٢$

ونقوم بعمل جدول علي الشكل التالي:

السنة	الإنتاج (ص)	الانحرافات الزمنية (س)	س ^٢	س ^٣	س ص	س ^٢ ص	القيمة الاتجاهية (المقدرة)
١٩٦٧	٠,٩	٥ -	٢٥	٦٢٥	٤,٥ -	٢٢,٥	٠,٧٢٩
١٩٦٨	١,-	٣ -	٩	٨١	٣,-	٩,-	١,١١٩
١٩٦٩	١,٣	١ -	١	١	١,٣ -	١,٣	١,٧٥٧
١٩٧٠	٣,١	١	١	١	٣,١	٣,١	٢,٦٤٣
١٩٧١	٣,٩	٣	٩	٨١	١١,٧	٣٥,١	٣,٧٧٧
١٩٧٢	٥,-	٥	٢٥	٦٢٥	٢٥,-	١٢٥,-	٥,١٥٩
المجموع	١٥,٢	صفر	٧٠	١٤١٤	٣١,-	١٩٦,-	١٥,١٨٤

وهنا أيضاً اخترنا منتصف عام ١٩٦٩ كنقطة أصل ثم حسبت انحرافات أنصاف الأعوام عن هذه النقطة، وذلك لتسهيل العمليات الحسابية، وقد أدى هذا بالفعل إلي اختصار المعادلات الثلاثة السابقة بالشكل التالي، وذلك $\text{مجس} = \text{مجس}^2 = \text{صفر}$.

$$\text{مجص} = \text{أمجس}^2 + \text{نح}$$

$$\text{مجسص} = \text{بمجس}^2$$

$$\text{مجس}^2 \text{ص} = \text{أمجس}^4 + \text{حمجس}^2$$

ومن هذه المعادلات فإن:

$$\text{أ} = \frac{\text{نمجس}^2 \text{ص} - \text{مجص} \cdot \text{مجس}^2}{\text{نمجس}^4 - (\text{مجس}^2)^2}$$

$$\text{ب} = \frac{\text{مجسص}}{\text{مجس}^2}$$

$$\text{ح} = \frac{\text{مجص} \cdot \text{مجس}^4 - \text{مجس}^2 \cdot \text{مجس}^2 \text{ص}}{\text{نمجس}^4 - (\text{مجس}^2)^2}$$

وبالتطبيق علي الجدول السابق فإن:

$$\text{أ} = \frac{70 \times 15,2 - 196 \times 6}{(70)^2 - 1414 \times 6} = 0,031$$

$$\text{ب} = \frac{31}{70} = 0,443$$

$$ج = \frac{196 \times 70 - 1414 \times 15,2}{(70)^2 - 1414 \times 6} = 2,169$$

وبالتالي تكون معادلة المنحنى هي:

$$ص = 0,031س + 0,443س + 2,169$$

هذا وقد حسبت القيم الاتجاهية (المقدرة) بنفس الأسلوب المتبع في المثال السابق.

ومن الجدير بالذكر أنه يمكن توفيق المنحنى الممثل للسلسلة وإيجاد معادلته بخطوات مشابهة لما سبق أيًا كان شكل هذا المنحنى، طبعاً مع التعديلات اللازمة في خطوات الحساب.

ولاختبار دقة توفيق الخط المستقيم قد يستخدم الخطأ المعياري.

وتتناسب درجة الدقة عكسياً - كما ذكرنا بالباب السادس - مع مقدار الخطأ المعياري مع افتراض ثبات العوامل الأخرى علي حالها. ويحسب الخطأ المعياري بإيجاد الحذر التربيعي لمتوسط مربعات انحرافات القيم الاتجاهية (القيم المقدرة) عن القيم الأصلية (القيم الحقيقية) المناظرة لها. ويمكن حساب الخطأ المعياري في المثال السابق الخاص بإنتاج أحد مصائد الأسماك علي الوجه التالي:

السنة	الإنتاج (القيمة الحقيقية)	القيمة الاتجاهية (القيمة المقدرة)	الفروق	مربع الفروق
١٩٦٨	٤,٧	٤,٧٦	-٠,٠٦	٠,٠٠٣٦
١٩٦٩	٥,٢	٥,٢١	-٠,٠١	٠,٠٠٠٩
١٩٧٠	٥,٨	٥,٦٦	+٠,١٤	٠,٠١٩٦
١٩٧١	٦,١	٦,١١	-٠,٠١	٠,٠٠٠١
١٩٧٢	٦,٥	٦,٥٦	-٠,٠٦	٠,٠٠٣٦
المجموع				٠,٠٢٧٠

$$\text{فيكون الخطأ المعياري} = \frac{\sqrt{0,027}}{0} = 0,073 \text{ تقريباً}$$

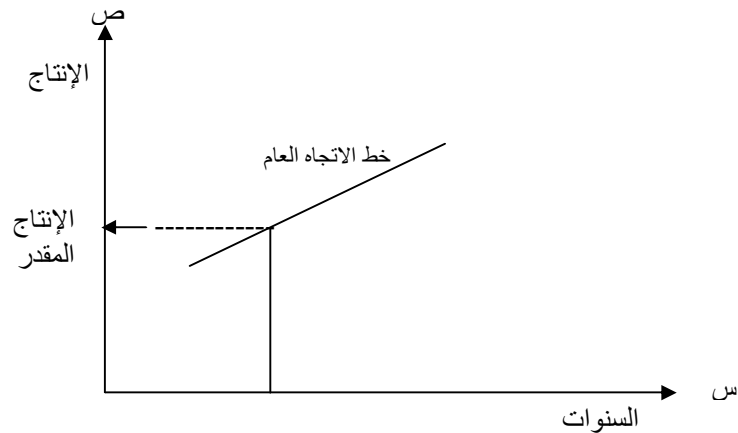
هذا وتستخدم القيم الاتجاهية أيضاً لتخليص الظاهرة من أثر الاتجاه العام أي لاستبعاد التغيرات الناتجة عن الاتجاه العام، ويساعد ذلك علي دراسة الأنواع الأخرى من التغيرات التي قد تتعرض لها السلسلة الزمنية، مثل التغيرات الموسمية والدورية. ويستبعد الاتجاه العام عن طريق تحويل مستويات السلسلة الزمنية إلي نسب مئوية من القيم الاتجاهية المناظرة لها. وفي المثال السابق يمكن استبعاد أثر الاتجاه العام لزيادة الإنتاج من الأسماك في الوحدة الإنتاجية موضع البحث علي الوجه التالي:

السنة	الإنتاج (القيمة الحقيقية)	القيمة الاتجاهية (القيمة المقدرة)	النسبة المئوية
١٩٦٨	٤,٧	٤,٧٦	٩٨,٧
١٩٦٩	٥,٢	٥,٢١	٩٩,٨
١٩٧٠	٥,٨	٥,٦٦	١٠٢,٥
١٩٧١	٦,١	٦,١١	٩٩,٨
١٩٧٢	٦,٥	٦,٥٦	٩٩,١

ومن الجدول يظهر أن الإنتاج قد نقص في عام ١٩٦٨ بنسبة ١,٣% عن مستوى الاتجاه العام، وفي سنة ١٩٦٩ نقص بنسبة ٠,٢% عن هذا المستوى، أما في عام ١٩٧٠ فقد زاد الإنتاج بنسبة ٢,٥% عن مستوى الاتجاه العام وهكذا بالنسبة لباقي السنوات.

ويعنى ذلك أنه لو لم يوجد أي تأثير للاتجاه العام علي هذه الظاهرة لنقص مستواها (الإنتاج) بنسبة ١,٣% في سنة ١٩٦٨ عن مستواه العادي, ولزاد في عام ١٩٧٠ بنسبة ٢,٥% من هذا المستوى.

وقد نواجه في بعض الأحيان سلاسل زمنية غير كاملة بمعنى أن لا يعرف مستوى أو أكثر من مستوياتها وفي هذه الحالة يمكن اللجوء إلي معادلة المنحنى أو الخط الممثل لمستويات السلسلة وحساب القيمة الاتجاهية للفترة الزمنية التي لا نعرف القيمة الحقيقية للسلسلة عنها. ومن البديهي أنه يمكن أيضاً إيجاد القيمة الاتجاهية من الرسم بإقامة عمود علي المحور الأفقي عند الزمن المطلوب حساب القيمة الاتجاهية للظاهرة عنده. وتبين نقطة التقاء هذا العمود مع الخط الممثل للسلسلة القيمة الاتجاهية المطلوب معرفتها.



هذا وإذا افترضنا ثبات العوامل الأخرى علي حالها فإنه يمكن استخدام معادلة الخط الممثل للسلسلة الزمنية في تقدير قيمة الظاهرة في فترة مقبلة وذلك بالتعويض في المعادلة عن س بالفترة الزمنية المطلوب الحصول علي تقدير لقيمة الظاهرة فيها.

فمثلاً إذا أردنا تقدير كمية الإنتاج من الأسماك بالآلاف طن لسنة ١٩٧٥ من بيانات الجدول السابق فإننا نعوض عن قيمة س في المعادلة بـ ٥ وهو انحرافها عن نقطة الأصل (عام ١٩٧٠) علي الوجه التالي:

$$\Theta \text{ معادلة الخط الممثل للسلسلة هي:}$$

$$\hat{ص} = ٥,٦٦ + ٠,٤٥ س$$

∴ القيمة المقدرة للإنتاج عام ١٩٧٥ = $٥,٦٦ + ٠,٤٥ \times ٥ = ٧,٩١$ ألف طن. وبالرسم أيضاً يمكن إيجاد هذه القيمة بعد الخط حتى عام ١٩٧٥ وقراءة القيمة علي المحور الرأس.

هذا عن الاتجاه العام للسلسلة إلا أن الظواهر الاجتماعية والاقتصادية قد تتعرض أيضاً لتغيرات موسمية ترتبط بفصول السنة أو بمواسم إنتاج بعض المحاصيل الزراعية أو غير ذلك من العوامل. ولا شك أن قياس هذه التغيرات يعتبر من الأمور الهامة جداً لتخطيط السياسات الاقتصادية والاجتماعية وغيرها.

قياس التغيرات الموسمية

يمكن قياس هذا النوع من التغيرات عن طريق إيجاد متوسط قيمة للظاهرة في كل موسم من المواسم التي تتعرض لها الظاهرة ثم ينسب كل متوسط للمتوسط العام لهذه المتوسطات الموسمية. وتظهر النسب المئوية المحسوبة أثر الموسمية علي قيمة الظاهرة موضع البحث. علي أنه قد تستخدم أيضاً متوسطات متحركة بدلاً من المتوسطات العادية. وعلي كل حال فإنه يمكن استعمال أي مؤشر للقيمة المتوسطة حسب المشاهدات الخاصة بالظاهرة موضع البحث (وسط حسابي. وسيط .. أو غير ذلك) فإذا كانت لدينا المتوسطات الشهرية لمبيعات إحدى السلع فإنه يمكن دراسة أثر الموسمية علي الوجه التالي:

الشهر	المتوسطات الشهرية لقيمة المبيعات بالآلاف جنيه	المتوسطات الشهرية للمبيعات منسوبة لمتوسطها السنوي (%)
يناير	٤,٤	٧٣,٣
فبراير	٤,٣	٧١,٧
مارس	٤,٦	٧٦,٧
أبريل	٦,٢	١٠٣,٣
مايو	٧,١	١١٨,٣
يونيو	٥,٨	٩٦,٧
يوليو	٦,٣	١٠٥,-
أغسطس	٧,٧	١٢٨,٣
سبتمبر	٧,٦	١٢٦,٧
أكتوبر	٦,-	١٠٠,-
نوفمبر	٤,٤	٧٣,٣
ديسمبر	٤,٣	٧١,٧
المتوسط السنوي	٦,-	-

ومن الجدول يتضح أن مبيعات هذه السلعة تتعرض لتغيرات موسمية إذا نقل في شهور الشتاء وتزيد بشكل واضح في نهاية فصل الربيع وفصل الصيف كله وبداية فصل الخريف (فيما عدا بعض الاستثناءات). ولكن السلسلة الخاصة بعام واحد قد لا تبين بشكل كاف التقلبات الموسمية للظاهرة لاحتمال تعرضها لبعض المؤثرات العرضية أو غير المنتظمة. وفي المثال التالي سندرس السلسلة لعدد من السنوات. فيما يلي الإنتاج الشهري لأحد مصانع السكر بالآلف طن في السنوات ١٩٧٠ و ١٩٧١ و ١٩٧٢:

الشهر	الإنتاج خلال ١٩٧٠	الإنتاج خلال ١٩٧١	الإنتاج خلال ١٩٧٢	إجمالي الإنتاج	المتوسط الشهري	الإنتاج كنسبة مئوية من المتوسط الشهري عن السنوات الثلاث
يناير	٦,-	٦,-	٨,-	٢٥,-	٦,٧	١٠٦,٣
فبراير	٣,-	٥,-	٤,-	١٢,-	٤,-	٦٣,٥
مارس	١,-	٤,-	٣,-	٨,-	٢,٧	٤٢,٩
أبريل	٢,-	٤,-	٣,-	٨,-	٢,٧	٤٢,٩
مايو	٢,-	٣,-	٢,-	٧,-	٢,٣	٣٦,٥
يونيو	١,-	٢,-	١,-	٤,-	١,٣	٢٠,٦
يوليو	١,-	١,-	١,-	٣,-	١,-	١٥,٩
أغسطس	-,-	٣,-	٢,-	٥,-	١,٧	٢٧,-
سبتمبر	٩,-	١٢	١١	٣٢,-	١٠,٧	١٦٩,٨
أكتوبر	١٤,-	١٦	١٧	٤٧,-	١٥,٧	٢٤٩,٢
نوفمبر	١٣,-	١٥	١٥	٤٣,-	١٤,٣	٢٢٧,-
ديسمبر	١١	١٤	١٢	٣٧,-	١٢,٣	١٩٥,٢
الجملة	٦٣	٨٥	٧٨	٢٢٦	٦,٣	١٠٠,-
المتوسط الشهري	٥,٢	٧,١	٦,٥	٦,٣	٦,٣	١٠٠,-

ولعل الجدول السابق يبين بشكل أكثر دقة أثر الموسمية علي إنتاج هذا المصنع من السكر إذ يقل الإنتاج بشكل كبير خلال المدة من فبراير حتى أغسطس ثم يزيد في باقي شهور السنة.

وكما هو الحال عند استبعاد أثر الاتجاه العام فإنه يمكن أيضاً استبعاد أثر الموسمية عن طريق نسبة القيم الأصلية إلي الأرقام الموسمية التي أمكن الحصول عليها عند قياس التغيرات الموسمية.

بتخليص السلسلة الزمنية من أثر كل من الاتجاه العام والموسمية فإنه لا يبقى إلا أثر التقلبات الدورية، وهي تلك التغيرات طويلة الأجل نسبياً أعلي أو أسفل خط الاتجاه العام.

ويلاحظ أن دراسة وتحليل كل الأنواع السابقة من التغيرات يعتبر أمراً أساسياً عند دراسة السلاسل الزمنية ومحاولة التنبؤ بسلوكها في المستقبل، كما أنه يجدر التنويه إلي أن السلاسل الزمنية قد تتعرض أيضاً لبعض التغيرات العرضية والتي لعوامل غير ثابتة أو منتظمة.

وصل السلاسل الزمنية

قد يكون لدينا سلسلتين أو أكثر لنفس الظاهرة. وفي هذه الحالة قد يكون من المفيد وصل السلسلتين للحصول علي سلسلة زمنية واحدة تبين تغيرات الظاهرة خلال فترة أطول من الزمن، فإذا كانت لدينا سلسلة زمنية من ١٩٦٠ حتى ١٩٦٤ وأخرى من ١٩٦٥ حتى ١٩٧٠ لنفس الظاهرة فإن مجرد وضع السلسلتين معاً قد يعطى سلسلة من ١٩٦٠ حتى ١٩٧٠. ولكن إذا كانت السلسلة الثانية تبدأ من ١٩٦٧ حتى ١٩٧٠ فإن مستويات ١٩٦٥ و

١٩٦٦ يمكن تقديرهما باستخدام معادلتى الخطين الممثلين للسلسلتين الأول أو الثانية، أي بتوصيل الخطين، لكن قد يكون الأمر أكثر صعوبة في حالة تداخل السلسلتين، وهنا يمكن تحويل مستويات كل من السلسلتين إلي نسب مئوية من مستوى الفترة المتداخلة في السلسلتين علي الوجه المبين بالمثل التالي : في خلال عام ١٩٦٣ جرى تعديل حدود إحدى القرى، ويبين الجدول الآتي سلسلتين زمنيتين لمتوسط إنتاجية الفدان من أحد المحاصيل الأولي عن المدة من ١٩٦٠ حتى ١٩٦٣ والثانية من ١٩٦٣ حتى ١٩٦٧ في هذه القرية:

السنة	السلسلة الأولى (متوسط إنتاجية الفدان قبل تعديل الحدود)	السلسلة الثانية (متوسط إنتاجية الفدان بعد تعديل الحدود)
١٩٦٠	٢٠	-
١٩٦١	٢١	-
١٩٦٢	٢٣	-
١٩٦٣	٢٥	٢٧
١٩٦٤	-	٢٨
١٩٦٥	-	٢٨
١٩٦٦	-	٢٩
١٩٦٧	-	٣٠

ولما كانت سنة ١٩٦٣ متداخلة في السلسلتين فإننا تنسب إلي مستوى الظاهرة فيها كافة المستويات الأخرى كما بالجدول التالي:

السنة	السلسلة الأولى	السلسلة الثانية	السلسلة الموحدة
١٩٦٠	٨٠	-	٨٠
١٩٦١	٨٤	-	٨٤
١٩٦٢	٩٢	-	٩٢
١٩٦٣	١٠٠	١٠٠	١٠٠
١٩٦٤	-	١٠٣,٧	١٠٣,٧
١٩٦٥	-	١٠٣,٧	١٠٣,٧
١٩٦٦	-	١٠٧,٤	١٠٧,٤
١٩٦٧	-	١١١,١	١١١,١

مقارنة السلاسل الزمنية

كثيراً ما يكون من الضروري مقارنة السلاسل الزمنية لظاهرة ما في عدد من الدول أو المناطق وفي هذه الحالة قد تتسبب جميع مستويات كل من هذه السلاسل إلي مستواها في سنة معينة يجري اختيارها تبعاً لظروف كل حالة. فمثلاً يبين الجدول التالي إنتاجية العمل في الفترة من ١٩١٣ حتى ١٩٦٦ منسوبة إلي مستواها عام ١٩١٣ وذلك في كل من الاتحاد السوفيتي والولايات المتحدة الأمريكية والمملكة المتحدة وفرنسا:

السنة	الاتحاد السوفيتي	الولايات المتحدة الأمريكية	المملكة المتحدة	فرنسا
١٩١٣	١٠٠	١٠٠	١٠٠	١٠٠
١٩٢٨	١٢٠	١٣٧	٩٤	١٠٤
١٩٣٢	١٦٩	١٢٢	٨١	١٠٥
١٩٣٧	٣١٨	١٤٦	١١٣	١٢٧
١٩٥٠	٥٨٠	٢٠٢	١٢٢	١٢٨
١٩٦٠	١١٣٩	٢٩٧	١٦٠	٢٢٥
١٩٦٦	١٥٢٨	٣٨٣	١٩٤	٢٨٧

ومن ملاحظة هذا الجدول يتضح أن إنتاجية العمل في الاتحاد السوفيتي قد تزايدت بشكل واضح عن مستواها سنة ١٩١٣ , ويلاحظ أيضاً أن هذه الزيادة أكبر من مثيلها في الدول الرأسمالية الممثلة بالجدول.

هذا ويمكن إجراء المقارنة عن طريق نسبة مستويات إحدى السلاسل إلى مستويات السلاسل الأخرى. ويبين الجدول التالي إنتاج الحديد الزهر في الاتحاد السوفيتي منسوباً إلى إنتاج الحديد الزهر في كل من الولايات المتحدة الأمريكية والمملكة المتحدة وفرنسا:

السنة	إنتاج الحديد الزهر في الاتحاد السوفيتي منسوباً إلى إنتاجية في		
	الولايات المتحدة الأمريكية	المملكة المتحدة	فرنسا
١٩١٣	١٥	٤٤	٥١
١٩٣٧	٣٩	١٦٨	١٨٤
١٩٥٥	٤٧	٢٦٣	٣٠٤
١٩٦٠	٧٧	٢٩٢	٣٣١
١٩٦٦	٨٤	٤٤٠	٤٥٠

ويلاحظ من هذا الجدول أن إنتاج الحديد الزهر في الاتحاد السوفيتي كان متخلفاً في سنة ١٩١٣ عن مستواه في البلدان الرأسمالية موضوع المقارنة (١٥% من الإنتاج الأمريكي وأقل من نصف الإنتاج البريطاني وحوالي نصف الإنتاج الفرنسي) إلا أن إنتاج الحديد الزهر في الاتحاد السوفيتي تزايد بسرعة أكبر من سرعة تزايد في البلاد الرأسمالية, ففي سنة ١٩٦٦ اقترب من مستوى الإنتاج الأمريكي وزاد على أربعة أضعاف الإنتاج في كل من المملكة المتحدة وفرنسا.

تمارين

١ - فيما يلي عدد طلاب كلية التجارة - جامعة الأزهر في المدة من ١٩٦٥/٦٤ حتى ١٩٧٠/٦٩:

السنة الدراسية	٦٥/٦٤	٦٦/٦٥	٦٧/٦٦	٦٨/٦٧	٦٩/٦٨	٧٠/٦٩
عدد الطلاب	١٠٠٥	١١٤٣	١٥٠٨	١٧٢٨	١٧٣٠	٢٠٣٠

والمطلوب: حساب المتوسط المتحرك لفترة مدتها ٣ سنوات ثم إيجاد المتوسط المتحرك لفترة مدتها ٤ سنوات.

٢ - فيما يلي إجمالي الاستثمار في القطاعات والأنشطة والاقتصادية المختلفة بالمليون جنية والمطلوب: إيجاد المتوسط المتحرك.

السنة المالية	٦٥/٦٤	٦٦/٦٥	٦٧/٦٦	٦٨/٦٧	٦٩/٦٨	٧٠/٦٩
الاستثمار	٣٦٤,٣	٣٨٣,٨	٣٦٥,٨	٣٩٨,٠	٣٤٣,٥	٣٥٥,٥

٣ - من بيانات التمرين الأول مطلوب إيجاد:

- (أ) معادلة خط الاتجاه العام لعدد الطلاب علي فرض أنه خط مستقيم.
 (ب) حساب القيم الاتجاهية.
 (ج) حساب درجة دقة التوفيق.

٤ - من بيانات التمرين الثاني مطلوب إيجاد:

- (أ) معادلة خط الاتجاه العام لإجمالي الاستثمارات بفرض أنه مستقيم.
 (ب) حساب القيم الاتجاهية.
 (ج) استبعاد الاتجاه العام.

٥ - فيما يلي مبيعات إحدى السلع خلال المدة من ١٩٦٥-١٩٧٢. والمطلوب قياس التغيرات الموسمية (أرقام فرضية):

السنة	ترتيب ربع السنة			
	الأول	الثاني	الثالث	الرابع
١٩٦٥	١٠٠	٨٠	٩٠	١١٠
١٩٦٦	١٢٠	١١٠	١٠٠	١٣٠
١٩٦٧	١٢٢	١٢٠	١٠٥	١٢٥
١٩٦٨	١١٨	١٠٠	٩٠	١٢٠
١٩٦٩	١٢٥	١١٥	١١٠	١٣٠
١٩٧٠	١٥٠	١٤٠	١٠٥	١٥٠
١٩٧١	١٤٠	١٣٥	١٣٠	١٤٥
١٩٧٢	١٤٥	٩٥	١٠٠	١٤٠

الباب الخامس

الأرقام القياسية

تشغل الأرقام القياسية مكاناً بارزاً بين المقاييس الإحصائية المستخدمة لدراسة الظواهر الاجتماعية والاقتصادية. ويؤكد مؤلفو دائرة المعارف الاقتصادية أن الأرقام القياسية وسيلة فعالة وهامة جداً من وسائل الإحصاء الحديث. وهم يعرفون الأرقام القياسية بأنها قيم نسبية تصف كمياً أوجه المتغير الإحصائي في مجتمعات مختلفة. علي أننا تقابل تعاريف أخرى قد تختلف عن ذلك في المراجع المختلفة، فيعرف البعض الرقم القياسي بأنه "معدل السلسلة الزمنية". ويرى آخرون أن الرقم القياسي هو قيمة نسبية من نوع خاص. ويضيف البعض إلي ذلك أن الرقم القياسي كقيمة نسبية يظهر بشكل مباشر التغير المتوسط في الظواهر الاجتماعية.

ونلاحظ أن هؤلاء الكتاب وغيرهم يقصرون دور الرقم القياسي علي وصف إجمالي التغير في الظاهرة وهو ما يمكن أن نطلق عليه المدرسة التقليدية. ويرى أنصار المدرسة التحليلية أن الرقم القياسي لا يجب أن يصف فقط إجمالي التغير في الظاهرة إنما يجب أيضاً أن يصف دور كل من العوامل التي أدت إلي إحداث هذا التغير الإجمالي. فيذكر أنصار هذه المدرسة أن الرقم القياسي يجب أيضاً أن يصف تغير الظاهرة المركب من عوامل متجانسة وقابلة للجمع. ويضيف آخرون علي أن المجتمعين لمفردات إحدى الظواهر الاجتماعية الاقتصادية مستبعدين بذلك الظواهر الطبيعية. ونرى أن الرقم القياسي في الإحصاء هو "مقياس تعميمي لمقارنة مجتمعين

متجانسين لإحدى الظواهر الاجتماعية - الاقتصادية المكونة من مجموعة من العوامل القابلة للجمع بشكل مباشر"

وسوف نتناول بالدراسة تركيب الأرقام القياسية واستخداماتها. إذا علمنا أن سعر الوحدة من سلعة معينة كان ٢٠ قرشاً في عام ١٩٧٠ وارتفع إلى ٢٥ قرشاً في عام ١٩٧١ فيمكن القول بالتالي بأن السعر في عام ١٩٧١ ارتفع إلى ١٢٥% $(\frac{25}{20} \times 100)$ عن مستواه في عام ١٩٧٠. ويطلق علي المقدار ١٢٥% منسوب السعر في عام ١٩٧١. كما يطلق علي سنة ١٩٧٠ سنة الأساس وعلي سنة ١٩٧١ سنة الأساس وعلي سنة ١٩٧١ سنة المقارنة. وبذلك يمكن القول بأن منسوب السعر = $\frac{\text{السعر في سنة المقارنة}}{\text{السعر في سنة الأساس}}$ وإذا كانت ع ترمز للسعر في سنة المقارنة، ع. ترمز للسعر في سنة الأساس فإن منسوب السعر = $\frac{ع}{ع.}$ وسوف ترمز لمنسوب السعر بالرمز م.ع.

ويمكن حساب منسوب الكمية بنفس الطريقة. فإذا رمزنا للكمية في سنة المقارنة بالرمز ك، وللكمية في سنة الأساس بالرمز ك. فإن منسوب الكمية = $\frac{ك}{ك.}$ ونرمز لمنسوب الكمية بالرمز م.ك.

ولما كانت القيمة = الكمية × السعر فإذا رمزنا للقيمة بالرمز ق فإن ق = ع × ك، ق = ع ك. ، ق = ع ك. ويكون منسوب القيمة = $\frac{ع ك}{ع ك.}$ ونرمز لمنسوب القيمة من. ع. ك.

فالمنسوب إذن يعبر عن تغير الوحدة, بمعنى أن منسوب السعر لسلعة ما يبين تغير سعر هذه السلعة. ومنسوب الكمية يعبر عن تغير كميتها. كما يعبر منسوب القيمة عن تغير قيمتها.

أمثلة:

١ - كان تقدير عدد السكان في عام ١٩٦٠ ٢٥,٨ مليون شخص, وكان تقدير عدد سكان مصر عام ١٩٧٠ ٣٣,٣ مليون شخص فيكون منسوب عدد السكان

$$\frac{33,3}{25,8} \times 100 = 129\%$$

٢ - إذا كان إجمالي الأجور في قطاع الصناعة عام ١٩٦٥/٦٤ مساوياً ١٥٩,٦ مليون جنية وكان إجمالي الأجور في قطاع الصناعة عام ١٩٧٠/٦٩ مساوياً ١٧٥,٧ مليون جنية فيكون منسوب الأجور في قطاع الصناعة

$$\frac{175,7}{159,6} \times 100 = 110\%$$

٣ - يفرض توفر المعلومات التالية عن إحدى السلع:

السعر في سنة الأساس (ع) = ١٨٠ جنية

السعر في سنة المقارنة (ع) = ١٥٠ جنية

الكمية في سنة الأساس (ك) = ٥٠٠٠ جنية

الكمية في سنة المقارنة (ك) = ١٠٠٠ جنية

$$\text{منسوب السعر} = \frac{150}{180} \times 100 = 83,3\%$$

$$\text{منسوب الكمية} = \frac{1000}{5000} \times 100 = 20\%$$

- ٢٣٠ -

$$\text{منسوب القيمة} = \frac{\text{ع.ك.}}{\text{ع.ك.}} = \frac{6000 \times 150}{5000 \times 180} = 100 \times \frac{6000 \times 150}{5000 \times 180} = 100\%$$

منسوب السعر نقص بمقدار ١٦,٧% بينما زاد منسوب الكمية ٢٠% ولم يسجل منسوب القيمة أي تغير.

فالمنسوب إذن يصف تغير صورة واحدة لظاهرة معينة، ولكن علم الإحصاء - كما نعلم - يتعامل مع الظواهر كبيرة العدد حيث يمكن تعميم النتائج، لذلك يستلزم الأمر حساب رقم قياس يعبر عن التغير المتوسط للظاهرة كلها وليس لوحدة منها فقط. ويمكن اعتبار الرقم القياسي كقيمة متوسطة للمناسب. ونظرياً يمكن حساب هذه القيمة المتوسطة بأي مقياس: وسط حسابي، وسط توافقي، وسط هندسي، وسيط، منوال. ولكننا نستبعد الوسيط والمنوال حيث لا يدخل في حسابهما جميع القيم، أي جميع المناسيب. وجبرياً يحسب الرقم القياسي كمتوسط المناسيب كما يلي:

$$\text{الرقم القياسي كوسط حسابي للمناسب} = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{\text{ع.ك.}}{\text{ع.ك.}} \right) \text{ مد}$$

$$\text{أو} \quad \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{\text{ك.ك.}}{\text{ك.ك.}} \right) \text{ مد} \quad \text{أو} \quad \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{\text{ع.ك.}}{\text{ع.ك.}} \right) \text{ مد}$$

$$\text{الرقم القياسي كوسط توافقي للمناسب} = n \cdot \left(\frac{\text{ع.ك.}}{\text{ع.ك.}} \right) \text{ مد}$$

$$\text{أو } \left(\frac{\text{ك.ع.}}{\text{ك.ع.}} \right) \text{ أو } \left(\frac{\text{ك.ع.}}{\text{ك.ع.}} \right)$$

الرقم القياسي كوسط هندسي للمناسيب

$$\sqrt[n]{\frac{\text{ك.ع.}}{\text{ك.ع.}} \times \frac{\text{ك.ع.}}{\text{ك.ع.}} \times \frac{\text{ك.ع.}}{\text{ك.ع.}} \times \dots} =$$

$$\text{أو } \sqrt[n]{\frac{\text{ك.ع.}}{\text{ك.ع.}} \times \frac{\text{ك.ع.}}{\text{ك.ع.}} \times \frac{\text{ك.ع.}}{\text{ك.ع.}} \times \dots} =$$

$$\text{أو } \sqrt[n]{\frac{\text{ك.ع.}}{\text{ك.ع.}} \times \frac{\text{ك.ع.}}{\text{ك.ع.}} \times \frac{\text{ك.ع.}}{\text{ك.ع.}} \times \dots} =$$

هذا ويمكن حساب الرقم القياسي كوسط تجميعي علي الصورة التالية:

$$\frac{\text{مد.ع.}}{\text{مد.ع.}} = \frac{\text{مد.ك.}}{\text{مد.ك.}} \text{ أو } \frac{\text{مد.ك.}}{\text{مد.ع.}}$$

وتعتبر الصورة الأخيرة - أي الوسط التجميعي - هي أفضل صور حساب الأرقام القياسية، ولا تعتبر أي صورة أخرى مقبولة إلا إذا كانت تؤدي إلي هذه الصورة.

ويلاحظ أن الرقم القياسي البسيط أيا كانت صورة المعادلة المحسوب علي أساسها يعطي جميع المفردات أوزان متساوية. ولكن يجب أن يأخذ في

الحسبان عند حساب الرقم القياسي لأسعار الصادرات مثلاً أن تغير سعر القطن له أهمية أكبر من تغير سعر سلعة أخرى كالزهور مثلاً في بلد كمصر، ولكن يجب إعطاء أوزان مختلفة لمكونات الرقم القياسي حسب أهميتها النسبية. وفي هذا الصدد يقول أرفينج فيشر أن جميع الأرقام القياسية البسيطة مضللة. فعند تركيب رقم قياسي للأسعار يجب ترجيحه بالكميات. ويجب عند تركيب الرقم القياسي للأجور أن يرجح بعدد العمال في كل فئة من فئات الأجور. وتثير مشكلة الترجيح كثير من الجدل بين الإحصائيين منذ أكثر من قرن من الزمان. ففي عام ١٨٦٤ اقترح لاسبير استخدام كميات فترة الأساس لترجيح الرقم القياسي التجميعي للأسعار علي الصورة التالية:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{مدع ١ ك.}}{\text{مدع ٠ ك.}} \cdot \text{وسمي هذا الرقم باسم رقم لاسبير.}$$

ولكن بعد عشرة سنوات من ذلك، أي في سنة ١٨٧٤ اقترح كل من باش وولثي استخدام كميات سنة المقارنة للترجيح علي الصورة التالية:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{مدع ١ ك.}}{\text{مدع ٠ ك.}} \cdot \text{وسميت المعادلة برقم باش.}$$

ولعل رقم لاسبير يعبر عن أثر السعر فيما لو بقيت الكميات المشتراة علي نفس مستواها في سنة الأساس. أما رقم باس فيعبر عن أثر التغير في السعر فيما لو كانت الكمية المشتراة في سنة الأساس هي نفسها المشتراة في سنة المقارنة.

ولقد استمر الجدل حول أي المعادلتين أصلح للتطبيق حتى جاء أرفينج فيشر في العشر بنات من القرن الحالي واقترح رقماً قياسياً جديداً أسماه بالأمتل لأنه يجتاز اختبارين شكليين هما الانعكاس في الزمن والانعكاس في المعامل، وإن كان فيشر لم ينكر أن رقمه لا يجتاز الاختبار الدائري، فإنه برر ذلك بقلّة أهمية هذا الاختبار. رقم فيشر عبارة عن الوسط الهندسي لكل من رقمي لاسبير وباش علي الصورة التالية:

$$\text{الرقم القياسي} = \sqrt{\frac{\text{مدع.ك.} \times \text{مدع.ك.}}{\text{مدع.ك.} \times \text{مدع.ك.}}}$$

ونلاحظ أن أرفينج فيشر اهتم بالناحية الشكلية الرياضية وأهمّل المعنى الاقتصادي فجاء رقمه خلو منه. وسوف نتناول فيما يلي كل من هذه الاختبارات.

الانعكاس في الزمن

إذا أخذنا سنة الأساس كسنة مقارنة وسنة المقارنة كسنة أساس فإننا نحصل علي ما يسمى بالبدال الزمني لرقم باش هو $\frac{\text{مدع.ك.}}{\text{مدع.ك.}}$ والبدال الزمني لرقم لاسبير $\frac{\text{مدع.ك.}}{\text{مدع.ك.}}$. ويجتاز الرقم القياسي اختبار الانعكاس في الزمن إذا كان حاصل ضربه $\times$ بديله الزمني مساوياً للواحد الصحيح (أي إذا كان الرقم القياسي $\times$ البديل الزمني = 1). ونلاحظ أن رقم فيشر المسمى بالأمتل يجتاز هذا الاختبار أي يقبل الانعكاس في الزمن، بينما لا يجتازه أي من رقمي لاسبير وباش.

الانعكاس في المعامل

إذا استبدلنا الأسعار بالكميات والعكس الكميات بالأسعار، مع بقاء الزمن علي حالة، فإننا نحصل علي ما يسمى بالبديل المعاملي للرقم القياسي. فالبديل المعاملي لرقم $\frac{\text{مدك.ع.١}}{\text{مدك.ع.٢}}$ والبديل المعاملي لرقم لاسبير هو $\frac{\text{مدك.ع.١}}{\text{مدك.ع.٢}}$ أي أن البديل المعاملي للرقم القياسي للأسعار المرجح بالكميات هو نفسه الرقم القياسي للكميات مرجحاً بالأسعار والعكس بالعكس. وإذا كان حاصل ضرب الرقم القياسي $\times$ مقلوبة أو بديله المعاملي مساوياً لمنسوب القيمة $\left(\frac{\text{مدك.ع.١}}{\text{مدك.ع.٢}} \right)$ فإن هذا الرقم يجتاز الاختبار المعاملي، أي يقبل الانعكاس في المعامل (أي الرقم القياسي $\times$ البديل المعاملي = منسوب القيمة).

ونلاحظ كذلك أن كل من رقمي لاسبير وباش لايجتازان هذا الاختبار، أي لا يقبلان الانعكاس في المعامل بينما رقم فيشر المسمي بالأمتل يجتاز هذا الاختبار.

الاختبار الدائري

إذا حسبنا الرقم القياسي لسلسلة زمنية بأساس متحرك أي كل فترة زمنية بالنسبة للفترة السابقة لها مباشرة ثم قمنا بضرب هذه السلسلة من الأرقام في بعضها فإننا نحصل علي الرقم القياسي للفترة الأخيرة بأساس الفترة الأولى (كما في حالة تحويل الأساس المتحرك إلي أساس ثابت). فإذا حسب الرقم القياسي للأسعار في عام ١٩٦١ بأساس أسعار عام ١٩٦٠

والرقم القياسي لسنة ١٩٦٢ بأساس سنة ١٩٦١ والرقم القياسي لأسعار سنة ١٩٦٣ بأساس سنة ١٩٦٢ والرقم القياسي لأسعار سنة ١٩٦٤ بأساس سنة ١٩٦٣. ثم ضربنا جميع هذه الأرقام في بعضها فإننا نحصل علي الرقم القياسي لسنة ١٩٦٤ بأساس أسعار سنة ١٩٦٠. وإذا تحقق ذلك فإننا نقول بأن الرقم القياسي يجتاز الاختبار الدائري. ونلاحظ أن كل من رقمي لاسبير وباش لا يجتازان أيضاً هذا الاختبار، كما لا يجتازه رقم فيشر المسمى بالأمثل. واجتياز الرقم القياسي لهذا الاختبار يتطلب ثبات الترجيح من فترة لأخرى مما يفقد الأساس المتحرك الميزة التي يمتاز بها علي الأساس الثابت وهي المرونة في الترجيح حسب التغيرات في الأهمية النسبية للمفردات الداخلة في تركيبه.

ولقد حظيت هذه الاختبارات باهتمام كبير، بل اعتبرت أساساً للمفاضلة بين الأرقام القياسية، وظفر رقم فيشر بتسميته الرقم القياسي الأمثل لاجتيازه اثنان منهم. ورغم أهمية هذه الاختبارات إلا أنه لا يجب أن تغطي هذه الأهمية علي المعني الاقتصادي للرقم القياسي. رأينا فيما سبق أن رقم لاسبير يبين التغير في الأسعار لو اشترينا نفس الكمية المشتراة في سنة الأساس. كما يعبر رقم باش عن التغير في العبء المالي الذي تحمله نتيجة لتغير الأسعار. وفي نفس الوقت لا نري لرقم فيشر أي معنى اقتصادي، عملي. فالوسط الهندسي لرقمين ذوي معنى اقتصادي أوصلنا لرقم خلو من هذا المعنى. وليس صدفة أن رقم فيشر رغم تسميته بالأمثل فإنه لا يحظى بتطبيق عملي واسع بل يطبق رقم باش أو رقم لاسبير رغم عدم اجتيازهما لهذه الاختبارات الشكلية.

انطلاقاً من مذهب الشكلية الرياضية التوفيقية اقترح إديجورس استخدام مجموع أو متوسط كميات سنتي الأساس والمقارنة لترجيح الرقم القياسي للأسعار علي الصورة التالية:

$$\frac{\text{مد ع (ك. + ك. ١)}}{\text{مد ع. ٠ (ك. + ك. ١)}} = \text{الرقم القياسي}$$

ويلاحظ أن هذه المعادلة تخلو من المعنى الاقتصادي أو العملي مثل معادلة فيشر .

أما بخصوص المعادلة المستخدمة في تركيب الرقم القياسي فإن الرقم التجميعي يعتبر الرقم الأفضل دائماً. ويجب التتويه هنا إلي أن أي متوسط آخر يعتبر مناسباً ويمكن استخدامه إذا كان يؤدي الرقم التجميعي. فإذا حسب الرقم القياسي كوسط حسابي للمناسب بالقيم في سنة الأساس (ع.ك.) فإننا نحصل علي رقم يؤدي إلي الرقم التجميعي. فمنسوب السعر مثلاً

$$م = \frac{\text{الرقم القياسي كوسط حسابي مرجح بقيم سنة الأساس ع.}}{\text{مد م ع. ك.}} = \frac{\text{مد م ع. ك.}}{\text{مد ع. ك. ٠}}$$

والصورة السابقة لها أهمية عملية حيث أنها تتناسب ظروف تركيب رقم قياسي لأسعار السلع في سوق القطاع الخاص والمحال الصغيرة حيث يمكن تقدير قيمة المبيعات مقدماً في الفترة السابقة ويمكن أيضاً معرفة السعر في كل من فترتي الأساس والمقارنة وبذلك يركب الرقم دون انتظار طويل لبيانات عن كمية المبيعات في فترة المقارنة. أما الرقم القياسي المحسوب

كوسط توافقي للمناسيب فإنه يؤدي إلي الرقم التجميعي إذا كانت هذه المناسيب مرجحة بقيم فترة المقارنة علي الصورة التالية:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{مد ع ك}}{\text{مد} \left(\frac{1}{\text{ع م}} \right)}$$

وتتناسب هذه الصورة تركيب رقم قياسي للأسعار التي تم جمع بياناتها من المحلات الكبرى أو القطاع العام حيث يكون معلوم لدينا في نهاية كل يوم قيمة المبيعات (ع ك ١) , وهو مجموع المسجل في الخزينة, بينما لا يمكن تحديد الكمية المباعة من كل صنف قبل إجراء جرد. ويكون معلوم أيضاً كل من السعر في فترة المقارنة والسعر في فترة الأساس. وفيما يلي مثال حسابي:

يبين الجدول التالي أسعار وكميات مجموعة من السلع المباعة في كل من سنتين ١٩٧٠ و ١٩٧١, ومطلوب حساب الرقم القياسي للكميات في سنة ١٩٧١ بأساس سنة ١٩٧٠ وكذلك الرقم القياسي للأسعار في سنة ١٩٧١ بأساس سنة ١٩٧٠:

السلع	كميات المبيعات		الأسعار للوحدة		منسوب الكمية	منسوب السعر
	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٠	١٩٧١		
أ	١٠٠	١٢٥	٢٠	١٤	١,٢٥	٠,٧
ب	١٥٠	١٨٠	١٠	٨	١,٢٠	٠,٨
ج	٢٠٠	٢٣٠	٥	٥	١,١٥	١,٠
د	٣٠٠	٢٣٠	٢	٢	١,١٠	١,٠

١ - الرقم القياسي للكميات باستخدام الوسط الحسابي للمناسيب المرجحة بقيم فترة الأساس:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{مجموع } K \cdot E \cdot K}{\text{مجموع } K}$$

∴ بسط الرقم القياسي (مجموع $K \cdot E \cdot K$) = $(20 \times 100 \times 1,25) + (2 \times 300 \times 1,1) + (5 \times 200 \times 1,15) + (10 \times 150 \times 1,2) + (20 \times 100 \times 1,25) =$

$$= \frac{6110}{5100} = \frac{660 + 1150 + 1800 + 2500}{600 + 1000 + 1500 + 2000} = 119,8\% \text{ أو } 1,198$$

٢ - الرقم القياسي للأسعار باستخدام الوسط التوافقي للمناسيب المرجحة بقيم فترة المقارنة:

$$\Theta_r = \frac{\text{مجموع } K_1}{\text{مجموع } \left(\frac{1}{E \cdot K_1} \right)}$$

∴ الرقم القياسي =

$$\frac{(2 \times 230) + (5 \times 230) + (8 \times 180) + (14 \times 125)}{\frac{2 \times 230}{1} + \frac{5 \times 230}{1} + \frac{8 \times 180}{0,8} + \frac{14 \times 125}{0,7}} = 239 -$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{600 + 1150 + 1440 + 1750}{600 + 1150 + 1800 + 2500} = \\
 & \frac{\frac{600}{1} + \frac{1150}{1} + \frac{1440}{0,8} + \frac{1750}{0,7}}{\frac{4740}{6110}} = \\
 & 0,818 \text{ أي } 81,8\%
 \end{aligned}$$

وبنفس الطريقة يمكن تركيب أرقام قياسية للكميات باستخدام الوسط التوافقي للمناسِب وللأسعار باستخدام الوسط الحسابي للمناسِب.

العلاقة بين رقمي لاسبير وباش

ويقصد بها العلاقة بين الرقم القياسي المرجح بسنة الأساس والرقم القياسي المرجح بسنة المقارنة. وتربط الرقمين العلاقة التالية:

$$\frac{\text{مدع.ك.}_1}{\text{مدع.ك.}_2} : \frac{\text{مدع.ك.}_1}{\text{مدع.ك.}_2} = \frac{\text{مدع.ك.}_1}{\text{مدع.ك.}_2}$$

حيث يرمز مدع.ك._1 إلى معامل الارتباط بين منسوب الكمية ومنسوب السعر حيث أن معامل الارتباط يمكن حسابه بالمعادلة:

$$r = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{مدس.ص.} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{مدس.ص.} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{مدع.ك.}}{\sqrt{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{مدس.ص.}^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{مدس.ص.} \right)^2 \right) \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{مدع.ك.}^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{مدع.ك.} \right)^2 \right)}}$$

وترمز L_m لمعامل الاختلاف لمناسيب السعر .

وترمز L_k لمعامل الاختلاف لمناسيب الكمية.

$$\text{ومعامل الاختلاف} = \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} = \frac{E}{S}$$

كما تجدر الإشارة إلى أن الفرق بين الرقم القياسي للأسعار المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش) والرقم القياسي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس (رقم لاسبير) يساوى معامل الارتباط بين مناسيب السعر ومناسب الكمية مضروباً في الانحراف المعياري لمناسيب الكمية في الانحراف المعياري لمناسيب السعر:

$$R_{E^m E^k} = \frac{\text{مدع.ك.}_1}{\text{مدع.ك.}_2} : \frac{\text{مدع.ك.}_1}{\text{مدع.ك.}_2} = \frac{E^m}{E^k} \cdot \frac{E^k}{E^m}$$

نظام الأرقام القياسية

Index Number System

وتساعد دراسة الأرقام القياسية علي تحليل العوامل التي تساهم في تغيير قيمة الظاهرة وتبين مدى مساهمة كل من هذه العوامل في إحداث التغير الكلي. وتستخدم الأرقام القياسية كذلك في تحديد مدى تنفيذ الخطة،

فمثلاً عند دراسة التغير في مبيعات سلعة معينة فإن تركيب الرقم القياسي للكمية مع تثبيت السعر وكذلك الرقم للأسعار مع تثبيت الكمية في وجود بعض الشروط الأخرى التي سنذكرها فيما بعد - يبين مساهمة كل من عملي السعر والكمية في إحداث التغير في قيمة المبيعات، ونلاحظ أن هذين الرقمين (الرقم القياسي للكمية والرقم القياسي للسعر) مرتبطان فيما بينهما ويكونان نظاماً واحداً، ذلك أن القيمة تساوي الكمية × السعر. ولدراسة المبادئ العامة لتركيب نظام الأرقام القياسية المرتبطة لتحليل التغير الكلي، نفرض أن لدينا البيانات التالية عن ثلاث سلع:

السلع	كميات السلع في سنة		أسعار الوحدات بالجنيه في سنة		ح.ك.	ع.ك.	ع.ك.	ع.ك.
	الأساس ك.	المقارنة ك.	الأساس ع.	المقارنة ع.				
	(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)	(٦)	(٧)	(٨)
أ	١٠٠	١٥٠	١٠	٨	١٠٠٠	٨٠٠	١٢٠٠	١٥٠٠
ب	٢٠٠	٢٤٠	٦	٥,٤	١٢٠٠	١٠٨٠	١٢٩٦	١٤٤٠
ج	٣٠٠	٣٢٠	٥	٤,٧٥	١٥٠٠	١٤٢٥	١٥٦٧,٥	١٦٥٠
المجموع	-	-	-	-	٣٧٠٠	٣٣٠٥	٤٠٦٣,٥	٤٥٩٠

$$\text{الرقم القياسي للقيمة} = \frac{\text{م.ع. ١ ك. ١}}{\text{م.ع. ٠ ك. ٠}} = \frac{٤٠٦٣,٥}{٣٧٠٠} = ١,٠٩٨٧$$

أي ١٠٩,٨٢%

ويعني هذا أن قيمة المبيعات بالأسعار الفعلية زادت بمعدل ٩,٨٢% في سنة المقارنة عنها في سنة الأساس, ومقدار الزيادة بالوحدات المطلقة كان ٣٦٣,٥ (٤٠٦٣,٥ - ٣٧٠٠).

ولقد نتج هذا التغير بسبب عاملين: زيادة الكميات المباعة ونقص الأسعار, ولتحديد أثر كل من هذين العاملين يجب تركيب كل من الرقمين القياسين, لكل منهما مع تثبيت العامل الآخر بدون تغيير: الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة الأساس (أي محسوباً

بمعادلة لاسبير)

$$= \frac{\text{مدك ١ ع.}}{\text{مدك ع.}} = \frac{٤٥٩٠}{٣٧٠٠} = ١,٢٤١ \text{ أي } ٢٤,١\%$$

وهذا يعني أن الزيادة في الكمية المباعة كانت بمعدل ٢٤,١% وليس ٩,٨٢% وكانت هذه الزيادة بالوحدات المطلقة وبأسعار سنة الأساس مساوية ٨٩٠ جنيه (٤٥٩٠ - ٣٧٠٠) وليس ٣٦٣,٥ جنيه. الرقم القياسي للأسعار مرجحاً بكميات سنة المقارنة (أي محسوباً بمعادلة باش)

$$= \frac{\text{مدع ١ ك.}}{\text{مدع ع. ك.}} = \frac{٤٠٦٣,٥}{٤٥٩٠} = ٠,٨٨٥ \text{ أي } ٨٨,٥\%$$

وهذا يعني أن المستوى العام للأسعار قد نقص في سنة المقارنة بمعدل ١١,٥% عن مستواه في سنة الأساس, ولقد أدى ذلك إلي إحداث توفير للمشتريين بمقدار ٥٢٦,٥ جنيه (٤٥٩٠ - ٤٠٦٣,٥).

ويلاحظ أن حاصل ضرب الرقمين السابقين للكمية وللشعر يعطي الرقم القياسي للقيمة.

$$\frac{\text{م.ك.ع.}}{\text{م.ع.ك.}} = \frac{\text{م.ك.ع.}}{\text{م.ع.ك.}} \times \frac{\text{م.ك.ع.}}{\text{م.ك.ع.}} = \text{الرقم القياسي للقيمة}$$

$$\text{وبالأرقام: } 1,0982 = 0,885 \times 1,241$$

ويلاحظ أن نفس النتيجة يمكن الوصول إليها لو حسبنا الرقم القياسي للكميات بمعادلة باش، أي مرجحاً بأسعار وسنة المقارنة والرقم القياسي للأسعار بمعادلة لاسبير أي مرجحاً بكميات سنة الأساس.

$$\text{رقم باش للكميات} = \frac{\text{م.ك.ع.}}{\text{م.ك.ع.}} = \frac{4063,5}{320,5} = 1,23 \text{ أي } 123\%$$

$$\text{رقم لاسبير للأسعار} = \frac{\text{م.ع.ك.}}{\text{م.ع.ك.}} = \frac{230,5}{370,0} = 0,623 \text{ أي } 62,3\%$$

ويمكن الرقم القياسي للقيمة عبارة عن حاصل ضرب الرقمين السابقين كما يلي: $1,0982 = 0,893 \times 1,23$

ولكن إذا حسب كل من الرقمين بنفس المعادلة لاسبير أو باش فإن حاصل ضربهما لا يساوي الرقم القياسي للقيمة:

$$\frac{\text{م.ك.ع.}}{\text{م.ع.ك.}} \neq \frac{\text{م.ك.ع.}}{\text{م.ع.ك.}} \times \frac{\text{م.ك.ع.}}{\text{م.ك.ع.}}$$

$$\frac{\text{م.ك.ع.}}{\text{م.ع.ك.}} \neq \frac{\text{م.ع.ك.}}{\text{م.ع.ك.}} \times \frac{\text{م.ك.ع.}}{\text{م.ك.ع.}}$$

وبيين المقدار مح ك١ ع١ - مج ك. ع١ مقدار التغير المطلق في المبيعات بالأسعار المخفضة (٤٠٦٣,٥ - ٣٣٠,٥ = ٧٥٨,٥ جنيه).

كما أن المقدار مح ع. ك. - مح ع. ك. يبين المبلغ الذي وفره المشترون نتيجة لتخفيض السعر (٣٧٠,٥ - ٣٣٠,٥ = ٣٩٥ جنيه).

ولكن المبلغ الذي دفعه المشترون بالفعل زاد بمقداره ٣٦٣,٥ (٤٠٦٣,٥ - ٣٧٠,٥) كما سبق أن ذكرنا.

ويمثل هذا المبلغ الزيادة في قيمة المشتريات مطروحاً منها المبلغ الذي تم توفيره نتيجة لتخفيض الأسعار: ٧٥٨,٥ - ٣٩٥ = ٣٦٣,٥

وعند دراسة مدى تحقيق الخطة باستخدام الأرقام القياسية فإننا نستبدل أرقام سنة الأساس بالأرقام الموضوعة في الخطة وأرقام سنة المقارنة بالأرقام الفعلية ثم يسير التحليل بالطريقة السابقة.

ولقد اقتصرنا هنا علي تحليل التفسير الناتج عن عاملين فقط ولكن التغير قد يرجع إلي أكثر من عاملين، وفي هذه الحالة تتبع خطوات مشابهة لما سبق.

والتغير الإجمالي قد يكون حاصل ضرب التغير في عوامل، كما قد يكون حاصل جمع التغير فيها أو قد يكون حاصل ضرب حواصل جمع بعضها مع بعض.

ويحدث التغير الإجمالي في الظاهرة إما نتيجة لتغير المفردات ذاتها أو لتغير الهيكل. فمثلاً: قد يزيد إجمالي الأجور المدفوعة في أحد المصانع إما نتيجة لزيادة معدلات الأجور أو نتيجة لترقية عدد من العمال من الدرجات ذات الأجر الأقل إلى الدرجات ذات الأجر الأعلى. وبالمثل قد ينقص متوسط تكلفة الوحدات المنتجة في عدد من المصانع إما نتيجة لتخفيض التكلفة في بعض المصانع أو نتيجة لزيادة الوزن النوعي (عدد الوحدات المنتجة) في المصانع ذات التكاليف الأقل علي حساب الوزن النوعي للمصانع ذات التكاليف الأعلى ومهمتنا الآن تحديد مساهمة كل من هذين العاملين - تغير المفردات وتغير الهيكل - في إحداث التغير الكلي. وسوف نطلق علي الرقم القياسي الذي يبين التغير الكلي الرقم القياسي ذو التركيب المختلف والرقم القياسي المحسوب مع تثبيت الهيكل الرقم القياسي ذو التركيب الثابت، وأخيراً سوف نطلق علي الرقم القياسي المحسوب مع تغير الهيكل الرقم القياسي لتغير الهيكل علي نحو ما سنين حالا. ونلاحظ أن هذه الأرقام الثلاثة مرتبطة معاً وتكون نظاماً مترابطاً. كما أن حساب هذه الأرقام الثلاثة يرتبط بشكل مباشر بأسلوب التبويب حسب المعيار المطلوب، ونبدأ بحساب المتوسطات الجزئية في كل فئة من التوزيع. فإذا رمزنا إلي قيم الظاهرة في كل فئة بالرمز s فإن $\overline{s}$ هي متوسط قيم المفردات بهذه الفئة. وسوف نرمز للتكرارات في الفئة بالرمز k . وطبعاً $\overline{s}$ هو المتوسط في فترة المقارنة و s هو المتوسط في فترة الأساس كذلك k هو التكرار في فترة المقارنة و k التكرار في فترة الأساس، ويكون:

$$\left(\frac{\text{م.س.ك.}_1}{\text{م.ك.}_1} \div \frac{\text{م.س.ك.}_2}{\text{م.ك.}_2} \right) = \frac{\text{م.س.ك.}_1}{\text{م.ك.}_1} \div \frac{\text{م.س.ك.}_2}{\text{م.ك.}_2} = \frac{\text{س.}_1}{\text{س.}_2} \times \left(\frac{\text{م.س.ك.}_1}{\text{م.ك.}_1} \div \frac{\text{م.س.ك.}_2}{\text{م.ك.}_2} \right)$$

∴ الرقم القياسي ذو = الرقم القياسي ذو × الرقم القياسي لتغير الهيكل
التركيب المختلف التركيب الثابت

ولنأخذ مثالا لهذا النظام عن حساب التكلفة المتوسطة لإحدى السلع.
لنفرض أن هذه السلع تنتج في مصنعين وأن تكلفة إنتاجها في كل مصنع
مختلفة عنها في المصنع الآخر. وقد استخرجت هذه البيانات من المصنعين
عن تكلفة السلعة وإنتاجها في كل منهما:

الرقم القياسي لتكلفة الإنتاج	تكلفة إنتاج الوحدة بالجنية		الوزن النوعي للمصانع المنتجة للسلعة %		الكميات المنتجة بالآلاف وحدة		المصنع
	في سنة المقارنة	في سنة الأساس	في سنة المقارنة	في سنة الأساس	في سنة المقارنة	في سنة الأساس	
(٧)	(٦)	(٥)	(٤)	(٣)	(٢)	(١)	
٠,٩٥	٥,٧	٦	٥٠	٨٠	٣٠٠	٤٠٠	أ
٠,٩٠	٤,٥	٥	٥٠	٢٠	٣٠٠	١٠٠	ب
-	-	-	١٠٠	١٠٠	٦٠٠	٥٠٠	

ومن الجدول يتضح أن التكلفة قد نقصت في المصنع الأول بمعدل
٥% وفي المصنع الثاني بمعدل ١٠% وأن المصنع الأول ينتج بتكلفة أكبر،
ولهذا فإن الإنتاج من هذه السلعة خفض بمعدل ٢٥% $\left(100 \times \frac{400 - 300}{400} \right)$

ولقد توسع المصنع الثاني في الإنتاج (من ١٠٠ ألف إلى ٣٠٠ ألف وحدة) وكانت نتيجة ذلك أن زاد الإنتاج الكلي بمقدار ١٠٠ ألف وحدة (٦٠٠ - ٥٠٠ ألف).

وبهذا زاد الوزن النوعي للمصنع الثاني من ٢٠% إلى ٥٠% ، وبالطبع انعكس ذلك علي تكلفة إنتاج هذه السلعة في كل من المصنعين معاً.

وبهذا فإن متوسط تكلفة الإنتاج كانت كما يلي:

$$\frac{٥٠٠ + ٢٤٠٠}{٥٠٠} = \frac{١٠٠ \times ٥ + ٤٠٠ \times ٦}{٥٠٠} = \text{في سنة الأساس}$$

$$= \frac{٢٩٠٠}{٥٠٠} = ٥,٨ \text{ جنيه}$$

$$\frac{١٣٥٠ + ١٧١٠}{٦٠٠} = \frac{٣٠٠ \times ٤,٥ + ٣٠٠ \times ٥,٧}{٦٠٠} = \text{في سنة الأساس}$$

$$= \frac{٣٠٦٠}{٦٠٠} = ٥,١ \text{ جنيه}$$

وبمقارنة متوسط تكلفة الإنتاج في سنة المقارنة بنفس المتوسط في سنة الأساس فإن:

$5,1 \div 5,8 = 87,9\%$ أي أن متوسط تكلفة الإنتاج قد نقصت بمعدل $12,1\%$ في سنة المقارنة عنها في سنة الأساس (وبالوحدات المطلقة فإن متوسط التكلفة قد نقص بمقدار $5,8 - 5,1 = 0,7$ جنية للوحدة المنتجة, أما للإنتاج الكلي فإن النقص في التكلفة بلغ 420 ألف جنية).

ونلاحظ أن نقص متوسط التكلفة للمصنعين ($12,1\%$) كان أكبر منه في كل منهما علي حدة (5% أو 10%). والسبب في ذلك يرجع إلي تغير الهيكل أي تغير الوزن النوعي لكل من المصنعين. ويكون الرقم القياسي ذو التركيب الثابت أي مع تثبيت الهيكل مساوياً:

$$\frac{300 \times 5 + 300 \times 6}{300 + 300} \div \frac{300 \times 4,5 + 300 \times 5,7}{300 + 300}$$

$$= 0,927 = 92,7\%$$

وبهذا فإن الرقم القياسي ذو التركيب الثابت يبين متوسط التغير في التكلفة للمصنعين معاً.

ويكون النقص في التكلفة للمصنعين معاً هو $7,3\%$ والتوفير في التكاليف 240 ألف جنية أي $0,5 - 5,1 = 600 \times$.

أما الرقم القياسي لتغير الهيكل فيكون مساوياً للمقدار:

$$\frac{(100 \times 5) + (400 \times 6)}{400 + 100} \div \frac{(300 \times 5) + (300 \times 6)}{300 + 300}$$

$$= 0,948 = 94,8\%$$

وهذا يعني أن تغير الهيكل قد أدى إلي نقص إضافي في تكلفة الإنتاج بلغ في متوسطه ٥,٢%.

ونتيجة لذلك فقد تم توفير مبلغ ١٨٠ ألف جنيه من تكلفة الإنتاج $(٥,٨ - ٥,٥) \times ٦٠٠$. والنتيجة النهائية لكل ذلك أن النقص الكلي في متوسط تكلفة الإنتاج وقدره ١٢,١% يرجع إلي عاملين هما:

- ١ - نقص التكلفة: وقد أدى إلي نقص قدره ٧,٣%.
- ٢ - تغير الهيكل: وقد أدى إلي نقص قدره ٥,٢% $(٠,٨٧٩ = ٠,٩٢٧ \times ٠,٩٤٨)$ والتوفير الكلي في التكاليف بلغ ٤٢٠ ألف جنيه، منها ٢٤٠ ألف نتيجة نقص التكلفة في المصنعين، ١٨٠ ألف راجعة إلي تغير هيكل الإنتاج.

اختيار سنة الأساس

سنة الأساس - كما قدمنا - هي الفترة التي تنسب إلي قيم الظاهرة فيها قيم تقس الظاهرة في فترة المقارنة. ويراعي أن تكون فترة الأساس خالية من الهزات والتقلبات الاقتصادية والمناخية والاجتماعية. كما قد تختار هذه الفترة كفاصل بين فترتين أو أن يرتبط إختيارها بأحداث معينة اجتماعية أو اقتصادية أو غير ذلك، كاختيار سنة ١٩٥٢ في جمهورية مصر العربية باعتبارها السنة التي تفجرت فيها ثورة يوليو العظمي، وذلك لمقارنة الأوضاع قبل الثورة بالأوضاع بعدها. وقد تختار سنة ١٩٦٠ لمقارنة الوضع بعد صدور قرارات يوليو الاشتراكية بالوضع قبله. ويراعي هنا ارتباط اختيار سنة الأساس بنطاق الرقم القياسي. فإذا كان الظاهرة محل القياس محلية فإن الاختيار يرتبط بالأحداث المحلية

الهامة. أما إذا كانت المقارنة علي المستوى الدولي فإن الأحداث العالمية الكبرى تكون هي المعيار. مثال ذلك اختيار فترة ما قبل الحرب العالمية الثانية (عام ١٩٣٩ مثلاً) لمقارنة تطور الظاهرة قبل الحرب وبعدها.

ومن الجدير بالذكر أن اختيار سنة الأساس بشكل خاطئ يؤدي إلي الوصول لمقاييس مضللة أو عديمة المعنى، فاختيار إحدى سنوات الكساد كسنة أساس يضخم من الرقم القياس بشكل مصطنع والعكس في حالة اختيار إحدى سنوات التضخم الاقتصادي.

مثال: نفرض أن إجمالي قيمة الإنتاج في عام ١٩٢٩ كان ٥٠٠ مليون جنيه. وباعتبار أن عام ١٩٢٩ يعتبر من أعوام الكساد الاقتصادي فإن قيمة الإنتاج تزايدت بشكل ملحوظ بعد ذلك. فإذا فرضنا أن قيمة الإنتاج في عام ١٩٦٠ كانت ١٥٠٠ مليون جنيه فإن الرقم القياسي لقيمة الإنتاج يكون مساوياً ٣٠٠% $(\frac{1500}{500} \times 100)$. أما إذا كانت سنة الأساس سنة عادية ولتكن مثلاً سنة ١٩٥٥ وكانت قيمة الإنتاج فيها ١٢٠٠ مليون فقط فإن الرقم القياسي سيكون ١٢٥% $(\frac{1200}{1000} \times 100)$ وبذلك يكون أكثر تعبيراً عن تقلبات قيمة الإنتاج.

مثال: يحدث العكس إذا وقع الاختيار علي إحدى سنوات التضخم وكانت قيمة الإنتاج فيها أعلى من المستوى المعتاد وليكن ٢٠٠٠ مليون جنيه. ويؤثر ذلك الاختيار علي قيمة الرقم القياسي لقيمة الإنتاج، فإذا بلغت قيمة الإنتاج في سنة المقارنة (١٩٦٠) ١٥٠٠ مليون جنيه - كما في المثال السابق - فإن الرقم القياسي يكون ٧٥% $(\frac{1500}{2000} \times 100)$

وعند تركيب الرقم القياسي لتنفيذ الخطة فإننا ننسب الأرقام المخططة إلى الأرقام الفعلية. فأرقام سنة الأساس تستبدل بالأرقام الواردة بالخطة، أما أرقام سنة المقارنة فتستبدل بالأرقام الفعلية.

مثال: إذا كان المستهدف إنتاج ٥٠ ألف سيارة بأحد المصانع ولكن الإنتاج الفعلي بلغ ٦٠ ألف سيارة، فإن الرقم القياسي لتنفيذ الخطة يكون ١٢٠%

$$\left(100 \times \frac{6000}{5000} \right)$$

وفي كل الأحوال يجب مراعاة أن تكون سنة الأساس قريبة من سنة المقارنة إذ أن مضي فترة طويلة بين سنتي المقارنة والأساس يصاحبه عادة تغيرات في الظروف والعوامل المؤثرة علي قيمة الظاهرة مما يؤثر علي دلالة الرقم القيسي كما يؤدي إلي نشوء عدد من المشاكل مثل ضرورة مراعاة التغير في قيمة العملة وما شابه ذلك.

اختيار المفردات الداخلة في تركيب الرقم القياسي

عند تركيب الرقم القياسي للأسعار مثلاً فإننا نأخذ عدداً من السلع تمثل السلع المتداولة في السوق. كذلك عند حساب الرقم. ويجب أن تكون العينة المختارة من السلع ممثلة للمجتمع المختار منه. كذلك يجب أن يحقق اختيارنا للعمال الداخلين في الرقم الهدف من حسابه. ونفس الأمر بالنسبة لأي رقم قياسي يجب أن يكون معبراً وأن يحقق الهدف منه.

كما أنه يجب إعطاء كل مفردة من المفردات الداخلة في تركيب الرقم القياسي الوزن الحقيقي لها عند الحساب. ويؤدي أي تهاون فيما سبق إلي إفساد الرقم القياسي المحسوب. فمثلاً: من المعروف أن السلع الحديثة (المودة) تنخفض أسعارها أسرع من السلع (التقليدية) الموجودة في السوق من مدة طويلة. ويؤدي زيادة عدد السلع الحديثة في العينة أو إعطاءها وزن أكبر إلي إنقاص مفتعل في الرقم القياسي للأسعار. وبالمثل فإنه عند حساب الرقم القياسي للأجور تؤدي إضافة طبقة المديرين أو كبار الموظفين، واستبعاد العمال الذين يتقاضون عادة أجوراً منخفضة واستبعاد من يعملون جزء من الشهر فقط وبالتالي يتقاضون أجوراً أقل، إلي زيادة غير حقيقية للرقم القياسي للأجور.

والواقع فإن الأمثلة علي ذلك عديدة، والنتيجة أن دقة وسلامة اختيار المفردات الداخلة في تركيب الرقم القياسي تعد عاملاً حاسماً في تقرير مدى صلاحيته لقياس التغير في الظاهرة.

تمارين

١ - فيما يلي أرقام فرضية عن متوسطات أسعار وكميات عدد من مجموعات السلع. والمطلوب تركيب الأرقام القياسية التالية بفرض أن سنة ١٩٧٠ سنة أساس:

١. الرقم القياسي للأسعار مرجحاً بكميات سنة الأساس.
٢. الرقم القياسي للأسعار مرجحاً بكميات سنة المقارنة.
٣. الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة الأساس.
٤. الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة المقارنة.
٥. الرقم القياسي للأسعار بمعادلة فيشر.
٦. الرقم القياسي للكميات بمعادلة فيشر.

الكميات		الأسعار		مجموع السلع
١٩٧١	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٠	
١٠٠	٩٠	١١	٧	أ
١٣٠	١٥٠	١٤	١٠	ب
٦٠٠	٨٠٠	١٠	١٢	ج
٨٠	٧٠	٥	٨	د

٢ - من بيانات التمرين السابق مطلوب إجراء اختباري الانعكاس في الزمن والمعامل لكل من الأرقام القياسية المحسوبة.

٣ - من بيانات التمرين الأول المطلوب مقارنة كل من الرقم القياسي الأول والثاني وكذلك الثالث والرابع.

٤ - فيما يلي بيانات فرضية عن العمالة بإحدى المنشآت الصناعية.

والمطلوب حساب التغير في إجمالي الأجور المدفوعة وإرجاعه إلي عاملين: التغير في عدد العمال والتغير في معدل الأجر.

معدلات الأجر		عدد العمال		فئات العمال
في سنة المقارنة	في سنة الأساس	في سنة المقارنة	في سنة الأساس	
١١	١٠	٧٥٠	٦٠٠	أ
١٥	١٢	١٠٠٠	٧٥٠	ب
٢٠	١٥	٩٠٠	٨٠٠	ج
٣٠	٢٠	٦٠٠	٥٠٠	د

٥ - فيما يلي بيانات مفترضة عن العمالة بثلاثة وحدات إنتاجية.

ومطلوب حساب التغير الإجمالي في الأجور وقياس مدي مساهمة تغير هيكل العمالة وتغير معدلات الأجور في إحداث هذا التغير الإجمالي في الأجور.

معدلات الأجر		عدد العمال		الوحدات الإنتاجية
في سنة المقارنة	في سنة الأساس	في سنة المقارنة	في سنة الأساس	
١٣	١٠	٦٠٠٠	٣٠٠٠	أ
١٨	١٢	٣٠٠٠	٤٥٠٠	ب
١٨	١٥	٣٠٠٠	٢٥٠٠	ج
-	-	١٢٠٠٠	١٠٠٠	الجملة