



الأكاديمية العربية الدولية
Arab International Academy

الأكاديمية العربية الدولية

المقررات الجامعية

كتاب اوتوماتية و هندسة تحكم



أسامة محمد المرضي سليمان

قسم الهندسة الميكانيكية

كلية الهندسة والتكنولوجيا

جامعة وادي النيل - عطبرة - السودان

يونيو 2018 م

بسم الله الرحمن الرحيم

شكر وعرفان

الشكر والعرفان لله والتبريات والصلوات على رسوله وخدمه محمد وعلى آله وصحبه وجميع من تبعه إلى يوم القيمة.

لذكرى كل من أمي الغالية خضرة درار طه، وأبي العزيز محمد المرضي سليمان، وختالي الحبيبة زعفران درار طه الذين تعلمت منهم القيمة العظيمة للعمل واحترام الوقت وترتيبه وتدبيره. إلى زوجتي الأولى نوال عباس عبد المجيد وبناتي الثلاث رؤى، روان وآية تقديرًا لحبهم وصبرهم ومثابتهم في توفير الراحة والسكون خاصةً عندما تتعقد وتشابك الأمور.

إلى زوجتي الثانية لمياء عبد الله علي فزارى التي مثل حبها وتضرعها إلى الله الزخم الذي دفعني للمسير في طريق البحث والمعرفة الشائق.

يؤود الكاتب أن يتقدم بالشكر أجزله لكل من ساهم بجهده وفكره ووقته في إخراج هذا الكتاب بالصورة المطلوبة ويخص بذلك الزملاء الأساتذة بقسم الهندسة الميكانيكية بجامعة وادي النيل، وأيضاً الأخوة الأساتذة بقسم الهندسة الميكانيكية بجامعة البحر الأحمر.

الشكر والتقدير والعرفان للبروفيسور محمود يس عثمان الذي ساهم بقدر كبير في مراجعة وإعادة مراجعة محتويات الكتاب.

أهدى هذا الكتاب بصفة أساسية لطلاب دبلوم وبكلوريوس الهندسة في جميع التخصصات خاصة طلاب قسم الهندسة الميكانيكية . حيث يستعرض هذا الكتاب الكثير من التطبيقات في مجال الأجهزة الدقيقة ومبادئ التحكم الآلي واليدوي.

وأعير عن شكري وامتناني عن شكري وامتناني إلى المهندس أسامة محمود محمد علي بمركز دانية لخدمات الحاسوب والطباعة بمدينة عطبرة الذي أنفق العديد من الساعات في طباعة، مراجعة وإعادة طباعة هذا الكتاب أكثر من مرة.

أخيراً، أرجو من الله سبحانه وتعالى أن يتقبل هذا العمل المتواضع والذي آمل أن يكون ذو فائدة للقارئ.

مقدمة

إنَّ مؤلِّف هذا الكتاب وإيمانًا منه بالدور العظيم والمُقدَّر الذي يقوم به الأستاذ الجامعي في إثراء حركة التأليف والتعريب والترجمة للمراجع والكتب الهندسية القيمة يأمل أن يفي هذا الكتاب بمتطلبات برامج البكالوريوس ، الدبلوم العالي والدبلوم العام لطلاب الهندسة الميكانيكية ، هندسة الإنتاج والتصنيع ، الهندسة الكهربائية والإلكترونية والهندسة المدنية لما له من أهمية كبيرة في تغطية مقررات أنظمة القياس الهندسية والتحكم (i.e. أنظمة ميكانيكية ، هيدروليكيَّة ، نيوماتيَّة ، حراريَّة ، كهربائيَّة) .

يتقَّن هذا الكتاب لغوياً مع القاموس الهندسي الموحد السوداني ويُعُدُّ مرجعًا في مجاله حيث يمكن أن يستفيد منه الطالب والمهندس والباحث . معظم مادة هذا الكتاب مقتبسة من محاضرات ومحاضرات مؤلفة في تدريسه لهذا المقرر لفترة تزيد قليلاً عن عشرون عاماً .

يهدف هذا الكتاب لتأكيد أهمية التعرُّف على أجهزة القياس الهندسية ، وأنظمة التحكُّم أو السيطرة وربطهما بالأنظمة الميكانيكية لمحاولة التعرُّف على التطبيق الجديد الذي يُعرف بـ الميكاترونيك (mechatronic i.e.) والذي يربط العناصر الميكانيكية بأنظمة التحكُّم الكهربائية والإلكترونية .

يحتوي هذا الكتاب على ستة فصول . يشتمل الفصل الأول على التعريف بنظام القياس ، أنواع أنظمة القياس ، دوال أو عوامل الانتقال لأنظمة ميكانيكية ، هيدروليكيَّة ، نيوماتيَّة وكهربائيَّة ، والتعريف بالصيغة القياسية أو المعيارية لدوال الانتقال ذات التأخير الأبي والمركَّب . يتضمن الفصل الأول أيضًا العديد من الأمثلة والمسائل المحلولة وغير المحلولة .

يناقش الفصل الثاني كيفية تمثيل دوال الانتقال أو عناصر النظام في شكل مخططات كتالية أو صندوقية موصولة على التوالي ، التوازي أو هجين بين التوالي والتوازي . بهذا الأسلوب يمكن تبسيط فهم الأنظمة المعقدة

التي تشمل على عناصر عديدة وبالتالي يتم تحديد دالة الانتقال الإجمالية للنظام . يشتمل هذا الفصل أيضاً على الكثير من الأمثلة والمسائل التي تساعد الطالب على فهم نظريات وتطبيقات المادة بكل سهولة ويسر .
يهم الفصل الثالث بدراسة نظم القياس من حيث مكوناتها الأساسية ، أنواعها . حيث يتم مناقشة أجهزة قياس الضغط ، محولات المقاومة لقياس الإفعالات الميكانيكية (i.e. مقاييس الانفعال) ، محولات المقاومة لقياس درجة الحرارة (i.e. ترمومترات المقاومة والثيرمستورات) ، ومضخمات الإزاحة الميكانيكية الخطية والزاوية . في نهاية هذا الفصل هناك العديد من الأمثلة والمسائل .

يشتمل الفصل الرابع على مدخل لأنظمة التحكم الذاتي من حيث أنواعها ، تمثيلها في شكل مخططات كتالية ، عناصرها. أما الفصل الثاني فيشتمل على استجابة العناصر من حيث كونها تأثر أسي أو مركب بدوال انحدار ، خطوة ، دفع ، ودالة توافقية أو حبية.

يتضمن الفصل الخامس أيضاً العديد من المسائل والأمثلة المحلولة لعناصر التأثر الأسي والمركب . يستعرض الفصل السادس بعض التقنيات المستخدمة في التحقق من استقرار نظم التحكم مثل أسلوب رسم المحل الهندسي لجذور معادلة الخاصة (i.e. Plotting root locus) وأسلوب راوث للاستقرار (Routh stability) . وفي نهاية هذا الفصل هناك العديد من المسائل والأمثلة المحلولة.

يهدف هذا الكتاب لتعطية أجهزة القياس وأنظمة التحكم الكلاسيكية وذلك لجعل الطالب قادراً على الآتي :-
1. صياغة نماذج رياضية لأنظمة قياس وتحكم (i.e. أنظمة ميكانيكية ، هيدروليكيه ، نيوماتية ، حرارية وكهربائية) .
2. تمثيل المخططات الكتالية أو الصندوقية لعناصر أو دوال انتقال موصولة على التوالي ، التوازي أو عناصر هجين .

3. التعرف على المكونات الأساسية لنظام القياس (i.e. متغير الدخل أو المتغير المطلوب أو المرغوب ، محول الطاقة ، مهني الإشارة ، وحدة العرض ، متغير الخرج أو المتغير الفعلي) .

4. دراسة بعض أنظمة قياس الضغط (i.e. أنبوب بوردون ، المانوميتر القائم أو المعتدل والمانوميتر المائل).
 5. دراسة بعض أنظمة قياس درجات الحرارة (i.e. ترمومترات سائل في زجاجة ، ترمومترات المقاومة ، التيرمستورات ، والمزدوجات الحرارية).
 6. التعرف على مضمونات الإشارة الميكانيكية خطية كانت أم زاوية ، عاكسة أو غير عاكسة للإشارة .
 7. دراسة بعض أجهزة قياس الجهد والتيار .
 8. إيجاد الاستجابة الزمنية لدوال الانحدار ، الخطوة ، الدفع ، والدوال التوافقية أو الجيبية لنظم تأخر أسي ومركب.
 9. تحديد شرط الاستقرار لنظام من استجابته الترددية (i.e. أسلوب رسم المحل الهندسي لجذور معادلة الخاصة وأسلوب راوث للتحقق من استقرار النظم).
 10. تعويض المشقة التقاضلية الأولى للخطأ لتحسين أداء نظام التحكم.
 11. تطبيق التقنيات عالية لنظام عمل يمثل لذلك التحكم في الوضع ، الضغط ، درجة الحرارة ، سريان المواقع والتحكم في مناسب السوائل.
 12. تطبيق مبادئ الميكانيكا ونظرية التحكم لمسائل ذات استجابة ديناميكية ، الاستقرار والتحكم في الحركة للمركبات . يتم اختيار التطبيقات من مواضع مثل الديناميكا واستقرار المركبات والطائرات .
- إنَّ الكاتب يأمل أن يساهم هذا الكتاب في إثراء المكتبة الجامعية داخل السودان وخارجها في هذا المجال من المعرفة ويأمل من القارئ ضرورة إرسال تغذية راجعة إن كانت هنالك ثمة أخطاء حتى يستطيع الكاتب تصويبها في الطبعة التالية للكتاب.
- في الختام أسأل الله التوفيق والسداد .

والله الموفق

المحتويات

الصفحة	الموضوع
i	شكر و عرمان
ii	مقدمة
v	المحتويات
الفصل الأول : مقدمة	
1	1.1 تعريفات
2	1.2 أنواع أنظمة القياس والتحكم
3	1.3 عامل أو دالة الانتقال أو التحويل
12	1.4 أنواع استجابة المنظم
13	1.5 أمثلة محلولة
18	1.6 مسائل إضافية
الفصل الثاني : المخططات الكتيلية أو الصندوقية	
22	2.1 استخدام الجبر في الرسومات التخطيطية
25	2.2 أمثلة محلولة
32	2.3 مسائل إضافية
الفصل الثالث : نظم القياس	
35	3.1 تحليل النظام
35	3.2 تمثيل منظومة القياس في مخطط كتلي
36	3.3 أمثلة عملية لبعض نظم القياس
82	3.4 مسائل إضافية
الفصل الرابع : مدخل لأنظمة التحكم الذاتي	
92	4.1 مدخل
92	4.2 أنواع أنظمة التحكم
94	4.3 تمثيل النظام

96

4.4 عناصر نظام التحكم

الفصل الخامس : استجابة العناصر

97

5.1 استجابة العناصر ذات عامل أو دالة التأثر الأسني

111

5.2 أمثلة إضافية محلولة في عناصر التأثر الأسني

121

5.3 مسائل في عناصر التأثر الأسني

124

5.4 استجابة العناصر ذات عامل أو دالة التأثر المركب

132

5.5 أمثلة محلولة في عناصر التأثر المركب

156

5.6 مسائل إضافية في عناصر التأثر المركب

الفصل السادس : التحقق من استقرار نظم التحكم

163

6.1 رسم مخطط المحل الهندسي لجذور معادلة الخاصة

166

6.2 أمثلة محلولة

176

6.3 أسلوب راوث للتحقق من استقرار النظم

176

6.4 أمثلة محلولة [أ]

180

6.5 بعض الأحكام العامة لأسلوب راوث

182

6.6 أمثلة محلولة [ب]

184

6.7 مسائل إضافية

185

الكتب والمراجع

الفصل الأول

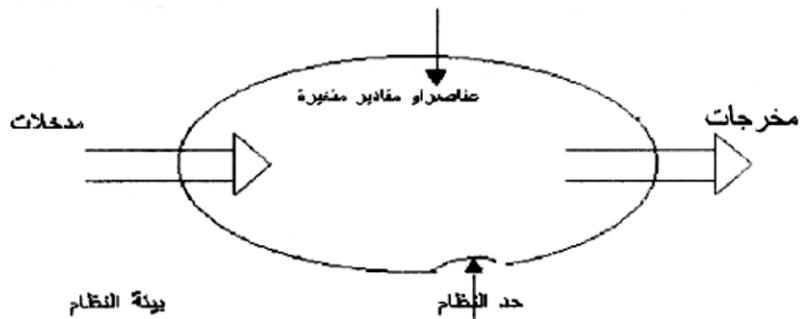
مقدمة

(Introduction)

1.1 تعريفات (Definitions)

النظام (System) : النظام هو مجموعة من العناصر أو المكونات التي تعمل مجتمعة لأداء وظائف محددة.

الشكل (1.1) أدناه يوضح وصفاً لنظام بمكوناته المختلفة (i.e. ميكانيكي ، هيدروليكي ، نيوماتي ، كهربائي ، إلكتروني وغيره .)



شكل (1.1) نظام بمكوناته المختلفة

حد النظام (System Boundary) : هو الاطار الخارجي للنظام ويعمل كمحوى لمكونات النظام .

العناصر أو المقادير المتغيرة (Parameters) : هي العناصر التي تحدد سلوك النظام .

مدخلات ومخرجات النظام (Inputs and outputs) : هي كميات معينة تدخل إلى المنظومة ويتم معالجتها لإنتاج كميات معينة عند المخرج .

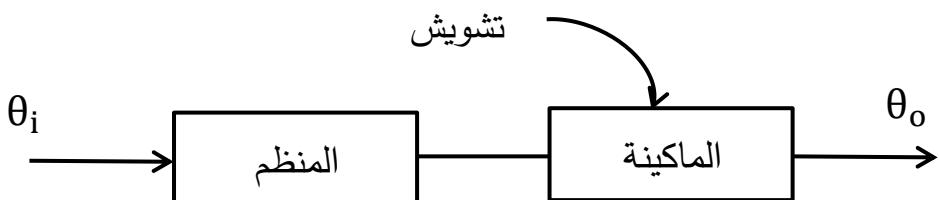
بيئة النظام (System Environment) : بيئة النظام هي مجموعة من التأثيرات الخارجية التي تؤثر على أداء النظام (i.e. تأثيرات الضغط ، درجة الحرارة ، الرطوبة النسبية ، الرطوبة النوعية ، الأتربة والغبار ، الأمطار ، معدلات التآكل والبرى وغيرها) .

1.2 أنواع أنظمة القياس والتحكم : (Types of Instrumentation & Control Systems)

هناك نوعان من الأنظمة التي تستخدم في أجهزة القياس والتحكم هي :

1.2.1 نظام قياس مفتوح الحلقة : (Open – Loop Measurement System)

يتم ضبط متطلبات الأداء لمنظومة ما في المنظم ويسمح للماكينة بأداء الوظيفة المطلوبة منها بصرف النظر عن النتيجة عند المخرج كمثال لذلك ماكينة غسيل الأطباق أو الملابس ، لوحة إشارات المرور ، ولمبات الشوارع . الشكل رقم (1.2) أدناه يوضح مخطط كتلي لنظام مفتوح الحلقة .



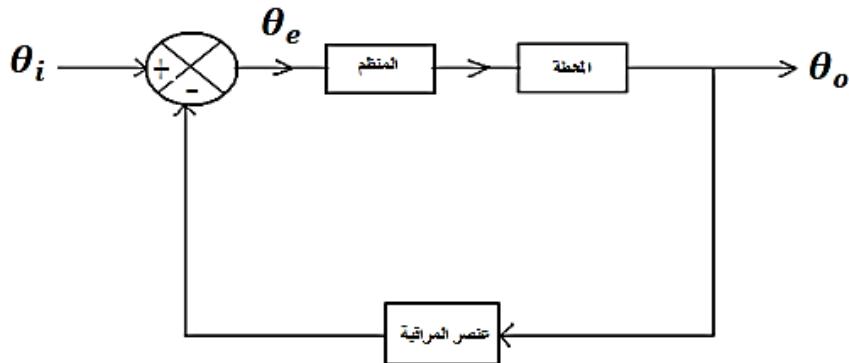
شكل (1.2) مخطط كتلي لنظام قياس مفتوح الحلقة

حيث θ_i هو المتغير المطلوب او المرغوب او متغير الدخл و θ_o هو المتغير الفعلي او متغير الخرج .

1.2.2 نظام مغلق الحلقة : (Closed – Loop Measurement System)

يتم قياس متغير الخرج بانتظام ومقارنته بمتغير الدخل وذلك لتصحيح النتيجة عند مخرج النظام . مثال لنظام مغلق الحلقة متقطع (Intermittent System) هو الثيرموستات ومنظومة السيارة ونظام العوامة الذي يحدد مناسيب السوائل في الخزانات ومثال لنظام مغلق الحلقة مُتصل أو مستمر (Continuous System) هو الحاكم الميكانيكي في محركات дизيل أو جهاز الكاربوريتر في محركات البنزين . الشكل رقم (1.3) أدناه يوضح مخططاً كتالياً لنظام مغلق الحلقة .

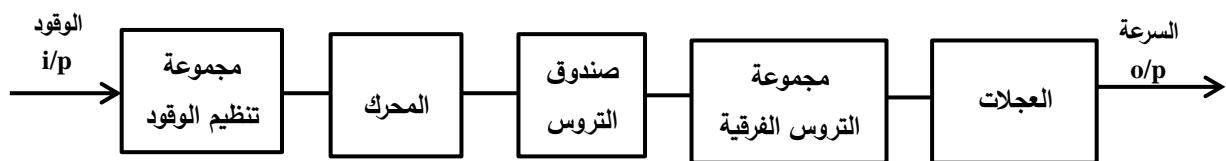
حيث يتم في هذا النظام قياس متغير الخرج θ_o باستمرار بواسطة عنصر المراقبة ويتم إرسال القراءة إلى عنصر المقارنة الذي يتم فيه مقارنة متغير الخرج θ_o بمتغير الدخл θ_i . ناتج هذه المقارنة يتم إرساله إلى المنظم في شكل إشارة (signal) i.e. ميكانيكية ، هيدروليكيه ، نيوماتية ، كهربائية ، الكترونية ... الخ) ..



شكل (1.3) مخطط كتلي لنظام قياس مغلق الحلقة

يقوم المنظم (regulator) بتنظيم امداد الطاقة إلى المحطة (i.e. الماكينة أو المصنوعة التي يراد التحكم أو السيطرة في بعض كمياتها الفيزيائية ، الكيميائية أو الميكانيكية) بما يتوافق و يجعل قيمة متغير الخرج θ_o قريبة من أو مساوية لقيمة متغير الدخل θ_i .

الشكل رقم (1.4) أدناه يوضح مخطط كتلي لمنظومة سيارة :



شكل (1.4) مخطط كتلي لمنظومة سيارة

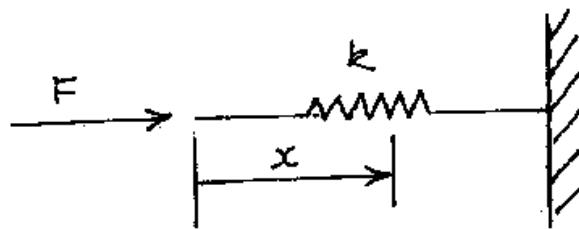
1.3 عامل أو دالة الانتقال أو التحويل (Transfer Operator or Function)

هو نسبة المخرجات إلى المدخلات لعنصر فردي أو لمنظومة كاملة ويكون عادة دالة في الزمن .

هناك عدة أمثلة متباعدة لدوال الانتقال سيتم سياقها فيما يلي :

1. الياب (Spring) :

الشكل (1.5) أدناه يوضح منظومة ياب مسلط عليها حمل انضغاط محوري في الطرف الحر ومثبتة بجسأة في الطرف الآخر .



شكل (1.5) منظومة ياي مسلط عليها حمل محوري

حيث k = كزارة الياي أو ثابت التناوب للعلاقة بين F و x .

x = الإزاحة.

F = قوة الانفعال.

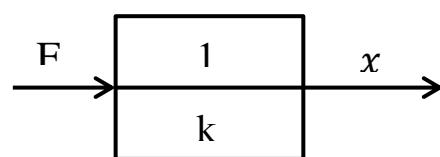
$F \propto x$ ، قوة الانفعال

$F = k x$ ، قوة الانفعال

عامل أو دالة الانتقال :

$$T.o = \frac{o/p}{i/p} = \frac{x}{F} = \frac{1}{k}$$

حيث يمكن تمثيل عامل الانتقال بمخطط كنوري كما يلي :

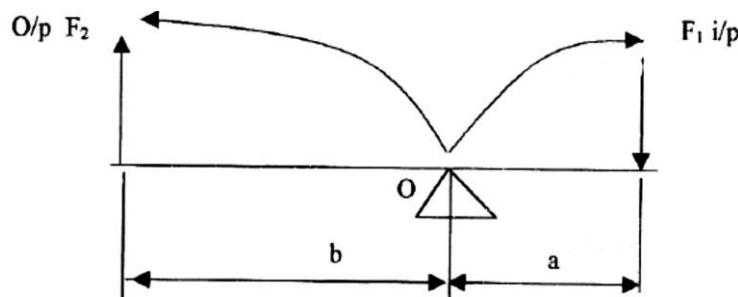


2. الذراع أو الرافعة (Lever) :

الشكل (1.6) أدناه يوضح رافعة ميكانيكية بسيطة تستخدم لتنقليل الجهد.

حيث :

F_1 = قوة الدخل

قوة الخرج = F_2 

شكل رقم (1.6) رافعة ميكانيكية بسيطة

لإنزال النظام يتم أخذ العزوم حول محور الارتكاز O كالتالي :

العزوم في اتجاه دوران عقارب الساعة = العزوم في اتجاه معاكس لدوران عقارب الساعة .

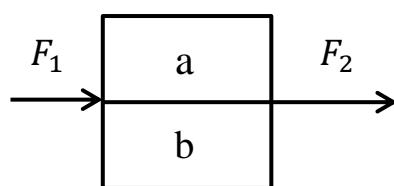
أو تأصيلاً العزوم في اتجاه معاكس للطواف حول الكعبة = العزوم في اتجاه الطواف حول الكعبة .

$$F_1a = F_2b$$

عامل أو دالة الانتقال :

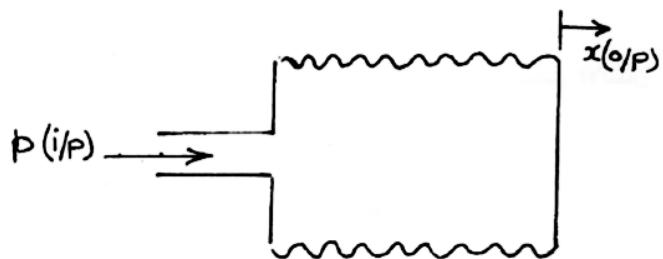
$$T.o = \frac{o/p}{i/p} = \frac{F_2}{F_1} = \frac{a}{b}$$

ويتم تمثيله مخططياً كما يلي :



3. نفاخ أو كير (Bellows) :

الشكل (1.7) أدناه يوضح نفاخ أو كير كالذي يستخدمه الحداد أو آلة نفخ موسيقية .



شكل رقم (1.7) نفاخ أو كير

حيث B = ثابت النفاخ .

$=$ الإزاحة . x

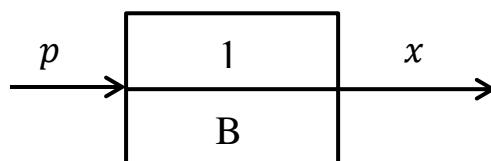
$p \propto x$ ، ضغط الهواء

$$\therefore p = B x$$

عامل أو دالة الانتقال :

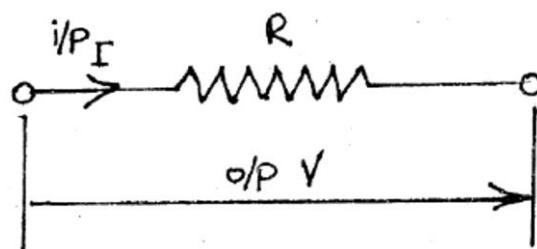
$$T.o = \frac{o/p}{i/p} = \frac{x}{p} = \frac{1}{B}$$

ويتم تمثيله مخططياً كالتالي :



4. المقاومة الكهربية (Electrical Resistor)

الشكل (1.8) أدناه يوضح عنصراً لمقاومة كهربية في دائرة كهربية



شكل رقم (1.8) عنصر مقاومة كهربية

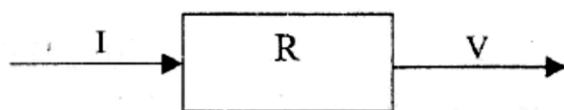
من قانون أوم :

$$\text{فرق الجهد الكهربائي } V = IR$$

عامل الانتقال أو دالة الانتقال :

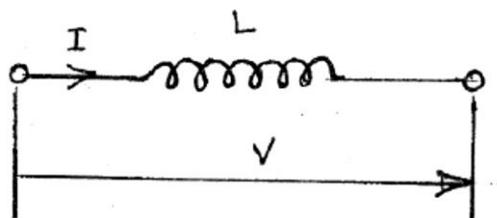
$$T.o = \frac{V}{I} = R$$

ويتم تمثيله مخططياً كالتالي :



5. المحت الكهربائي (Inductor)

الشكل (1.9) أدناه يوضح عنصراً لمحت كهربائي في دائرة كهربية .



شكل رقم (1.9) عنصر محت كهربائي

حيث L = المحاثة الكهربية (Inductance)

فرق الجهد الكهربائي :

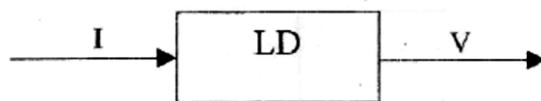
$$V \propto \frac{dI}{dt} = LDI$$

حيث $D \equiv \frac{d}{dt}$ i.e. (عامل D)

عامل أو دالة الانتقال :

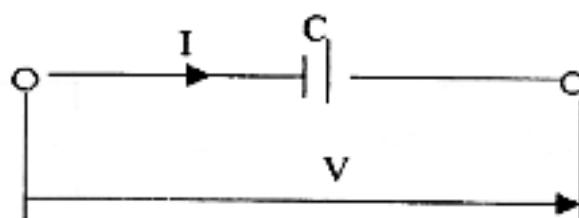
$$T.o = \frac{o/p}{i/p} = \frac{V}{I} = LD$$

ويتم تمثيله مخططياً كالتالي :



6. الميسع الكهربائي (Capacitor) :

الشكل (1.10) أدناه يوضح عنصراً لميسع كهربائي في دائرة كهربية .



شكل رقم (1.10) عنصر ميسع كهربائي

شدة التيار :

$$I \propto \frac{dV}{dt}$$

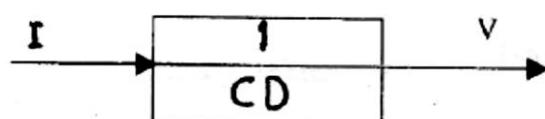
$$I = C \frac{dV}{dt} = CDV$$

حيث C هي المواسعة الكهربائية

عامل أو دالة الانتقال :

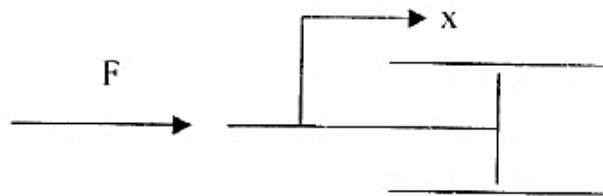
$$T.o = \frac{V}{I} = \frac{1}{CD}$$

ويمكن توضيحه مخططياً كما يلي :



7. محمد الاهتزاز (Dash pot or damper)

الشكل (1.11) أدناه يوضح محمد أو مضائق اهتزاز



شكل رقم (1.11) محمد أو مضائق اهتزاز

قوة المضاءلة أو الإخماد :

$$F \propto v$$

$$F \propto \frac{dx}{dt}$$

حيث يتم التعبير عن السرعة كالتالي :

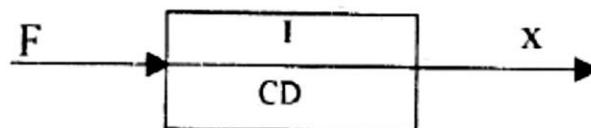
$$\frac{dx}{dt} = x^o$$

$$F = C x^o = C \frac{dx}{dt} = CDx$$

حيث C هو معامل المضاءلة اللزج (Coefficient of viscous damping) .

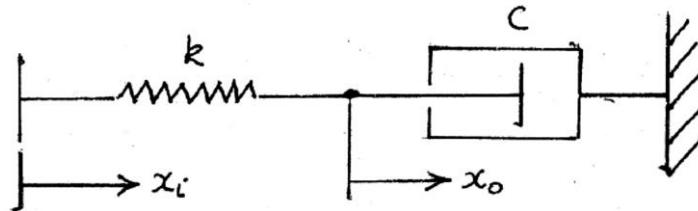
عامل أو دالة الانتقال :

$$T.o = \frac{o/p}{i/p} = \frac{x}{F} = \frac{1}{CD}$$



8. منظومة ميكانيكية بها ياي محمد

الشكل (1.12) أدناه يوضح منظومة بها ياي ومحمد أو مصائل اهتزاز .



الشكل رقم (1.12) منظومة ياي ومحمد اهتزاز

حيث : x_i هي إزاحة الدخل .

x_o هي إزاحة الخرج .

معادلة الحركة للمنظومة :

$$k(x_i - x_o) - Cx_o^0 = 0$$

$$kx_i - kx_o - CDx_o = 0$$

$$kx_i = kx_o + CDx_o = x_o\{k + CD\}$$

∴ عامل أو دالة الانتقال :

$$T.o = \frac{x_o}{x_i} = \frac{k}{k + CD}$$

بقسمة البسط والمقام : $k\%$

$$T.o = \frac{1}{1 + \frac{C}{k}D}$$

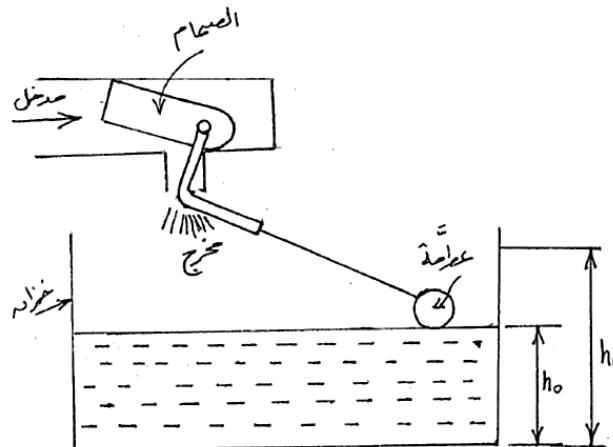
بالتالي فإن دالة الانتقال للمنظومة تكون مناظرة للصيغة القياسية لدالة انتقال ذات تأثير أسي والتي يتم التعبير

عنها كما يلي :

$$T.o = \frac{o/p}{i/p} = \frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{1}{1 + \tau D}$$

9/ مستوى (منسوب) الوقود (petroleum level) :

الشكل (1.13) أدناه يوضح منظومة لتحديد منسوب سائل في خزان .



شكل رقم (1.13) منظومة لتحديد منسوب سائل في خزان

يمكن القول أن معدل السريان يتناسب طردياً مع إزاحة الصمام .

إزاحة الصمام \propto معدل السريان

التغير في منسوب الوقود \propto إزاحة الصمام

$$\therefore Q \propto (h_i - h_o)$$

ايضاً يمكن التعبير عن Q كالتالي :

$$Q = Av \propto (h_i - h_o)$$

حيث h_i هو المستوى المطلوب أو المرغوب (مستوى انقطاع الوقود إلى الحوض)

h_o هو المستوى الفعلي.

$$Av \propto (h_i - h_o)$$

$$\therefore A \frac{dh_o}{dt} = C(h_i - h_o)$$

إذا تم اعتبار $C = 1$:

$$\therefore \frac{dh_o}{dt} = \frac{1}{A} (h_i - h_o)$$

حيث A هي مساحة مقطع حوض الوقود

$$Dh_o = \frac{1}{A}h_i - \frac{1}{A}h_o$$

$$Dh_o + \frac{1}{A}h_o = \frac{1}{A}h_i$$

$$h_o \left\{ D + \frac{1}{A} \right\} = \frac{1}{A}h_i$$

عامل أو دالة الانتقال :

$$T.o = \frac{o/p}{i/p} = \frac{h_o}{h_i} = \frac{\frac{1}{A}}{D + \frac{1}{A}}$$

بضرب البسط والمقام $\times (A)$ نحصل على :

$$T.o = \frac{1}{1 + AD}$$

والذي يكون مناظراً للصيغة العامة لعناصر التأخير الأسية .

(Standard Formula of Exponential lag elements)

والذي يكتب كـ $\frac{1}{1 + \tau D}$ (حيث τ هو ثابت الزمن للنظام أو الزمن الدوري للنظام) .

1.4 أنواع استجابة المنظم : (Types of Controller Response)

1. استجابة الفتح والغلق (On – Off Response):

يعمل المنظم أو يتوقف حسب مقتضيات الظروف الخاصة بمتغير التحكم . أما إذا كان التحكم مستمراً ، فإن المنظم يعطي استجابة تعتمد على الخطأ . وهذه الاستجابة في بعض النظم قد تسبب تباطؤاً ثابتاً عند المخرج ، وربما لا تكون الاستجابة سريعة بدرجة كافية .

2. الاستجابة التفاضلية (Derivative Response) :

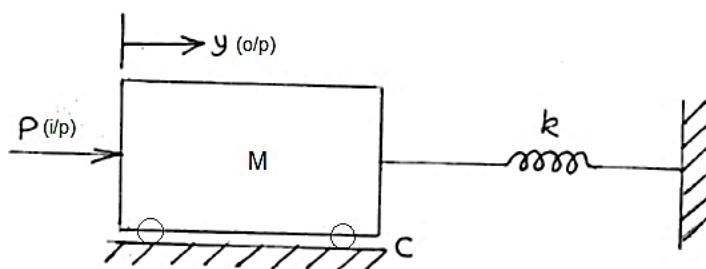
بالإضافة إلى إجراء التصحيح الذي يتاسب مع الخطأ فإن المنظم قد يستجيب أيضاً لمعدل التغير في الخطأ لكي يمكن من توقع التغير عند المخرج .

3. الاستجابة التكاملية (Integral Response) :

الاستجابة التكاملية مرغوب فيها ، حيث يتوقف التصحيح أيضاً على الوقت الذي يستغرقه الخطأ ، والعملية التكاملية تستخدم لتحسين الاستجابة في حالة الاستقرار. عموماً فإن العملية التفاضلية تستخدم لتحسين الاستجابة في حالة عدم الاستقرار .

1.5 أمثلة محلولة (Solved Examples) :

1. نظام كتلة ياي احتكاك ي يتم توضيجه في الشكل رقم (1.14) أدناه . اعتد أن القوة P هي الدخل والإزاحة y للكتلة m هي خرج النظام . أوجد عامل الانتقال لهذا النظام .



شكل رقم (1.14) نظام كتلة ياي احتكاك

حيث C هو عامل احتكاك الكتلة مع السطح ، كزازة اليابي k هي القوة المسلطة خارجياً .

معادلة الحركة للنظام :

لائزان النظام :

$$p - M \frac{d^2y}{dt^2} - C \frac{dy}{dt} - ky = 0$$

$$p = M \frac{d^2y}{dt^2} + C \frac{dy}{dt} + ky$$

$$p = MD^2y + CDy + ky$$

$$= y \{MD^2 + CD + k\}$$

عامل أو دالة الانتقال :

$$T.o = \frac{y}{p} = \frac{1}{MD^2 + CD + k} = \frac{1}{k + CD + MD^2}$$

بقسمة البسط والمقام $k\%$ نحصل على :

$$T.o = \frac{y}{p} = \frac{1/k}{1 + \frac{C}{k}D + \frac{M}{k}D^2}$$

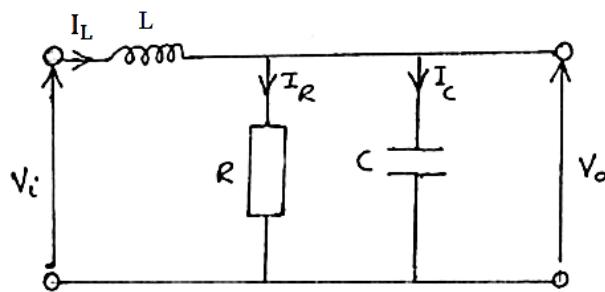
والذي يكون مناظرً للصيغة القياسية لعنصر تأخير مركب (Standard formula of a complex lag element)

والذي يكتب كالتالي :

$$T.o = \frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{\mu}{1 + 2\zeta\tau D + \tau^2 D^2}$$

حيث ζ هي نسبة المضاءلة للنظام ، τ هو ثابت الزمن ، و μ هو كسب النظام .

2. حدد دالة الانتقال للدائرة الكهربائية الموضحة في الشكل (1.15) أدناه بافتراض عدم وجود حمل خارجي.



شكل رقم (1.15) دائرة كهربائية بها محت ، مقاومة وميسع

بتطبيق قوانين كيرتشوف للدائرة عاليه :

$$V_i = LDI_L + V_o \rightarrow (1)$$

ولكن ،

$$V_o = I_R R = \frac{1}{CD} I_C \rightarrow (2)$$

أيضاً ،

$$I_L = I_R + I_C \rightarrow (3)$$

عليه من المعادلات (1) و (3) :

$$V_i - V_o = LD\{I_R + I_C\}$$

ومن المعادلة (2) :

$$I_C = CDV_o, I_R = \frac{V_o}{R}$$

$$V_i - V_o = LD \left\{ \frac{V_o}{R} + CDV_o \right\}$$

$$V_i - V_o = \frac{L}{R} DV_o + LCD^2 V_o$$

$$V_i = V_o \left\{ 1 + \frac{L}{R} D + LCD^2 \right\}$$

عامل أو دالة الانتقال :

$$T.o = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 + \frac{L}{R} D + LCD^2} \rightarrow (4)$$

والذي يكون مناظراً للصيغة القياسية لنظام تأخر مركب .

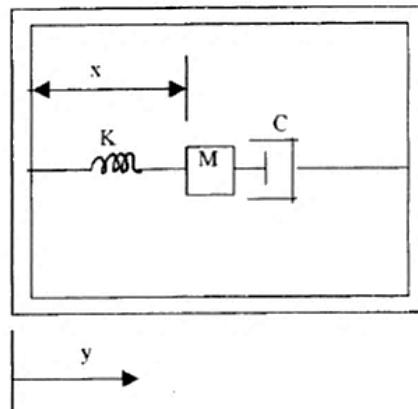
3. مقياس تسارع ميكانيكي بسيط موضح في الشكل رقم (1.16) أدناه. يكون الوضع x للكتلة M بالنسبة

لغلاف مقياس التسارع متناسباً مع تسارع الغلاف. حدد دالة الانتقال بين التسارع الداخلي والخرج x .

الحل :

معادلة الحركة :

في هذا المثال ، فإن مجموع القوى التي ت العمل على الكتلة M يتم مساواتها بقوة القصور الذاتي للكتلة M .



شكل رقم (1.16) مقياس تسارع ميكانيكي بسيط

$$\frac{Md^2(x - y)}{dt^2} + C \frac{dx}{dt} + kx = 0 \rightarrow (1)$$

عليه تصبح المعادلة (1) كالتالي :

$$\frac{Md^2x}{dt^2} + C \frac{dx}{dt} + kx = \frac{Md^2y}{dt^2} = Ma \rightarrow (2)$$

حيث تسارع الدخل :

$$a = \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$MD^2x + CDx + kx = Ma$$

$$x\{MD^2 + CD + k\} = Ma$$

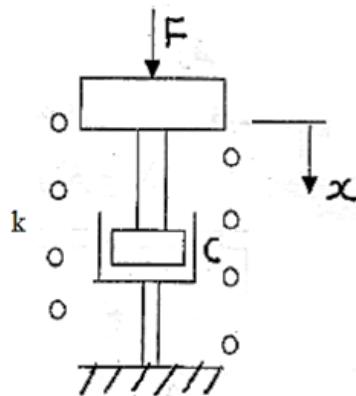
عامل أو دالة الانتقال :

$$T.o = \frac{x}{a} = \frac{M}{k + CD + MD^2}$$

بقسمة البسط والمقام $k\%$ نحصل على :

$$T.o = \frac{M/k}{1 + \frac{C}{k}D + \frac{M}{k}D^2}$$

4. الشكل رقم (1.17) أدنى يوضح لوحة يمكن تجاهل كتلتها مسندة على ياي حلزوني كزازته 200N/m يتم اعتراض حركة اللوحة بواسطة محمد اهتزاز يعطى مقاومة مقدارها $(\text{m/s})/50\text{N}$. أوجد عامل الانتقال ومن ثم ثابت الزمن للمنظومة وكسب النظام .



شكل رقم (1.17)

معادلة الحركة :

$$F - kx - Cx^0 = 0$$

$$F - kx - CDx = 0$$

$$F = kx + CDx = x \{k + CD\}$$

$$\therefore T.o = \frac{x}{F} = \frac{1}{k + CD}$$

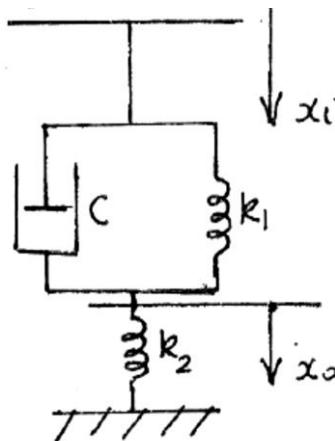
$$= \frac{1}{200 + 50D} = \frac{0.005}{1 + 0.25D}$$

الذي يناظر الصيغة القياسية للتأخر الأسوي:

$$\frac{\mu}{1 + \tau D}$$

ثابت الزمن $\tau = 0.25 \text{ sec}$ ، وكسب النظام $k=0.005$

5. أوجد عامل أو دالة الانتقال للمنظومة الميكانيكية الموضحة في الشكل رقم (1.18) أدناه:



شكل رقم (1.18)

معادلة الحركة للنظام :

$$k_1\{x_i - x_o\} + C\{x_i^0 - x_o^0\} - k_2x_o = 0$$

$$k_1\{x_i - x_o\} + C\{Dx_i - Dx_o\} = k_2x_o$$

$$k_1x_i - k_1x_o + CDx_i - CDx_o = k_2x_o$$

$$k_1x_i + CDx_i = k_1x_o + CDx_o + k_2x_o$$

$$x_i\{k_1 + CD\} = x_o\{k_1 + k_2 + CD\}$$

عامل أو دالة الانتقال :

$$\frac{x_0}{x_i} = \frac{k_1 + CD}{k_1 + k_2 + CD}$$

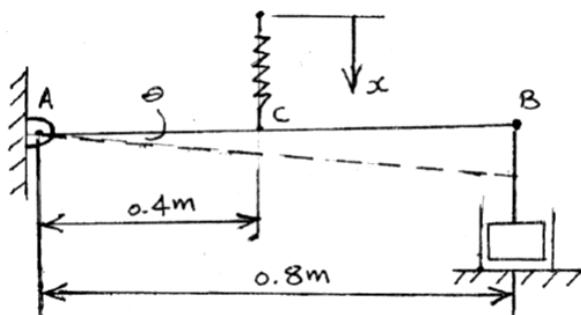
1.6 مسائل اضافية (Additional Problems)

1. المنظومة الموضحة في الشكل رقم (1.19) أدناه تتكون من قضيب خفيف (يمكن تجاهل كتلته) مثبت

على المفصلة A ومضائل اهتزاز مقاومته اللزجة 40N/m/s موصل على الجانب B ويأوي كزازته IKN/m

يقوم بساند القضيب عند النقطة C .

إذا كانت الحركة الراسية x للقضيب تؤدي إلى ازاحته زاوياً بمقدار θ . أوجد النسبة $\frac{\theta}{x}$ للإراحات الصغيرة.

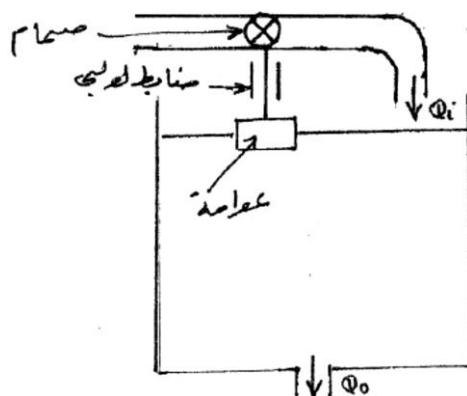


شكل رقم (1.19)

$$Ans. \{2.5/(1 + 0.16D)\}$$

2. يبين الشكل رقم (1.20) أدنى صهريجاً كمية المياه الداخلة فيه Q_i والخارجة منه Q_0 ويتم التحكم في منسوب الماء بواسطة صمام يضبط وضعه باستخدام عواممه يمكن تعديل وضعها بواسطة قلاووظ . ويتناسب تدفق المياه إلى الصهريج مع حركة العوامة ، ويمكن اعتبار تدفق المياه إلى خارج الصهريج متناسباً مع منسوب المياه الموجودة به ، وذلك عندما يكون التغيير في المنسوب صغيراً .

استنبط العلاقة بين العلو الفعلي لمنسوب المياه ، وبين العلو المطلوب عند تغير ضبط القلاووظ

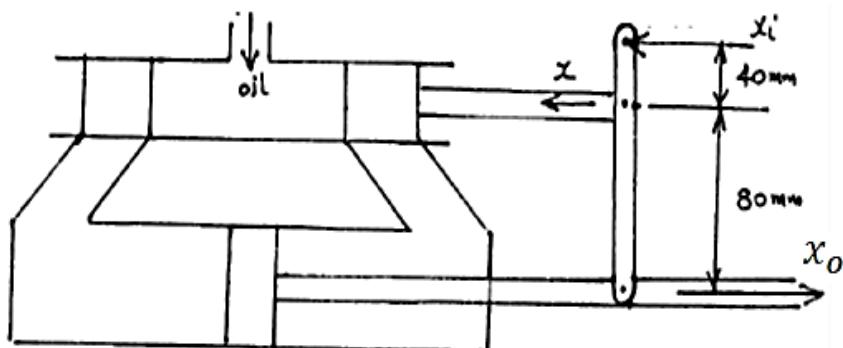


شكل رقم (1.20)

$$Ans. \left\{ \frac{h_o}{h_i} = \frac{1}{1 + \frac{C_2}{C_1} + \frac{A}{C_1} D} \right\}$$

3. يبين الشكل رقم (1.21) كباساً هيدروليكيأً يتم التحكم فيه بضمام متارجح . عندما يكون الصمام في وضعه الأوسط ، يقف التدفق عند نهاية الاسطوانة . مساحة مقطع الكباس $0.003m^2$ ، وعندما يتحرك الصمام من

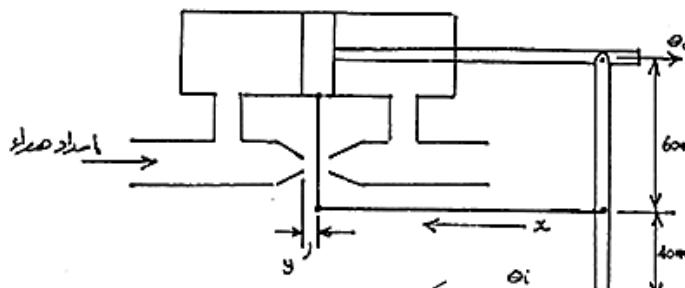
وضعه الأوسط، فإنَّ معيَّن تدفق الزيت إلى داخل الاسطوانة هو $0.01 \text{ m}^3/\text{s}$ لكل متر يحركه الصمام . ووضع أن عامل الانتقال يكون على الصورة $(1+\tau D)/k$ ، مع ذكر الافتراضات المناسبة ، ثم اوجد قيمة كل من τ و K



شكل رقم (1.21)

$$Ans. \left\{ \frac{x_o}{x_i} = \frac{2}{1 + 0.9D}, \quad k = 2, \tau = 0.9s \right\}$$

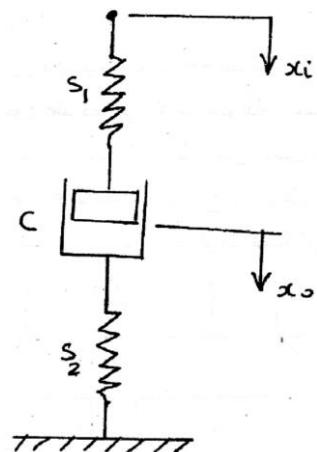
4. يوضح الشكل رقم (1.21) أدناه آلية مؤازرة تعمل بالهواء المضغوط ، حيث يتم التحكم في تدفق الهواء إلى داخل الاسطوانة بصمام قلابي يحركه ذراع حركة الصمام y تساوي نصف حركة الوصلة x ومساحة المكبس $Q=0.01ym^3/s$ حيث يعادل $1600mm^2$. يمكن إيجاد معدل سريان الهواء إلى داخل الاسطوانة من العلاقة $y=1600mm^2$. استتبع عامل الانتقال للآلية مع إيجاد ثابت الزمن ، وذلك بإهمال مساحة مقطع عمود المكبس.



شكل رقم (1.22)

$$Ans. \left\{ \frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{1.5}{1 + 0.8D}, \quad \tau = 0.8s \right\}$$

أوجد عامل الانتقال للمنظومة المبينة في الشكل رقم (1.23) أدناه :



شكل رقم (1.23)

$$Ans. \{s_1(CD + s_2) / [CD(s_1 + s_2) + s_1s_2]\}$$

الفصل الثاني

المخططات الكتالية

(Block Diagrams)

2.1 استخدام الجبر في الرسومات التخطيطية (Block Diagram Algebra)

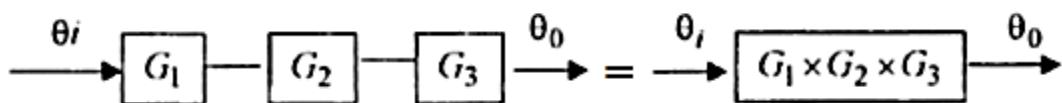
يبين المخطط الوظيفي لمنظومة ما كيفية توصيل العناصر المختلفة ، وكذلك دوال التحويل أو الانتقال الفردية المدونة في الخانات الخاصة بكل منها . وبذلك يمكن إيجاد دالة التحويل أو الانتقال الاجمالية لمنظومة بجمعية دوال عناصرها . وفيما يلي من شرح سُتميّر دوال التحويل الخاصة بالعناصر في المسارات الأمامية بالحرف G أما دوال العناصر في اتجاه التغذية المرتدة فتميز بالحرف H .

2.1.1 العناصر المتصلة على التوالي (Elements in Series or Cascade)

الشكل رقم (2.1) أدناه يوضح ثلات عناصر موصولة على التوالي (i.e. بمعنى أن خرج العنصر هو دخل العنصر الثاني) .

يتأثر خرج كل عنصر تبعاً لدالة التحويل أو الانتقال الخاصة به ، وعلى ذلك فإن دالة التحويل أو الانتقال الاجمالية تكون عبارة عن حاصل ضرب القيم المنفردة لدوال التحويل ، أي أنّ :

$$\frac{\theta_0}{\theta_i} = G_1 \times G_2 \times G_3$$



الشكل رقم (2.1) عناصر موصولة على التوالي

2.1.2 العناصر المتصلة على التوازي (Elements in Parallel)

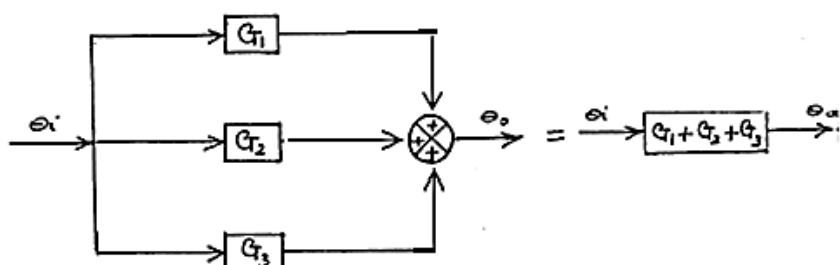
الشكل رقم (2.2) أدناه يوضح عدد ثلات عناصر موصولة على التوازي.

في هذه الحالة تتم تغذية كل من العناصر الثلاثة بنفس الدخل θ_i وعلى ذلك يكون الخرج هو مجموع قيم الخرج الخاصة بكل عنصر.

أي أن :

$$\frac{\theta_0}{\theta_i} = G_1 + G_2 + G_3$$

ويدل الرمز \bigotimes على نقطة تجميع مع بيان علامة الإشارة الدالة فيها.



الشكل رقم (2.2) عناصر موصولة على التوازي

2.1.3 منظومة التغذية المرتدة ذات الوحدة : (Unity Feedback System)

الشكل رقم (2.3) أدناه يوضح منظومة تغذية خلفية ذات وحدة.

في هذه الحالة يتم تغذية مدخل المنظومة بالإشارة θ_i وبذلك يكون الفرق $\theta_i - \theta_o$ والذي يميز بالرمز θ_e هو الذي يتأثر فقط بالعنصر.

وهكذا فإن :

$$\theta_o = G\theta_e = G(\theta_i - \theta_o)$$

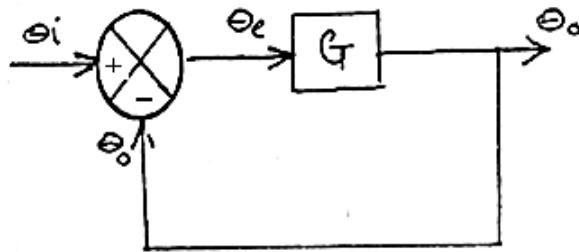
$$\theta_o = G\theta_i - G\theta_o$$

$$\theta_o + G\theta_i = G\theta_i$$

$$\theta_o[1 + G] = G\theta_i$$

دالة التحويل أو الانتقال :

$$\frac{\theta_0}{\theta_i} = \frac{G}{1+G}$$



الشكل رقم (2.3) منظومة تغذية خلفية ذات وحدة

2.1.4 منظومة التغذية المرتدة التي يعترضها عنصر (Feed-back loop with element) :

الشكل رقم (2.4) أدناه يوضح منظومة يعترضها عنصر في المسار الخلفي .

في هذه الحالة يتم تعديل الإشارة θ_0 وهي في مسارها في اتجاه التغذية المرتدة بواسطة العنصر H لاعطاء

الإشارة $H\theta_0$ عند نقطة التجميع . وبذلك تكون إشارة الخطأ θ_e التي يغذي بها العنصر الموجود في المسار

الأمامي هي $(\theta_i - H\theta_0)$.

وعلى ذلك فإن :

$$\theta_o = G\theta_e = G(\theta_i - H\theta_o)$$

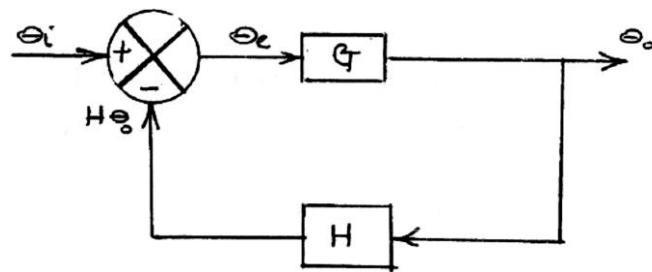
$$\theta_o = G\theta_i - GH\theta_o$$

$$\theta_o + GH\theta_o = G\theta_i$$

$$\theta_o[1 + GH] = G\theta_i$$

ومنها نجد أن :

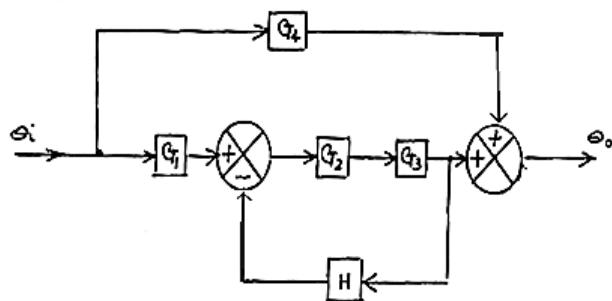
$$T.o = \frac{\theta_0}{\theta_i} = \frac{G}{1+GH}$$



الشكل رقم (2.4) منظومة يعرضها عنصر في المسار الخلفي

2.2 أمثلة محلولة : (Solved examples)

1. أوجد عامل التحويل او الانتقال للمنظومة الموضحة في الشكل رقم (2.5) أدناه:



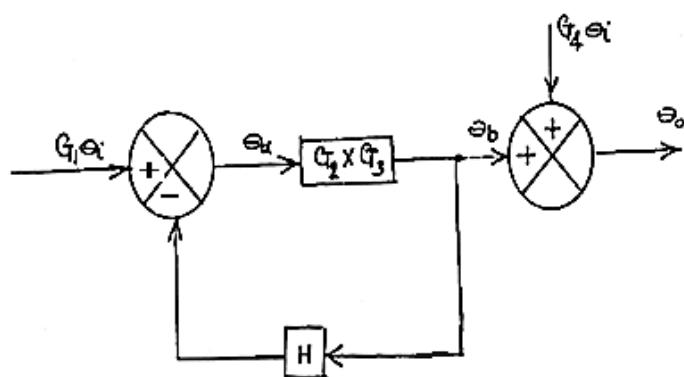
الشكل رقم (2.5)

الحل :

$$\text{الخرج من العنصر } G_1 \theta_i = G_1$$

$$\text{الخرج من العنصر } G_4 \theta_i = G_4$$

العناصر G_2 و G_3 هي عناصر متصلة على التوالي . وبالتالي يمكن ضربها وتوحيدتها في كتلة واحدة .



$$\theta_b = \theta_a G_2 G_3$$

$$\theta_a = G_1 \theta_i - H \theta_b$$

$$\therefore \theta_b = (G_1 \theta_i - H \theta_b) G_2 G_3$$

$$\theta_b = G_1 G_2 G_3 \theta_i - G_2 G_3 H \theta_b$$

$$\theta_b + G_2 G_3 H \theta_b = G_1 G_2 G_3 \theta_i$$

$$\theta_b (1 + G_2 G_3 H) = G_1 G_2 G_3 \theta_i$$

$$\theta_b = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 H} \theta_i$$

$$\theta_o = \theta_b + G_4 \theta_i$$

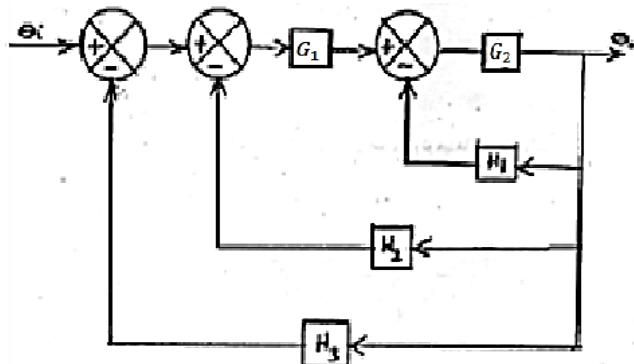
$$\therefore \theta_o = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 H} \theta_i + G_4 \theta_i$$

$$\therefore \theta_o = \theta_i \left\{ \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 H} + G_4 \right\}$$

عامل التحويل أو الانتقال :

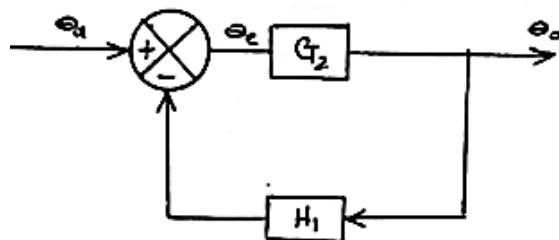
$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 H} + G_4 = \frac{G_1 G_2 G_3 + G_4 + G_2 G_3 G_4 H}{1 + G_2 G_3 H}$$

2. استطاب دالة التحويل أو الانتقال للمنظومة المبينة في الشكل رقم (2.6) أدناه :



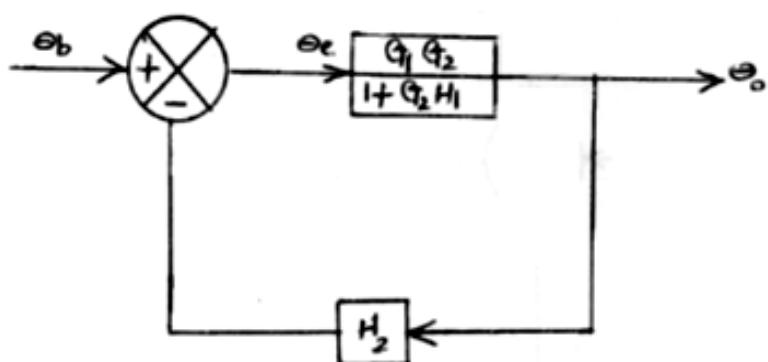
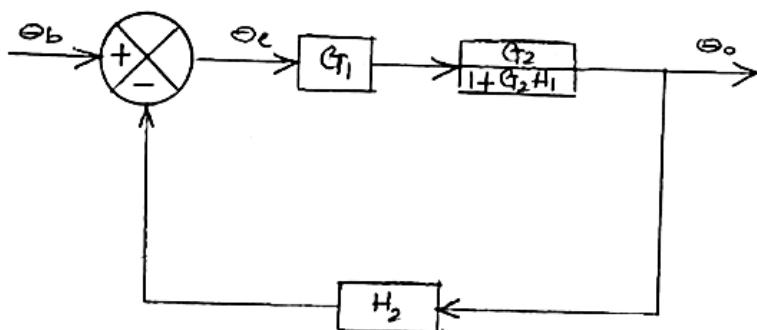
شكل رقم (2.6)

الحل : يتم البدء من دالة الانتقال الموجودة أقصى يمين الشكل :



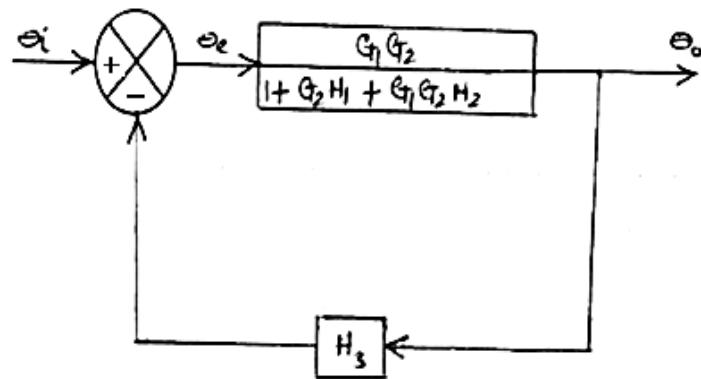
$$\frac{\theta_o}{\theta_a} = \frac{G_2}{1 + G_2 H_1}$$

من بعد يتم الانتقال إلى الدالة التي تليها .



$$\frac{\theta_o}{\theta_b} = \frac{\frac{G_1 G_2}{1 + G_2 H_1}}{1 + \frac{G_1 G_2 H_1}{1 + G_2 H_1}} = \frac{\frac{G_1 G_2}{1 + G_2 H_1}}{\frac{1 + G_2 H_1 + G_1 G_2 H_2}{1 + G_2 H_1}} = \frac{G_1 G_2}{1 + G_2 H_1 + G_1 G_2 H_2}$$

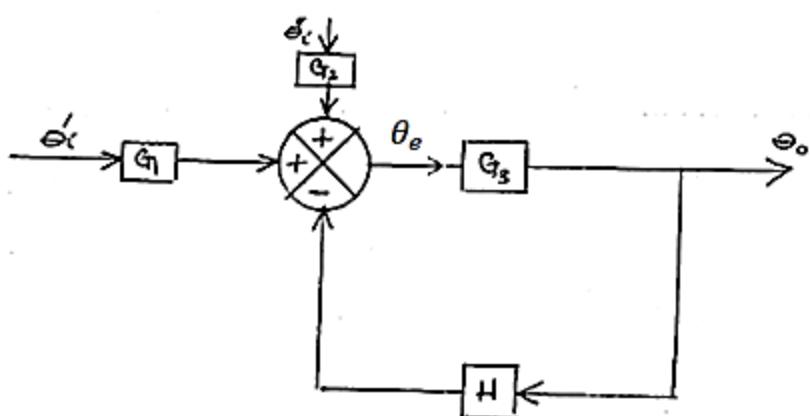
ثم الانتقال أخيراً إلى الدالة الموجودة في أقصى يسار الشكل .



$$\begin{aligned}
 \frac{\theta_o}{\theta_b} &= \frac{\frac{G_1 G_2}{1 + G_2 H_1 + G_1 G_2 H_2}}{1 + \frac{G_1 G_2 H_3}{1 + G_2 H_1 + G_1 G_2 H_2}} = \frac{\frac{G_1 G_2}{1 + G_2 H_1 + G_1 G_2 H_2}}{\frac{1 + G_2 H_1 + G_1 G_2 H_2 + G_1 G_2 H_3}{1 + G_2 H_1 + G_1 G_2 H_2}} \\
 &= \frac{G_1 G_2}{1 + G_2 H_1 + G_1 G_2 H_2 + G_1 G_2 H_3}
 \end{aligned}$$

3. أُوجِدَ باستخدَام قانُون التراكب (principle of superposition) الخُرُج θ_0 لِلمنظومة المبيَّنة في الشَّكَل رقم

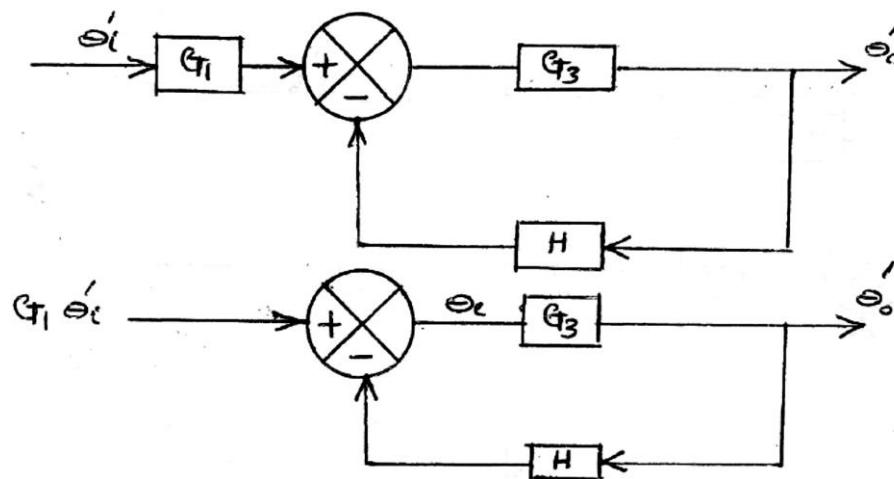
(2.7) أَدَنَاهُ الَّتِي تَتَعرَّضُ لِإِشارَتِي دُخُل θ'_i و θ''_i .



شكل رقم (2.7)

الحل : لحل هذه المسألة يتم استخدام قانون التراكب بما أن هناك دخلان وخرج واحد .

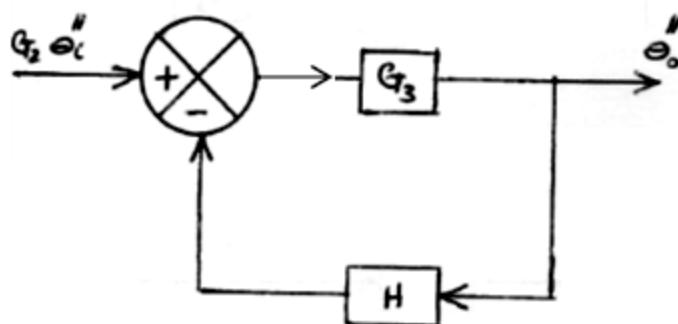
ن. بفرض أن الدخل θ''_i يساوي صفرًا ، وأن θ'_i هو الخُرُج الناتج من θ'_i :



$$\frac{\theta'_o}{G_1 \theta'_i} = \frac{G_3}{1 + G_3 H}$$

$$\theta'_o = \frac{G_1 G_3 \theta'_i}{1 + G_3 H}$$

ii. بفرض أن الدخل θ'_i يساوي صفرًا ، وأن الخرج الناتج من θ''_i هو :

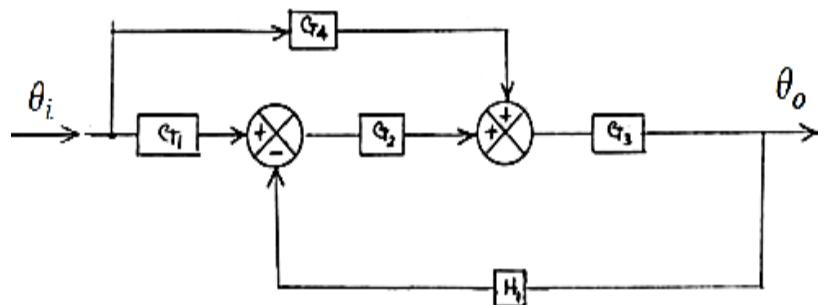


$$\frac{\theta''_o}{G_2 \theta'_i} = \frac{G_3}{1 + G_3 H}$$

$$\theta''_o = \frac{G_2 G_3 \theta''_i}{1 + G_3 H}$$

$$\theta_o = \theta'_o + \theta''_o = \frac{G_1 G_3 \theta'_i}{1 + G_3 H} + \frac{G_2 G_3 \theta''_i}{1 + G_3 H} = \frac{G_1 G_3 \theta'_i + G_2 G_3 \theta''_i}{1 + G_3 H}$$

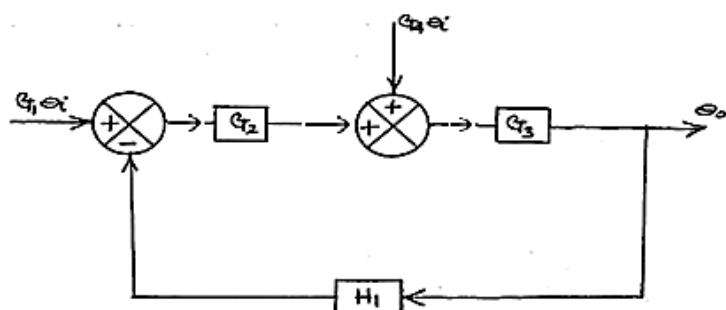
4. أعد رسم المخطط الكتلي في الشكل رقم (2.8) أدناه للحصول على علاقة بين θ_i و θ_o .



شكل رقم (2.8)

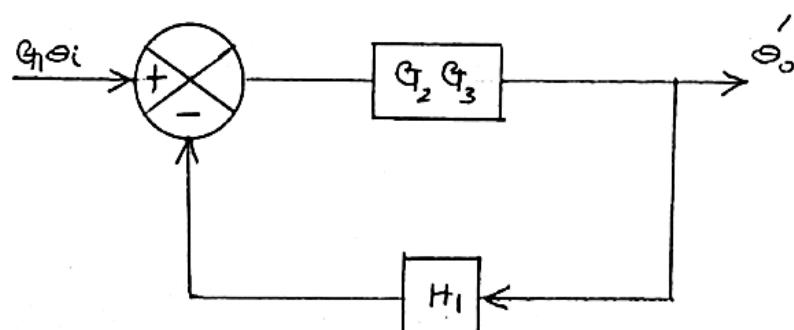
الحل :

بإعادة ترتيب المخطط عاليه :



باستخدام قانون التراكب :

i. نفترض أن $G_4\theta_i$ تساوي الصفر ، وأن θ'_o هو الخرج الناتج من $G_1\theta_i$

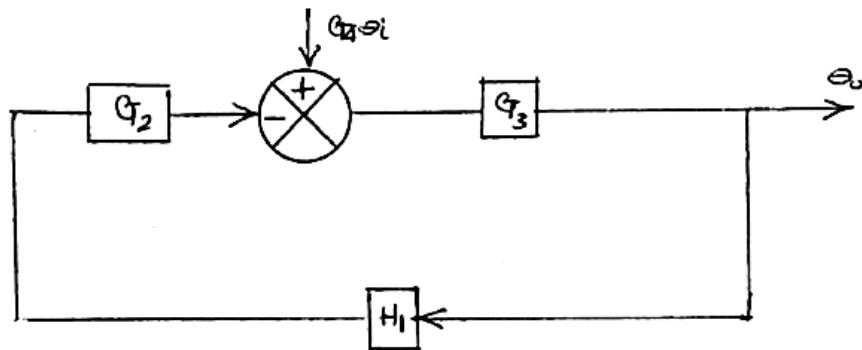


$$\therefore \frac{\theta'_o}{G_1\theta'_i} = \frac{G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 H_1}$$

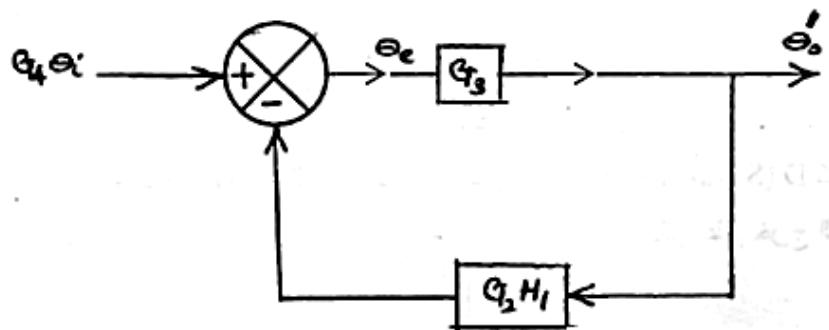
أو يتم التعبير عنها كالتالي :

$$\frac{\theta'_o}{\theta'_i} = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 H_1}$$

ii. نفترض أن $G_1 \theta_i$ تساوي الصفر وأن θ''_o هو الخرج الناتج من $G_4 \theta_i$:



وبإعادة الترتيب مرة أخرى :



$$\frac{\theta''_o}{G_4 \theta_i} = \frac{G_3}{1 + G_2 G_3 H_1}$$

أو يتم التعبير عنها كالتالي:

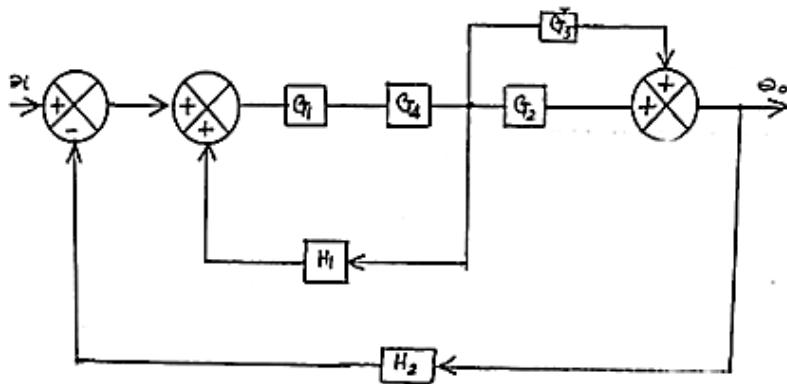
$$\frac{\theta''_o}{\theta_i} = \frac{G_3 G_4}{1 + G_2 G_3 H_1}$$

بما أن عامل التحويل أو الانتقال موصلين على التوازي ، فهذا يعني جمعهما للحصول على عامل التحويل أو الانتقال الاجمالي للمنظومة .

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{\theta''_o}{\theta_i} + \frac{\theta''_o}{\theta_i} = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 H_1} + \frac{G_3 G_4}{1 + G_2 G_3 H_1} = \frac{G_3 (G_1 G_2 + G_4)}{1 + G_2 G_3 H_1}$$

2.3 مسائل إضافية (Additional Problems)

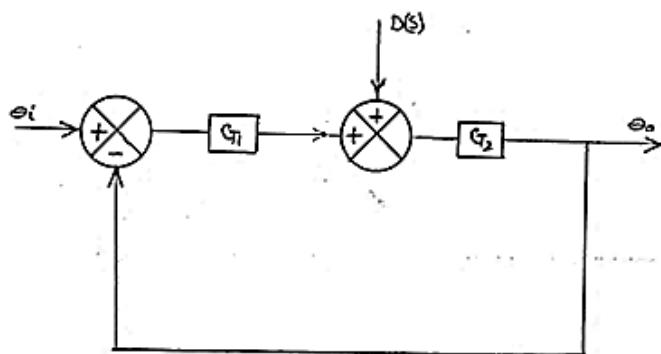
1. للمخطط الكتلي الموضح في الشكل رقم (2.9) أدناه حدد العلاقة بين θ_0 و θ_i بالتخفيض المتعاقب للمخطط الكتلي .



شكل رقم (2.9)

$$Ans. \left\{ \frac{G_1 G_4 (G_2 + G_3)}{1 - G_1 G_4 H_1 + G_1 G_4 H_2 (G_2 + G_3)} \right\}$$

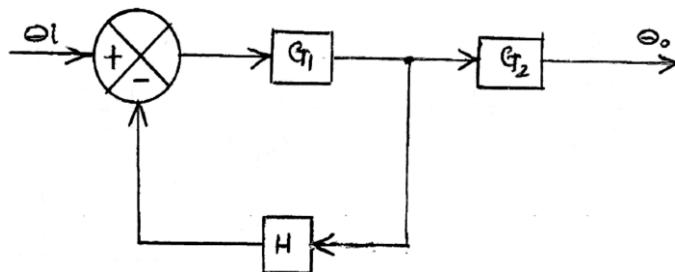
2. نظام تحكم مغلق الحلقة مسلط عليه تشويشاً (disturbance) $D(s)$ كما موضح في الشكل رقم (2.10) أدناه . ووضح باستخدام مبدأ التراكب الأثر على خرج النظام.



شكل رقم (2.10)

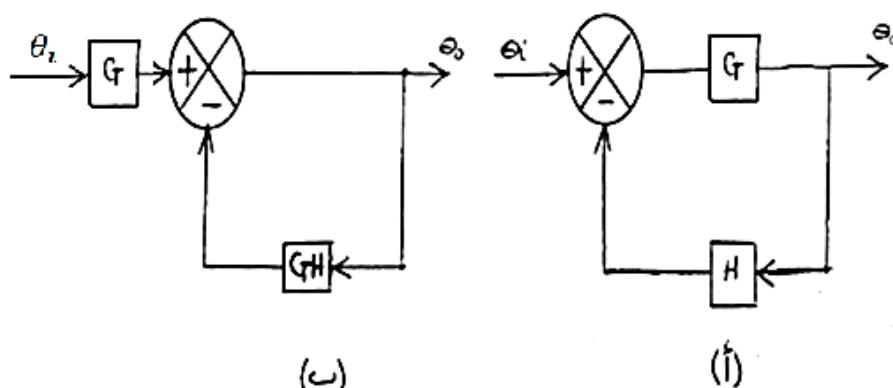
$$Ans. \left\{ \frac{G_2 (G_1 \theta_i + D(s))}{1 + G_1 G_2} \right\}$$

3. استطيط دالة التحويل أو الانتقال للمنظومة المبينة في الشكل رقم (2.11) أدناه:



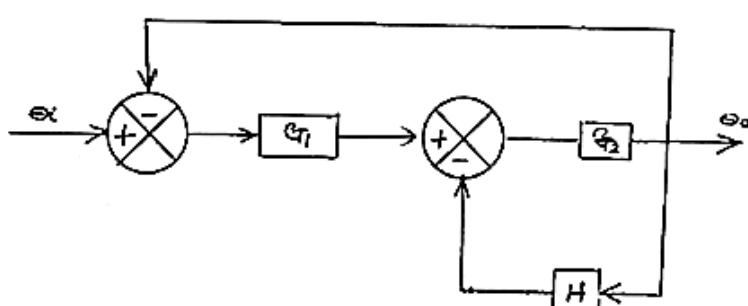
شكل رقم (2.11)

4. المنظومة المبينة في شكل رقم (2.12 - أ) أعيد ترتيبها بتحريك نقطة التجميع إلى خلف العنصر G ، كما في الشكل رقم (2.12 . ب) أثبتت أن دالة التحويل أو الانتقال في كل حالة هي $G/(1+GH)$.



شكل رقم (2.12)

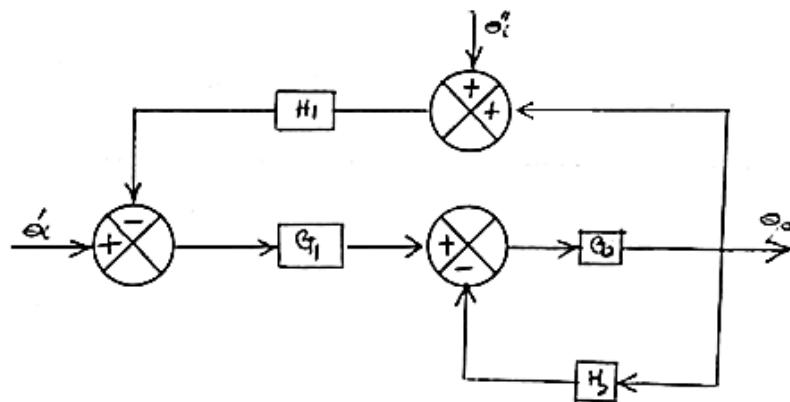
5. أوجد دالة التحويل أو الانتقال للمنظومة المبينة في الشكل رقم (2.13) أدناه .



شكل رقم (2.13)

$$Ans. \{(G_1 G_2 / (1 + G_1 G_2 + G_2 H))\}$$

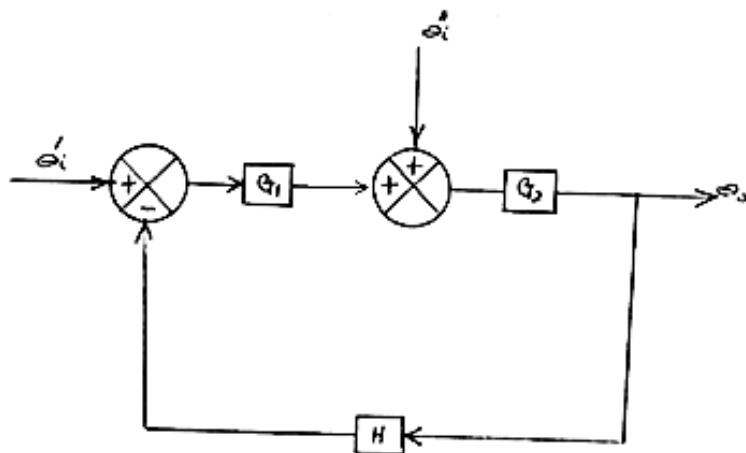
6. أوجد الخرج θ_0 للمنظومة الموضحة في الشكل رقم (2.14) أدناه .



شكل رقم (2.14)

$$Ans. \{(G_1 G_2 \theta'_i + G_1 G_2 H_1 \theta''_i) / (1 + G_1 G_2 H_1 + G_2 H_2)\}$$

7. ببین الشکل رقم (2.15) أدنیه منظومة ذات دخلين θ'_i و θ''_i . استنبط علاقه لإيجاد خرج المنظومة θ_0 .



شكل رقم (2.15)

$$Ans. \left\{ \frac{G_1 G_2 \theta'_i + G_2 \theta''_i}{1 + G_1 G_2 H} \right\}$$

الفصل الثالث

نظم القياس

(Measurement Systems)

3.1 تحليل النظام (Analysis of a System)

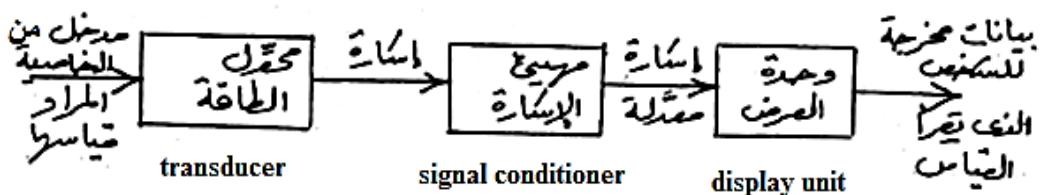
تعتمد الهندسة بصفة أساسية على القياس (i.e. قياس الأبعاد الخطية والزاوية ، التصميم الهندسي لقياس أبعاد أعمدة الماكينات ، المبني وغيرها) وبالتالي يجب ألا تحمل المنشآة الهندسية حملًا أكبر من الحمولة التصميمية . في هذا المعنى يقول المثل الإنجليزي "The straw that breaks the camel back" بمعنى "القشة التي قصمت ظهر البعير " . لتصنيع المكونات (الأجزاء) الهندسية أو للتحكم في إجراءات مستمرة في محطات القدرة أو لاختبار السيارات أو الآلات أو هيكل المبني وغيرها تحتاج لمعلومات دقيقة وكافية وهذا لا يتأتى إلا بالقياس.

3.2 تمثيل منظومة القياس في مخطط كتل (Block Diagram Representation)

الشكل رقم (3.1) أدناه يوضح المكونات الأساسية لنظام قياس نموذجي. يتربك هذا النظام من محول طاقة يقوم بتحويل الخواص الفيزيائية ، الكيميائية والميكانيكية صعبة القياس إلى خواص أخرى يمكن قياسها بسهولة . ومهمي إشارة يقوم بتكبير أو تصغير الإشارة بحيث يمكن قياسها بسهولة ، كما له القدرة على تغيير شكل الإشارة من خطية إلى زاوية وبالعكس . أما وحدة العرض فتقوم بعرض الإشارة في صورتها النهائية على شاشات أو مبيانات مثل مبين سرعة السيارة ، منسوب الوقود في خزانات حفظ الوقود وغيرها .

افترض أنه يُراد قياس درجة حرارة ماء ومعلوم أن درجة حرارة المادة تعتمد على شدة اهتزاز ذرات وجزيئات المادة . بما أنه لا يمكن قياس الاهتزازات لصغرها ، فستحتاج لثيروموميتر عادي يستخدم كمحول للطاقة

(transducer) وهو عبارة عن أنبوبة شعرية داخل أنبوبة زجاجية في نهايتها بُصيلة (bulb) مليئة بالزئبق تقوم بتحويل الاهتزازات إلى تردد أو إنكماش في الحجم وهذه يتم التعامل معها بسهولة.



شكل رقم (3.1) الأجزاء الأساسية لنظام قياس نموذجي

ففي حالة الثيرموميتر فإن التغير في حجم الزئبق يمر خلال أنبوبة شعرية (capillary tube) في ساق الزجاجة ، عليه فإن التغير في الحجم يصبح تغيراً في ارتفاع الزئبق بحيث يمكن رؤيته خلال الزجاجة. الإشارة في صورتها النهائية يجب عرضها من خلال وحدة العرض (display unit) بحيث يمكن قراءتها بسهولة ويسر وهذا يتم مباشرة في حالة الثيرموميتر بمقارنة نهاية خيط الزئبق مع درجة تدريج الساق الزجاجية .

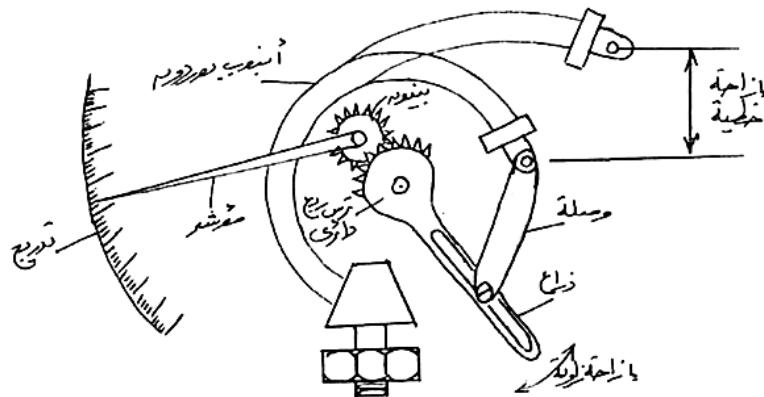
3.3 أمثلة عملية لبعض نظم القياس :

3.3.1 : (Pressure Measuring Devices) أجهزة قياس الضغط

i. أنبوب بوردون لقياس الضغط: (Bourdon Tube Pressure Gauge)

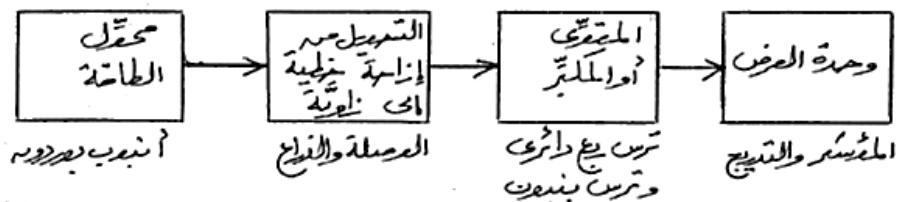
أنبوب بوردون عبارة عن أنبوب بيضاوي المقطع (oval cross-section) محنى في شكل قوس دائري ، مغلق عند أحد طرفيه ومفتوح عند الطرف الآخر كما موضح في شكل رقم (3.2) أدناه . عندما يسمح للضغط بالمرور يتحول المقطع من بيضاوي إلى دائري ، حيث يتسبب هذا في ميل الأنابيب للاستقامة ليصبح قوساً لنصف قطر دائرة أكبر . هذا يعني أن أنبوب بوردون يعمل كمحول للطاقة حيث يقوم بتحويل الضغط إلى إزاحة خطية وبما أن إزاحة حافة الأنابيب تكون صغيرة فإنها تحتاج إلى تكبير باستخدام مهني إشارة . والمكابر أو المقوي في هذه الحالة هو ميكانيكي حيث يتم استخدام ترس في شكل رباع دائرة وترس صغير (بنيون) معشقان

مع بعضهما ، ولكن تكبيره أو إزاحته زاوية وليس خطية . ولهذا فسنحتاج لتحويل للإشارة من إزاحة خطية إلى إزاحة زاوية بواسطة الوصلة والذراع . أخيراً يتم عرض النتيجة بتركيب مؤشر يدور مع البنيون ليقرأ الضغط في تدريج دائري .



شكل رقم (3.2) أنبوب بوردون لقياس الضغط

الشكل رقم (3.3) أدناه يوضح المخطط الكتلي لمقياس بوردون لقياس الضغط



شكل رقم (3.3) مخطط كتلي لجهاز بوردون

مثال (1) :

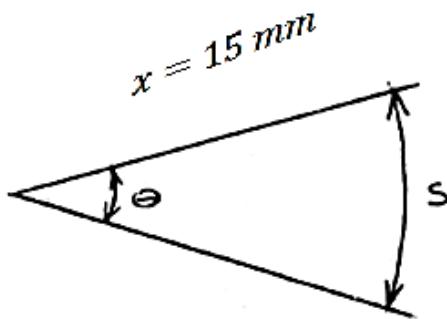
مقياس ضغط يراد تصميمه بدورة مؤشر مقدارها 300 درجة عندما يتغير الضغط من صفر إلى 10 bar . ثراح حافة أنبوب بوردون بمقدار 2.5mm عند ضغط مقداره 10 bar . إذا كانت حافة أنبوب بوردون موصلة بذراع بنصف قطر مقداره 15mm . أحسب نسبة عدد الأسنان المناسبة بين الترس ربع الدائري والبنيون . إذا كانت نسبة الترسos القياسية هي 30:1 أوجد نصف قطر الذراع الجديد .

الحل :

أنبوب بوردون (Bourdon Tube)

عامل الانتقال أو الكسب (G) : $T.o = \frac{\text{المخرجات}}{\text{المدخلات}} = \frac{2.5}{10} = 0.25 \text{ mm/bar}$

الوصلة والذراع (Link and Arm)



$$\tan \theta = \frac{s}{x}$$

بما أن θ قيمتها صغيرة جداً ، فإن :

$$\tan \theta = \theta = \frac{s}{x}$$

$$\therefore \theta = \frac{s}{15} \text{ rad}$$

$$\therefore \theta = \frac{s}{15} \times \frac{180}{\pi} = 3.82 s \text{ deg}$$

الكسب أو عامل الانتقال :

$$G = \frac{o/p}{i/p} = \frac{\theta}{s} = \frac{3.82 s}{s} = 3.82 \text{ deg/mm}$$

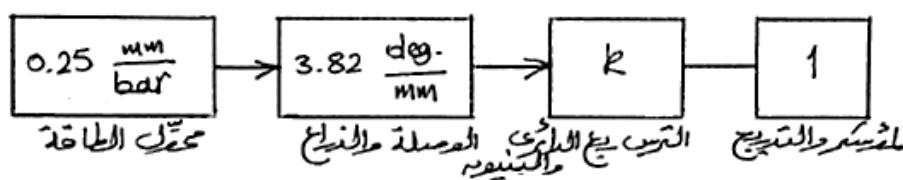
المؤشر والتدريج (Pointer and Scale)

وهو عبارة عن جهاز عرض (display device) فقط ، عليه يمكن اعتبار عامل انتقاله او كسبه مساوياً لوحدة

عامل الانتقال أو الكسب :

$$G = \frac{o/p}{i/p} = 1$$

فيما يلي يمكن تمثيل جهاز أنبوب بوردون بمخطط كتلي رقمي :



النسبة الكلية للمخرجات إلى المدخلات تسمى بحساسية أو عامل القياس للجهاز (sensitivity or scale)

. (factor

الحساسية او عامل القياس او دالة الانتقال الكلية للجهاز :

$$\frac{300^\circ}{10 \text{ bar}} = 30 \text{ deg/bar}$$

يتم ضرب عوامل الانتقال لكل عنصر ومساواتها بالحساسية للحصول على k :

$$0.25 \frac{\text{mm}}{\text{bar}} \times 3.82 \frac{\text{deg.}}{\text{mm}} \times k \times 1 = 30 \frac{\text{deg.}}{\text{bar}}$$

$$\therefore k = \frac{30}{0.25 \times 3.82 \times 1} = 31.4$$

وهكذا فان نسبة الترس القياسية 1:30 ستكون مناسبة مع انها ستعطي دورة مؤشر أقل قليلاً عن 300°

ولتصحيح هذا الوضع سيتم تقصير نصف قطر الذراع قليلاً .

نسبة عدد أسنان الترس رباعي الدائري إلى ترس البنيون :

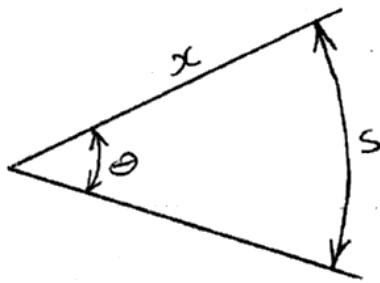
$$\frac{T_Q}{T_p} = \frac{\text{الحساسية}}{\text{عامل انتقال المؤشر والتدرج} \times \text{عامل انتقال الوصلة والذراع} \times \text{عامل انتقال أنبوب بوردون}}$$

$$k = \frac{30}{0.25 \times \mu \times 1} = 30$$

$$0.25 \times 30\mu = 30$$

عامل انتقال الوصلة والذراع الجديد :

$$\mu = \frac{1}{0.25} = 4 \text{ deg./mm}$$



أيضاً :

$$\mu = \frac{o/p}{i/p} = \frac{\theta}{s} = 4 \text{ deg./mm}$$

$$\therefore \theta = 4s$$

بما أن θ زاوية صغيرة جداً فيمكن اعتبار $\theta = \tan \theta$. وبالتالي يمكن أيضاً التعبير عن θ كالتالي :

$$\theta = \frac{s}{x} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 4s$$

$$\therefore 4x\pi = 180^\circ$$

$$\therefore x = \frac{180^\circ}{4\pi} = 14.3 \text{ mm}$$

\therefore نصف قطر الذراع الجديد = 14.3 mm

للتأكد من الإجابة ، يتم ضرب عوامل الانتقال لجميع العناصر والتأكد من أنها مساوية للحساسية .

$$\text{check} : 0.25 \times 4 \times 30 \times = 30 \text{ deg./bar}$$

ii. المانوميتر (Manometer)

هو عبارة عن أنبوب في شكل حرف U كما هو واضح في الشكل رقم (3.4) . وهو عادة ما يملأ بالماء أو الزئبق إلى حوالي نصف ارتفاع الأنابيب في شكل حرف U (المستوى الأولي واضح في الشكل) إذا تم تطبيق ضغوط بمقادير P_2 و P_1 إلى طرفي الأنابيب سينشأ فرق في المستوى بمقدار h يتاسب طردياً مع فرق الضغط $(p_1 - p_2)$. إذا كان أحد طرفي الأنابيب U مفتوحاً إلى الضغط الجوي P_2 ، فإن المانوميتر يقيس الفرق في الضغط بين P_1 والضغط الجوي (gauge pressure) i.e. يقيس ضغط القياس (p₁ - p₂) .

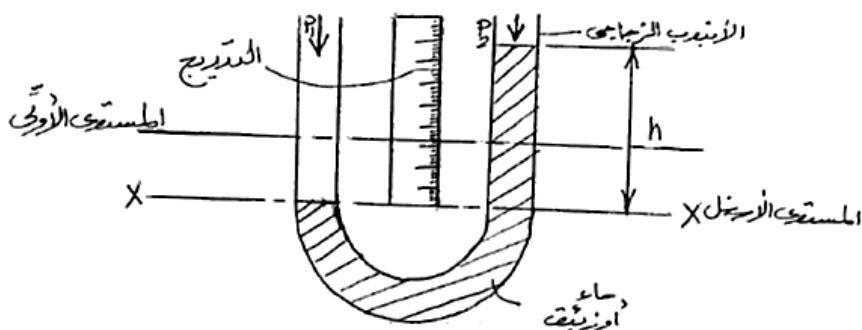
الفرق في الضغط الذي يتم قياسه باستخدام الأنابيب في شكل حرف U يتم التعبير عنه بالارتفاع المليمترى (mm) للزئبق (Hg) أو الماء (H₂O) معتمداً على السائل الذي يتم استخدامه . عليه ولقياس الفرق في الضغط يمكن استخدام المعادلة التالية:

$$\text{ضغط القياس} = \frac{\text{الفرق في المستوى المعطى}}{\text{ارتفاع الزئبق نتيجة لتأثير الضغط الجوي}} \times \text{الضغط الجوي}$$

عند المستوى الاسفل للمانوميتر (x-x) شكل رقم (3.4) تكون الضغوط متساوية في الطرفين ، عليه يمكن استخدام المعادلة التالية للتعبير عن الفرق في الضغط.

ضغط القياس :

$$p_1 - p_2 = \rho gh$$



شكل رقم (3.4) مانوميتر قائم أو معتدل في شكل حرف U

للأغراض العملية ، فإن الضغط الأقصى الذي يمكن قياسه على أنبوب المانوميتر (U) هو حوالي 1.5 ضغط جوي . عند ضغوط أكبر من هذه القيمة فإننا نحتاج لزيادة طول الأنابيب وكمية الزبقة المطلوبة .

مثال (2) :

أنابيب في شكل حرف U يحتوي على زبقة ويكون أحد طرفيه معرضًا للضغط الجوي .

i. لفرق في المستوى مقداره 28.5mm حدد الآتي :

1. ضغط القياس (The gauge pressure) .

2. الضغط المطلق (The absolute pressure) .

باستخدام المنظومة الدولية لوحدات القياس (SI) .

ii. تحقق من إجابتك للسؤال (أ-1) مستخدماً الطريقة البديلة .

iii. كم سيكون الفرق في المستوى إذا استخدمنا الماء بدلاً عن الزبقة عند نفس الضغط ؟

الحل :

i. 1. ضغط القياس :

$$\text{ضغط القياس} = \frac{\text{الفرق في المستوى المعطى}}{\text{ارتفاع الزبقة نتيجة لتأثير الضغط الجوي}} \times \text{الضغط الجوي}$$

$$\frac{28.5}{670} \times 1.013 \times 10^5 = 3798.75 \text{ N/m}^2 \simeq 3.8 \text{ kN/m}^2 \text{ or (kpa)}$$

2. الضغط المطلق :

الضغط الجوي + ضغط القياس = الضغط المطلق

$$3.8 + 101.3 = 105.1 \text{ kN/m}^2$$

ii. ضغط القياس = ρgh

$$13.6 \times 10^3 \times 9.81 \times 0.0285 = 3800 \text{ N/m}^2 = 3.8 \text{ kN/m}^2$$

iii. الفرق في المستوى المقابل إذا تم استخدام الماء :

$$h_w = h_m \times \frac{\rho_m}{\rho_w} = 13.6 \times 28.5 = 388 \text{ mm } H_2O$$

3. مانوميتر في شكل حرف U مليء بسائل فوق الزئبق :

(U- Tube Manometer with Liquid above the Mercury)

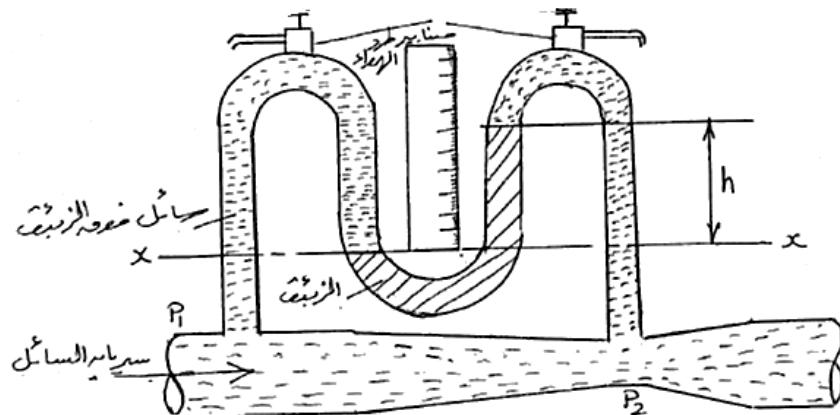
عندما يتم استخدام أنبوب في شكل حرف U لقياس فرق ضغط سائل (مثال لذلك فرق الضغط بين مقدمة مقياس فنشوري وعنقه) . عادة ما يتم طرد الهواء المحبوس خارج النظام خلال صنابير (bleed cocks) كما هو واضح في الشكل (3.5) حتى يكون السائل متصل تماماً بالزئبق في طرفي الأنبوب .

عند المستوى الأدنى (x-x) يكون الضغط متساوياً عند طرفي الأنبوب وعليه يمكن حساب فرق الضغط

بالمعادلة :

$$p_1 - p_2 = (13.6 - d) \times 10^3 gh$$

في هذه الصيغة 13.6 هي الكثافة النسبية للزئبق و d هي الكثافة النسبية لسائل فوق الزئبق .



شكل رقم (3.5) مانوميتر في شكل حرف U بسائل فوق الزئبق

مثال (3) :

مقياس فنشوري يتم توصيله إلى مانوميتر في شكل حرف U يحتوي على زئبق ، إذا كان النظام مليئاً بسائل.

أحسب فرق الضغط بين مدخل الفنشوري وعنقه عندما يكون الفرق في مستوى الزئبق 170mm ، إذا كان السائل الموجود فوق الزئبق هو:

أ. الماء .

ب. الکیروسین (kerosene) بکثافة نسبية مقدارها 0.8 .

الحل :

أ.

$$p_1 - p_2 = (13.6 - d) \times 10^3 gh$$

$$= (13.6 - 1) \times 10^3 \times 9.81 \times 0.17 = 21000 N/m^2 = 21 kN/m^2$$

ب.

$$p_1 - p_2 = (13.6 - 0.8) \times 10^3 \times 9.81 \times 0.17 = 21300 N/m^2 = 21.3 kN/m^2$$

4. المانوميتر المائل (The Inclined Manometer)

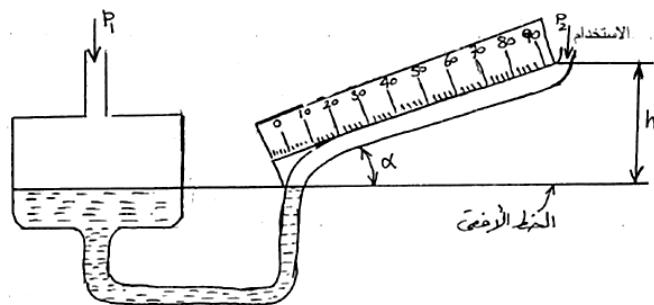
هذا النوع يستخدم لقياس فروق ضغوط صغيرة أقل بكثير عن الضغط الجوي . لقياس مثل هذه الضغوط الصغيرة جداً على أنبوب المانوميتر في شكل حرف U العادي ، يجب استخدام الماء كسائل أو من الأفضل استخدام زيت خفيف أقل كثافة من الماء لإعطاء فرقاً أكبر في المستوى في أنبوب U . هنالك احتمال كبير للخطأ في القراءة في المانوميتر العادي نتيجة لتأثيرات الجاذبية والقصور الذاتي وقوى التماسك والالتصاق .

عليه فإن المانوميتر يقوم بتخفيف هذا الخطأ وذلك يتم باستعمال أحد أطرافه بزاوية صغيرة α بالنسبة للأفقي ويكون تأثير ذلك هو توزيع التقسيمات في التدريج على جانب الأنابيب . عليه فإن كل (mm) من المقياس يجب ضربها في $\cosec \alpha$. وماذا عن الطرف الآخر ؟ يجب أن يكون المستوى في هذا الجانب ثابتاً بقدر

الإمكان وهذا يتم بتوسيع مقطع الأنابيب . عليه فإن إزاحة السائل المطلوبة لانحراف كامل للمقياس في الطرف المائل تتسبب في تغيير في المستوى يمكن تجاهله في الطرف الواسع. بما ان قراءة المانوميتر ذات حساسية

عالية لأي تغير في الزاوية α فإنه عادة ما يتم حمل الجهاز على ميزان ماء أو كحول (spirit level) حتى يتم ضبطه بدقة قبل الاستخدام.

الشكل رقم (3.6) أدناه يوضح مانوميتر أنبوبي مائل .



شكل رقم (3.6) مانوميتر أنبوبي مائل

: مثال (4)

مانوميتر مائل يحتوي على ماء ، احد طرفيه مائل بزاوية مقدارها 8° على الأفقي . يكون القطر الداخلي للطرف المائل مساوٍ لـ 2.5 mm ، وللطرف الواسع 38mm . يكون مدى قياس الجهاز من صفر وحتى $.40 \text{ mmH}_2\text{o}$

أ. حدد طول مقياس التدريج ، ومنه تحصل على طول 1mm من تقسيم التدريج .

ب. افترض أن المقياس يمكن قراءته بدقة مقدارها $0.5\text{mm} \pm$ (من الطول الفعلي) ، حدد أقصى نسبة خطأ

عندما يتم قياس ضغط يعادل $10 \text{ mmH}_2\text{o}$.

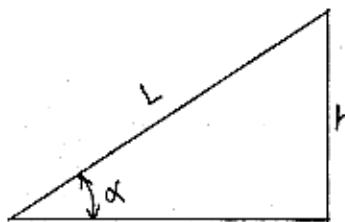
i. على مانوميتر عادي.

ii. على مانوميتر مائل.

ج. حدد التغير في المستوى في الطرف الواسع للحصول على أقصى انحراف لمقياس التدريج .

الحل :

بالرجوع للشكل رقم (3.6) فإن العلاقة بين طول المقياس والارتفاع الرأسي يتم توضيحها في الشكل أدناه :



$$\frac{h}{L} = \sin \alpha$$

$$L = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{40}{\sin 8^\circ} = 287 \text{ mm}$$

وعليه فإن طول 1 mm من الارتفاع الرأسى يعادل $7.19 \text{ mm} = \frac{287}{40}$ من الارتفاع المائل أو مقاييس

التدريج .

ب. i. النسبة المئوية القصوى للخطأ على ما نوميتر عادي :

$$\frac{0.5 \text{ mm}}{10 \text{ mm}} \times 100\% = 5\%$$

ii. النسبة المئوية للخطأ على مانوميتر مائل :

$$\frac{0.5 \text{ mm}}{10 \times 7.19 \text{ mm}} \times 100\% = 0.7\%$$

ج. مساحة المقطع الداخلي للطرف المائل :

$$A_i = \frac{\pi}{4} \times 2.5^2 = 4.91 \text{ mm}^2$$

حجم السائل المحتوى بين قراءة للتدريج (0) و (40) :

$$= 287 \times 4.91 = 1411 \text{ mm}^3$$

مساحة المقطع الداخلي للطرف الواسع :

$$A_e = \frac{\pi}{4} \times 38^2 = 1134 \text{ mm}^2$$

وعليه فإن التغير في المستوى في الطرف الواسع لإعطاء أقصى قراءة للتدريج :

$$\frac{1411}{1134} = 1.24 \text{ mm}$$

وهذا يعني أن قراءة ضغط مقداره $40 \text{ mmH}_2\text{O}$ على مقياس التدرج هو حقيقة $40 + 1.24 = 41.24 \text{ mm}$.

ولتصحيح هذا الوضع فإن التقسيمات المليمترية على المقياس يجب تقصيرها على النحو التالي :

$$\frac{7.19 \times 40}{41.24} = 6.97 \text{ mm}$$

ويمكن استخدام الصيغة التالية للحصول مباشرة على طول 1 mm في مقياس التدرج :

$$\text{طول } 1 \text{ mm من المقياس الرأسي} = \frac{1}{(A_i/A_e) + \sin\alpha} \text{ mm}$$

حيث: A_i = مساحة مقطع الطرف المائل .

A_e = مساحة مقطع الطرف الواسع .

طول 1 mm من المقياس الرأسي :

$$\frac{1}{4.91/1134 + \sin 8} = 6.97 \text{ mm}$$

مثال (5) :

مانوميتر مائل يستخدم لقياس فرق ضغط هواء يعادل 3 mm من الماء بدقة مقدارها $\pm 3\%$. يكون القطر

الداخلي للطرف المائل 8 mm وللطرف الواسع 24 mm . كثافة المائع المانوميترى 740 kg/m^3 . أوجد

الزاوية التي يصنعها الطرف المائل مع الاحداثي الأفقي لتحقيق الدقة المطلوبة بافتراض أن التدرج يمكن قراءته

بخطأ أقصى مقداره $\pm 0.5 \text{ mm}$.

الحل :

فرق ضغط الهواء المقياس كماء ، h_w ،

$$h_w = 3 \text{ mm H}_2\text{O}$$

دقة القياس = $\pm 3\%$

$$d_i = 8 \text{ mm}$$

$$d_e = 24 \text{ mm}$$

$$\rho_m = 740 \text{ kg/m}^3$$

أوجد : $\alpha = ?$

الخطأ في قراءة التدريج = $\pm 0.5 \text{ mm}$

فرق ضغط الهواء المقاس بالنسبة للسائل المانوميترى ،

$$h_m = \frac{h_w \times \rho_w}{\rho_m} = 3 \times \frac{1000}{740} = 4.054 \text{ mm}$$

أجعل 1 mm من المقاييس القائم تمثل $x \text{ mm}$ من المقاييس المائل (مقاييس التدريج)

النسبة المئوية للخطأ :

$$\frac{0.5}{4.054 x} \times 100\% = 3\%$$

$$4.054 \times 3 x = 50$$

$$\therefore x = \frac{50}{3 \times 4.054} = 4.11 \text{ mm}$$

طول 1 mm من المقاييس الراسى $\equiv \left\{ \frac{1}{(A_i/A_e) + \sin \alpha} \text{ mm} \right\}$ من المقاييس المائل

$$4.11 = \frac{1}{(8^2/24^2) + \sin \alpha}$$

$$4.11 = \frac{1}{(1/3)^2 + \sin \alpha}$$

$$4.11 \times (1/3)^2 + 4.11 \sin \alpha = 1$$

$$\sin \alpha = \frac{1 - 4.11 \times (1/3)^2}{4.11} = 0.1322$$

$$\therefore \alpha = \sin^{-1} 0.1322 = 7.597^\circ = 7^\circ 35' 48.3'' \simeq 7^\circ 36'$$

3.3.2 محولات المقاومة : (Resistance Transducers)

تقوم محولات المقاومة بتحويل التغير في الخاصية المراد قياسها إلى تغير في المقاومة الكهربية . وبما ان التغير في المقاومة الكهربية يمكن إيجاده فقط بتمرير تيار خلال مقاومة فإن محولات المقاومة تحتاج دائماً إلى مصدر قدرة كهربية .

ومن مميزات هذه الطريقة ان خرجها دائماً هو جهد أو تيار بحيث يمكن تصميم إشارة تهيئتها بمرونة .

هناك نوعان من محولات المقاومة :

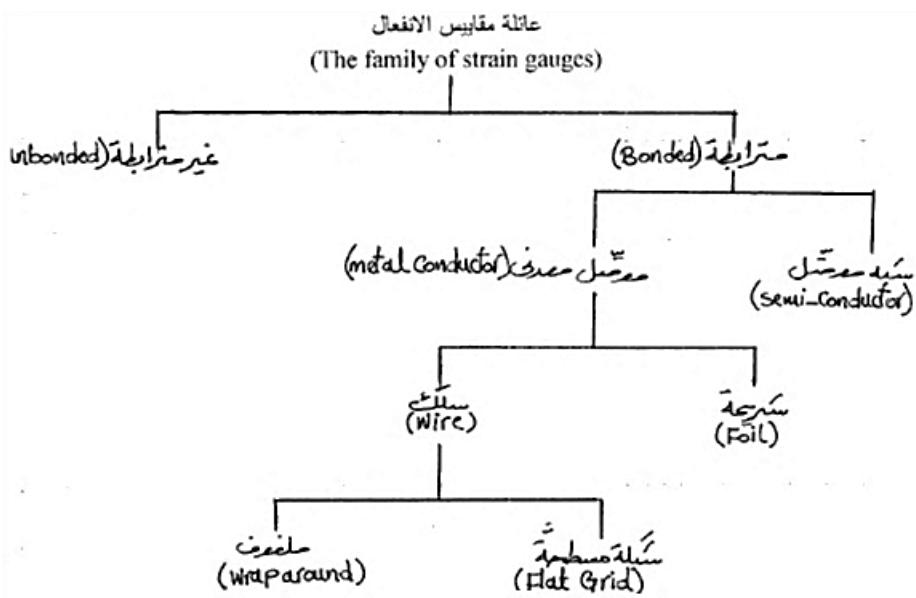
1. محولات المقاومة لقياس الانفعال الميكانيكي (i.e. مقاييس الانفعال) .
2. محولات المقاومة لقياس درجة الحرارة (i.e. ثيرموميتر المقاومة والثيرمستور) .

1. محولات المقاومة لقياس الانفعال :

مقاييس الانفعال : (Strain Gauges)

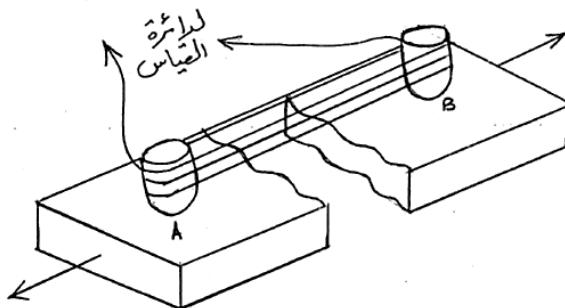
عندما يتم تعريض موصل كهربائي إلى قوة شد فإن طوله سيزيد ونقل مساحة مقطعه بحيث يصبح رفيعاً . هذه التأثيرات تتسبب في زيادة بسيطة في مقاومة الموصى الكهربائية . وهذا هو مبدأ تشغيل مقاييس الانفعال .

هناك أنواع عديدة الانفعال يمكن تصنيف الاختلافات بينها حسب شجرة العائلة الموضحة أدناه :



أ. مقاييس الانفعال غير المترابط (Unbonded Strain Gauge)

يتكون من أسلاك توصيل ناعمة في شكل خيوط موصولة بين طقمين من الأوتاد العازلة (insulating pegs) (A, B) ، كما هو واضح في الشكل رقم (3.7) أدناه :



شكل رقم (3.7) مقاييس انفعال غير مترابط

تباعد النقطتان A و B نتيجة لقوى الشد يتسبب في انفعال شد في سلك المقاومة ، وبالتالي زيادة مقاومته .

ب. مقاييس الانفعال المترابط (Bonded Strain Gauge)

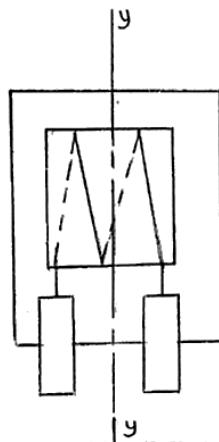
باستثناء حالات قليلة جداً من محولات الطاقة ذات الاستخدام الخاص ، فإن كل مقاييس الانفعال هي مقاييس مترابطة بمعنى أنها مثبتة بصلادة بواسطة لاصق مناسب إلى الماكينة أو الجزء المراد قياس الانفعال فيه . وهذا يجعل الموصل يتعرض لنفس الانفعال الميكانيكي الذي تتعرض له المادة الملصق عليها . ربط المقياس على

المادة المعرضة للانفعال يجعله يقيس انفعال الانضغاط بنفس المستوى الذي يقيس به انفعال الشد . وحيث أن انفعال الشد يزيد مقاومة المادة فإن انفعال الانضغاط يخُفض مقاومة المادة . هنالك ثلاثة أنواع رئيسية لمقاييس الانفعال المترابطة كما هو واضح في الأشكال التالية وجميعها ذات حساسية عالية في قياس الانفعال في اتجاه المحور $X - Y$ وذات عدم حساسية لقياس الانفعال في اتجاه المحور $X - Y$.

ب. 1. مقياس الانفعال الملفوف (Wrap- Around Gauge) :

الشكل رقم (3.8) أدناه يوضح رسمًا لمقياس انفعال ملفوف .

في هذا النوع نجد أن سلك مقياس الانفعال ملفوف حول ورقة مقواه رفيعة مُسطحة (thin flat card) يغطيها لوحين من الورق أو البلاستيك الرفيع في شكل ساندوتش .

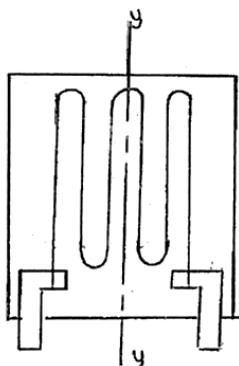


شكل رقم (3.8) مقياس الانفعال الملفوف

ب. 2. مقياس الشبكة المسطحة (Flat Grid Gauge) :

الشكل رقم (3.9) أدناه يوضح مقياس انفعال ذو شبكة سلك مسطحة .

في هذا النوع نجد أن سلك مقياس الانفعال يتم طيه (folded) في مستوى واحد بحيث تكون هنالك أطوال متعددة بجانب بعضها البعض . ومثل مقياس الانفعال الملفوف فإن السلك يوضع كساندوتش بين الورق أو البلاستيك الرفيع .

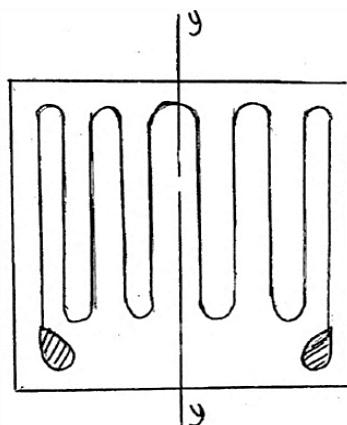


شكل رقم (3.9) مقياس الانفعال ذو شبكة السلك المسطحة

ب. 3. مقياس الشريحة (The Foil Gauge)

الشكل رقم (3.10) أدناه يوضح رسمًا لمقياس شريحة . وهو يتكون من موصل ذو نمط متعرج او مشرشر يتم استخلاصه من شريحة معدنية رفيعة ويوضع على قاعدة لوحة بلاستيكية رفيعة .

مقياس السلك هو الشكل الأصلي لمقياس الانفعال ويستخدم بكثرة حتى الآن . ولكن بدأ يستعارض عنه بمقياس الشريحة الذي يعطي نسبة عرض إلى مساحة مقطع أفضل للموصل ويعطي التصاق وفقدان حرارة أفضل .



شكل رقم (3.10) - مقياس الانفعال ذو الشريحة

عندما يتم شد القطعة المراد قياس الانفعال فيها سينخفض مقطعها جانبياً ، i.e. هذا يعني أن لها انفعال سالب مقداره حوالي 0.3 من الانفعال الطولي الموجب حيث 0.3 هي نسبة بواسون (Poisson's ratio) .

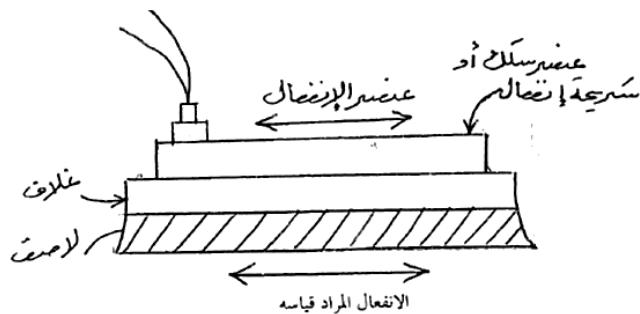
يتم الحصول على نسبة بواسون (Poisson's ratio) على النحو التالي :

$$\nu = \frac{\text{الانفعال العرضي}}{\text{الانفعال الطولي}} = \frac{-\epsilon_x}{\epsilon_y}$$

حيث : ϵ_x هو الانفعال العرضي و ϵ_y هو الانفعال الطولي .

تعاني النهاية الحلقية لمقاييس الانفعال من تغير في المقاومة نتيجة لهذا الانفعال العرضي السالب في القطعة المراد إجراء الاختبار عليها مسببة خطأ في قراءة المقاومة وبالتالي الانفعال . هذا التأثير يسمى بالحساسية العرضية (cross sensitivity) . في مقاييس الشريحة من السهولة بمكان ترك نهايات حلقية واسعة لتقليل الحساسية العرضية بصورة كبيرة .

تغير مقاومة مقاييس الانفعال المترابط نتيجة لتغير الانفعال في عنصر السلك أو الشريحة ، وبما أننا نهدف لقياس الانفعال في المادة التي يلصق عليها مقاييس الانفعال عليه ، فإن انفعال المقياس يجب أن يكون قريباً بقدر الامكان من انفعال المادة ، ولعمل هذا فإن غلاف المقياس إذا كان قطعة ورقية أو بلاستيك يجب لصقه قريباً من المادة . إذا كانت المادة اللاصقة سميكة جداً ، فإن انفعال المقياس سيكون أقل من انفعال المادة الملصق عليها . الشكل رقم (3.11) أدناه يوضح مقاييس انفعال مترابط .



شكل رقم (3.11) مقطع عرضي لمقاييس انفعال مترابط

هناك العديد من المواد اللاصقة المتوفرة لربط مواد التغليف المختلفة على الأسطح المختلفة . عليه ، ينصح دائماً باتباع ارشادات المنتج في كل حالة . على أي حال ، يمكن تطبيق الأحكام العامة التالية :

1. نظف المادة التي يتم ربط المقياس عليها ، بحيث تكون حرة من الأكسيد ، الشحم أو أي مادة ملوثة .

- ii. نظف سطح المقياس الذي يتم ربطه باستخدام محاليل نظافة مناسبة .
- iii. وزع المادة اللاصقة بانتظام على المادة ، ضع المقياس على المادة، واضغط بقوة في الوضع check the gauge for المناسب لطرد فقاعات الهواء المحبوسة ، وتأكد من محاذة المقياس (alignment) . أترك اللاصق فترة مناسبة حتى يجف تماماً قبل لحام الوصلات .
- iv. عندما يجف اللاصق ، احميه من الجو بغضاء مناسب حسب توصية المصنع .
- يمكن أن تحدث الأخطاء إذا كان سمك اللاصق كبيراً ، وأيضاً نتيجة لتفاوت معدلات التمدد الحراري للمادة والمقياس باختلاف درجات الحرارة . كمثال إذا زادت درجة الحرارة ستتمدد مادة المقياس بصورة أكبر من المادة ، ولكن هذا لن يحدث لأنها مربوطة تماماً إلى المادة ولكن سينتاج عن ذلك انفعال انضغاط في المقياس. إحدى الوسائل المتبعة لتخفيض ذلك هي مُواعدة معاملات التمدد الحراري للمقياس والمادة .

مقياس انفعال شبه الموصلات (Semi-Conductor Strain Gauges) :

وهي إضافة حديثة لمقياس الانفعال . الموصل هو عبارة عن بلورة من الجermanium (Germanium) او السليكون (Silicon) يتم معالجتها بالشوائب لجعل مقاومتها ذات حساسية عالية للانفعال . وحساسية هذه المقياس هي حوالي مائة مرة مقارنة بمقاييس الانفعال العادية ولذلك فإنها تستخدم لقياس الانفعالات الصغيرة جداً .

حساب الانفعال :

الانفعال الميكانيكي والذي يرمز له بالرمز الاغريقي ϵ يتم حسابه كالتالي :

$$\epsilon_{mech.} = \frac{\delta L}{L}$$

حيث : δL هي الاستطالة و L هو الطول الأصلي .

ويمكن حساب الانفعال الكهربائي المناظر كالتالي :

$$\epsilon_{elec.} = \frac{\delta R}{R}$$

حيث : δR هي الزيادة في المقاومة و R هي المقاومة الأصلية .

يتناصف الانفعال الكهربائي لمقياس الانفعال تناصباً طردياً مع الانفعال الميكانيكي :

$$\frac{\delta R}{R} \propto \epsilon_{mech.}$$

$$\frac{\delta R}{R} = K\epsilon \rightarrow *$$

حيث إن المعادلة * هي المعادلة الأساسية لتحويل الانفعال الكهربائي إلى انفعال ميكانيكي . حيث K هو ثابت التناصف للعلاقة بين الانفعالين الكهربائي والميكانيكي ويطلق عليه أيضاً عامل المقياس (scale factor) لمقياس الانفعال. ويتم تحديده بواسطة مصنيعي مقياس الانفعال من اختبارات النماذج لمقياس خاص . وهو غالباً ما يحمل القيمة 2 ، إلا في حالة مقاييس انفعال شبه الموصلات التي لديها عامل مقياس في المدى بين (300-100) . تكون عوامل المقياس هي نفسها بالنسبة للتمدد والانكماش .

مثلاً (6) :

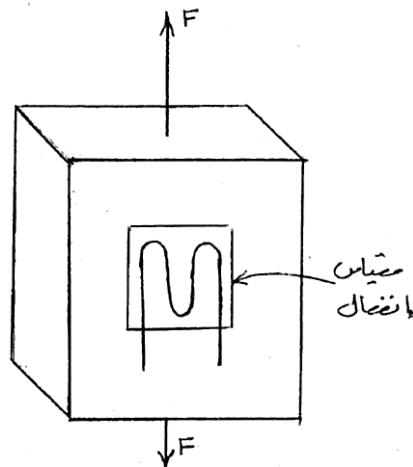
مقياس انفعال يتم تثبيته إلى سيخه مستطيلة المقطع كما هو واضح في الشكل رقم (3.12) أدناه . مقاومة مقياس الانفعال هي 120.27 أوم وعامل مقاييسه 2.1 . تكون أبعاد مقطع السيخه $25mm \times 6mm$ ، ويكون معاير المرونة لمادة السيخه مساو ل $200GN/m^2$.

إذا تم تعريض السيخه لحمل شد (F) فإن مقاومة مقياس الانفعال تتغير إلى 120.42 أوم. أوجد :

i. الانفعال في مادة السيخه.

ii. الاجهاد في مادة السيخه.

iii. قيمة الحمل.



شكل رقم (3.12)

الحل :

i. التغير في المقاومة ، δR :

$$\delta R = 120.42 - 120.27 = 0.15 \Omega$$

$$\frac{\delta R}{R} = K\epsilon$$

$$\frac{0.15}{120.27} = 2.1 \epsilon$$

$$\therefore \epsilon = \frac{0.15}{120.27 \times 2.1} = 0.000594 \quad (\text{قيمة لا بعدي})$$

$$594 \text{ microstrain} = 594 \times 10^{-6} \quad \text{أو}$$

وهي عبارة عن قيمة لا بعدي .

ii. أوجد : $\sigma = ?$

معايير المرونة ،

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

$$\therefore \sigma = \epsilon E = 594 \times 10^{-6} \times 200 \times 10^9 = 118.8 \times 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$= 118.8 \text{ MN/m}^2 = 118.8 \text{ N/mm}^2$$

: $\mathbf{F} = ?$.iii

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{\text{الحمل}}{\text{مساحة المقطع المتعامد مع الحمل}}$$

$$\therefore F = \sigma \cdot A = 118.8 \times 25 \times 6 = 17820 \text{ N} = 17.82 \text{ kN}$$

: مثال (7)

تم تحويل السيخ في المثال السابق بحيث ينتج عن ذلك اجهاد انضغاط منتظم على مساحة المقطع مقداره . حدد مقاومة مقياس الانفعال عندما تحمل السيخ هذا الاجهاد الجديد .

الحل :

معايير المرونة ،

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E}$$

خذ قيم الشد موجبة والانضغاط سالبة .

$$\sigma_c = -30 \text{ N/mm}^2 = -30 \text{ MN/m}^2 = -0.03 \text{ GN/m}^2$$

$$\epsilon = \frac{-0.03}{200} = -0.00015$$

$$\frac{\delta R}{R} = k \epsilon$$

$$\frac{\delta R}{120.27} = 2.1 \times (-0.00015)$$

$$\therefore \delta R = 120.27 \times 2.1 \times (-0.00015) = -0.038 \Omega$$

عليه فإن مقاومة مقياس الانفعال ،

$$R_f = 120.27 - 0.038 = 120.232 \Omega$$

مثال (8)

الحل :

اجعل L هو طول مقياس الانفعال

$$\delta L = L \times 23 \times 10^{-6} \times 80 = 1840 L \times 10^{-6}$$

$$\delta L = L \times 16 \times 10^{-6} \times 80 = 1280 L \times 10^{-6}$$

عليه سیتمدد المقیاس بمقدار :

$$x = (1840 - 1280)L \times 10^{-6} = 560L \times 10^{-6}$$

$$\epsilon = \frac{x}{L} = \frac{560 L \times 10^{-6}}{L} = 560 \times 10^{-6} = 0.56 \times 10^{-3}$$

هذه تعتبر قيمة كبيرة ، وبدون عمل بعض التصحيح فإن قياسات الانفعال تحت ظروف درجة الحرارة المتغيرة

ستكون غير دقيقة .

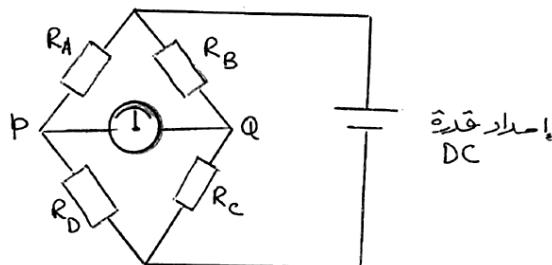
2. محوّلات المقاومة لقياس درجة الحرارة :

(Resistance Transducers for Temperature Measurement)

معظم المعادن تزيد مقاومتها الكهربائية بزيادة درجة حرارتها . هذا المبدأ يتم استخدامه في أجهزة قياس درجة الحرارة والتي تعرف بثيروموميترات المقاومة . بما أن التغيير في المقاومة الناتج من التغير الصغير في درجة الحرارة قيمته صغيرة جداً ، عليه ولتصنيع نظام قياس يجب أن تكون هنالك إشارة تهيئة في شكل دائرة قنطرة هوبيستون (Wheatstone Bridge Circuit) وهذه تجعل ثيروموميتر المقاومة أكثر دقة في قياس درجة الحرارة خاصة درجات الحرارة العالية .

تم تطوير قنطرة هوبيستون بواسطة السير شارلز هوبيستون في القرن التاسع عشر . وهي عبارة عن دائرة كهربية لقياس المقاومة بدقة . الشكل رقم (3.13) أدناه يوضح دائرة القنطرة . حيث R_A = المقاومة المراد قياسها .

R_D = مقاومة ثابتة .



شكل رقم (3.13)

والنسبة R_B / R_C يمكن ضبطها إما بجعل R_B أو R_C مقاومة متغيرة أو بجعل $(R_B + R_C)$ مقاومة ثابتة مستمرة متغيرة نقطة التcriيع لتوصيل الجلفانوميتر .

الجلفانوميتر هو عبارة عن مقياس ذو ملف متحرك حساس مركزه صفرى وهذا يعني ان التدريج يتم تقسيمه بعدد من الأقسام المتساوية وذلك بوضع الصفر في منتصف التدريج ، ودائماً ما يشير المؤشر إلى وضع الصفر عندما لا يتم استخدام الجهاز . لاستخدام دائرة القنطرة لقياس المقاومة R_A ، فإننا يجب في البداية موازنة

القطرة وهذا يتم بضبط النسبة R_B / R_C حتى يشير الجلفانوميتر إلى الصفر وهذا يعني عدم وجود تيار مار به وعدم وجود جهد بين طرفيه (أي أن الجهد عند النقاط P و Q يكون متساوياً).
والآن R_A و R_D تحمل نفس شدة التيار .

$$\frac{R_D}{R_A + R_D} \times \text{جهد إمداد القدرة} = P \quad \text{الجهد عند } R_D \text{ .} \\ \text{وأيضاً } R_B \text{ و } R_C \text{ تحمل نفس شدة التيار .}$$

$$\frac{R_C}{R_B + R_C} \times \text{جهد إمداد القدرة} = Q \quad \text{الجهد عند } R_C \text{ .}$$

عليه عند موازنة القطرة ،

$$\frac{R_C}{R_B + R_C} = \frac{R_D}{R_A + R_D}$$

$$\therefore R_C (R_A + R_D) = R_D (R_B + R_C)$$

$$R_A R_C + R_C R_D = R_B R_D + R_C R_D$$

$$\therefore \frac{R_A}{R_D} = \frac{R_B}{R_C}$$

$$\therefore R_A = R_D \times \frac{R_B}{R_C}$$

وهذه النتيجة تكون مستقلة عن جهد امداد القدرة .

مثال (9) :

أوجد R_A إذا كانت $R_B = 390 \Omega$ ، $R_C = 180 \Omega$ ، و يمكن ضبطها إلى 227.3Ω لموازنة القطرة .

الحل :

$$R_A = R_D \times \frac{R_B}{R_C}$$

$$\therefore R_A = 390 \times \frac{227.3}{180} = 492 \Omega$$

i. ثيرموميتر مقاومة (The Resistance Thermometer)

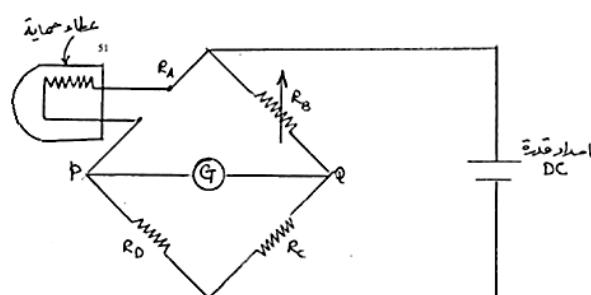
الشكل رقم (3.14) أدناه يوضح ثيرموميتر مقاومة موصل بدائرة قنطرة هوبيستون . معظم المعادن تزيد مقاومتها بزيادة درجة حرارتها. عند مدى صغير لمقاومة فإن هذه الزيادة تتناسب طردياً مع الزيادة في درجة الحرارة ، فإذا كانت مقاومة طول معين من سلك مقاومته R عند درجة حرارة $t^{\circ}C$ تُعطى

بالمعادلة التالية :

$$R = R_0 (1 + \alpha t)$$

حيث α = مقدار ثابت (معامل التمدد الخطى لدرجات الحرارة) .

يتكون ثيرموميتر مقاومة من ملف صغير و دائرة كهربية تقيس التغير في مقاومته. هنالك ثلاثة أنواع من الأسلك يمكن استخدامها في الملف هي النحاس ، النيكل والبلاطين . ويفضل البلاطين لأنه يقاوم الصدأ والتأكسد . مقاومة البلاطين العادي هي 100 أوم ويصنع من سلك قطره 0.1mm ملفوف حول قطعة من الميكا ومغلق في غطاء حماية . (Mica)



شكل رقم (3.14) ثيرموميتر مقاومة

مثال (10) :

ثيرمومتر مقاومة من البلاطين يتم ضبطه بوضع ملف المقاومة أولاً في خلية ثلاثة النقاط ومن بعد في بخار ماء عند الضغط الجوي القياسي . وفي كل حالة يتم قياس مقاومته باستخدام قنطرة هوبيستون حيث يتم الحصول على القيم التالية على الترتيب 102.515 أوم و 142.482 أوم . وعندما يتم وضعه في سائل غير معلوم درجة الحرارة وجد أن مقاومته تساوي 131.635 أوم . افترض علاقة خطية بين درجة الحرارة والمقاومة ، ماهي درجة حرارة السائل :

أ. بالمقاييس المئوي ، ب. بمقاييس كلفن .

الحل :

درجة الحرارة ثلاثة النقاط يتم تعريفها بأنها تساوي $0.01^{\circ}C$ ، ودرجة حرارة غليان الماء عند الضغط الجوي تساوي $100^{\circ}C$.

من المعادلة ،

$$R = R_o (1 + \alpha t)$$

$$102.515 = R_o (1 + 0.01 \alpha) \rightarrow (1)$$

$$142.482 = R_o (1 + 100 \alpha) \rightarrow (2)$$

بقسمة المعادلة (1) ÷ (2) وبالضرب العكسي نحصل على :

$$102.515 + 10251.5 \alpha = 142.482 + 1.42482 \alpha$$

$$10251.5 \alpha = 39.967$$

$$\therefore \alpha = \frac{39.967}{10250.08} = 3.9 \times 10^{-3} = 0.0039$$

من المعادلة (1) ،

$$102.515 = R_o (1 + 0.01 \times 0.0039)$$

$$\therefore R_o = \frac{102.515}{1.000039} = 102.511$$

$$\therefore 131.635 = 102.511 (1 + 0.0039 t)$$

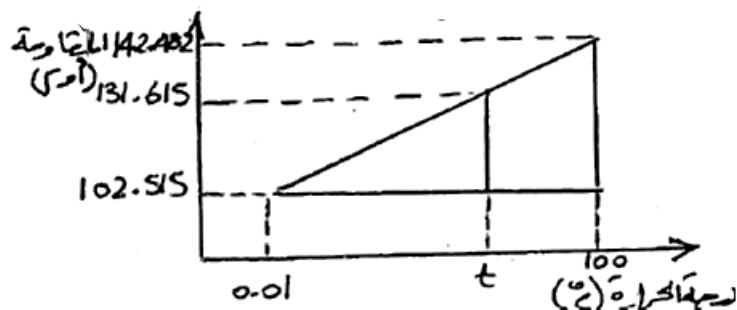
درجة الحرارة بالمقاييس المئوي ،

$$t = 72.85^\circ C$$

درجة الحرارة بمقاييس كلفن ،

$$T = 72.85 + 273.15 = 346 K$$

أو بطريقة أخرى (i.e. تشابه المثلثات) ،



$$t = 0.01 + \frac{131.615 - 102.515}{142.482 - 102.515} \times 99.99$$

$$\therefore t = 72.81^\circ C$$

$$T = 72.81 + 273.15 = 345.96 \approx 346$$

ii. الثيرمستور (Thermistor) :

الثيرمستور هو محول لدرجة الحرارة وهو أقل دقة ولكن أكثر حساسية ودائماً ما تتم التغذية مباشرة دون الحاجة إلى إشارة تهيئة .

والثيرمستور هو أحد أنواع اشباه الموصلات (semi-conductors) حيث تتغير مقاومته تبعاً للتغير درجة الحرارة حسب المعادلة $R = A e^{B/T}$ ويتم تصنيع مادة الثيرمستور غالباً من أكسيد المعادن (oxides).

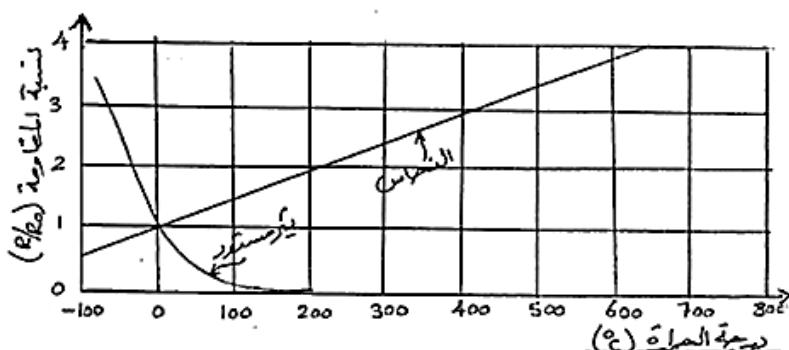
حيث A و B = ثوابت .

T = درجة الحرارة المطلقة.

تعطى هذه المعادلة انخفاضاً كبيراً في المقاومة عند الزيادة الصغيرة في درجة الحرارة .

الشكل رقم (3.15) أدناه يوضح مخطط درجة الحرارة ضد المقاومة للثيرمومستور والنحاس . ولعمل المقارنة بين

المخططين فإننا نأخذ النسبة $\frac{R}{R_0}$ ، التي هي النسبة بين المقاومة الفعلية والمقاومة عند $0^\circ C$ بدلاً عن R .

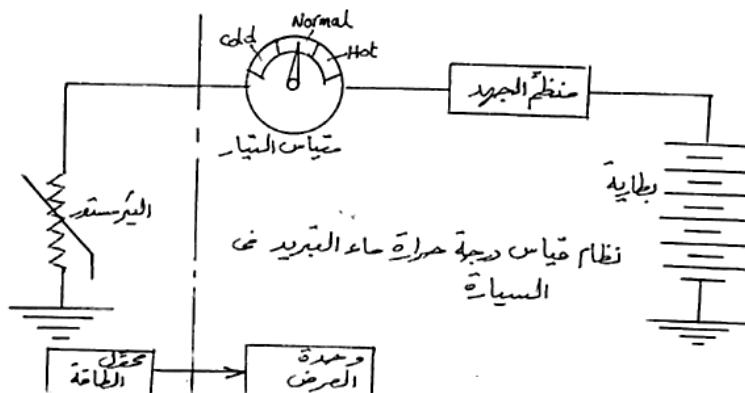


شكل (3.15) مخطط درجة الحرارة ضد المقاومة للثيرمومستور والنحاس

يُلاحظ من المخطط أنه يمكن استخدام الثيرمستور كمحول لدرجة الحرارة في مدى صغير لدرجات الحرارة. مثال لذلك نظام قياس درجة حرارة الماء في محركات السيارات ، حيث إننا لا نحتاج لدقة في القياس بقدر ما نحتاج لتحديد ثلاثة حالات هي إما أن يكون الماء بارداً ، عادياً أو ساخناً . وقياس شدة التيار في هذه الحالة ليس هو مقياس ذو ملف متحرك ، فهناك مؤشر يتم حمله في شريط معدني من مادتين يتم تسخينه بالتيار المار ويتمدد تبعاً لذلك وهو النوع الغالب من أجهزة العرض.

من مميزات الثيرمستور أنه يستخدم لقياس درجة الحرارة بدقة أكبر حتى درجة حرارة $300^{\circ}C$ وأيضاً بحساسية أكبر ويمكن تصنيعه بحجم أصغر ويمكنه قياس درجة الحرارة في نقطة واحدة باستجابة سريعة.

الشكل رقم (3.16) أدناه يوضح نظاماً لقياس درجة حرارة ماء التبريد في سيارة.



شكل رقم (3.16) نظام قياس درجة حرارة ماء التبريد في سيارة

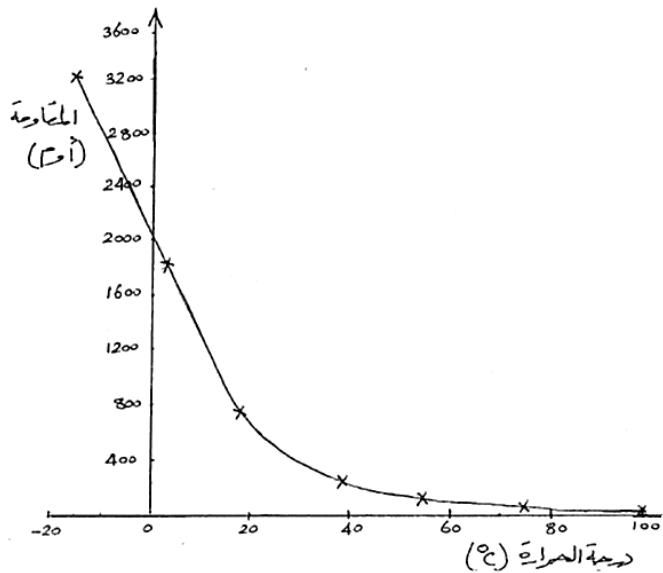
مثال (11) :

في تجربة معملية لتحديد خواص ثيرمستور يستخدم كمحول لدرجة حرارة ماء التبريد في محرك سيارة. تم تعليق الثيرمستور في خليط من الثلج والملح الذي يُزدَّ درجة حرارته تدريجياً إلى نقطة الغليان ثم يترك ليبرد. تمأخذ قراءات متعددة لدرجة حرارة الخليط بواسطة ثيرموميتر، وتم قياس مقاومة الثيرمستور بواسطة مقياس تعددي رقمي حيث تم تسجيل النتائج التالية :

درجة الحرارة (C°)	ال مقاومة (Ω)
21	43
43	66
66	97
97	100
100	85
85	76
76	55
55	36
36	17.5
17.5	3.5
3.5	-5
-5	581
581	171.4
171.4	55.6
55.6	14.2
14.2	13.3
13.3	24.3
24.3	36.2
36.2	97.7
97.7	263
263	675
675	1831
1831	3260

أ. أرسم مخطط معايرة الثيرمستور.

ب. حدد قانون الثيرمستور.



الحل :

أ. مخطط معايرة التيرمستور .

بـ. القانون العام للثيرمستور هو

بأخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرف المعادلة (i.e. اللوغاريتم للأساس e)

$$\ln R = \ln (A e^{B/T})$$

$$\ln R = \ln A + \ln e^{B/T}$$

$$\ln R = \frac{B}{T} \ln e + \ln A = \frac{B}{T} + \ln A \rightarrow (1)$$

تكون هذه المعادلة في الصورة

حَدَثَ:

$$\ln R = y$$

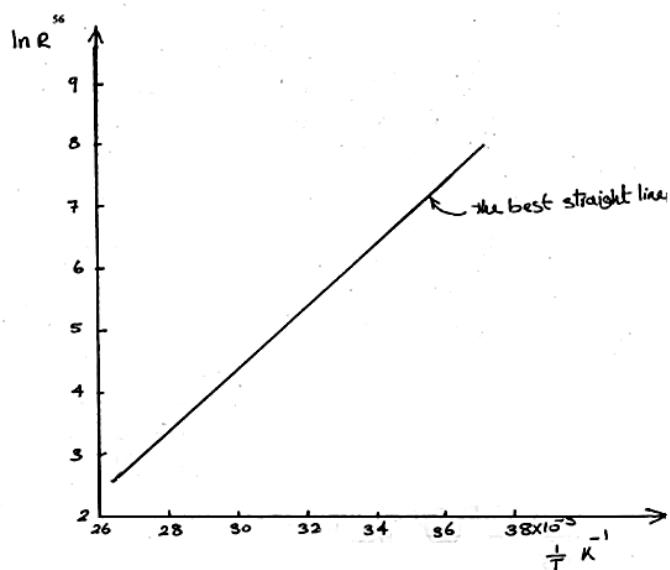
$$\frac{1}{T} = x$$

$$\ln A = b$$

$$B = a$$

عليه ، إذا تم رسم مخطط $\ln R$ ضد $\frac{1}{T}$ سنحصل على خط مستقيم ومنه يمكن ايجاد الثوابت B و A وبالتالي قيمة A .

درجة الحرارة (t) (°C)	المقاومة (R) (أوم)	درجة الحرارة المطلقة (T) (كلفن)	$\frac{1}{T}$ (K ⁻¹)	$\ln R$
-5	3260	273-5=268	0.00373	8.09
3.5	1831	273+3.5=276.5	0.00362	7.51
17.5	765	290.5	0.00344	6.64
36	263	309	0.00324	5.57
55	97.7	328	0.00305	4.58
76	36.2	349	0.00287	3.59
85	24.3	358	0.00279	3.19
100	13.3	373	0.00268	2.59
97	14.2	370	0.00270	2.65
66	55.6	339	0.00295	4.02
43	171.4	316	0.00316	5.14
21	581	294	0.00340	6.36



خذ نقطتين على الخط المستقيم ،

$$\ln R = 8.09 , \quad \frac{1}{T} = 0.00373 K^{-1}$$

وأيضاً :

$$\ln R = 3.19 , \quad \frac{1}{T} = 0.00279 K^{-1}$$

بالتقديم في المعادلة (1) سنحصل على زوج من المعادلات التي يمكن حلها آنئياً :

$$8.09 = 0.00373 B + \ln A \rightarrow (2)$$

$$3.19 = 0.00279 B + \ln A \rightarrow (3)$$

وبطرح المعادلة (3) من المعادلة (2) نحصل على :

$$4.90 = 0.00094 B$$

$$\therefore B = \frac{4.9}{0.00094} = 5213 K$$

بالتقديم في المعادلة (2) ،

$$8.09 = 0.00373 \times 5213 + \ln A$$

$$\ln A = 8.09 - 0.00373 \times 5213 = -11.35$$

$$\ln A = \log_e A = x = -11.35$$

$$\therefore A = e^x$$

$$\therefore A = e^{-11.35} = 0.00001177 \Omega$$

بالتالي يمكن كتابة القانون العام للثيرمستور كالتالي :

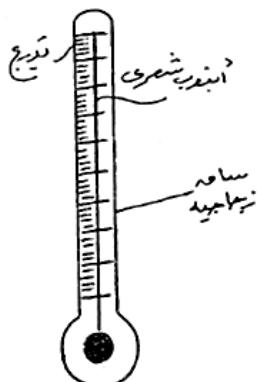
$$R = 0.0000117 e^{5213/T}$$

3.3.3 أجهزة قياس درجة الحرارة (Temperature Measurement Devices) :

عندما تتعرض مواد مختلفة لتغيرات في درجة الحرارة ، يمكن وبالتالي أن تحدث أيضاً تغيرات في الخصائص مثل البعد ، المقاومة الكهربية ، اللون ، والحالة . لاتحادات معينة للمعادن فإن التغيرات في درجة الحرارة ستنتج أيضاً قوة دافعة كهربائية صغيرة . هذه التغيرات التي تحدث يتم استخدامها في أجهزة قياس درجة الحرارة الموصوفة أدناه .

1. ثيرمومترات سائل في زجاجة (Liquid-in-Glass Thermometers) :

عندما يتم تسخين سائل فإنه يتمدد ، i.e. يزداد حجمه ، وعندما يبرد فإنه ينكمش . i.e. يقل حجمه . هذا التغير الذي يحدث مع التغير في درجة الحرارة يمكن الاستفادة منه في ثيرمومترات سائل في زجاجة . الشكل رقم (3.17) أدناه يوضح ثيرموميتر سائل في زجاجة .



شكل رقم (3.17) ثيرموميتر سائل في زجاجة

في ثيرموميتر سائل في زجاجة الموضح في الشكل (3.17) ، فإن البصيلة الزجاجية الرفيعة تحتوي على سائل ، زبق في هذه الحالة ، يكون حراً ليتمدد بطول القطر الناعم للأنبوب الزجاجي ، الذي يسمى بالأنبوب الشعري (capillary tube) . الفضاء الذي يتمدد فيه الزبق يمكن أن يكون فراغاً (vacuum) أو يمكن أن يحوي غاز

النيتروجين . من المهم أن يكون الأنوب الشعري ذو قطر منتظم بطول طوله التشغيلي ، بحيث أن تغيرات متساوية في درجة الحرارة تنتج تغيرات متساوية في طول عمود الزئبق . العلامات المحفورة على خارج التيروميتر هي تدرج لدرجة الحرارة . من العادة وضع العلامات على التدرج بالدرجات المئوية (${}^{\circ}C$) . على تدرج درجة الحرارة المئوي فإن درجات حرارة ${}^{\circ}C^0$ و ${}^{\circ}C^100$ ترتبط على الترتيب بنقطة التجمد (boiling point) ونقطة الغليان (freezing point) للماء عند ضغط جوي قياسي . يكون الضغط الجوي القياسي مساوياً لـ 101.325 kN/m^2 .

السوائل المستخدمة في التيروميترات يجب أن تمتلك مثاليًّا :

- أ. معامل جيد للتمدد الحجمي .
- ب. لا تبلل الزجاج ، i.e. يجب ألا يلتصق السائل بسطح الزجاج .
- ج. يجب أن تُرى بسهولة .
- د. يكون لديها نقطة تجمد منخفضة أو نقطة غليان مرتفعة أو الاثنين .

بعض السوائل المستخدمة في التيروميترات يتم توضيحيها في الجدول أدناه :

السائل	مدى درجة الحرارة (${}^{\circ}C$)
الزئبق	من -3.9 إلى +350
الكحول	من -80 إلى +70
Creosote	من -5 إلى +200
Pentane	من -200 إلى +30
Toluene	من -80 إلى +100

لجعل السوائل أكثر قابلية للرؤية ، فإن بعضها يمكن صبغه بلون ممّيز .

حد درجة الحرارة الأعلى الموضح في الجدول عاليه للزئبق يمكن زيادته إلى حوالي $510^{\circ}C$ بإدخال غاز نيتروجين تحت ضغط في الفضاء فوق السائل . تأثير الغاز هو زيادة نقطة الغليان للزئبق . يمكن زيادة نقطة الغليان أكثر من ذلك بزيادة الضغط ، لكن هذا استخدامه محدود بما أن الزجاج نفسه سيبدأ في الذوبان. تكون ثيرمومترات سائل في زجاجة رخيصة ، سهلة الاستخدام ، ومتقللة .

تحصر العيوب الرئيسية لهذه الأجهزة في أنها :

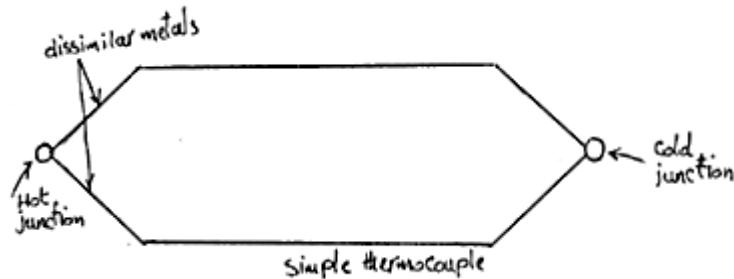
- .i. تكون هشة وسهلة الكسر .
- .ii. لها استجابة بطيئة للتغير في درجة الحرارة .
- .iii. يمكن استخدامها فقط عندما يكون عمود السائل مرئياً .
- .iv. لا يمكن استخدامها لقياس درجة حرارة سطح .
- .v. لا يمكن تكييفها كأجهزة استشعار (sensors) للتحكم الذاتي في درجة الحرارة .
- .vi. لا يمكن قراءتها من مسافة بعيدة .

2. المزدوجات الحرارية (Thermo Couples) :

هناك دائرة مزدوج حراري يتم توضيحيها في الشكل رقم (3.18) أدناه . تتكون من سلكين معدنيين مختلفين يتم توصيلهما عند طرفيهما لتكوين نقاط توصيل .

e.m.f إذا تم تسخين أحدي نقاط التوصيل وتبريد الأخرى ، سيتم توليد تيار مباشر صغير لقوة دافعة كهربية .
إذا تم قياس هذه القوة الدافعة الكهربية ، وبالتالي يمكن تحديد الفرق في درجة الحرارة بين نقطتي التوصيل الساخنة والباردة بمعلومية الخاصية الحرارية/ الكهربية أو الحساسية للمعادن المتشدة الموضحة في الجدول أدناه .

اتحاد المعادن	مدى درجة الحرارة (قراءة متصلة) (C°)	الحساسية (mV/C°)
Copper – Constantan	-250 to + 400	0.03
Iron - Constantan	-200 to + 850	0.05
Chromel - alumel	-200 to + 1100	0.04
Platinum /10% rhodium platinum	0 to + 1400	0.06



شكل رقم (3.18) دائرة مزدوج حراري

إذا تم معرفة درجة حرارة نقطة التوصيل الباردة ، وبالتالي درجة حرارة نقطة التوصيل الساخنة = درجة حرارة نقطة التوصيل الباردة + فرق درجة الحرارة .

مثال (12) : القوة الدافعة الكهربية $e.m.f$ بواسطة مزدوج حراري مُكون من حديد كونستانتان هي 3.5 mV .

إذا كانت نقطة التوصيل الباردة عند درجة حرارة 8° C ، حدد درجة الحرارة لنقطة التوصيل الساخنة .

من الجدول عاليه ، حساسية الحديد - كونستانتان هي $0.05 \text{ mV/}^\circ \text{C}$.

$$3.5 \text{ mV} = \frac{3.5 \text{ mV}}{0.05 \text{ mV/}^\circ \text{C}} = 70^\circ \text{ C}$$

درجة حرارة نقطة التوصيل الساخنة = فرق درجة الحرارة + درجة حرارة نقطة التوصيل الباردة

درجة حرارة نقطة التوصيل الساخنة :

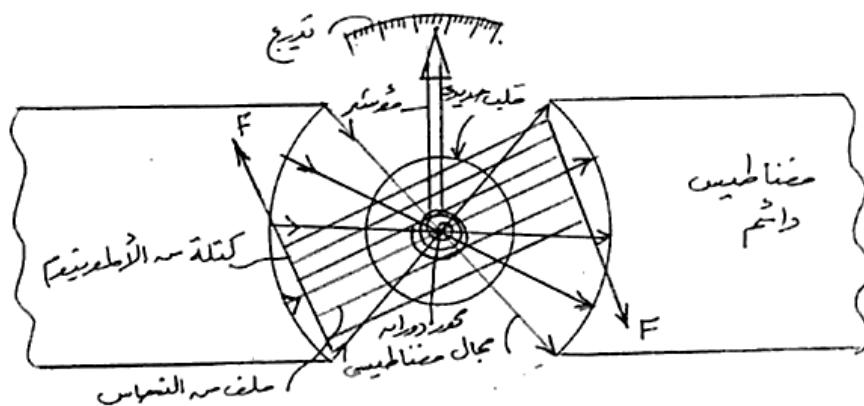
$$8^\circ \text{ C} + 70^\circ \text{ C} = 78^\circ \text{ C}$$

i.e. درجة حرارة نقطة التوصيل الساخنة هي 78° C .

3.3.4 أجهزة قياس الجهد والتيار :

1. المقياس ذو الملف المتحرك (The Moving Coil Meter) :

محول الطاقة عبارة عن ملف من سلك رفيع جداً مطلي وملفوف على كتلة مستطيلة من الألمنيوم ومغلق بحيث يتم دورانه بحرية خلال حوالي 90 درجة في المجال المغناطيسي بين أقطاب المغناطيس الدائم . تكون الفجوة بين الأقطاب دائيرية ، وهناك قلب اسطواني من الحديد الطري (soft iron) معلق بصلادة (بجسأة) وبتمرز فيه في الفجوة لجذب المجال المغناطيسي ، بحيث يكون تقريباً نصف قطرياً بالنسبة لمركز دوارن الملف . عليه يمكن للملف أن يدور في الفجوة بين أقطاب المغناطيس والقلب الحديدي .

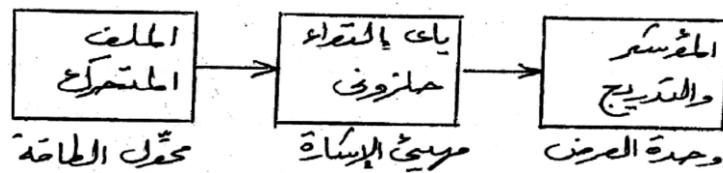


شكل رقم (3.19) المجال المغناطيسي

القوة المغناطيسية التي تعمل على موصل كهربائي في مجال مغناطيسي تكون متناسبة مع التيار المناسب خلال الموصل ، ومتعاوقة مع كل من المجال المغناطيسي والتيار . بحيث أنَّ القوة الكلية ، F ، التي تعمل على أحد جانبي الملف في الشكل رقم (3.19) تكون متناسبة مع التيار . على الجانب الآخر للملف فإن اتجاه المجال لا يكون متغيراً لكن التيار هنا يكون منسوباً في الاتجاه المضاد ، بحيث يتم انتاج قوة متساوية ومضادة F . القوتان تكونان ازدواجاً معاطياً عزم دوران متناسبًا مع التيار .

نحتاج الآن إلى وسيلة لتحويل العزم إلى إزاحة زاوية وهذا يتأتى باستخدام ياي التواء حلزوني كالذى يستخدم في الساعات الميكانيكية . دوران الملف في اتجاه معاكس للعزم المقاوم للببای يحتاج إلى عرض وهذا يتم بتركيب مؤشر نصف قطري على الملف يقوم بالإشارة إلى قيم معينة في لوحة التدريج .

يتم تمثيل المخطط الكتالى للمقياس ذو الملف المتحرك في الشكل رقم (3.20) أدناه .



شكل رقم (3.20)

مثال (13) :

ينتج الملف في مقياس ذو ملف متحرك عزماً مقدار 0.002 N.m عندما يسري فيه تيار شدته $500 \mu \text{A}$.
حدّد الكرازة المناسبة للببای الحلزوني إذا كان المقياس يقرأ $100 \mu \text{A}$ في مقياس كامل للإنحراف مقداره 90 درجة .

الحل :

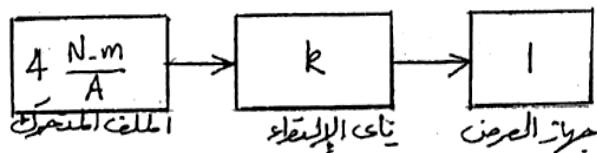
الكسب أو عامل التحويل أو الانتقال ،

$$G = \frac{o/P}{i/P} = \frac{0.002}{0.0005} = 4 \text{ N.m/A}$$

حساسية أو عامل القياس للجهاز ،

$$\frac{o/P}{i/P} = \frac{90}{0.0001} = 900000 \text{ deg./A}$$

وهكذا فإن المخطط الكتالى للقيم الرقمية يمكن تمثيله كالتالي :



$$4 \frac{N.m}{A} \times k \times 1 = 900000 \frac{deg.}{A}$$

$$\therefore R = 900000 \frac{deg.}{A} \times \frac{1}{4} \frac{A}{N.m} = 225000 deg./N.m$$

ولكن كرامة الانحراف للثواب (λ) تساوي $\frac{N.m}{deg.} \cdot \frac{T}{\theta}$ ووحدتها هي

عليه ، فإن الكرامة المطلوبة هي مقلوب k

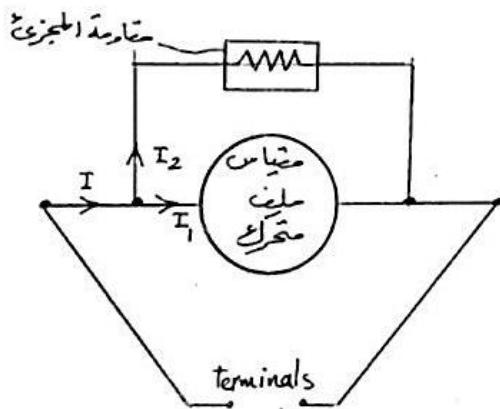
$$\lambda = \frac{1}{k} = \frac{1}{225000} \frac{N.m}{deg.} = 4.44 \times 10^{-6} \frac{N.m}{deg.}$$

مقاييس الجهد وشدة التيار (Voltmeters and Ammeters)

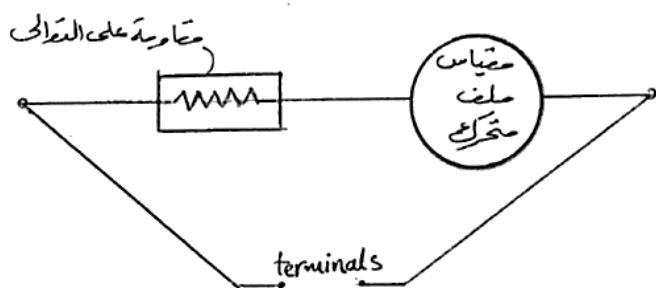
ندرك الآن أن المقياس ذو الملف المتحرك هو جهاز حساس لقياس شدة التيار . وبما أن سلك الملف رفيع فإنه يمتلك مقاومة كهربائية عالية (i.e. حوالي 300 أوم) ، وأي تيار صغير يتسبب في اعطاء قيمة قصوى (انحراف كامل لمقياس التدرج) . وإذا تم تمرير تيار أكبر من الانحراف الأقصى للتدرج فإن الملف سينصهر وسيتعطل الجهاز . ورغم ذلك فإننا يمكن قياس تيارات كبيرة باستخدام المقياس ذو الملف المتحرك وذلك بتمرير معظم التيار خلال مجزئ (Shunt) له مقاومة صغيرة جداً موصولة على التوازي مع دائرة المقياس كما في الشكل رقم . (3.21)

ورغم أن الملف سينصهر بتطبيق فرق جهد بسيط نسبياً بين طرفيه . وبالتالي يمكن استخدام مقياس لقياس الجهد الكبير بوضع مقاومة كبيرة جداً موصولة على التوازي مع المقياس كما هو موضح في الشكل رقم

. (3.21)



شكل رقم (3.21 . أ) الاميتر أو مقياس شدة التيار



شكل رقم (3.21 . ب) الفولتميتر أو مقياس الجهد

: (3.3.5) مهارات الإشارة (Signal Conditioners)

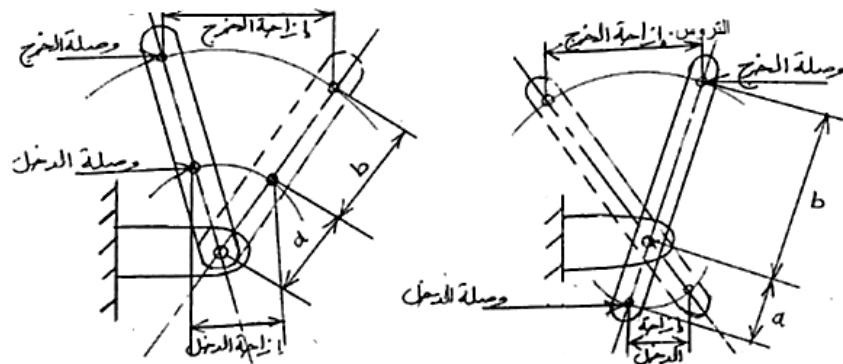
1. المضخمات (Amplifiers)

الكلمة (To amplify) تعني يزيد ، وهكذا فإن المضخم هو شكل من أشكال مهارات الإشارة التي تزيد الإشارة بطريقة ما دون تغيير طبيعتها لإعطاء مخرج ميكانيكي أو كهربائي أكبر من المدخل .

1.1. المضخمات الميكانيكية (Mechanical Amplifiers)

المضخمات الميكانيكية هي أجهزة غير فعالة أو خاملة تستخدم لتضخيم الازاحة الخطية أو الزاوية . وهي لا تملك أي امداد قدرة خارجي بقدر ما توضع القدرة فيها بواسطة إشارة دخل .

مثال لمضخم ميكانيكي للإزاحة الخطية هو الرافعه ومثال للإزاحة الزاوية هي الترسos.



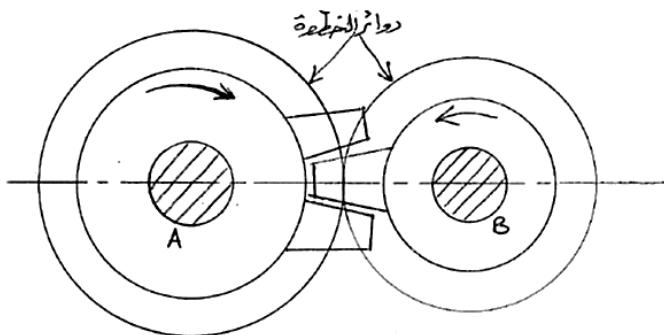
شكل رقم (22-ب) مضخم عاكس للإزاحة

في كلا الحالتين :

$$\text{الكس} = \frac{\text{إزاحة الخرج}}{\text{إزاحة الدخل}} = \frac{\frac{b\theta}{2}}{\frac{a\theta}{2}} = \frac{\text{نصف القطر من محور الدوران إلى وصلة الخرج}}{\text{نصف القطر من محور الدوران إلى وصلة الدخل}}$$

$$T.o = G = \frac{b}{a}$$

الشكل رقم (3.23) أدناه يوضح مجموعة ترسos بسيطة (simple gear train) معشقة من بعضها البعض.



الشكل رقم (3.23) – مجموعة ترسos بسيطة

ترس الدخل A به عدد 12 سنة وترس الخرج B به عدد 9 أسنان

$$T.o = G = \frac{12}{9} = 1.333$$

$$\frac{A}{B} = \frac{\text{سرعه الترس}}{\text{سرعه الترس}} = \frac{\text{عدد اسنان الترس}}{\text{عدد اسنان الترس}}$$

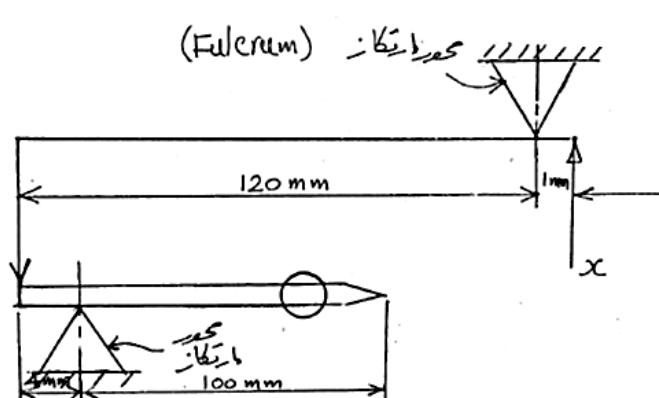
$$G = \frac{N_B}{N_A} = \frac{T_A}{T_B} = \frac{12}{9} = 1.333$$

$$\frac{\text{سرعه الترس المقود}}{\text{سرعه الترس القائد}} = \frac{\text{حاصل ضرب عدد اسنان الترس القائد}}{\text{حاصل ضرب عدد اسنان الترس المقود}} \text{ يعني أن الكسب}$$

في حالة مجموعات الترس المركبة فإن الكسب الكلي يساوي حاصل ضرب الكسب للأزواج المفردة للتروس المعشقة .

مثال (14) :

أ. آلية رافعة مركبة لعنصر مقارنة ميكانيكي يتم توضيحيها بالخط في الشكل رقم (3.24) أدناه . أحسب تضخيم المنظومة وعرض تقسيم التدرج الذي يمثل 1 ميكرومتر ($1 \mu m$) .



شكل رقم (3.24)

ب. وضح لماذا لا يزيد التضخيم المتحصل عليه بواسطة مقارن ميكانيكي أكثر من 1:5000 بينما يمكن الحصول على تضخيم مقداره 1:50,000 بواسطة نظم هوائية (Pneumatic) وكهربائية (Electrical) .

الحل :

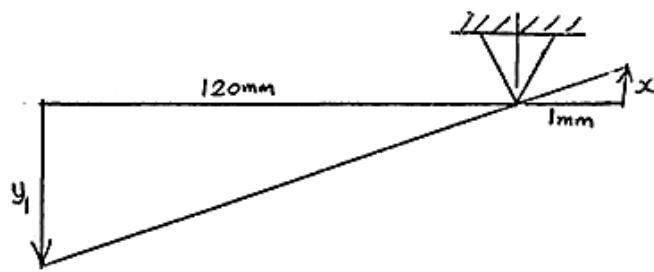
أ.

نفرض أن ازاحة الدخل = x

ازاحة الخرج للمرحلة الأولى = y_1

ازاحة الخرج للمرحلة الثانية = y_2

من الشكل أدناه كسب المرحلة الأولى :



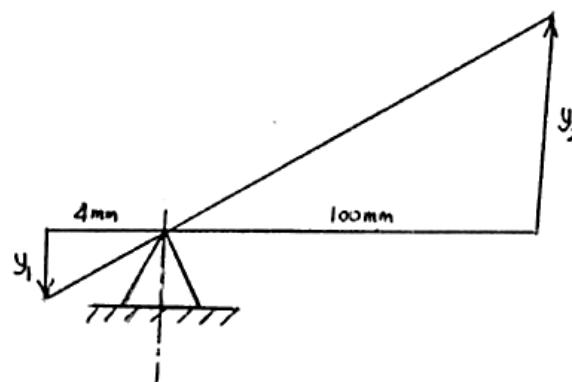
$$G_1 = \frac{y_1}{x}$$

بتشابه المثلثات :

$$G_1 = \frac{y_1}{x} = \frac{120}{1} = 120$$

كسب المرحلة الثانية :

$$G_2 = \frac{y_2}{y_1}$$



$$G_2 = \frac{y_2}{y_1} = \frac{100}{4} = 25$$

الكسب الكلي للمنظومة (تضخيم المنظومة) ،

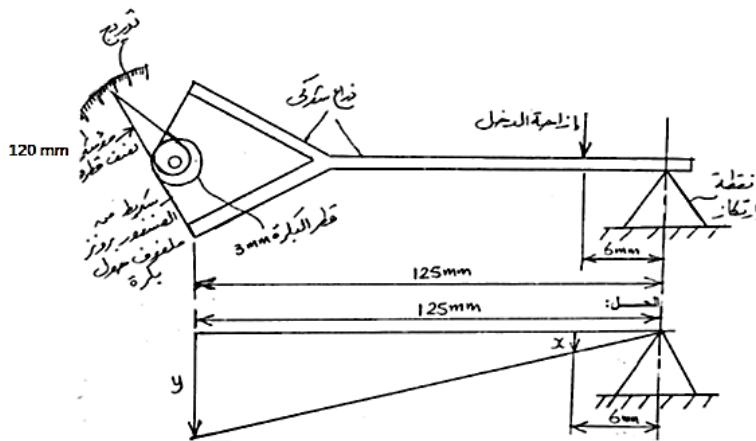
$$G_1 \times G_2 = 120 \times 25 = 3000$$

$$3 \text{ mm} = 10^3 \times 10^{-6} \times 3000 = \therefore \text{عرض تقسيم التدريج}$$

ب. لعدة تأثيرات من بينها تأثير القصور الذاتي ، تأثير التسارع ، المقاومة الاحتاكية عند الاسنادات وغيرها.

مثال (15) :

الشكل رقم (3.25) أدناه يمثل آلية لمقارن ميكانيكي ، أحسب تضخيم المنظومة ؟



شكل رقم (3.25)

باستخدام تشابه المثلثات :

كسب المراحلة الاولى ، G_1

$$G_1 = \frac{y}{x} = \frac{125}{6}$$

و بما أن :

$$y = r \theta$$

كسب المراحلة الثانية G_2 ،

$$G_2 = \frac{\theta}{y} = \frac{1}{r} = \frac{1}{1.5}$$

حيث r هو نصف قطر البكرة .

بما أن المدخل هو إزاحة زاوية θ والمخرج هو إزاحة خطية s تعادل $r \theta$

.. كسب المرحلة الثالثة ، G_3

$$G_3 = \frac{s}{\theta} = \frac{r\theta}{\theta} = r = 120$$

حيث r هو نصف قطر المؤشر .

تضخيم المنظومة ،

$$G_1 \times G_2 \times G_3 = \frac{125}{6} \times \frac{1}{1.5} \times 120 = 1667$$

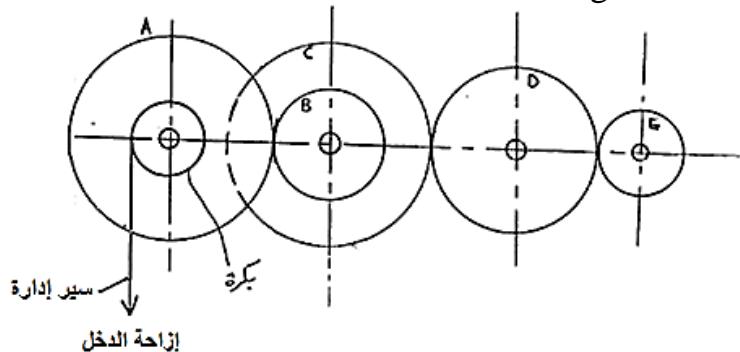
مثال (16) :

الشكل رقم (3.26) أدناه يُوضّح مجموعة من عجلات التروس يتم ادارتها بواسطة سير إدارة يصنع قوة سحب مماسية على بكرة قطرها 20mm يتم حملها بواسطة العجلة A. وتمثل الترتيبة الموضحة في الشكلمنظومة قياس إزاحة . عدد أسنان العجلات هي على الترتيب 150 ، 75 ، 150 ، 100 ، 50 و 50

أحسب الآتي :

أ. كسب مجموعة التروس بين العجلة A والعجلة E .

ب. الكسب الكلي للمنظومة بال deg./mm .



شكل رقم (3.26)

أ. كسب مجموعة التروس بين العجلة A والعجلة E ،

$$= \frac{\text{حاصل ضرب عدد أسنان الترس القائد}}{\text{حاصل ضرب عدد أسنان الترس المقود}} = \frac{\text{سرعة الترس المقود}}{\text{سرعة الترس القائد}}$$

$$G_1 = \frac{N_E}{N_A} = \frac{T_A}{T_B} \times \frac{T_C}{T_D} \times \frac{T_D}{T_E} = \frac{T_A \times T_C}{T_B \times T_E} = \frac{150 \times 150}{75 \times 50} = 6$$

ب. الكسب الكلي للمنظومة بال deg./mm ،

$$\frac{\text{rad}}{\text{mm}} = \frac{\text{الإزاحة الزاوية للبكرة}}{\text{الإزاحة الخطية للسير}} = \frac{\theta}{s} = \frac{\theta}{r\theta} = \frac{1}{r} = \frac{1}{10} \text{ rad/mm}$$

$$\frac{\text{deg.}}{\text{mm}} = G_2 = \frac{1}{10} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 5.73 \text{ deg./mm}$$

الكسب الكلي للمنظومة :

$$G_1 \times G_2 = 6 \times 5.73 = 34.4 \text{ deg./mm}$$

3.4 مسائل إضافية :

1. مقياس ضغط يراد تصميمه بدورة مؤشر مقدارها 315 درجة ، عندما يتراوح الضغط من صفر إلى 7 bar .

تحرف نهاية وصلة أنبوب بوردون بمقدار 1.75mm لزيادة في الضغط مقدارها 7 bar . إذا كانت نهاية أنبوب

بوردون متصلة بذراع بنصف قطر 10mm . حدد نسبة عدد الأسنان المناسبة بين الترس رباع الدائري وترس

البنيون . وإذا كانت نسبة الترسو المعيارية هي 1:30 فأحسب نصف قطر الذراع الجديد .

Ans. (31.4, 9.55 mm)

2. أشرح باختصار وباستخدام مفرداتك الخاصة معنى المصطلحات الآتية المستخدمة في أجهزة القياس

الهندسية عندما يراد قياس درجة حرارة ماء بثيرموميتر عادي :

أ. محول الطاقة .

ب. مهيء الإشارة .

ج. وحدة العرض .

3. أ. ما هو الثيرمستور ؟

ب. أرسم رسمًا كروكيًا لمخطط مدخل - مخرج ثيرمستور .

ج. أرسم مخططاً دائرة كهربائية لمنظومة قياس مكونة من ثيرمستور وأذكر تطبيقاً عملياً لاستخدام هذا النوع من نظام القياس .

د. العلاقة بين المقاومة ودرجة الحرارة لثيرمستور تعطى بالمعادلة $R = A e^{B/T}$. درجة الحرارة المميزة B

هي $K 3050$ إذا كانت مقاومة الثيرمستور عند درجة حرارة $25^{\circ}C$ هي 1650Ω ، حدد مقاومته عند: $0^{\circ}C$.

i. درجة حرارة $300^{\circ}C$.

4. ثيرmomيتير مقاومة من البلاتين يمتلك مقاومة مقدارها 56.68Ω عند درجة حرارة النقطة الثلاثية للماء ($0.01^{\circ}C$ i.e.) و مقاومة مقدارها 78.925Ω عند درجة حرارة غليان الماء عند الضغط الجوي القياسي . ما

هي درجة حرارة الثيرmomيتير عندما تكون مقاومته مساوية لـ :

A. 64.56Ω .

B. 93.12Ω .

بالمقياس المئوي والمقياس المطلق . افترض علاقة خطية بين درجة الحرارة والمقاومة .

5. أ. ما هو مقياس انفعال المقاومة الكهربية؟ وكيف يتم استخدامه لقياس الانفعال؟

ب. تم الحصول على البيانات التالية من اختبار شد لقضيب مقياس انفعال:

$$\text{المقاومة الأصلية للمقياس} = 500.32 \Omega .$$

$$\text{المقاومة النهائية للمقياس} = 501.46 \Omega .$$

$$\text{عامل المقياس} = 2.04 .$$

$$\text{معايير المرونة لمادة القضيب} = 200 \text{ GN/m}^2 .$$

$$\text{قطر القضيب} = 14\text{mm} .$$

حدد الآتي للقضيب :

i. انفعال الشد.

ii. اجهاد الشد.

iii. حمل الشد.

6. مانوميتر مائل يحتوى على زيت كثافته النسبية 0.8 ، أحد طرفيه مائل بزاوية مقدارها 10 درجة على الأفقي .

القطر الداخلي للطرف المائل يساوى 2mm ، والطرف الواسع مقطوعه مستطيل بالأبعاد الداخلية $40\text{mm} \times 2\text{mm}$.

20mm مدى قياس الجهاز هو من صفر وحتى $30\text{mm H}_2\text{o}$. أحسب الطول الفعلى لمقياس التدرج بين

التقسيمات $30\text{mm H}_2\text{o}$ و $0\text{mm H}_2\text{o}$.

Ans. (211mm)

7. يكون انسياپ الحرارة في غلاية $w = 1.5(\theta_i - \theta_0)$ kw ، حيث θ_i ضبط المتحكم (controller)

و θ_0 هي درجة حرارة الغلاية . إذا كانت السعة الحرارية للغلاية مساوية لـ $150 \text{ kJ/}^{\circ}\text{C}$. تحصل

على عامل الانتقال وثابت الزمن للغلاية .

8. بحيرة صغيرة بمساحة سطح مقدارها 10^4 m^2 يتم تغذيتها بجدول ويتم قياس السريان إلى الخارج بواسطة

هدار (weir) ، يتم اعطاء معدل السريان بـ $Q = 5h^{3/2} \text{ m}^3 / \text{s}$ ، حيث h هو سمت الماء فوق الهدار

بالمتر . تحصل على علاقة بين السريان الخرجي والسريان الداخلى لتقاويمات صغيرة في h وحدد ثابت الزمن

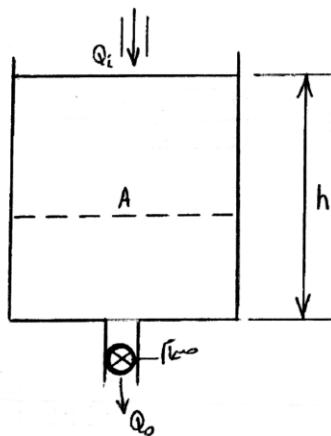
للمنظومة .

$$\text{Ans. } \left\{ \frac{Q_o}{Q_i} = \frac{1}{1 + (400/3\sqrt{h})D}, \frac{400}{3} \sqrt{h} \right\}$$

9. ثرموميتر غاز موصليته الحرارية $c = 0.02 \text{ w/}^{\circ}\text{C}$ وسعته الحرارية $c = 0.1 \text{ J/}^{\circ}\text{C}$ حدد ثابت الزمن للثرموميتر .

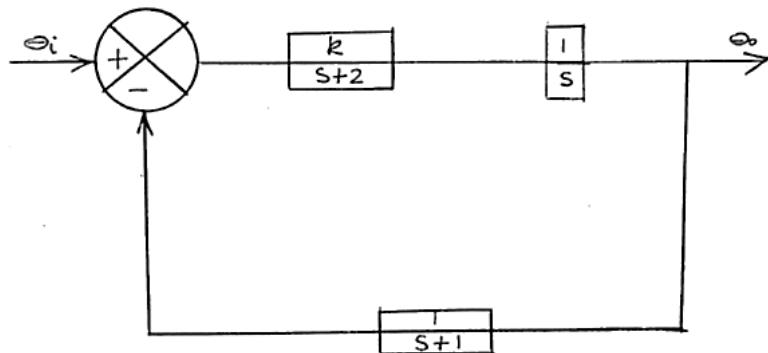
10. الشكل رقم (3.27) أدناه يوضح خزان بمعدل سريان حجمي دخلي Q_i ومعدل سريان حجمي خرجي Q_o ، عمق الماء h في الخزان يتم إعداده ثابتاً تقريرياً .أوجد عامل التحويل أو الانتقال لهذه المنظومة وثابت الزمن τ

$$Ans. \left\{ \frac{Q_o}{Q_i} = \frac{1}{1 + ARD} , AR \right\}$$



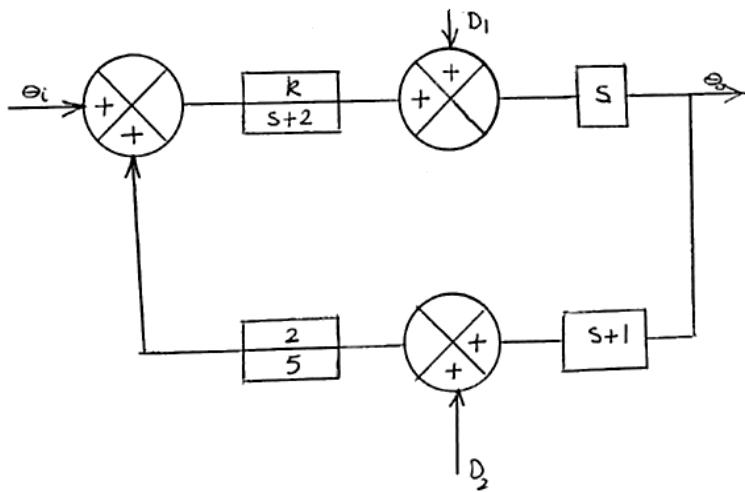
شكل رقم (3.27)

11. أ. خفض المخطط الكتلي التالي رقم (3.28) في شكل تغذية خلفية بوحدة



شكل رقم (3.28)

ب. حدد الخرج θ_i للنظام الموضح في الشكل رقم (3.29) أدناه :



شكل رقم (3.29)

$$Ans. \left\{ \frac{2kD_2 + ks\theta_i + s(s+2)D_1}{2(1-2k) + 2(1-k)}, AR \right\}$$

12. دوار له عزم قصور ذاتي (km^2) مقترب بمضائق لزج يتطلب عزماً مقداره (s) .
 أرسم مخططًا كتلياً بين السرعة الزاوية للدوار $(rad s^{-1})$ والعزم المطبق (T) $(N.m)$ وبالتالي تحصل على دالة التحويل أو الانتقال بين هذين المتغيرين .

13. أشرح بنية ومبدأ التشغيل لجهازين من الأجهزة التالية ، معطياً في كل حالة مخططًا كتلياً للجهاز .

أ. أنبوب بوردون لقياس الضغط .

ب. المقياس ذو الملف المتحرك .

ج. الثيرمستور .

د. الثيرموميتر .

14. الاجهاد الأقصى المسموح به لقطعة من الفولاذ الطري معرضة لحمل شد هو $100MPa$ ومعايير المرونة للمادة هو $200GPa$. أحسب الانفعال الأقصى الذي يحدث نتيجة لهذا الاجهاد ، وايضاً التغير في مقاومة مقاييس الانفعال الذي مقاومته تساوي 99.89 أوم وعامل مقاييسه يساوي 2.15 والذي يتم ربطه إلى السطح في

خط محوري مع الإجهاد . أحسب أيضاً التغييرات الواضحة للانفعال والاجهاد التي تحدث في قطعة الفولاذ نتيجة لتغير درجة الحرارة من $c 20^{\circ}$ للفولاذ إلى $c 80^{\circ}$ إذا لم يكن هنالك تعويض في درجة الحرارة . خذ

معاملات درجة الحرارة للتمدد الخطى ${}^{\circ}c^{-1} 10^{-6} \times 12$ للفولاذ

و ${}^{\circ}c^{-1} 10^{-6} \times 16$ لمقياس الانفعال .

15. في اختبار لتحديد درجة الحرارة المميزة لثيرمستور ، تم تسجيل النتائج التالية :

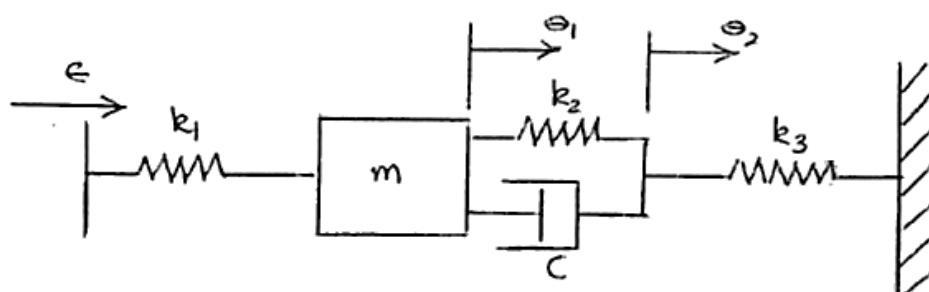
درجة الحرارة (${}^{\circ}c$)									
المقاومة ($k\Omega$)									
100	90	80	70	60	50	40	30	21	
35.3	51	75.5	113	174	278	449	680	1117	

أرسم $\ln R$ ضد $1/T$ واستخدم نقطتين على الخط المستقيم لتحديد قيم الثوابت A و B في المعادلة العامة للثيرمستور .

16. نظام الكتلة والمضائق والبإي الموضحة في الشكل رقم (3.30) أدناه تمثل المسار الأمامي لنظام تحكم مغلق الحلقة . وإشارة الخطأ ϵ هي دخل الجزء الموضح . حدد دوال المسار الأمامي لهذا النظام .

أ/ إذا كان θ_1 هو الخرج .

ب/ إذا كان θ_2 هو الخرج .



شكل رقم (3.30)

17. مانوميتر في شكل حرف U يتم استخدامه كنظام لقياس فرق ضغط بتوصيل أحد الساقين إلى الضغط

الأدنى والساقي الأخرى إلى الضغط الأعلى . أحسب فرق الضغط المناظر لفرق في المناسيب مقداره 291mm

بين الساقين:

أ. إذا كان السائل في أنبوب -U هو زئبق ، والضغط هي ضغوط غاز.

ب. إذا كان السائل في أنبوب -U هو زئبق ، وبقية النظام مليء تماماً بماء.

ج. إذا كان السائل في أنبوب -U هو ماء ، وبقية النظام مليء تماماً ببترول (بكثافة نسبية 0.68) .

18. أ. أرسم رسمياً توضيحاً وأوصف مانوميتر مائل ؟

ب. ما هو نوع القياس الذي يستخدم فيه هذا النوع من المانوميترات ؟

ج. ما هي التحوطات التي يجب أخذها قبل أخذ أي قراءات من هذا النوع من المانوميترات .

19. مقياس درجة حرارة من نوع ضغط البخار يتكون من بصيلة فولاذ موصولة إلى مقياس ضغط بواسطة أنبوب

فولاذ شعري ، كما هو موضح في المخطط شكل رقم (3.31) . البصيلة ، الأنابيب الشعري وأنبوب بوردون

لمقياس الضغط يتم ملئها بسائل متاخر بحيث أن الضغط في النظام يعتمد على درجة حرارة السائل في البصيلة

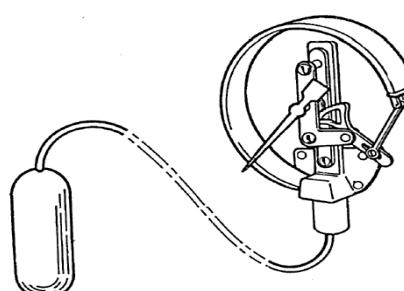
. يتم تقسيم تدريج مقياس الضغط بالدرجات المئوية . أرسم المخطط الكتلي للنظام ، متضمناً كتلاً للمكونات

الرئيسية لمقياس الضغط . يجب أن تكون هنالك كتلة لكل مكونة تقوم بتغيير الإشارة إلى شكل مختلف أو تغيير

مقدارها .

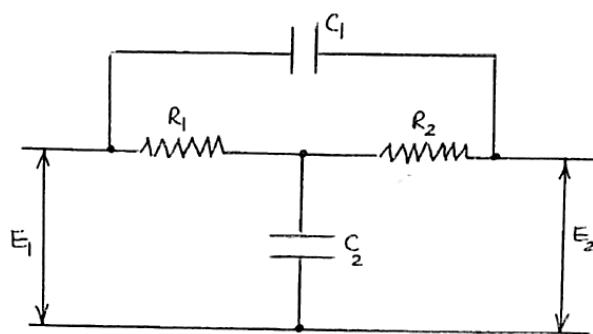
أ. وضح على المخطط الكتلي محول الطاقة ، مهيئ الإشارة ووحدة العرض .

ب. وضح المضخم في النظام .

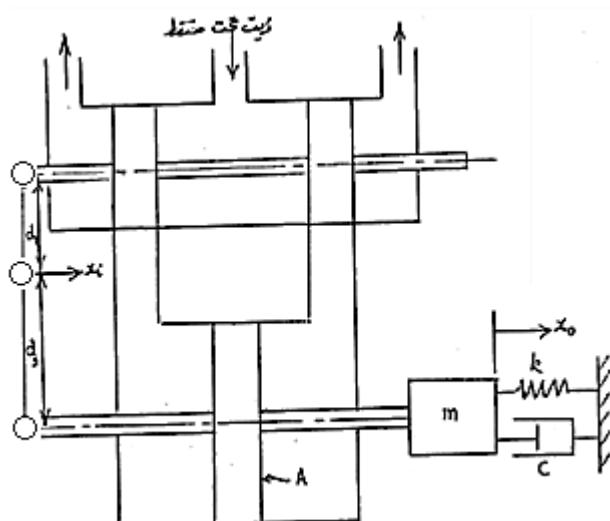


شكل رقم (3.31)

20. الشكل رقم (3.32) يُوضّح منظومة كهربائية . أوجد عامل تحويلها .
21. الشكل رقم (3.33) يوضح مرحل هيدروليكي متصل بعنصر يابي وكتلة ومضائق . معدل انسياب الزيت إلى اسطوانة المكبس هو q مضروباً في إزاحة الصمام . أوجد عامل التحويل أو الانتقال لهذه المنظومة .



شكل رقم (3.32)



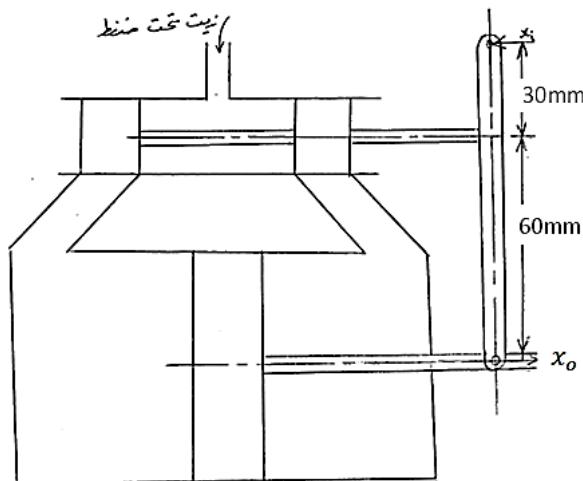
شكل رقم (3.33)

22. الشكل رقم (3.34) يُوضّح كباساً هيدروليكيًّا يتم التحكم فيه بصمام تأرجحي. عندما يكون الصمام في وضعه الأوسط يقف السريان عند طرفي الأسطوانة. مساحة مقطع الكباس 0.002m^2 وعندما يتحرك الصمام

من وضعه الأوسط ، فإن معدل سريان الزيت إلى داخل الأسطوانة هو $0.01 \text{m}^3/\text{sec}$ لكل متر يتحركه الصمام .

وضح أن دالة التحويل أو الانتقال تكون على الصورة $\frac{k}{1+\tau D}$ مع ذكر الافتراضات المناسبة ، ثم أوجد قيمة

كل من k ، τ .



شكل رقم (3.34)

23. مقاييس انفعال يتم ربطه على عمود بقطر 10 mm مسلط عليه حمل محوري حتى مقدار الحمل بالـ kN

بمعلومية الآتي : مقاومة المقاييس 350 أوم ، التغير في مقاومة المقاييس 0.15 أوم ، عامل المقاييس 2.02

ومعاير المرونة 207GN/m^2 .

24. مانوميتر زئبقي في شكل حرف U يستخدم لقياس ضغط هواء تقاضلي . إذا استخدم المانوميتر فيما بعد

لقياس نفس الضغط التقاضلي في خط مواسير زيت ، أحسب الفرق المئوي في قراءات المانوميتر . تكون

خطوط التوصيل للمانوميتر مليئة تماماً بزيت . تكون كثافة الزيت 800 kg/m^3 و تلك للزئبقي

13600 kg/m^3 . يمكن تجاهل كثافة الهواء .

Ans. (h_{oil} is 6.25% higher than h_{air})

25. مانوميتر أنبوب مائل يتكون من اسطوانة معدنية معندة موصولة عند قاعدتها بأنبوب مائل بزاوية 30 درجة على الأفقي . يتم ملء الجهاز بماء ويتم توصيل الطرف العلوي للأنبوبة للأسطوانة بإمداد غاز عند ضغط 500 N/m^2 . إذا كان الأنبوب المائل مفتوح إلى الجو ونسبة مساحة المقطع العرضي للأسطوانة إلى مساحة القطع العرضي للأنبوب هي 1 : 50 . أحسب المسافة التي يتحركها منسوب السائل في الأنبوب المائل . خذ كثافة الماء 1000 kg/m^3 .

Ans. (98mm)

26. لنفس المانوميتر في المسألة السابقة ، أحسب النسبة المئوية للخطأ إذا تم تجاهل هبوط منسوب الماء في الأسطوانة المعدنية .

Ans. (4%)

27. مانوميتر ماء بسيط يستخدم لقياس ضغط هواء تقاضلي حيث سجل سمتا تقاضلياً مقداره 200mm ماء . إذا تم استخدام المانوميتر من بعد لقياس نفس الضغط التقاضلي في خط مواسير ماء ، باستخدام الزئبق كمائع للمانوميتر بدلاً عن الماء ، أحسب السمت التقاضلي للزئبق الذي يسجله المانوميتر . يمكنأخذ كثافة الهواء 1.3 kg/m^3 وكثافة الماء 1000 kg/m^3 . الثقل النوعي للزئبق هو 13.6 .

Ans. (98mm)

28. أ. أوصف مستعيناً بالرسومات التوضيحية مبدأ تشغيل ومكونات جهاز بوردون لقياس الضغط .
ب. أرسم تخطيطاً حركة ترس بنيون مشابهة لتلك المستخدمة في مقياس أنبوب بوردون واحسب الزاوية التي يدور بها الترس ربع الدائري حول المحور لكي يدور عمود المؤشر خلال 270 درجة . نسبة التروس بين ترس البنيون والترس ربع الدائري هي 15 : 1 .

الفصل الرابع

مدخل لأنظمة التحكم الذاتي

(Introduction to Automatic Control Systems)

4.1 مدخل (Introduction)

تستخدم نظم التحكم الذاتي في التحكم في درجة الحرارة ، الضغط ، معدلات السريان ، مناسيب السوائل ، التركيب الكيميائي ، وسرعة المحركات الأساسية ، تحديد وضع السفن والطائرات ، توجيه الرادارات ، عمليات التشغيل بالماكينات ، وشدة الاستضاءة في غرفة .

وتتميز نظم التحكم الذاتي عن التحكم اليدوي في سرعة الاستجابة والتواافق والدقة والقدرة على التنبؤ والاحتفاظ بالتحكم المناسب بصفة مستمرة لفترات طويلة في مختلف الظروف وكذلك القدرة على التحكم في كميات هائلة من الطاقة الناتجة من مصادر ضعيفة للقدرة.

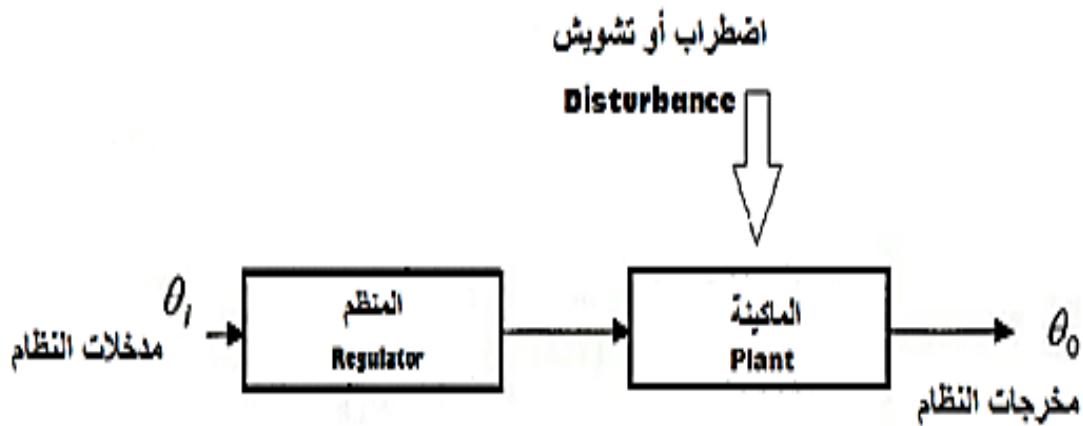
4.2 أنواع أنظمة التحكم (Types of Control Systems)

هناك نوعان من نظم التحكم:

1. نظام تحكم ذو حلقة مفتوحة (Open-Loop Control System)

إذا تم ضبط متطلبات الأداء لنظام ما في المنظم ، فإن الماكينة ستقوم بأداء الوظيفة المطلوبة بصرف النظر عن النتيجة عند المخرج، مثل لذلك ماكينة غسيل الأطباق أو الملابس. فهذه الماكينة تعمل تبعاً لدورة التشغيل التي طلبت منها بصرف النظر عن حالة المحتويات التي بداخلها ، وتسمى مثل هذه النظم بنظم التحكم مفتوحة الحلقة أو نظم التحكم ذات المسار الأمامي (forward-path control system) ، مثل آخر في إضاءة لوحات المرور أو لمبات الشوارع بواسطة ساعة . (Control of street lamp by a clock)

الشكل رقم (4.1) أدناه يوضح تمثيل مخططي لنظام تحكم ذو حلقة مفتوحة.



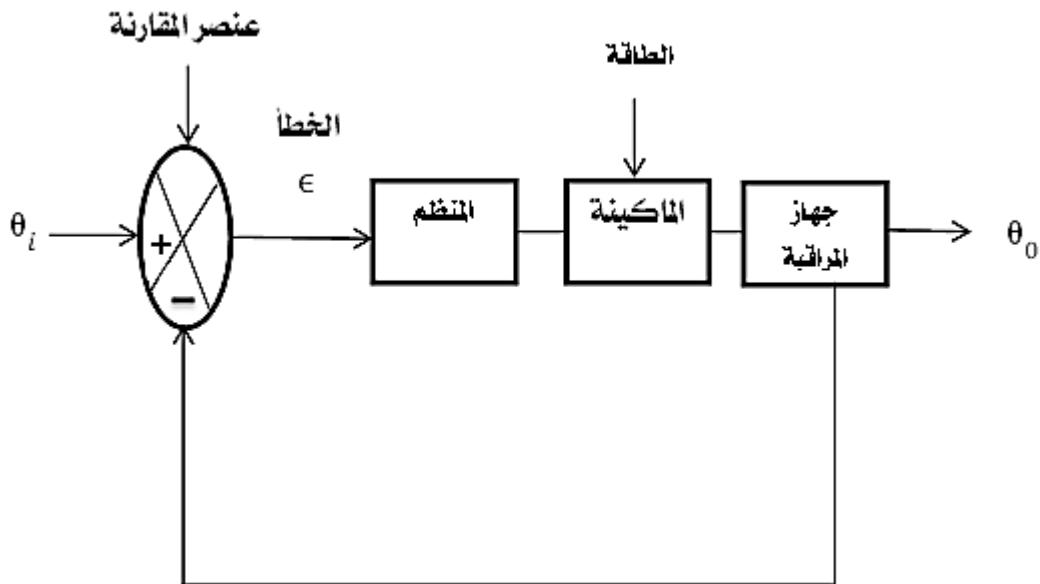
شكل رقم (4.1) نظام تحكم مفتوح الحلقة

2. نظام تحكم ذو حلقة مغلقة (Closed Loop Control System):

يتم مراقبة مخرجات النظام (القيمة الفعلية للمتغير) θ_0 أي قياسها باستمرار ومقارنتها بمدخلات النظام (القيمة المطلوبة أو المرغوبة) θ_i وتصحيح النتيجة عند المخرج . عليه يكون هنالك تغذية مرتجدة (feed back) في هذه الحالة و يسمى هذا النظام بنظام مغلق الحلقة.

نظام التحكم مغلق الحلقة يمكن أن يكون متقطعاً (intermittent) أو مستمراً (continuous) ، مثال للنظام المتقطع هو التيرmostات (thermostat) الذي يقوم بضبط درجة حرارة ماء التبريد في اسطوانة المحرك . وهو في الواقع نظام فتح وغلق فقط ذو استجابة بطيئة يعمل علىبقاء درجة الحرارة بين قيمتين تبعاً لحساسية التيرmostات وتوجد مثل هذه النظم في وحدات التبريد وأجهزة التدفئة المركزية ، وأمثلة النظام المستمر هي الكاريوريت (المغذي أو الخلط) والحاكم الميكانيكي.

الشكل رقم (4.2) أدناه يوضح مخطط كتلي لنظام تحكم ذو حلقة مغلقة.

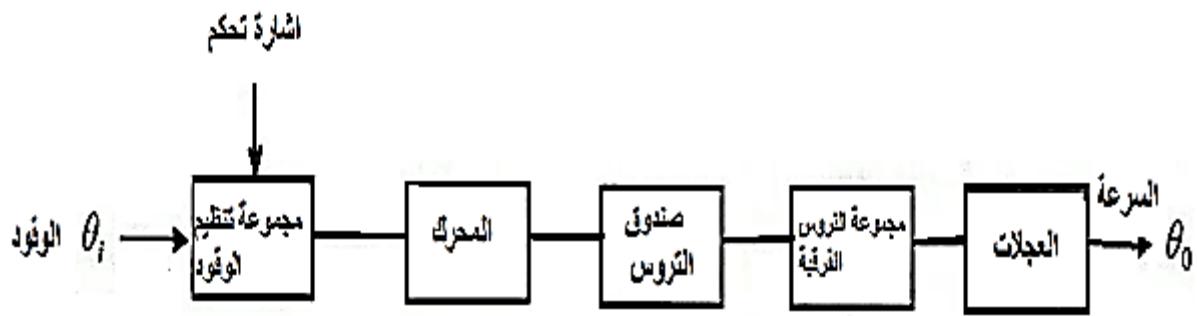


شكل رقم (4.2) مخطط كتلي لنظام تحكم ذو حلقة مغلقة

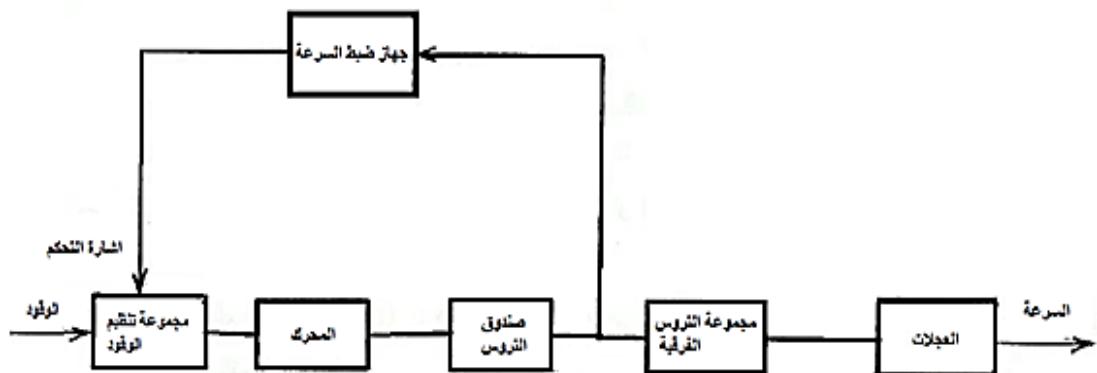
4.3 تمثيل النظام : (System Representation)

يتكون النظام من عدد من العناصر ، يمكن توضيح العلاقة بينها بمخطط وظيفي يمثل فيه كل عنصر بمستطيل ، فالسمات الجوهرية لنظام السيارة تتمثل في مجموعة الوقود ، المحرك ، صندوق التروس ومجموعة التروس الفرقة وكلها تمثل برسم تخطيطي يوضح مراحل التشغيل (schematic representation) كما في الشكل رقم (4.3) أدناه ؛ بما ان التحكم في معدل التغذية بالوقود يقوم به سائق السيارة ، فإن النظام يكون مغلقاً مقطعاً .

أما إذا كانت السيارة مزودة بجهاز يعمل على الاحتفاظ بانتظام بالسرعة المطلوبة ، فإن التحكم في معدل الوقود يتحدد بسرعة السيارة ويصبح النظام مستمراً مغلقاً كما في الشكل رقم (4.4) أدناه .

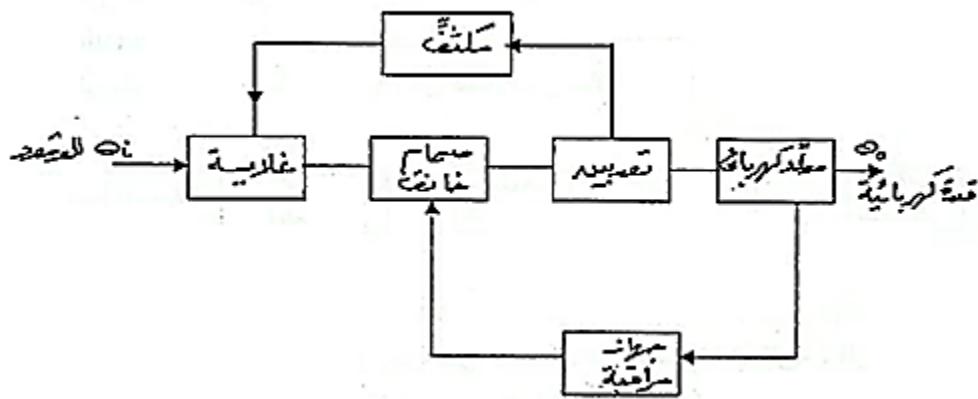


شكل رقم (4.3) نظام تحكم مغلق متقطع



شكل رقم (4.4) نظام تحكم مغلق مستمر

الشكل رقم (4.5) أدناه يوضح رسمياً تخطيطياً لنظام تحكم لمحطة قدرة بخارية (Steam power plant) : (Steam power plant)



شكل رقم (4.5) نظام تحكم لمحطة قدرة بخارية

يكون النظام في هذه الحالة مفتوحاً ولكن يصبح مغلقاً إذا تم تشغيل الصمام الخانق بواسطة عضو الحس (sensing element) الذي يعمل بتأثير الحمولة الواقع على المحطة.

4.4 عناصر نظام التحكم (Elements of a Control System)

الشكل رقم (4.2) يوضح المكونات الأساسية لنظام التحكم . وظيفة نظام التحكم هو جعل قيمة θ_0 بقدر الإمكان قريبة من θ_i وتصحيح أي خطأ أو انحراف في قيمة الخرج للنظام بالسرعة المطلوبة .

4.4.1 المحطة (Plant) : هي العنصر الأساسي في نظام التحكم وهي العنصر الذي يعمل فيه نظام التحكم.

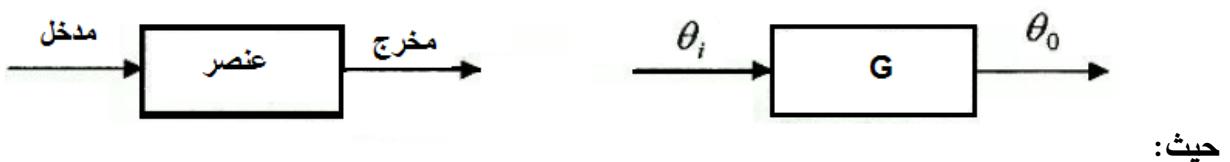
4.4.2 المنظم (Regulator) : يقوم بتنظيم إمداد الطاقة إلى المحطة بما يؤدي إلى ضبط الطاقة الخارجة منه كمثال لذلك الصمام.

4.4.3 وحدة المراقبة (Monitor) : تقوم بقياس المتغير المراد التحكم فيه.

4.4.4 عنصر المقارنة (Comparator) : يقارن بين القيمة الفعلية والقيمة المطلوبة للمتغير ويعطي الخطأ أو الانحراف.

4.5 عامل أو دالة الانتقال (Transfer Operator or Transfer Function)

هو نسبة الخرج إلى الدخل لعنصر فردي أو لمنظومة كاملة عادة ما يكون دالة في الزمن.



G ≡ عامل أو دالة التحويل أو الانتقال .

θ_i ≡ مدخل (i.e. متغير الدخل أو المتغير المطلوب أو المرغوب) .

θ_0 ≡ مخرج (i.e. متغير الخرج أو المتغير الفعلي) .

$$G = \frac{\theta_0}{\theta_i} \text{ ، عامل او دالة التحويل او الانتقال}$$

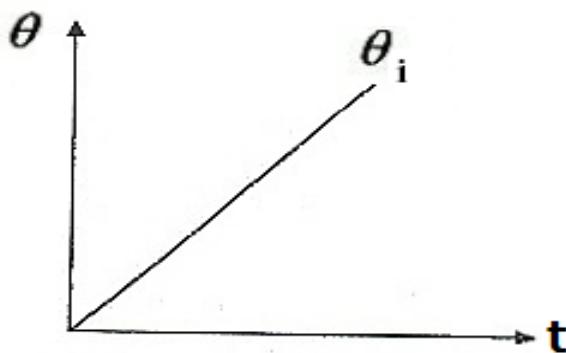
الفصل الخامس

استجابة العناصر (Response of Elements)

5.1 استجابة العناصر ذات عامل او دالة التأخير الأسني:

(Response of Exponential Lag Elements)

: (Ramp Function) 5.1.1 دالة الانحدار



عامل التحويل أو الانتقال $T \cdot 0 = G = \frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{1}{1+\tau D}$

$$(1 + \tau D)\theta_o = \theta_i$$

$$\theta_i = kt$$

$$(1 + \tau D)\theta_o = kt$$

$$\theta_o + \tau D\theta_o = kt \rightarrow (1)$$

الدالة المتممة + التكامل الخاص = الحل الكامل

: (P.I) الحالة المستقرة

$$\theta_o = kt + Q$$

$$D\theta_o = \frac{d\theta_o}{dt} = k$$

بالتعریض في المعادلة (1)

$$kt + Q + \tau k = kt$$

$$\therefore Q = kt - kt - \tau k$$

$$\therefore Q = -\tau k$$

$$\therefore P.I, \theta_o = kt - \tau k = k(t - \tau)$$

الحالة غير المستقرة (C.F) :

$$\theta_o + \tau D\theta_o = 0$$

$$\theta_o = Re^{st}$$

هذا هو النوع الوحيد من الدوال الذي يمكن تقاضله أي عدد من المرات دون تغيير في شكله.

$$D\theta_o = SRe^{st}$$

$$\therefore Re^{st} + \tau SRe^{st} = 0$$

$$Re^{st}(1 + \tau S) = 0$$

$$\therefore \tau S = -1 \quad \therefore S = -\frac{1}{\tau}$$

$$\therefore C.F, \theta_o = Re^{-t/\tau}$$

الحل الكامل:

$$\theta_o = P.I + C.F$$

$$\theta_o = k(t - \tau) + Re^{-t/\tau}$$

الشروط الحدودية (Boundary Conditions)

$$\text{عند } t = 0, \theta_o = 0$$

$$0 = k(0 - \tau) + R$$

$$0 = -k\tau + R$$

$$\therefore R = k\tau$$

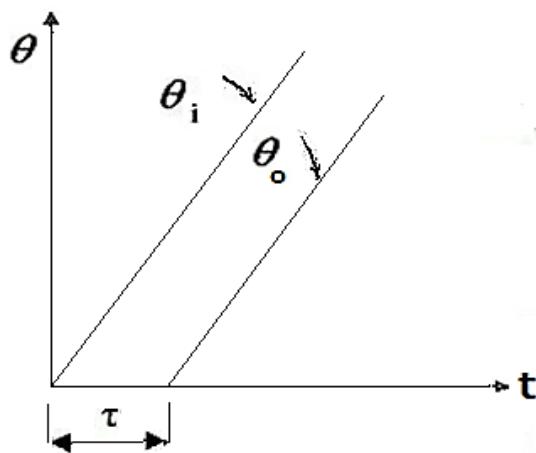
$$\theta_o = k(t - \tau) + k\tau e^{-t/\tau}$$

$$\therefore \theta_o = kt - k\tau + k\tau e^{-t/\tau}$$

$$= k \left[t - \tau + \tau e^{-t/\tau} \right]$$

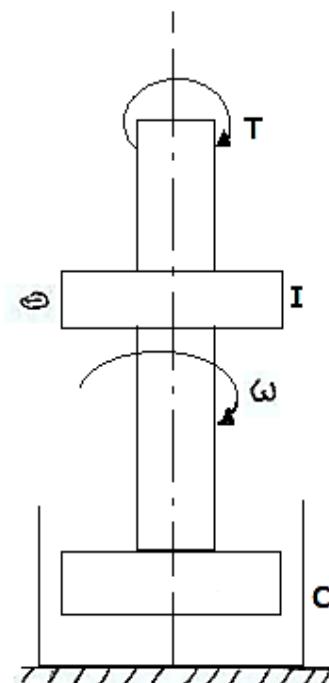
$$= k \left[t - \tau \left(1 - e^{-t/\tau} \right) \right]$$

خطأ الحالة المستقرة $\epsilon_{ss} = \theta_i - \theta_o = kt - k(t - \tau) = kt - kt + k\tau = k\tau$



مثال (1) :

عمود إدارة يحمل عضواً دواراً عزم قصورة الذاتي $5kgm^2$ ومحمد اهتزاز يعطي معامل مضاءلة لزج مقداره $2N.ms/rad$ إذا تم تسلیط عزم يزداد بانتظام تبعاً للعلاقة $T = 1.2t N.m$ على العضو الدوار ، حدد ثابت الزمن ، وما هي السرعة التي يمكن الوصول إليها بعد $3s$.



الحل :

$$\text{عزم التعجيل} = 5D\omega N.m = I \frac{d\omega}{dt} = I\alpha$$

$$2\omega N \cdot m = C\omega$$

العزم المسلط

$$T_{applied} = (5D\omega + 2\omega)N \cdot m$$

$$T_{applied} = (5D + 2)\omega$$

$$\therefore \frac{T}{\omega} = 5D + 2$$

$$\therefore \frac{\omega}{T} = \frac{1}{2 + 5D} = \frac{0.5}{1 + 2.5D}$$

وهكذا فإن ثابت الزمن (τ) والكسب k :

$$\tau = 2.5S$$

$$k = 0.5$$

عندما يعرض العضو الدوار لدالة انحدار

فإن :

$$\omega = 1.2t \times \frac{0.5}{1 + 2.5D}$$

$$\theta_o = k \left[t - \tau \left(1 - e^{-t/\tau} \right) \right]$$

$$\theta_i = kt$$

$$D\theta_i = \omega_i = k$$

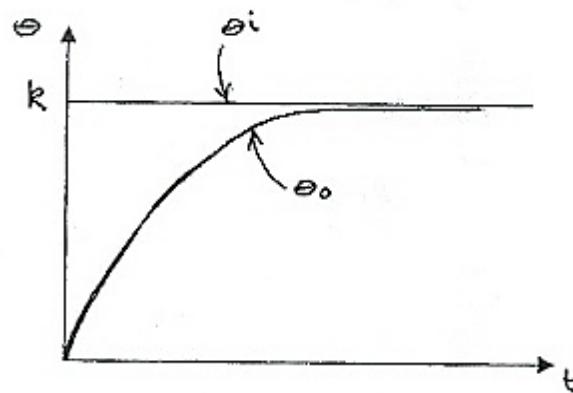
$$\omega = \times \text{المنظومة كسب} \times \text{كسب المنظومة الإضافي} = \left[t - \tau \left(1 - e^{-t/\tau} \right) \right]$$

$$\omega = 1.2 \times 0.5 \left[t - 2.5 \left(1 - e^{-t/2.5} \right) \right]$$

عند $t = 3s$

$$\omega = 0.6 \left[3 - 2.5 \left(1 - e^{-3/2.5} \right) \right] = 0.752 \text{ rad/s}$$

: (Step Function) دالة الخطوة 5.1.2



الشروط الأولية لدالة الخطوة :

$$\theta_i = 0, \quad \text{at } t < 0$$

$$\theta_i = k, \quad \text{at } t \geq 0$$

$$T \cdot 0 = G = \frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{1}{1 + \tau D}$$

$$(1 + \tau D)\theta_o = \theta_i$$

$$\theta_o + \tau D\theta_o = \theta_i$$

الحالة المستقرة "Steady State"

$$\theta_o = k$$

الحالة غير المستقرة "Transient State"

$$\theta_o = Re^{st}$$

$$D\theta_o = SRe^{st}$$

$$Re^{st} + \tau DRe^{st} = 0$$

$$Re^{st}(1 + \tau s) = 0$$

$$\tau s = -1 \quad , \quad \therefore s = -\frac{1}{\tau}$$

$$\therefore \theta_o = Re^{-t/\tau}$$

الحل الكامل :

$$\theta_o = P.I + C.F$$

$$\theta_o = k + Re^{-t/\tau}$$

الشروط الحدودية "B. Conditions"

عند $\theta_o = 0$ ، $t = 0$

$$0 = k + R \quad \therefore R = -k$$

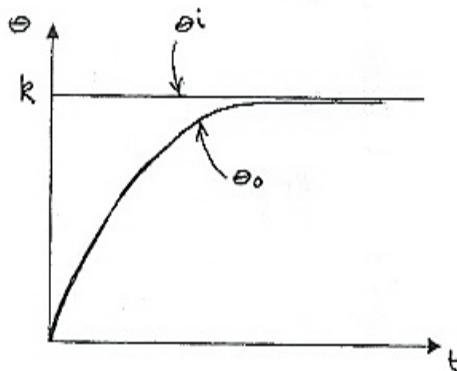
$$\therefore \theta_o = k - ke^{-t/\tau} = k \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

دالة الخطوة هي عبارة عن المشتقية التفاضلية الأولى لدالة الانحدار.

مثال (2)

في منظومة مؤازرة (servo- system) تحكم في الوضع الزاوي لعضو دوار (rotor) ، تُعطي إشارة دخل الخطوة خرجاً قدره 0.5 rad بعد $4s$ وخرجاً قدره 0.7 rad بعد $8s$ إضافية . أوجد ثابت الزمن للمنظومة ، وإجمالي الزمن لتحقيق خرج مقداره 0.8 rad

الحل :



الحل الكامل لدالة الخطوة :

$$\theta_o = \theta_i \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

عند $\theta_o = 0.5 \text{ rad}$ ، $t = 4s$

$$0.5 = \theta_i \left(1 - e^{-4/\tau}\right) \rightarrow (1)$$

عند $\theta_o = 0.7 \text{ rad}$ ، $t = 8s$

$$0.7 = \theta_i \left(1 - e^{-8/\tau}\right) \rightarrow (2)$$

بقسمة المعادلة (2) على المعادلة (1) :

$$\frac{0.7}{0.5} = \frac{\theta_i (1 - e^{-8/\tau})}{\theta_i (1 - e^{-4/\tau})}$$

بوضع $e^{-4/\tau} = n$

$$\therefore e^{-8/\tau} = n^2$$

$$\frac{7}{S} = \frac{1 - e^{-8/\tau}}{1 - e^{-4/\tau}} = \frac{1 - n^2}{1 - n}$$

$$\therefore 7 - 7n = S - Sn^2$$

$$Sn^2 - 7n + 2 = 0$$

$$(Sn - 2)(n - 1) = 0$$

$$n = 0.4 \quad \text{أو} \quad n = 1 \quad \therefore$$

، $n = 1$ عند

$$n = e^{-4/\tau} = 1$$

$$\ln e^{-4/\tau} = \ln 1$$

$$\frac{-4}{\tau} \ln e = \ln 1$$

$$\frac{-4}{\tau} = \frac{\ln 1}{\ln e}$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\ln 1}{\ln e} \times -\frac{1}{4} = 0$$

$$\therefore \tau = \infty \quad \text{(مُرْفُوضَة)}$$

، $n = 0.4$ عند

$$n = e^{-4/\tau} = 0.4$$

$$\ln e^{-4/\tau} = \ln 0.4$$

$$\frac{-4}{\tau} \ln e = \ln 0.4$$

$$\frac{-4}{\tau} = \frac{\ln 0.4}{\ln e}$$

$$\frac{1}{\tau} = -\frac{1}{4} \times \frac{\ln 0.4}{\ln e} = -\frac{1}{4} \times \frac{0.9163}{1} = 0.229$$

$$\therefore \tau = \frac{1}{0.229} = 4.37s$$

من المعادلة (1)

$$0.5 = \theta_i \left(1 - e^{-4/4.37} \right)$$

$$\theta_i = \frac{0.5}{1 - e^{-4/4.37}} = \frac{0.5}{0.6} = 0.833 \text{ rad}$$

، $\theta_0 = 0.8 \text{ rad}$ عند

$$0.8 = 0.833 \left(1 - e^{-t/4.37} \right)$$

$$1 - e^{-t/4.37} = \frac{0.8}{0.833}$$

$$-e^{-t/4.37} = \frac{0.8}{0.833} - 1$$

$$\therefore e^{-t/4.37} = 1 - \frac{0.8}{0.833} = 0.04$$

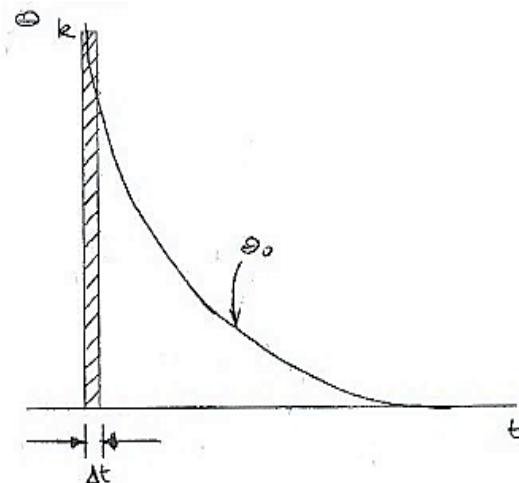
$$\ln e^{-t/4.37} = \ln 0.04$$

$$\frac{-t}{4.37} \ln = \ln 0.04$$

$$\therefore t = \frac{\ln 0.04}{\ln e} \times -4.37 = -3.22 \times -4.37 = 14.1s$$

5.1.3 دالة الدفع (Impulse Function)

وهي عبارة عن المشتقه التقاضلية الأولى لدالة الخطوة أو المشتقه التقاضلية الثانية لدالة الانحدار .



الشروط الأولية لدالة الدفع:

$$\Delta t \rightarrow 0$$

$$k \rightarrow \infty$$

$$\theta_i = 0$$

$$\text{عامل الانتقال } T \cdot 0 = \frac{1}{1 + \tau D}$$

$$\theta_o + \tau D \theta_o = \theta_i \rightarrow (*)$$

: (P.I) "Steady State"

$$\theta_o = 0$$

الحالة اللا مستقرة" (C.F) "Transient State"

$$\theta_o = Re^{st}$$

$$D\theta_o = SRe^{st}$$

بتعويض القيم عاليه في المعادلة (*) :

$$Re^{st} + \tau s Re^{st}$$

$$Re^{st}[1 + \tau s] = 0$$

$$\therefore \tau s = -1$$

$$\therefore s = -\frac{1}{\tau}$$

$$\therefore \theta_o = Re^{-t/\tau}$$

الحل الكامل: $\theta_o = P.I + C.F = 0 + Re^{-t/\tau} = Re^{-t/\tau}$

الشروط الحدودية : "Boundary Conditions"

عند $\theta_o = k$ و $t = \Delta t$

$$\theta_o = Re^{-\Delta t/\tau} = R \frac{1}{e^{\Delta t/\tau}} = k$$

وبما أن Δt قيمتها صغيرة جداً فإن:

$$e^{\Delta t/\tau} = \frac{\Delta t}{\tau}$$

$$\therefore \theta_o = R \cdot \frac{\tau}{\Delta t}$$

عند $\theta_o = R = k$ ، $t = 0$

$$\therefore k = R \cdot \frac{\tau}{\Delta t}$$

$$\therefore R = \frac{k}{\tau} \cdot \Delta t$$

$$\therefore \theta_o = \frac{k}{\tau} \cdot \Delta t e^{-t/\tau}$$

عندما $\Delta t \rightarrow 1$

$$\theta_o = \frac{k}{\tau} e^{-t/\tau}$$

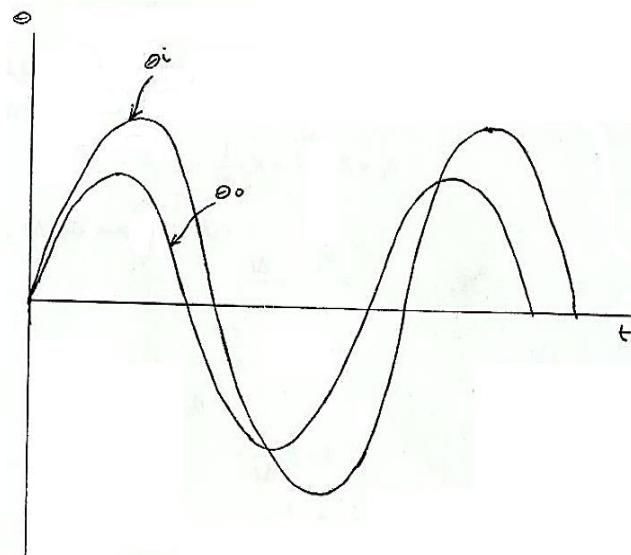
5.1.4 الدخل التوافقي غير المحمد أو الدخل الجيببي غير المحمد:

(Undamped Harmonic Input or Undamped Sinusoidal Input)

$$T \cdot 0 = \frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{1}{1+\tau D} \quad (\text{لتأخير أسي})$$

$$\theta_o + \tau D \theta_o = \theta_i \quad \rightarrow *$$

$$\theta_i = \sin \omega t$$



الحالة المستقرة (P.I):

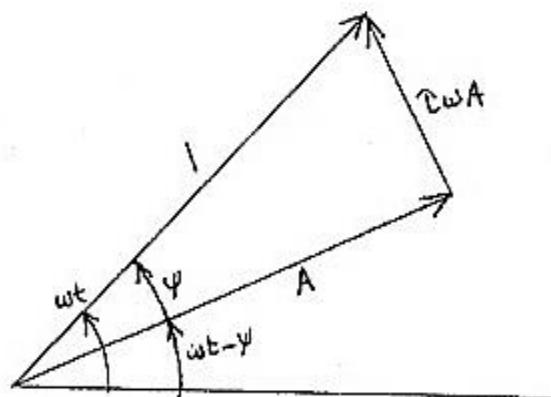
$$\theta_o = A \sin(\omega t - \Psi)$$

$$D\theta_o = \omega A \cos(\omega t - \Psi)$$

بتعييض المتغيرات عالية في المعادلة (*) سنحصل على:

$$A \sin(\omega t - \Psi) + \tau \omega A \cos(\omega t - \Psi) = \sin \omega t$$

$$A \sin(\omega t - \Psi) + \tau \omega A \sin\left(\omega t - \Psi + \frac{\pi}{2}\right) = \sin \omega t$$



بنظرية فيثاغورث:

$$A^2 + (\tau\omega A)^2 = 1$$

$$A^2 + (\omega\tau)^2 A^2 = 1$$

$$A^2 + (1 + (\omega\tau)^2) = 1$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$

$$\theta_o = A \sin(\omega t - \Psi)$$

$$\therefore \theta_o = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} \sin(\omega t - \Psi)$$

$$\omega\tau = \lambda$$

$$\therefore A = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda^2}}$$

الحالة الامستقرة (C.F):

$$\theta_o = Re^{st}$$

$$D\theta_o = sRe^{st}$$

$$\therefore Re^{st} + \tau sRe^{st} = 0$$

$$\tau s = -1 \quad \therefore s = -\frac{1}{\tau}$$

$$\therefore \theta_o = Re^{-t/\tau}$$

$$\text{الحل الكامل } \theta_o = P.I + C.F$$

$$\theta_o = A \sin(\omega t - \Psi) + Re^{-t/\tau}$$

$$\theta_o = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega t)^2}} \sin(\omega t - \Psi) + Re^{-t/\tau}$$

"B.C" الشروط الحدودية

$$\text{عند } D\theta_o = 0, \theta_o = 0, t = 0$$

$$0 = A \sin(-\Psi) + R$$

$$0 = -A \sin \Psi + R$$

$$\therefore R = A \sin \Psi$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda^2}}$$

$$\sin \Psi = \frac{\tau \omega A}{1} = \tau \omega \times \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda^2}}$$

$$\therefore R = A \sin \Psi = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda^2}} \times \frac{\tau \omega}{\sqrt{1 + \lambda^2}} = \frac{\omega \tau}{1 + \lambda^2} = \frac{\lambda}{1 + \lambda^2}$$

$$\text{الحل الكامل } \theta_o = P.I + C.F$$

$$\theta_o = A \sin(\omega t - \Psi) + R e^{st}$$

$$\therefore \theta_o = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda^2}} \sin(\omega t - \Psi) + \frac{\omega \tau}{1 + \lambda^2} e^{-t/\tau}$$

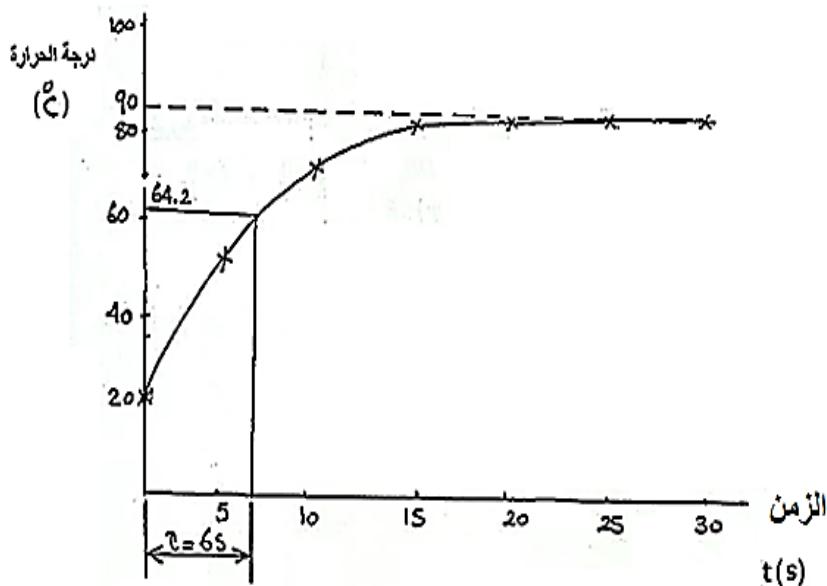
مثال (3):

ثيروموميتر زئبقي يوضح أن درجة الحرارة المحيطة به 20°C ، عمر في سائل درجة حرارته ثابتة ، وقد لوحظ

أن قراءة الثيروموميتر أخذت في التغيير على النحو التالي:

الزمن (s)	قراءة الثيروموميتر ($^{\circ}\text{C}$)
30	90
25	89
20	87
15	84
10	77
5	60
0	20

أُوجد ثابت الزمن للثيروموميتر . استخدم نفس الثيروموميتر بعد ذلك لأخذ قراءات في سائل تتغير درجة حرارته جيبياً ، وقد لوحظ أن درجات الحرارة المسجلة كانت تتغير في حدود 37.6°C و 45.4°C عندما كانت دورة التغير $25s$. أُوجد القيمة الفعلية لأقصى وأدنى درجة حرارة للسائل.



الحل :

الرسم البياني يوضح أن أقصى قيمة لدرجة الحرارة هي 90°C تقريرًا

$$\therefore \theta_i = 90^{\circ} - 20^{\circ} = 70^{\circ}\text{C}$$

وهي عبارة عن إشارة دخل خطوة ،

$$\theta_o = \theta_i (1 - e^{-t/\tau})$$

عند $t = \tau$

$$\theta_o = \theta_i (1 - e^{-1}) = 0.632\theta_i$$

$$\therefore \theta_o = 0.632 \times 70 = 44.2^{\circ}\text{C}$$

وبترحيل القراءة 44.2°C فوق قراءة الاسناد التي قيمتها 20°C تُصبح القراءة 64.2°C . عليه فإنَّ الزمن

المناظر لدرجة الحرارة 64.2°C هو $6s$. أي أن ثابت الزمن τ يساوي $6s$.

استجابة الدخل التوافقي غير المحمد أو الدخل الجيبي غير المحمد:

الحالة المستقرة :

$$\theta_o = A \sin(\omega t - \Psi)$$

$$\theta_o = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda^2}} \sin(\omega t - \Psi)$$

$$\theta_o = \frac{a}{\sqrt{1 + \lambda^2}} = \frac{a}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}$$

وأن السعة هي :

$$\frac{45.4 - 37.6}{2} = 3.9^\circ\text{C}$$

بما أن $\theta = \omega t$

$$\therefore \omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{25} = 0.2513 \text{ rad/s}$$

$$\tau = 6s$$

$$\therefore 3.9 = \frac{a}{\sqrt{1 + (0.2513 \times 6)^2}}$$

$$\therefore a = 7.06^\circ\text{C}$$

متوسط درجة الحرارة :

$$T_m = \frac{37.6 + 45.4}{2} = 41.5^\circ\text{C}$$

الحد الأقصى لدرجة الحرارة :

$$T_{max} = 41.5 + 7.06 = 48.56^\circ\text{C}$$

الحد الأدنى لدرجة الحرارة :

$$T_{min} = 41.5 - 7.06 = 34.44^\circ\text{C}$$

2. 5 أمثلة إضافية محلولة في عناصر التأثير الأسني :

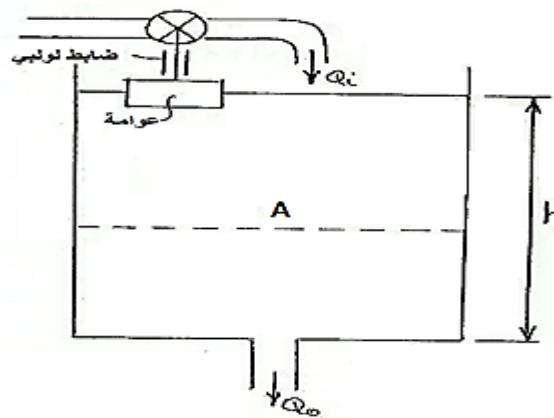
1] يبين الشكل أدناه صهريجاً كمية المياه الداخلة فيه Q_i والخارجة منه Q_o يتم التحكم في منسوب المياه

بواسطة صمام يضبط وضعه باستخدام عوامة يمكن تعديل وضعها بواسطة لولب . يتناسب تدفق المياه إلى

الصهريج مع حركة العوامة ويمكن اعتبار تدفق المياه إلى خارج الصهريج متناسباً مع منسوب المياه الموجودة

به ، وذلك عندما يكون التغير في المنسوب صغيراً .

استتبط العلاقة بين العلو الفعلي لمنسوب المياه ، وبين العلو المطلوب عند تغيير ضبط اللولب.



الحل:

نفرض أن العلو الفعلي لمنسوب المياه هو h_0

وأن العلو المطلوب هو h_i

عليه يكون التغير في المنسوب هو $h_i - h_0$

بما أن كمية المياه الداخلة إلى الصهريج تتناسب مع حركة العوامة فإنَّ :

$$\begin{aligned} Q_i \alpha (h_i - h_0) \\ \therefore Q_i = C_1 (h_i - h_0) \end{aligned}$$

حيث C_1 مقدار ثابت

كما أن كمية المياه الخارجة من الصهريج تتناسب مع علو منسوب المياه فيه ، أي أنَّ :

$$\begin{aligned} Q_o \alpha h_0 \\ \therefore Q_o = C_2 h_0 \end{aligned}$$

حيث C_2 مقدار ثابت

من معادلة استمرارية السريان ،

$$Q_i - Q_o = A v = A \frac{dh_o}{dt} = A D h_o$$

حيث A = مساحة مقطع الصهريج

$$\therefore c_1(h_i - h_o) - c_2 h_o = ADh_o$$

$$c_1 h_i - c_1 h_o - c_2 h_o = ADh_o$$

$$c_1 h_i = c_1 h_o + c_2 h_o + ADh_o$$

$$c_1 h_i = h_o \{ C_1 + C_2 + AD \}$$

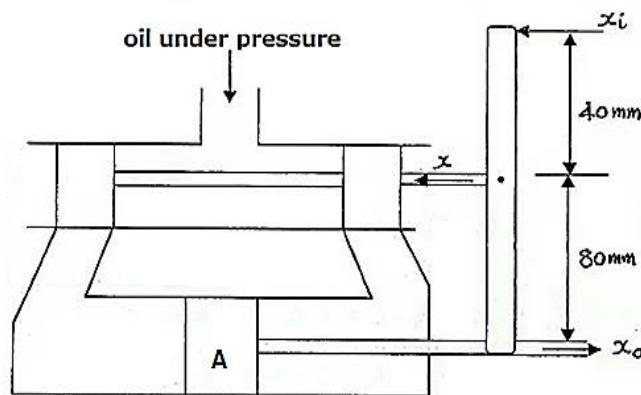
، عامل التحويل أو الانتقال

$$\frac{h_o}{h_i} = \frac{c_1}{c_1 + c_2 + AD}$$

2] يوضح الشكل أدناه كباساً هيدروليكيًّا يتم التحكم فيه بصمام ذو حلقة ترددية ، عندما يكون الصمام في وضعه الأوسط يقف السريان عند نهاية الاسطوانة . مساحة مقطع الكباس $0.003m^2$ وعندما يتحرك الصمام من وضعه الأوسط فإن معدل سريان الزيت إلى داخل الاسطوانة هو $0.01m^3/s$ لكل متر يتحركه الصمام .

أ] وضِّح أن دالة الانتقال تكون على الصورة $k/(1 + \tau D)$ ، مع ذكر الافتراضات المناسبة ثم أوجد قيمة كل من k, τ .

ب] إذا تحركت نهاية الذراع فجأة $20mm$ من الوضع الأوسط ، فأوجد الإزاحة الحدية أو النهائية ، وكذلك الزمن اللازم لحركة تعادل 85% من هذه الإزاحة .



أ] نفرض أن Q هو معدل سريان السائل من الفتحات ، وأن x هي محصلة إزاحة الصمام

$$\therefore Q = 0.01xm^3/s$$

، محصلة إزاحة الصمام $x = e^+ - e^-$

$$\frac{e^+}{x_i} = \frac{80}{120} \text{ بتشابه المثلثات:}$$

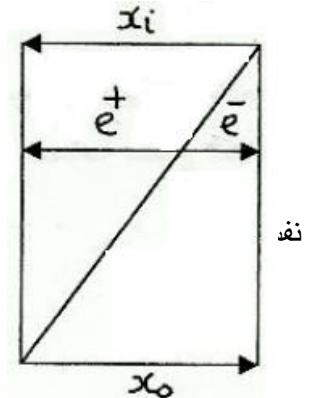
$$\therefore e^+ = \frac{80}{120} x_i$$

$$e^- = \frac{40}{120} x_0$$

$$\therefore x = \frac{80}{120} x_i - \frac{40}{120} x_0$$

$$= \frac{40}{120} (2x_i - x_0) = \frac{1}{3} (2x_i - x_0)$$

$$\therefore Q = \frac{0.01}{3} (2x_i - x_0) \rightarrow (1)$$



باستخدام معادلة استمرارية السريان ،

$$Q = Av = A \frac{dx_0}{dt} = ADx_0 = 0.003Dx_0 \rightarrow (2)$$

بمساواة المعادلتين (1) و (2)

$$\frac{0.01}{3} (2x_i - x_0) = 0.003Dx_0$$

$$\frac{0.02}{3} x_i - \frac{0.01}{3} x_0 = 0.003Dx_0$$

$$\frac{0.02}{3} x_i = \left(\frac{0.01}{3} + 0.003D \right) x_0$$

$$\therefore T.0 = \frac{X_0}{X_i} = \frac{\frac{0.02}{3}}{\frac{0.01}{3} + 0.003D}$$

بقسمة البسط والمقام $\div \frac{0.01}{3}$

$$\frac{x_0}{x_i} = \frac{2}{1 + 0.9D}$$

وهذه العلاقة بنفس الصورة $\frac{K}{1 + \tau D}$

حيث : $K = 2$ ، وثابت الزمن $\tau = 0.9S$

الافتراضيات المناسبة هي إهمال القصور الذاتي للأجزاء المتحركة ، وكذلك إهمال تسرب وانضغاطية الزيت.

ب] عند $x_i = 20mm$

$$\frac{x_0}{x_i} = \frac{k}{1 + \tau D}$$

$$x_0 = \frac{Kx_i}{1 + \tau D} = \frac{2 \times 20}{1 + 0.9D}$$

بالرجوع للصيغة العامة دالة الخطوة :

$$x_0 = kx_i \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$\therefore x_0 = 40 \left(1 - e^{-t/0.9}\right)$$

لإيجاد الإزاحة الحدية أو النهائية يجب تقاطل دالة الخطوة ومساواتها بالصفر ،

$$\frac{dx_0}{dt} = 0 - \left(\frac{-1}{0.9} \times e^{-t/0.9}\right) = 0$$

$$= \frac{40}{0.9} e^{-t/0.9} = 0$$

$$e^{-t/0.9} = 0$$

$$\therefore t = \infty$$

$$\therefore x_0 = 40(1 - e^{-\infty}) = 40(1 - 0) = 40mm$$

الإزاحة الحدية هي $40 mm$ عند $t = \infty$

عند $x_0 = 0.85 \times 40mm$

$$40 \left(1 - e^{-t/0.9}\right) = 40 \times 0.85$$

$$1 - e^{-t/0.9} = 0.85$$

$$e^{-t/0.9} = 0.15$$

$$Ln e^{-t/0.9} = Ln 0.15$$

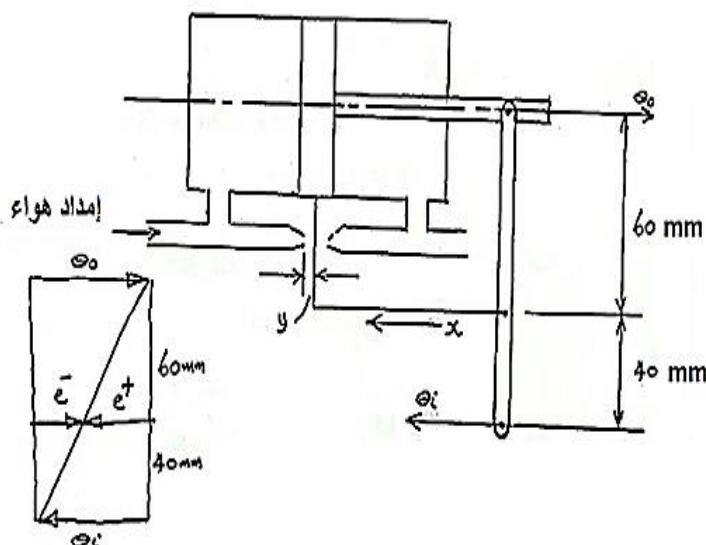
$$\frac{-t}{0.9} \ln e = \ln 0.15$$

$$\therefore t = \frac{\ln 0.15}{\ln e} \times -0.9 = \frac{-1.89712}{1} \times -0.9 = 1.71 \text{ s}$$

3] يوضح الشكل أدناه آلية مؤازرة تعمل بالهواء المضغوط ، حيث يتم التحكم في سريان الهواء إلى داخل الأسطوانة بواسطة صمام قلابي (Flapper valve) يحركه ذراع . حركة الصمام ، y تساوي نصف حركة الوصلة x ، ومساحة المكبس تعادل 1600 mm^2 . يمكن ايجاد معدل سريان الهواء إلى داخل الأسطوانة من العلاقة $Q = 0.01y \text{ m}^3/\text{s}$ ، حيث y بالمتر .

أ] استطُب دَلَّة الانتقال للتركيبة الآلية ، مع إيجاد ثابت الزَّمْن ، وَذَلِك بِإهمال مساحة مقطع عمود المكبس.

ب] إذا كانت إشارة الدخل جيبية ، وَيُعَبَّرُ عنَّها بالعلاقة $mm \theta_i = 30 \sin 2t$ وهي مسْلَطة على الذراع ، فاستطُب العلاقة التي يمكن استخدامها لإيجاد الحركة المستقرة للمكبس.



الحل:

[أ] من الشكل الهندسي للوصلة:

$$x = \frac{60}{100} \times \theta_i - \frac{40}{100} \times \theta_o = \frac{3\theta_i - 2\theta_o}{5} m$$

$$\therefore y = \frac{x}{2} = \frac{3\theta_i - 2\theta_0}{10} m$$

$$\therefore Q = 0.01 \left(\frac{3\theta_i - 2\theta_o}{10} \right) m^3/s \rightarrow (1)$$

باستخدام معالة استمرارية السريان ،

$$Q = Av = A \frac{d\theta_o}{dt} = 1600 \times 10^{-6} \frac{d\theta_o}{dt} \rightarrow (2)$$

بمساواة المعادلتين (1) و (2) نحصل على :

$$0.01 \left(\frac{3\theta_i - 2\theta_o}{10} \right) = 0.0016D\theta_o$$

$$3\theta_i - 2\theta_o = 1.6D\theta_o \quad \text{أو}$$

$$T \cdot 0 = \frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{3}{2+1.6D} = \frac{1.5}{1+0.8D} \quad \text{التي منها ،}$$

بالتالي فإن ثابت الزمن τ :

$$\tau = 0.8 S$$

[ب] إذا كان $\theta_i = 30 \sin pt$ ، فإن :

$$\theta_o = 30 \sin pt \times \frac{1.5}{1 + 0.8D}$$

يكون عامل الانتقال بالشكل $(1 + \tau D)k$ حيث $k = 1.5$ وبالتالي من المعادلة :

$$\theta_o = \frac{ak}{\sqrt{(1 + p^2\tau^2)}} \sin(pt - \alpha)$$

$$\alpha = \tan^{-1} p\tau \quad \text{حيث}$$

$$\begin{aligned} i.e. \quad \theta_o &= \frac{30 \times 1.5}{\sqrt{1 + (2 \times 0.8)^2}} \sin[2t - \tan^{-1}(2 \times 0.8)] \\ &= 23.85 \sin(2t - 58^\circ) \end{aligned}$$

هكذا فإن الكباس له حركة جيبية بمطال 23.85 mm متأخرًا عن الدخل بزاوية مقدارها 58° .

4] منظومة تروس قيادة لسفينة تعمل هيدروليكيًا حيث يسمح للزيت بالدخول إلى اسطوانة التشغيل خلال صمام يعمل بعجلة قيادة السفينة . يتناسب العزم الواصل إلى دفة السفينة (Rudder) مع حركة عمود الصمام

ويساوي $1KN.m$ لحركة مقدارها $1mm$. عزم المقاومة الناشئ من الماء إلى الدفة يساوي $6.5KN.m$.

بسرعة مقدارها $1rad/s$.

بالإضافة إلى أن الصمام يتصل بعجلة القيادة يتصل أيضاً بالدفة بحيث تكون حركته بالـ (mm) تعطي

بالمعادلة $6.25\theta - 15\theta = 0$ حيث θ هما زاويتي العجلة والدفة على الترتيب بالـ (rad).

في لحظة ما عندما لا تتحرف الدفة (حالة السكون) تعطى العجلة ازاحة لحظية مقدارها 90° وتكون في وضع الانحراف.

ما هي الزاوية التي تدور فيها الدفة وما هو الزمن اللازم لدور الدفة خلال تسع أعشار هذه الزاوية؟

الحل :

ازاحة عمود الصمام \propto العزم الواصل إلى دفة السفينة (T)

$$T = 1KN.m = 1 \times 10^3 N.m$$

$$\text{الازاحة} = 1mm, T/mm = 1 \times 10^3 N.m$$

عزم المقاومة الناشئ من الماء إلى الدفة:

$$T_R = 6.5KN.m = 6.5 \times 10^3 N.m$$

$$\omega = 1rad/s$$

$$\therefore C = \frac{T}{\omega} = \frac{6.5 \times 10^3}{1} = 6.5 \times 10^3 N.m/(rad/s)$$

الصمام بالإضافة إلى أنه يتصل بعجلة القيادة يتصل أيضاً بالدفة

$$\text{الإزاحة} = (6.25\theta - 15\theta)mm$$

حيث $\theta \equiv$ إزاحة عجلة القيادة

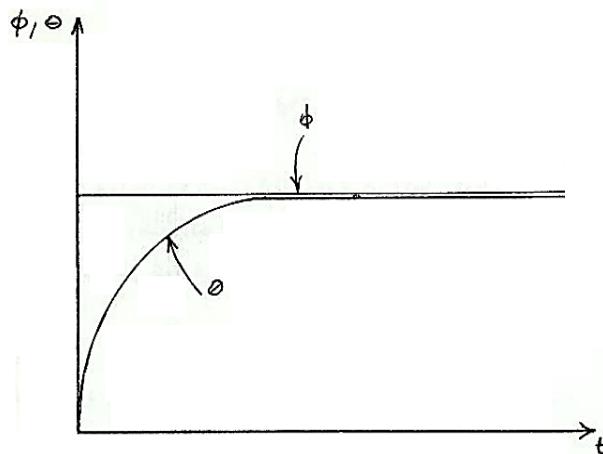
$\theta \equiv$ إزاحة الدفة

نوع عامل التأثير الأسى هو دخل خطوة (Step input)

(حالة السكون ، عدم الانحراف) $\theta = 0$

$$\phi = 90^\circ = \frac{90 \times \pi}{180} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\theta = ?$$



معادلة الحركة:

$$(6.25\phi - 15\theta) \times 10^3 - 6.5 \times 10^3 D\theta = ID^2\theta$$

$$(6.25\phi - 15\theta) \times 10^3 - 6.5 \times 10^3 D\theta = 0$$

$$6.5D\theta + 15\theta = 6.25\phi$$

$$\theta[6.5D + 15] = 6.25\phi$$

$$\frac{\theta}{\phi} = \frac{6.25}{15 + 6.5D}$$

الاستجابة لدخل الخطوة :

$$15\theta + 6.5D\theta = 6.25\phi$$

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$

الحالة المستقرة (P.I) :

$$\theta = K = \phi$$

$$D\theta = 0$$

$$15k + 0 = 6.25 \times \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore k = \frac{6.25\pi}{2} \times \frac{1}{15} = 0.208\pi$$

$$\therefore \theta = k = 0.208\pi$$

الحالة غير المستقرة (C.F)

$$\theta = Re^{st}$$

$$D\theta = sRe^{st}$$

$$15Re^{st} + 6.5SRe^{st} = 0$$

$$Re^{st}[15 + 6.5S] = 0$$

$$s = -\frac{15}{6.5} = -2.31$$

، الحل الكامل $\theta = P.I + C.F$

$$\theta = 0.208\pi + Re^{-2.31t}$$

الشروط الحدودية : "Boundary conditions"

$$\theta_o = 0 \text{ و } t = 0$$

$$0 = 0.208\pi + R$$

$$R = -0.208\pi$$

الحل الكامل:

$$\theta = 0.208\pi - 0.208\pi e^{-2.31t}$$

$$\theta = 0.208\pi(1 - e^{-2.31t})$$

$$\text{عند } t = \infty$$

$$\theta = 0.208\pi(1 - 0) = 0.208\pi$$

$$0.9 \times 0.208\pi = 0.208\pi(1 - e^{-2.31t})$$

$$0.9 = 1 - e^{-2.31t}$$

$$e^{-2.31t} = 0.1$$

بأخذ اللوغاريتم الطبيعي على الطرفين :

$$Ln e^{-2.31t} = Ln 0.1$$

$$\therefore -2.31t \ln e = \ln 0.1$$

$$\therefore t = \frac{\ln 0.1}{Lne} \times -\frac{1}{2.31} = 0.997s$$

5.3 مسائل في عناصر التأثير الاسي :

[1] ثيرموميتر ثابت زمن مقداره $6s$ يتم أخذه عند درجة حرارة غرفة بمقدار $15^{\circ}C$ ويغمر في سائل عند $60^{\circ}C$ ، ماذا سيقرأ الثيرموميتر بعد $5s$.

Ans. (40.5^{\circ}C)

[2] ثيرموميتر عند درجة حرارة غرفة $15^{\circ}C$ يتم تعريضه لارتفاع مفاجيء في درجة الحرارة ، حيث أوضح قراءة مقدارها $55^{\circ}C$ خلال $3.55s$ وبعد $3.5s$ إضافية ، أصبحت القراءة $75^{\circ}C$. أوجد ثابت الزمن للثيرموميتر والارتفاع المطبق في درجة الحرارة .

Ans(5.04s ، 90.9^{\circ}C)

[3] ثيرموميتر غاز موصلاته الحرارية $0.02W/C^{\circ}$ وسعته الحرارية $0.1J/C^{\circ}$.
أ] حدد ثابت الزمن للثيرموميتر .

ب] إذا كان الثيرموميتر عند درجة الحرارة $20^{\circ}C$. أحسب القراءة بعد $10s$ من غمره في سائل درجه حرارته $80^{\circ}C$.

[4] يكون سريان الحرارة في غلاية w $1.5(\theta_i - \theta_0)kW$ حيث θ_i هو ضبط المتحكم (controller setting) و θ_0 هي درجة حرارة الغلاية . السعة الحرارية للغلاية تكون متساوية $150\text{ }kJ/C^{\circ}$.
أ] تحصل على عامل التحويل أو الانتقال وثابت الزمن للغلاية .

ب] إذا كانت الغلاية تشتعل باستقرار عند $100^{\circ}C$ وتمت إعادة ضبط المتحكم فجأة إلى $200^{\circ}C$ ، ما هو الزمن الذي تستغرقه درجة حرارة الغلاية لتصل إلى $100^{\circ}C$.

Ans(1(1 + 100D) ، 100s ، 69.3s)

[5] من الشكل أدناه ، إذا تم تحريك الدخل x باستقرار من وضعه الإتزاني بسرعة $5mm/s$ ، أوجد :

أ] حركة الكباس بعد $4s$ من بداية التشغيل.

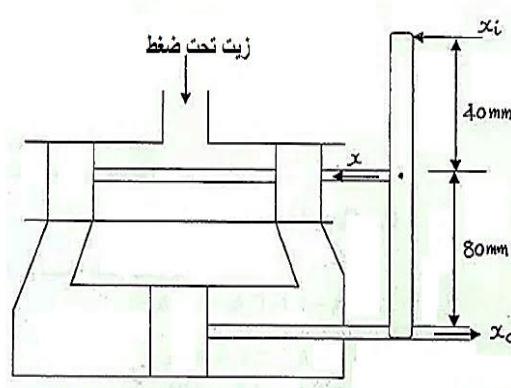
ج] إذا كان التيروموميتر عند درجة حرارة 20°C فأحسب القراءة بعد $10s$ من تسخين السائل المحيط به بمعدل

$2^{\circ}\text{C}/\text{s}$ بدءاً من درجة حرارة مقدارها 20°C .

Ans(5s ، 71.9^{\circ}\text{C} ، 31.35^{\circ}\text{C})

ب] الزمن المأهول للكباس ليتحرك مسافة 20mm .

Ans(31.1mm ، 2.863s)



6] بالرجوع للشكل في المسألة السابقة، إذا تم إعطاء الدخل x_i حركة جيبية بمطال 20 mm وتردد 1Hz ،

أوجد السعة المستقرة لحركة الكباس ، وزاوية التأخر.

Ans(6.97mm ، 80^{\circ}\text{C})

7] بحيرة صغيرة بمساحة سطح مقدارها 10^4m^2 يتم تغذيتها بجدول ويتم قياس السريان إلى الخارج بواسطة

هدار (weir) يتم إعطاء معدل السريان بـ $Q = 5h^{3/2} \text{ m}^3/\text{s}$ حيث h هو سمت الماء فوق الهدار

بالمتر .

أ] تحصل على علاقة بين السريان الخرجي والسريان الداخلي لتفاوتات صغيرة في h .

ب] عندما تكون الأحوال مستقرة و h مساوية لـ 0.1m ، هنالك عاصفة تتسبب في زيادة السريان الداخلي

باضطراد بمقدار $10^{-4}\text{m}^3/\text{s}$ كل ثانية. أوجد معدل السريان فوق الهدار:

[1] تحت الأحوال المستقرة.

[2] بعد 20 دقيقة من بداية العاصفة.

$$Ans \cdot \left(\frac{Q_0}{Q_i} = \frac{1}{1 + \left(\frac{4000}{3\sqrt{h}} \right) D}, 0.158m^3/s, 0.1737m^3/s \right)$$

[8] دفة توجيه باخرة يتم تشغيلها بواسطة مرحلاً هيدروليكي حيث يتدفق الزيت إلى داخل اسطوانة المرحل عبر صمام يتحكم في إزاحتها من موضع الإغلاق بواسطة عجلة القيادة.

العزم المسلط على الدفة يتاسب طرداً مع إزاحة الصمام بما يعادل $105N.m$ لكل $1mm$ إزاحة، ومقاومة الماء لدوران الدفة يتاسب طرداً مع سرعة دورانها ويساوي $675 N.m(rad/s)$.

الصمام متصل بالدفة إلى جانب اتصاله بعجلة القيادة وإزاحتها $(6.25\theta_i - 15\theta_0)mm$ حيث θ_i و θ_0 يرمزان لإزاحة عجلة القيادة والدفة على التوالي.

إذا تم إزاحة عجلة القيادة فجأة بمقادار 90° أوجد إزاحة الدفة الاستقرارية والزمن لبلوغ الإزاحة تسع أعينشر إذا تم إزاحة الاستقرارية.

Ans(0.2083π rad , 0.988s)

[9] حداقة تدار بواسطة محرك كهربائي ، يتم التحكم في سرعتها بواسطة ضبط بوتتشيوميتر دخل باستخدام نظام تحكم سرعة مغلق الحلقة ، عزم القصور الذاتي الضمني للحداقة والمحرك يكون $100kgm^2$ ، وخطأ سرعة مقداره $1 rad s^{-1}$ ينتج عزماً على الحداقة مقداره $45N.m$. العزم الاحتكاكى يكون $5N.m$ عندما تكون سرعة الحداقة $1 rad s^{-1}$.

بالنظام عند السكون ، فإن ضبط البوتتشيوميتر الداخلي يزداد فجأة من صفر إلى $50rev/min$. اشتق العلاقة بين سرعة الحداقة المتعاقبة والزمن ، أحسب خطأ سرعة الحالة المستقرة للحداقة.

Ans($\omega_o(t) = 1.5\pi(1 - e^{-0.5t})rads^{-1}$, $5rev/min$)

10] السريان الخرجي لسائل من وعاء قطره $0.5m$ يكون متناسباً مع علو الماء في الوعاء ، هنالك صمام كروي يتم تشغيله بمنسوب السائل يقوم بتنظيم السريان الداخلي إلى $0.125xm^3s^{-1}$ ، حيث x هو هبوط المنسوب أسفل قيمة مرغوبة مقدارها $1.5m$. إذا تم فتح صمام الإيقاف في ماسورة السريان الخرجي فجأة بحيث أن السريان الخرجي يتغير من صفر إلى $0.01hm^3s^{-1}$ ، حيث h هو المنسوب الفعلي للوعاء ، حدد:

أ] قيمة الحالة المستقرة لمنسوب السائل في الخزان.

ب] الزمن المأخذ لكي يهبط المنسوب في الخزان $8Cm$.

ج] القيم اللحظية للسريان الداخلي والسريان الخرجي ،بعد فتح الصمام ب t ثانية.

$$Ans \left(1.388m, 1.845s, 0.0139(1 - e^{-0.6875t}), 0.0139(1 + 0.079e^{-0.6875t}) \right)$$

(Response of Complex Lag 5.4 استجابة العناصر ذات عامل أو دالة التأخير المركب:

Elements)

1. دالة الخطوة : "Step Input"

الشروط الأولية لدالة الخطوة :

$$\theta_i = 0, \quad at \quad t < 0$$

$$\theta_i = k, \quad at \quad t \geq 0$$

$\theta_i = k = 1$ (unit step) (خطوة ذات وحدة)

الصيغة القياسية لنظام ذو عامل تحويل أو انتقال مركب هي :

$$T \cdot 0 = \frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{1}{1 + 2\zeta\tau D + \tau^2 D^2}$$

بالضرب عكسيًّا للمعادلة عاليه:

$$\theta_o + 2\zeta\tau D\theta_o + \tau^2 D^2\theta_o = \theta_i \rightarrow (1)$$

الحل الكامل للمعادلة التفاضلية عاليه:

$$\theta_o = P \cdot I + C \cdot F$$

الحالة المستقرة : "Steady State" (P.I)

$$\theta_o = \theta_i = k = 1$$

الحالة الالامستقرة أو الحالة العابرة : (C.F) "Transient State"

$$\theta_o = Re^{st}$$

$$\frac{d\theta_o}{dt} = D\theta_o = SRe^{st}$$

$$\frac{d^2\theta_o}{dt^2} = D^2\theta_o = S^2Re^{st}$$

$$Re^{st} + 2\zeta\tau SRe^{st} + \tau^2 S^2 Re^{st} = 0$$

$$Re^{st}(1 + 2\zeta\tau S + \tau^2 S^2) = 0$$

$$\tau^2 S^2 + 2\zeta\tau S + 1 = 0$$

$$S = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\begin{aligned} \therefore S &= \frac{-2\zeta\tau \pm \sqrt{4\zeta^2\tau^2 - 4\tau^2}}{2\tau^2} = \frac{-2\zeta\tau \pm \sqrt{4\tau^2(\zeta^2 - 1)}}{2\tau^2} \\ &= \frac{-2\zeta\tau \pm 2\tau\sqrt{\zeta^2 - 1}}{2\tau^2} = \frac{-\zeta}{\tau} \pm \frac{1}{\tau}\sqrt{\zeta^2 - 1} \end{aligned}$$

الحالة الأولى :

عندما $0 = \zeta$ (تردد حر أو غير محدد)

$$S = \frac{-\zeta}{\tau} \pm \frac{1}{\tau}\sqrt{\zeta^2 - 1}$$

بالتعمييض عن $0 = \zeta$

$$\therefore S = \pm \frac{1}{\tau}\sqrt{-1} = \pm j \frac{1}{\tau}$$

$$\therefore \theta_o = Re^{st} = Re^{\pm j \frac{t}{\tau}}$$

علوم أن :

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta \rightarrow (2)$$

و

$$e^{-j\theta} = \cos \theta - j \sin \theta \rightarrow (3)$$

بجمع المعادلتين (2) و (3) نحصل على :

$$\cos \theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$$

وبطرح المعادلة (3) من المعادلة (2) نحصل على :

$$j \sin \theta = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2}$$

$$\therefore \theta_o = R \cos(\theta - \Psi) = R \cos\left(\frac{t}{\tau} - \Psi\right)$$

الحل الكامل: $\theta_o = P.I + C.F$

$$\therefore \theta_o = 1 + R \cos\left(\frac{t}{\tau} - \Psi\right) \rightarrow (4)$$

بتطبيق الشروط الحدودية :

عند $t = 0$ و $\theta_o = 0$ للمعادلة (4)

$$0 = 1 + R \cos(-\Psi) = 1 + R \cos \Psi$$

$$R \cos \Psi = -1 \quad \therefore R = \frac{-1}{\cos \Psi}$$

عند $t = 0$ و $D\theta_o = 0$ للمعادلة (4)

$$D\theta_o = 0 + R \left[-\frac{1}{\tau} \sin\left(\frac{t}{\tau} - \Psi\right) \right] = 0$$

$$-\frac{R}{\tau} \sin(-\Psi) = 0$$

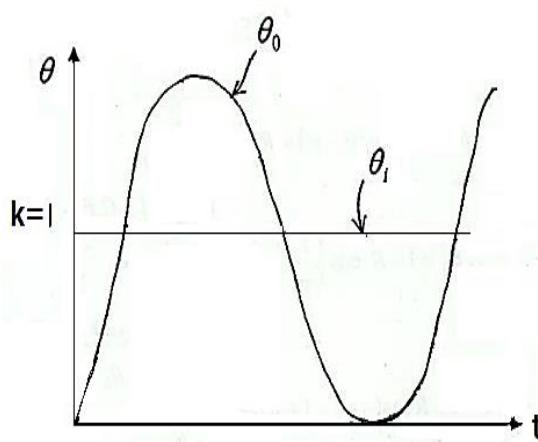
$$\therefore \frac{R}{\tau} \sin \Psi = 0 \quad \therefore \sin \Psi = 0$$

وبالتالي : $\Psi = \sin^{-1} 0 = 0$

$$\therefore R = \frac{-1}{\cos \Psi} = \frac{-1}{\cos \alpha} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\therefore \theta_o = 1 - \cos \frac{t}{\tau} = 1 - \cos \omega_n t$$

بما أن $(\omega_n = \frac{1}{\tau})$



الحالة الثانية :

عندما $1 < \zeta$ (تردد ناقص المضاءلة) (Under - Damped Oscillatory)

$$s = \frac{-\zeta}{\tau} \pm \frac{1}{\tau} \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

يمكن كتابتها بالصورة التالية:

$$S = \frac{-\zeta}{\tau} \pm j \frac{1}{\tau} \sqrt{1 - \zeta^2}$$

الحالة اللامستقرة (C.F)

$$\theta_o = Re^{st}$$

$$\theta_o = Re^{(\frac{-\zeta}{\tau} \pm j \frac{1}{\tau} \sqrt{1 - \zeta^2})t}$$

$$= Re^{\frac{-\zeta t}{\tau}} \cos \left(\frac{t}{\tau} \sqrt{1 - \zeta^2} - \Psi \right)$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} = \frac{1}{\tau} \sqrt{1 - \zeta^2} \text{ ، التردد المخمد}$$

$$\therefore \theta_o = Re^{\frac{-\zeta t}{\tau}} \cos(\omega_d t - \Psi)$$

، الكامل الحل $\theta_o = P.I + C.F$

$$\theta_o = 1 + Re^{\frac{-\zeta t}{\tau}} \cos(\omega_d t - \Psi)$$

بتطبيق الشروط الحدودية:

$$\text{عند } t = 0 \text{ و } \theta_o = 0$$

تصبح المعادلة عاليه كالتالي :

$$0 = 1 + R \cos(-\Psi)$$

$$0 = 1 + R \cos \Psi$$

$$R \cos \Psi = -1 \quad \therefore R = \frac{-1}{\cos \Psi}$$

$$\text{عند } D\theta_o = 0 \text{ و } t = 0$$

$$\therefore D\theta_o = 0 + R \left[e^{\frac{-\zeta t}{\tau}} \times -\omega_d \sin(\omega_d t - \Psi) + \cos(\omega_d t - \Psi) \times \frac{-\zeta}{\tau} e^{\frac{-\zeta t}{\tau}} \right]$$

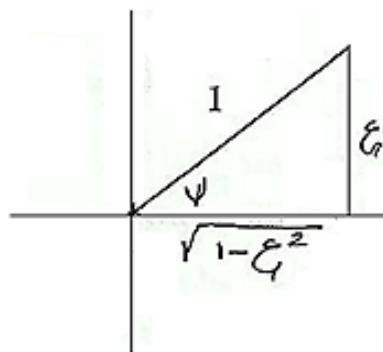
$$0 = R \left[-\omega_d \sin(-\Psi) - \frac{\zeta}{\tau} \cos(-\Psi) \right]$$

$$0 = \omega_d \sin \Psi - \frac{\zeta}{\tau} \cos \Psi$$

$$\omega_d \sin \Psi = \frac{\zeta}{\tau} \cos \Psi$$

$$\frac{\sin \Psi}{\cos \Psi} = \tan \Psi = \frac{\zeta}{\tau \omega_d} = \frac{\omega_n \zeta}{\omega_d} = \frac{\omega_n \zeta}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

$$= \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}$$

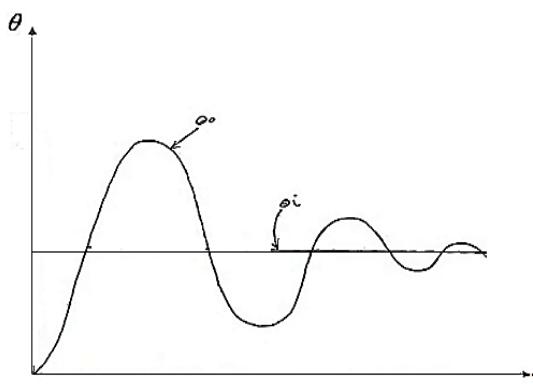


$$\tan \Psi = \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \quad \therefore \Psi = \sin^{-1} \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}$$

$$\cos \Psi = \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{1} = \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$R = \frac{-1}{\cos \Psi} = \frac{-1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \quad \text{لكن}$$

$$\therefore \theta_o = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{\frac{-\zeta t}{\tau}} \cos \left(\frac{t}{\tau} \sqrt{1 - \zeta^2} - \tan^{-1} \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \right)$$



تردد ناقص الإخماد (Under- Damped Oscillatory)

الحالة الثالثة:

عندما $1 = \zeta$ (تردد حرج الإخماد (Critically Damped Frequency))

$$s = \frac{-\zeta}{\tau} \pm \frac{1}{\tau} \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

$$S = \frac{-1}{\tau}$$

الحالة اللامستقرة : (C.F)

$$\theta_o = Re^{st} = Re^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$\theta_o = 1 + Re^{\frac{-t}{\tau}} \quad \text{الحل الكامل:}$$

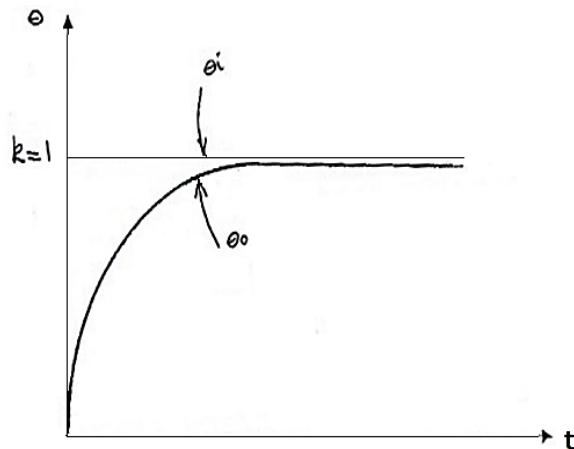
الشروط الحدودية :

$$\theta_o = 0 \quad t = 0$$

$$\theta_o = 1 + Re^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$0 = 1 + R \quad \therefore R = -1$$

$$\therefore \theta_o = 1 - e^{\frac{-t}{\tau}} = 1 - e^{\omega_n t}$$



اهتزاز حر ج المضاءلة غير متراجح

Critically Damped Vibration (Non-Oscillatory)

الحالة الرابعة:

عندما $1 > \zeta$ (تردد زائد المضاءلة) (over-damped frequency)

$$S = \frac{-\zeta}{\tau} \pm \frac{1}{\tau} \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

الحالة غير المستقرة (C.F):

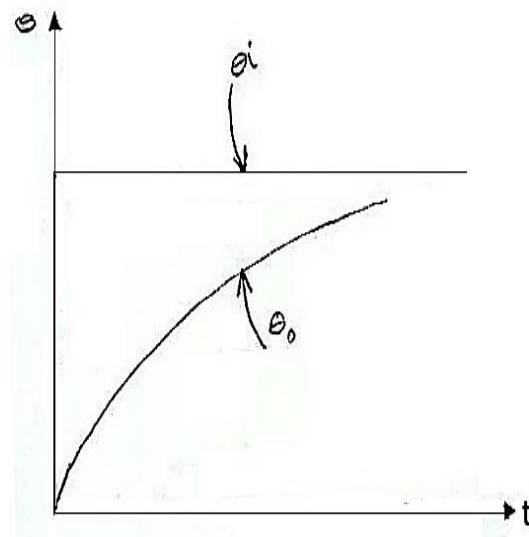
$$\theta_o = Re^{st} = Re^{\left(\frac{-\zeta}{\tau} \pm \frac{1}{\tau} \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)t}$$

$$\theta_o = P.I + C.F$$

الحل الكامل :

$$\theta_o = 1 + Re^{\left(\frac{-\zeta}{\tau} \pm \frac{1}{\tau} \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)t}$$

$$\theta_o = 1 + Re^{\frac{-\zeta}{\tau}t} \left[e^{\pm \frac{t}{\tau} \sqrt{\zeta^2 - 1}} \right]$$



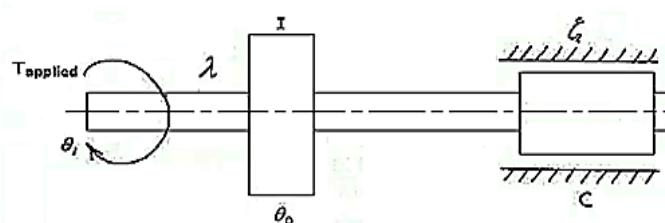
اهتزاز زائد المضاءلة (غير متراجح)

Over Damped Vibration (Non-Oscillatory)

5.5 أمثلة محلولة في عناصر التأثير المركب :

1] حداقة ثدار بواسطة محرك كهربائي يتم التحكم فيها أوتوماتيكياً لتنبع حركة العجلة اليدوية. عزم القصور الذاتي الضمني للحداقة يكون 150 kgm^2 وعزم المحرك المطبق عليها يكون 2400 N.m لكل من rad وعزم المقاومة بين الحداقة والعلبة اليدوية . الاحتكاك اللزج يكون مكافئاً لعزم مقداره 600 N.m rad^{-1} اذ عدم المحاذاة بين الحداقة والعلبة اليدوية . تم تدوير العجلة اليدوية فجأة خلال 60° عندما يكون النظام في حالة سكون ، حدد تعبيراً للوضع الزاوي للحداقة بالنسبة للزمن.

الحل:



عزم القصور الذاتي $I = 150 \text{ kgm}^2$ ، $\lambda = 2400 \text{ N.m/rad}$

معامل الاحتكاك اللزج $C = 600 \text{ N.ms/rad}$

ازاحة العجلة اليدوية $\theta_i = 60^\circ = \frac{60 \times \pi}{180} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$

$$\theta_o(t) = ?$$

معادلة الحركة :

$$\lambda(\theta_i - \theta_o) - C\theta_o = I\theta_o''$$

$$\lambda\theta_i - \lambda\theta_o - CD\theta_o = ID^2\theta_o$$

$$\lambda\theta_i = \lambda\theta_o + CD\theta_o + ID^2\theta_o$$

$$T.0 = \frac{\lambda}{\lambda + CD + ID^2} \text{ عامل التحويل أو الانتقال}$$

بقسمة البسط والمقام $\div \lambda$:

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{1}{1 + \frac{C}{\lambda}D + \frac{I}{\lambda}D^2}$$

والذي هو مناظر للصورة القياسية للتأخر المركب ،

$$\frac{1}{1 + 2\zeta\tau D + \tau^2 D^2}$$

$$\therefore 2\zeta\tau = \frac{C}{\lambda} \quad , \quad 2\zeta\tau = \frac{600}{2400} = 0.25 \rightarrow (1)$$

$$\tau^2 = \frac{I}{\lambda} = \frac{150}{2400} \quad , \quad \therefore \tau = \sqrt{\frac{150}{2400}} = 0.25 \text{ sec} \rightarrow (2)$$

بتعويض قيمة τ من المعادلة (2) في المعادلة (1) ،

$$2 \times 0.25\zeta = 0.25$$

$$\therefore \zeta = \frac{0.25}{0.5} = 0.5$$

بما ان $1 < \zeta$ فإن التردد (الاهتزاز) يكون ناقص المضاءلة

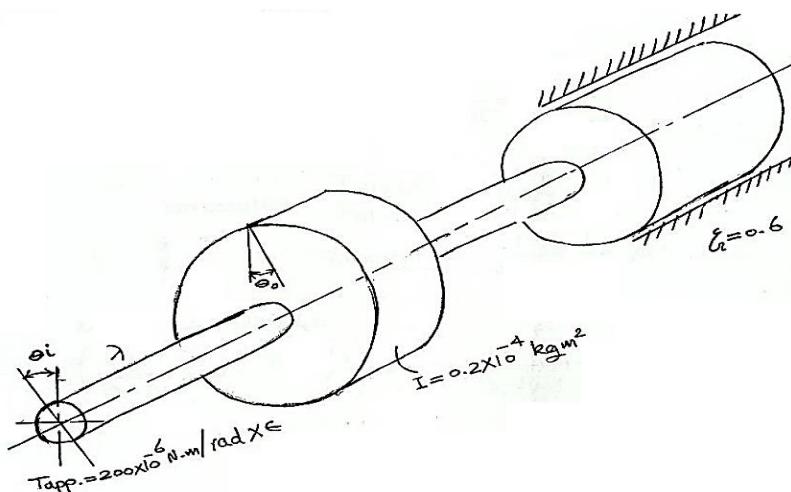
$$\theta_o = \theta_i \left(1 + R e^{\frac{-\zeta t}{\tau}} \cos(\omega_d t - \Psi) \right)$$

$$\theta_o = \frac{\pi}{3} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{\frac{-\zeta t}{\tau}} \cos \left(\frac{t}{\tau} \sqrt{1 - \zeta^2} - \tan^{-1} \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \right) \right)$$

$$\theta_o = \frac{\pi}{3} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - 0.5^2}} e^{(-0.5/0.25)t} \cos \left(\frac{t}{0.25} \sqrt{1 - 0.5^2} - \tan^{-1} \frac{0.5}{\sqrt{1 - 0.5^2}} \right) \right)$$

$$\therefore \theta_o = \frac{\pi}{3} [1 - 1.155 e^{-2t} \cos(3.46t - 0.58)]$$

2] في جهاز تحكم من على البعد نجد أن الحمل عند الخرج لديه عزم قصور ذاتي مقداره 0.2 kg Cm^2 ومعامل المضاءلة يساوي 0.6 من معامل المضاءلة الحرج . يعطي المحرك عزماً مقداره $200 \mu\text{N.m/rad}$ مضروباً في الخطأ . إذا تعرض عمود الخرج إلى تشویش في شكل إزاحة مفاجئة من موضع الاتزان. أحسب القيمة المئوية القصوى للمجاوزة لعمود الخرج عند محاولته للرجوع إلى وضع الاتزان والزمن بعد هذا التشویش عندما يصل إلى قيمته القصوى.



معادلة الحركة:

$$\lambda(\theta_i - \theta_o) - C\theta_o^0 = I\theta_o^{00}$$

$$\lambda\theta_i - \lambda\theta_o - CD\theta_o = ID^2\theta_o$$

$$\lambda\theta_i = \lambda\theta_o + CD\theta_o + ID^2\theta_o$$

$$= \theta_o \{ \lambda + CD + ID^2 \}$$

$$T \cdot 0 = \frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{\lambda}{\lambda + CD + ID^2} = \frac{1}{1 + \frac{C}{\lambda} D + \frac{I}{\lambda} D^2} = \frac{1}{1 + 2\zeta\tau D + \tau^2 D^2}$$

الاستجابة لهذا النظام هي استجابة تأخير مركب .

بالتناظر بين عامل التحويل المعطى بالمسألة وعامل التحويل القياسي لنظم التأخير المركب نحصل على :

$$2\zeta\tau = \frac{C}{\lambda}$$

من معطيات المسألة:

$$\lambda = \frac{C}{C_c}, C = 0.6C_c \therefore \zeta = 0.6$$

$$\lambda = 200 \times 10^{-6} N.m/rad$$

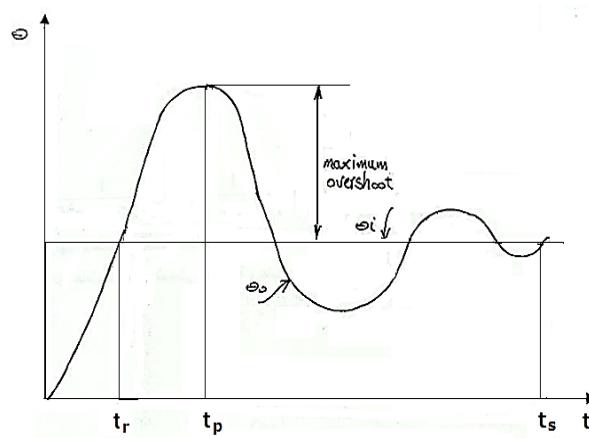
$$2 \times 0.6\tau = \frac{C}{200 \times 10^{-6}} \rightarrow (1)$$

$$\tau^2 = \frac{I}{\lambda} \therefore \tau = \sqrt{\frac{I}{\lambda}} = \sqrt{\frac{0.2 \times 10^{-4}}{200 \times 10^{-6}}} = 0.316 sec/rad$$

$$\therefore \omega_n = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{0.316} = 3.165 rad/s$$

الحل الكامل لاستجابة دالة الخطوة:

$$\theta_o = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{\frac{-\zeta}{\tau} t} \cos \left(\frac{t}{\tau} \sqrt{1 - \zeta^2} - \tan^{-1} \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \right)$$



زمن الصعود (Rise time) (t_r) : هو الزمن الذي تصل فيه الاستجابة للمرة الأولى إلى

قيمتها النهائية المستقرة.

الزمن الأقصى (Peak time) (t_p) : هو الزمن الذي تصل فيه الاستجابة إلى قيمتها القصوى.

زمن الضبط أو الاستقرار (Settling time) (t_s) : هو الزمن المطلوب قبل ان تتأرجح الاستجابة أقل من

إلى 5% من قيمتها النهائية المستقرة.

$$t_p = \frac{\theta}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

$$\therefore t_p = \frac{\pi}{3.165 \sqrt{1 - 0.6^2}} = 1.241 \text{ seconds}$$

$$\theta_o = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{\frac{-\zeta}{\tau} t} \cos \left(\frac{t}{\tau} \sqrt{1 - \zeta^2} \tan^{-1} \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \right)$$

$$\theta_o = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - 0.6^2}} e^{\frac{-0.6}{0.316} \times 1.241} \cos \left[\left(\frac{1.241}{0.316} \sqrt{1 - 0.6^2} - \tan^{-1} \frac{0.6}{\sqrt{1 - 0.6^2}} \times \frac{\pi}{180} \right) \times \frac{180}{\pi} \right]$$

$$\therefore \theta_o = 1 + 0.0948 = 1.0948 \text{ rad}$$

$$= 1 - 0.0948 = 1.0948 \text{ rad}$$

$$P.O = \frac{0.0948}{1} \times 100\% = 9.48\%$$

أيضاً يمكن حساب المجاوزة القصوى المئوية كالتالي :

$$P.O = 100 e^{-\zeta \pi / \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

$$\therefore P.O = 100 e^{-0.6 \pi / \sqrt{1 - 0.6^2}} = 9.48\%$$

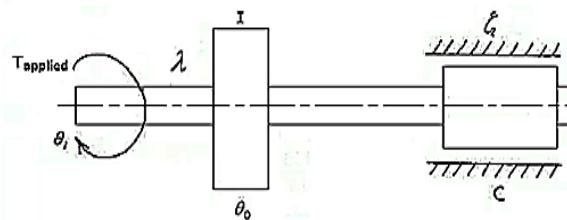
أو يمكن حسابها كما يلى :

$$P.O = 100 e^{\frac{-\zeta}{\tau} t} = 100 e^{\frac{-0.6}{0.316} \times 1.241} = 9.48\%$$

3] منظومة مؤازرة للتحكم في وضع كتلة دواره يتم استقرارها إلى حد ما بواسطة مضاءلة احتكاك لزجة تساوي ثلث أرباع المضاءلة الحرجية المطلوبة . إذا كانت قيمة التردد الطبيعي الحر (غير المحمد) للمنظومة هي 12 Hz

اشتق تعبيراً لخرج المنظومة إذا تم تحريك متحكم الدخل فجأة إلى وضع جديد من السكون ومنه أوجد المعاوزة القصوى المئوية للاستجابة.

الحل:



معطيات المسألة :

$$c = 0.75c_c$$

$$\therefore \frac{c}{c_c} \zeta = 0.75$$

$$\omega_n = 12 \text{ Hz} = \frac{12 \text{ cycles}}{\text{sec}} = 12 \times 2\pi = 75.4 \text{ rad/s}$$

$$\tau = \frac{1}{\omega_n} = 0.01326 \text{ sec}$$

معادلة الحركة:

$$\lambda(\theta_i - \theta_o) - C\theta_o^0 = I\theta_o^{00}$$

$$\lambda(\theta_i - \theta_o) - CD\theta_o^0 = ID\theta_o^{00}$$

$$\begin{aligned} \lambda\theta_i - \lambda\theta_o - CD\theta_o^0 &= ID^2\theta_o^0 \\ &= \theta_o[\lambda + CD + ID^2] \end{aligned}$$

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{\lambda}{\lambda + CD + ID^2} = \frac{1}{1 + \frac{C}{\lambda}D + \frac{I}{\lambda}D^2}$$

والتي تكون مناظرة للصيغة القياسية لنظام تأخر مركب $\frac{1}{1+2\zeta\tau D+\tau^2 D^2}$

بما أن $1 < \zeta$ فإن التردد يكون ناقص المضاءلة (Under damped) لدالة خطوة.

دخل الخطوة:

$$\theta_i = k \quad , \quad at \quad t \geq 0$$

$$\theta_i = 0 \quad , \quad at \quad t < 0$$

$$k = 1 \quad \text{لوحدة خطوة (Unit step)}$$

$$\therefore \theta_i = k = 1$$

الحالة المستقرة (P.I) :

$$\theta_o = \theta_i = k = 1$$

الحالة غير المستقرة (C.F) :

$$\theta_o = Re^{st}$$

$$D\theta_o = SR e^{st}$$

$$D^2\theta_o = S^2 Re^{st}$$

$$Re^{st} + 2\zeta\tau S Re^{st} + \tau^2 s^2 Re^{st} = 0$$

$$Re^{st} \{1 + 2\zeta\tau S + \tau^2 s^2\} = 0$$

$$\therefore \tau^2 S^2 + 2\zeta\tau S + 1 = 0$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2\zeta\tau \pm \sqrt{4\zeta^2\tau^2 - 4\tau^2}}{2t^2} \\ &= \frac{-2\zeta\tau \pm \sqrt{4\tau^2 - (\zeta^2 - 1)}}{2t^2} \\ &= \frac{-2\zeta\tau \pm 2\tau\sqrt{\zeta^2 - 1}}{2t^2} \\ \therefore S &= \frac{-\zeta}{\tau} \pm \frac{1}{\tau}\sqrt{\zeta^2 - 1} \end{aligned}$$

عندما $\zeta < 1$

$$s = \frac{-\zeta}{\tau} \pm j \frac{1}{\tau} \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$\theta_o = Re^{st} = Re^{(\frac{-\zeta}{\tau} \pm j \frac{1}{\tau} \sqrt{1 - \zeta^2})t}$$

$$\theta_o = Re^{\frac{-\zeta}{\tau}t} \cos(\omega_d t - \Psi)$$

الحل الكامل:

$$\theta_o = P.I + C.F$$

$$\therefore \theta_o = 1 + Re^{\frac{-\zeta}{\tau}t} \cos(\omega_d t - \Psi)$$

: (Initial conditions) الشرط الأولي

$$\text{عند } \theta_o = 0 \quad , \quad t = 0$$

$$0 = 1 + R \cos(-\Psi)$$

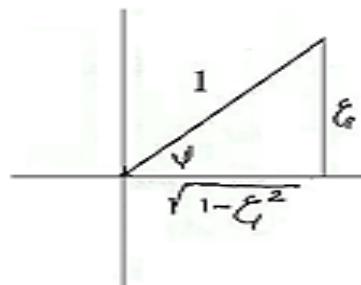
$$0 = 1 + R \cos \Psi \quad \therefore R \cos \Psi = -1$$

$$\therefore R = \frac{-1}{\cos \Psi}$$

$$\text{عند } D\theta_o = 0 \quad , \quad t = 0$$

$$D\theta_o = 0 + Re^{\frac{-\zeta}{\tau}t} \times -\omega_d \sin(\omega_d t - \Psi) + \cos(\omega_d t - \Psi) \times \frac{-\zeta}{\tau} Re^{\frac{-\zeta}{\tau}t}$$

$$D\theta_o = -\omega_d Re^{\frac{-\zeta}{\tau}t} \sin(\omega_d t - \Psi) - \frac{\zeta}{\tau} e^{\frac{-\zeta}{\tau}t} \cos(\omega_d t - \Psi)$$



$$0 = -\omega_d R \sin(-\Psi) - \frac{\zeta}{\tau} R \cos(-\Psi)$$

$$0 = \omega_d R \sin \Psi - \frac{\zeta}{\tau} R \cos \Psi$$

$$\omega_d R \sin \Psi = \frac{\zeta}{\tau} R \cos \Psi$$

$$\frac{\sin \Psi}{\cos \Psi} = \tan \Psi = \frac{\zeta}{\tau \omega_d} = \frac{\zeta}{\frac{1}{\omega_n} \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} = \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}$$

$$\Psi = \tan^{-1} \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}$$

$$\cos \Psi = \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$\therefore R = \frac{-1}{\cos \Psi} = \frac{-1}{\sqrt{1 - \zeta^2}}$$

$$\theta_o = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{\frac{-\zeta}{\tau} t} \cos \left(\frac{t}{\tau} \sqrt{1 - \zeta^2} - \tan^{-1} \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \right)$$

الحل الكامل:

$$t_p = \frac{\theta}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} = \frac{\pi}{75.4 \sqrt{1 - 0.75^2}} = 0.063s$$

$$\theta_o = 100 e^{-\zeta \pi / \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

$$= 100 e^{-0.75 \pi / \sqrt{1 - 0.75^2}} = 2.84\%$$

$$\theta_0 = 1 - \frac{1}{1 - 0.75^2} e^{-0.75 \times 0.063} \cos \left(\left(\frac{0.063}{0.01326} \sqrt{1 - 0.75^2} - \left(\tan^{-1} \frac{0.75}{\sqrt{1 - 0.75}} \right) \times \frac{\pi}{180} \right) \times \frac{180}{\pi} \right)$$

$$\theta_0 = 1 + 0.0284 = 1.0284 \text{ rad}$$

$$= 1.0284 - 1 = 0.0284 \text{ المعاوزة القصوى}$$

$$P.O = 0.0284 \times 100 - 2.84\% \text{ المعاوزة القصوى المئوية}$$

4] منظومة تحكم في الوضع تحتكم في الإزاحة الزاوية للحمولة بتسليط عزم يتناسب طرداً مع الخطأ (أي الفرق

بين الدخل والخرج). عزم القصور الذاتي للحمولة 340 kgm^2 ومعامل التخميد يساوي 8000 N.m/deg

عندما يكون الدخل 10 deg/s . الخطأ المستقر يساوي 0.25° ، أوجد:

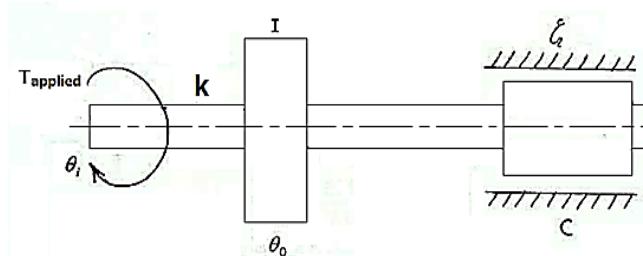
أ] ثابت التحكم k .

ب] نسبة التخميد.

ج] التردد الطبيعي المحمد.

د] التردد الطبيعي الغير محمد.

الحل :



معادلة الحركة:

$$k(\theta_i - \theta_o) - CD\theta_o = ID^2\theta_o$$

$$k\theta_i - k\theta_o - CD\theta_o = ID^2\theta_o$$

$$k\theta_i = k\theta_o + CD\theta_o + ID^2\theta_o$$

$$k\theta_i = \theta_o [k + CD + ID^2]$$

$$T \cdot 0 = \frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{k}{k + CD + ID^2}$$

بقسمة البسط والمقام $k\%$ نحصل على :

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{1}{1 + \frac{C}{K}D + \frac{I}{K}D^2}$$

$$\frac{1}{1 + 2\zeta\tau D + \tau^2 D^2}$$
 والذي هو مناظر للصيغة القياسية للتأخر المركب

معطيات المسألة:

$$C = 8000N \cdot \frac{m}{(\frac{rad}{s})}, I = 340kgm^2$$

$$\omega_i = 10^\circ/s = \frac{10^\circ \times \pi}{180} = 0.1745\text{rad/s}$$

$$\epsilon_{ss} = 0.25^\circ = 0.25 \times \frac{\pi}{180} = 0.00436 rad$$

استجابة لدخل انحدار

$$\theta_i = \omega t$$

الحالة المستقرة (P.I):

$$D\theta_o = \omega$$

$$D^2\theta_o = 0$$

$$\theta_o + 2\zeta\tau D\theta_o + \tau^2 D^2\theta_o = \theta_i$$

$$\omega t + Q + 2\zeta\tau\omega + 0 = \omega t$$

$$\therefore Q = -2\zeta\tau\omega$$

$$\theta_o = \omega t - 2\zeta\tau\omega$$

$$\theta_i = \omega t$$

$$\epsilon_{ss} = \theta_i - \theta_o = \omega t - \omega t + 2\zeta\tau\omega = 0.0043$$

$$\epsilon_{ss} = 0.00436 = 2\zeta\tau\omega$$

$$\omega = 0.1745 rad/s \quad \text{لكن ،}$$

$$\therefore 0.00436 = 2\zeta\tau \times 0.1745$$

$$\therefore 2\zeta\tau = \frac{0.00436}{0.1745} = 0.025 \rightarrow (1)$$

أ] ثابت التحكم k :

$$\begin{aligned} k &= \frac{C}{2\zeta\tau} = \frac{8000}{0.025} = 320,000 N.m/rad \\ &= 320 KN.m/rad \end{aligned}$$

ب] نسبة التخميد ζ :

$$\tau^2 = \frac{I}{K} \quad \therefore \tau = \sqrt{\frac{I}{K}} = \sqrt{\frac{340}{320 \times 10^3}} = 0.0326 s/rad$$

$$2\zeta \times 0.0326 = \frac{8000}{320 \times 10^3}$$

$$\therefore \zeta = \frac{8000}{2 \times 0.0326 \times 320 \times 10^3} = 0.383$$

ج] التردد الطبيعي المحمد ω_d :

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$\omega_n = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{0.0326} = 30.7 \text{ rad/s}$$

$$\therefore \omega_d = 30.7 \sqrt{1 - 0.383^2} = 28.36 \text{ rad/s}$$

د] التردد الطبيعي غير المحمد ω_n :

$$\omega_n = 30.7 \text{ rad/s}$$

5] كتلة قاعدة مدفع مضاد للطائرات 7.5 Mg ونصف القطر التدويمي حول محور دورانها 0.76 m ،

يستخدم جهاز تحكم طردي زائد تقاضل الخطأ للإزاحة الزاوية للمدفع من بعد . معامل التخميد حول محور

المدفع $(10.9 \text{ KN.m/(rad/s)}$ ، عند تحريك المدفع بسرعة قصوى مقدارها 25 rev/min يجب ألا

يزيد التخلف عن 2° ونسبة التخميد تساوى 0.5 ، أوجد:

أ] ثابت التحكم الطردي وثابت تحكم تقاضل الخطأ.

ب] زمن الدورة عند تسلیط دخل مفاجئ .

ج] قدرة محرك المؤازرة عند تحريك الحمولة بالسرعة القصوى .

الحل:

نصف قطر الحركة التدويمي أو نصف قطر عزم القصور $k_G = 0.76 \text{ m}$ ، $m = 7.5 \times 10^3 \text{ kg}$

الذاتي .

$$I = mK_G^2 = 7.5 \times 10^3 \times 0.76^2 = 4332 \text{ kgm}^2$$

، معامل التخميد حول محور المدفع $C = 10.9 \times 10^3 \text{ N.m/(rad/s)}$

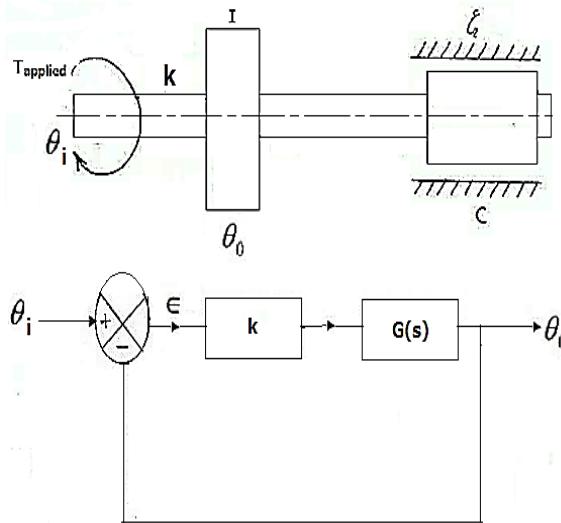
$$N_{max} = 25 \text{ rev/min}$$

$$\omega_{max} = \frac{25 \times 2\pi}{60} = 2.618 \text{ rad/s} ، \text{ السرعة القصوى}$$

$$\in_{ss} = \frac{2^\circ \times \pi}{180} = 0.035 \text{ rad}$$

$$\zeta = 0.5 \text{ ، نسبة التخميد}$$

أ] ثابت التحكم k وثابت تحكم تقاضل الخطأ k_1



الاستجابة لدخل انحدار ،

$$\theta_i = \omega t$$

الحالة المستقرة (P.I) :

$$\theta_o = \omega t + \varphi$$

$$D\theta_o = \omega$$

$$D^2\theta_o = 0$$

معادلة الحركة :

$$k(\theta_i - \theta_o) - CD\theta_o = ID^2\theta_o$$

$$k\theta_i - k\theta_o - CD\theta_o = ID^2\theta_o$$

$$k\theta_i = k\theta_o + CD\theta_o + ID^2\theta_o$$

$$= \theta_o [k + CD + ID^2]$$

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{k}{k + CD + ID^2}$$

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{1}{1 + \frac{C}{K}D + \frac{I}{K}D^2}$$

والتي هي مناظرة للصيغة القياسية للتأخر المركب

$$\theta_o + \frac{c}{k}D\theta_o + \frac{1}{k}D^2\theta_o = \theta_i$$

$$\omega t + Q + \frac{c}{k}\omega + \frac{I}{k} \times 0 = \omega t$$

$$\omega t + Q + \frac{c}{k}\omega = \omega t$$

$$\therefore Q = -\frac{c}{k}\omega$$

لكن $\theta_o = \omega t + Q$

$$\therefore \theta_o \omega t - \frac{c}{k}\omega$$

$$\theta_i = \omega t$$

$\epsilon_{ss} = \theta_i - \theta_o$ ، خطأ في الحالة المستقرة

$$\epsilon_{ss} = \omega t - \left(\omega t - \frac{c}{k}\omega \right)$$

$$\therefore \epsilon_{ss} = \omega t - \omega t + \frac{c}{k}\omega = \frac{c}{k}\omega$$

بتناظر دالة الانتقال مع الصورة القياسية للتأخر المركب ،

$$\frac{c}{k} = 2\zeta\tau \rightarrow (1)$$

$$\frac{I}{k} = \tau^2 \rightarrow (2)$$

$$\text{وبما أن } \epsilon_{ss} = \frac{c}{K}\omega \rightarrow (3) \text{ بما أن}$$

بالتغويض في المعادلة (3) :

$$0.035 = \frac{10.9 \times 10^3}{k} \times 2.618$$

$$\therefore k = \frac{10.9 \times 10^3 \times 2.618}{0.035} = 815320 N.m/rad$$

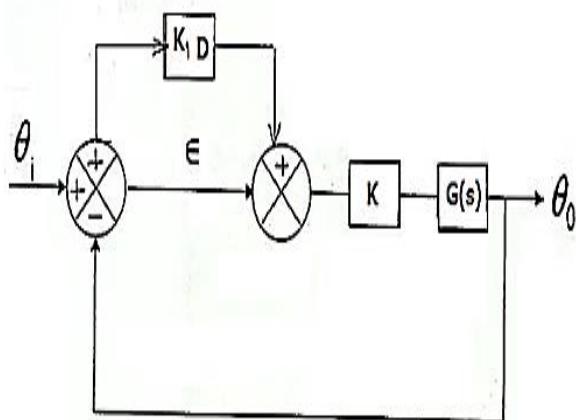
$$= 815.32 KN.m/rad$$

من المعادلة (2)

$$\frac{I}{k} = \tau^2 \quad , \quad \frac{4332}{815.32 \times 10^3} = \tau^2$$

$$\therefore \tau = 0.0729 sec/rad$$

إضافة المشتقه التفاضلية الأولى للخطأ ،



معادلة الحركة:

$$k(\epsilon + k_1 D \epsilon) = CD\theta_o + ID^2\theta_o$$

$$\epsilon = \theta_i - \theta_o$$

$$k[(\theta_i - \theta_o) + k_1 D(\theta_i - \theta_o)] = CD\theta_o + ID^2\theta_o$$

$$k\theta_i - k\theta_o + kk_1 D\theta_i - kk_1 D\theta_o = CD\theta_o + ID^2\theta_o$$

$$k\theta_i + kk_1 D\theta_i = k\theta_o + kk_1 D\theta_o + CD\theta_o + ID^2\theta_o$$

$$k\theta_i(1 + k_1 D) = \theta_o[k + kk_1 D + CD + ID^2]$$

$$k\theta_i(1 + k_1 D) = k\theta_o \left[1 + k_1 D + \frac{C}{K} D + \frac{I}{K} D^2 \right]$$

$$T \cdot 0 = \frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{1 + k_1 D}{1 + \left(k_1 + \frac{C}{K} \right) D + \frac{I}{K} D^2}$$

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{1 + k_1 D}{1 + \left(\frac{kk_1 + c}{k}\right)D + \frac{I}{K}D^2} \rightarrow (3)$$

والتي هي مناظرة للصيغة القياسية:

$$\frac{1}{1 + 2\zeta\tau D + \tau^2 D^2}$$

$$\theta_o + \left(\frac{kk_1 + c}{k}\right)D\theta_o + \frac{I}{K}D^2\theta_o = \theta_i + k_1 D\theta_i$$

الاستجابة لدخل الانحدار:

$$\theta_i = \omega t$$

$$D\theta_i = \omega$$

الحالة المستقرة (P.I) :

$$\theta_o = \omega t + Q$$

$$D\theta_o = \omega$$

$$D^2\theta_o = 0$$

$$\omega t + Q + \left(\frac{kk_1 + c}{k}\right)\omega + 0 = \omega t + k_1\omega$$

$$Q = k_1\omega - \left(\frac{kk_1 + c}{k}\right)\omega = \left[k_1 - \left(\frac{kk_1 + c}{k}\right)\right]\omega$$

$$\theta_o = \omega t + \left[k_1 - \left(\frac{kk_1 + c}{k}\right)\right]\omega$$

$$\epsilon_{ss} = \theta_i - \theta_o$$

$$\epsilon_{ss} = \omega t - \omega t - \left[k_1 - \left(\frac{kk_1 + c}{k}\right)\right]\omega$$

$$\epsilon_{ss} = - \left[k_1 - \left(\frac{kk_1 + c}{k}\right)\right]\omega = \left[\frac{kk_1 + c}{k} - k_1\right]\omega$$

من المعادلة (3) ،

$$\frac{kk_1 + c}{k} = 2\zeta\tau \rightarrow (4)$$

$$\frac{I}{K} = \tau^2 \rightarrow (5)$$

من المعادلة (4) ،

$$\frac{815.32 \times 10^3 k_1 + 10.9 \times 10^3}{815.32 \times 10^3} = 2 \times 0.5 \times 0.0729$$

$$\Rightarrow k_1 = 0.0595 \text{ sec}$$

ب] زمن الدورة عند تسلیط دخل مفاجئ :

$$t_p = \frac{2\pi}{\omega_d} ، \text{ زمن الدورة}$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$= \frac{1}{\tau} \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$\therefore \omega_d = \frac{1}{0.0729} \sqrt{1 - 0.5^2} = 11.88 \text{ rad/s}$$

$$\therefore t_p = \frac{2\pi}{11.88} = 0.529 \text{ sec}$$

ج] قدرة محرك المؤازرة عند تحريك الحمولة بالسرعة القصوى :

$$P = T\omega ، \text{ القدرة}$$

$$T = C\omega ، \text{ العزم}$$

$$\therefore P = C\omega^2 = 10.9 \times 10^3 \times 2.618^2 = 74707.8W$$

$$= 74.71 \text{ KW}$$

6] مدفع مضاد للطائرات له كتلة تساوي 7500 kg ونصف قطر تدويمى حول محور دورانه 0.75 m وآلية

التحكم في الحركة الزاوية للمدفع تسلیط عزمًا يتناسب طرداً مع الخطأ وتقاضل الخطأ بين الدخل والخرج . كما يتعرض المدفع لتخميد لزج في محوره معامله 10 KN.m(rad/s) إذا كان المطلوب عند تحريك المدفع

بسرعة الدوران القصوى التي تساوى 25 rev/min أن لا يتجاوز تخلف الخرج 2° عن الدخل. أوجد مبتدأً

من الأسس الأولية ثابت الخطأ k وثابت تقاضل الخطأ k_1 .

الحل:

مدفع مضاد للطائرات ،

$$m = 7500 \text{ kg} , k_G = 0.75 \text{ m}$$

$$I = m k_G^2 = 7500 \times 0.75^2 = 4218.75 \text{ kg m}^2$$

$$T\alpha \in +D\epsilon$$

$$C = 10 \text{ KN.m/(rad/s)}$$

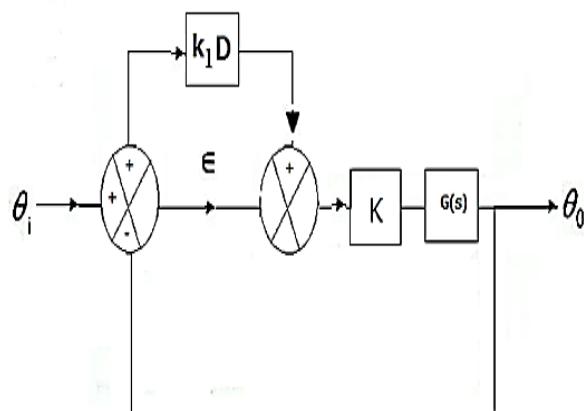
$$N_{\max} = 25 \text{ rev/min}$$

$$\therefore \omega_{\max} = \frac{25 \times 2\pi}{60} = 2.618 \text{ rad/s}$$

$$\epsilon_{ss} = 2^\circ = \frac{2^\circ \times \pi}{180} = 0.035 \text{ rad}$$

ثابت الخطأ $k = ?$

ثابت تقاضل الخطأ $k_1 = ?$



معادلة الحركة :

$$\begin{aligned}
 k(\in +k_1 D \in) &= CD\theta_0 + ID^2\theta_0 \\
 \in &= \theta_i - \theta_0 \\
 k[(\theta_i - \theta_0) + k_1 D(\theta_i - \theta_0)] &= CD\theta_0 + ID^2\theta_0 \\
 k\theta_i - k\theta_0 + kk_1 D\theta_i - kk_1 D\theta_0 &= CD\theta_0 + ID^2\theta_0 \\
 k\theta_i + kk_1 D\theta_i &= k\theta_0 + kk_1 D\theta_0 + CD\theta_0 + ID^2\theta_0 \\
 k\theta_i(1 + k_1 D) &= \theta_0[k + kk_1 D + CD + ID^2] \\
 k\theta_i(1 + k_1 D) &= k\theta_0 \left[1 + k_1 D + \frac{C}{k} D + \frac{I}{k} D^2 \right] \\
 \frac{\theta_0}{\theta_i} &= \frac{1 + k_1 D}{1 + \left(k_1 + \frac{C}{k} \right) D + \frac{I}{k} D^2} \rightarrow (1)
 \end{aligned}$$

بضرب المعادلة (1) عكسيًا نحصل على:

$$\theta_0 + \left(\frac{kk_1 + c}{k} \right) D\theta_0 + \frac{I}{k} D^2\theta_0 = \theta_i + k_1 D\theta_i \rightarrow (2)$$

الاستجابة لدخل اندثار:

$$\theta_i = \omega t$$

$$D\theta_i = \omega$$

الحالة المستقرة (P.I) :

$$\theta_0 = \omega t + \mathcal{Q}$$

$$D\theta_0 = \omega$$

$$D^2\theta_0 = 0$$

بالتغويض في المعادلة (2) :

$$\begin{aligned}
 \omega t + \mathcal{Q} + \left(\frac{kk_1 + c}{k} \right) \omega + 0 &= \omega t + k_1 \omega \\
 \mathcal{Q} = k_1 \omega - \left(\frac{kk_1 + c}{k} \right) \omega &= \left[k_1 - \left(\frac{kk_1 + c}{k} \right) \right] \omega
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \theta_0 &= \omega t + \left[k_1 - \left(\frac{kk_1 + c}{k} \right) \right] \omega \\ \epsilon_{ss} &= \theta_i - \theta_0 \\ \epsilon_{ss} &= \omega t - \left[k_1 \left(\frac{kk_1 + c}{k} \right) \right] \omega \\ \epsilon_{ss} &= - \left[k_1 - \left(\frac{kk_1 + c}{k} \right) \right] \omega = \left[\frac{kk_1 + c}{k} - k_1 \right] \omega \rightarrow (3)\end{aligned}$$

من المعادلة (1) وبالتناظر مع الصيغة القياسية التي هي:

$$\begin{aligned}\frac{1}{1 + 2\zeta\tau D + \tau^2 D^2} \\ \frac{kk_1 + c}{k} = 2\zeta\tau \rightarrow (4) \\ \frac{1}{K} = \tau^2 \rightarrow (5)\end{aligned}$$

من المعادلة (3) :

$$\begin{aligned}0.035 &= \left[\frac{kk_1 + 10 \times 10^3}{k} - k_1 \right] \times 2.618 \\ 0.01337 &= \frac{kk_1 + 10 \times 10^3 - kk_1}{k} \\ 0.01337 &= \frac{10 \times 10^3}{k} \\ \therefore k &= \frac{10 \times 10^3}{0.01337} = 747943.16 N.m/rad \\ &= 748 KN.m/rad\end{aligned}$$

من المعادلة (5) :

$$\tau = \sqrt{\frac{I}{K}} = \sqrt{\frac{4218.75}{748 \times 10^3}} = 0.0751 sec/rad$$

$$\begin{aligned}\omega_d &= \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \\ 2.618 &= \frac{1}{0.075} \sqrt{1 - \zeta^2}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \zeta = 0.98$$

من المعادلة (4):

$$\frac{748 \times 10^3 k_1 + 10 \times 10^3}{748 \times 10^3} = 2 \times 0.98 \times 0.0751$$

$$\therefore k_1 = 0.134 \text{ sec}$$

7] أوجد المعادلة المميزة لآلية تحكم في توجيه هوائي رادار باعتبار الحمولة عزم القصور الذاتي لبرج الهوائي مع تخميد لزج في كراسي البرج ، والعزم المسلط على الحمولة لتصحيح الوضع يتاسب طرداً مع الفرق بين الوضع الزاوي المرغوب والفعلي. ما هو أثر إضافة تقاضل الفرق. عزم القصور الذاتي للحمولة 0.2 kgm^2 ومعامل التخميد $(7 \text{ N.m}/(\text{rad/s}))$ وعزم التصحيح يُوفّر بواسطة محرك كهربائي عزم قصور دواره $12 \times 10^{-6} \text{ kgm}^2$ وصندوق التروس بين المحرك والحمولة يُخْفِض السرعة بنسبة $1:100$ ، أوجد الآتي :

أ] عزم المحرك لكل درجة زاوية فرق بين المرغوب والفعلي إذا كان التخلف الإستقراري المسموح 0.25° عند دوران الحمولة بسرعة 30 rev/min

ب] ثابت تقاضل الفرق لحد التجاوز الأقصى إلى 20% .

: الحل :

$$T \propto \{\epsilon + k_1 D\epsilon\}$$

$$T = k\{\epsilon + k_1 D\epsilon\}$$

$$= k[(\theta_i - \theta_0) + k_1 D(\theta_i - \theta_0)]$$

$$I = 0.2 \text{ kgm}^2$$

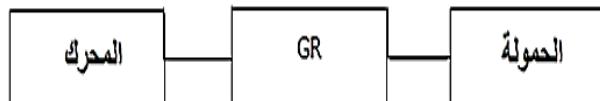
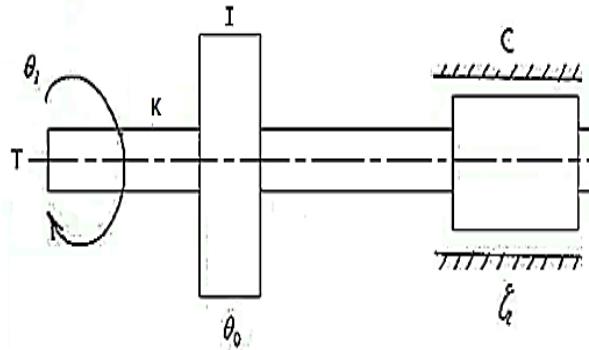
$$\epsilon_{ss} = \theta_i - \theta_0 = 0.25^\circ = \frac{0.25^\circ \times \pi}{180} \text{ rad}$$

$$\omega_i = 30 \text{ rev/min} = \frac{30 \times 2\pi}{60} = \pi \text{ rad/s}$$

$$c = 7 \text{ N.m}/(\text{rad/s})$$

$$I_m = 12 \times 10^{-6} \text{ kgm}^2$$

$$GR = 100/1 \text{ نسبة التروس}$$



$$T_m / \epsilon_{ss} = ? [^{\circ}]$$

$$P.O = 0.2 \text{ عندما } k_1 = ? [^{\circ}]$$

$$[T_m - I_m D^2 \theta_m] \times GR = k\{(\theta_i - \theta_0) + k_1 D(\theta_i - \theta_0)\}$$

$$= ID^2 \theta_0 + CD \theta_0$$

$$k\theta_i - k\theta_0 + kk_1 D\theta_i - kk_1 D\theta_0 = ID^2 \theta_0 + CD \theta_0$$

$$k\theta_i + kk_1 D\theta_i = k\theta_0 + kk_1 D\theta_0 + ID^2 \theta_0 + CD \theta_0$$

$$k\theta_i [1 + k_1 D] = \theta_0 [k + kk_1 D + ID^2 + CD]$$

$$\theta_i [1 + k_1 D] = \theta_0 \left[1 + k_1 D + \frac{I}{K} D^2 + \frac{C}{K} D \right]$$

$$\frac{\theta_0}{\theta_i} = \frac{1 + k_1 D}{1 + k_1 D + \frac{I}{K} D^2 + \frac{C}{K} D} = \frac{1 + k_1 D}{1 + k_1 D + \frac{C}{K} D + \frac{I}{K} D^2}$$

$$\frac{\theta_0}{\theta_i} = \frac{1 + k_1 D}{1 + \left(k_1 + \frac{C}{K} \right) D + \frac{I}{K} D^2}$$

$$\frac{\theta_0}{\theta_i} = \frac{1 + k_1 D}{1 + \left(\frac{kk_1 + C}{K} \right) D + \frac{I}{K} D^2} \rightarrow (1)$$

التي تكون مناظرة للصيغة المعيارية:

$$\frac{1}{1 + 2\zeta\tau D + \tau^2 D^2}$$

بالضرب العكسي للمعادلة (1) نحصل على ،

$$\theta_0 + \left(\frac{kk_1 + c}{k} \right) D\theta_0 + \frac{I}{K} D^2\theta_0 = \theta_i + k_1 D\theta_i$$

استجابة العناصر التي عامل تحويلها أو انتقالها تأخر مركب

الاستجابة لدخل الانحدار:

$$\theta_i = \omega t$$

$$D\theta_i = \omega$$

الحالة المستقرة (P.I) :

$$\theta_0 = \omega t + \mathcal{Q}$$

$$D\theta_0 = \omega$$

$$D^2\theta_0 = 0$$

$$\omega t + \mathcal{Q} + \left(\frac{kk_1 + C}{k} \right) \omega + 0 = \omega t + k_1 \omega$$

$$\mathcal{Q} = k_1 \omega - \left(\frac{kk_1 + C}{k} \right) \omega$$

$$\mathcal{Q} = \omega \left[k_1 - \left(\frac{kk_1 + C}{k} \right) \right]$$

$$\mathcal{Q} = \omega \left[\left(\frac{kk_1 - kk_1 - C}{k} \right) \right]$$

$$\therefore \mathcal{Q} = -\frac{C}{k} \omega$$

$$\therefore \theta_0 = \omega t - \frac{C}{k} \omega$$

$$\epsilon_{ss} = \theta_i - \theta_0 = \omega t - \omega_t + \frac{C}{K} \omega$$

$$\therefore \epsilon_{ss} = \frac{C}{K} \omega$$

$$\epsilon_{ss} = \frac{0.25 \times \pi}{180} = 4.363 \times 10^{-3} rad$$

$$c = 7N \cdot \frac{ms}{rad} , \omega = \pi rad/s$$

$$\therefore k = \frac{C\omega}{\epsilon_{ss}} = \frac{7 \times \pi}{4.363 \times 10^{-3}} = 5040.4 N.m/rad$$

$$T_m = \frac{k\epsilon_{ss}}{GR}$$

$$\frac{T_m}{\epsilon_{ss}} = \frac{k}{GR} = \frac{5040}{100} = 50.4 N.m$$

$$P.O = 100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} = 0.2$$

$$\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}} \log e = \log 0.2$$

$$\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\log 0.2}{\log e} = -1.61$$

$$\frac{\zeta^2\pi^2}{1-\zeta^2} = 1.61^2$$

$$1.61^2 - 1.61^2\zeta^2 = \zeta^2\pi^2$$

$$1.61^2\zeta^2 + \zeta^2\pi^2 = 1.61^2$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{(1.61)^2}{1.61^2 + \pi^2}} = 0.456$$

بالتنازلي مع الصيغة القياسية:

$$2\zeta\tau D = \left(\frac{kk_1 + c}{k}\right)D$$

$$2\zeta\tau = \frac{kk_1 + c}{k} \rightarrow (2)$$

$$\tau^2 D^2 = \frac{I}{K} D^2 \quad \text{أيضاً،}$$

$$\therefore \tau^2 = \frac{I}{K}$$

$$\therefore \tau = \sqrt{\frac{I}{K}} = \sqrt{\frac{0.2}{5040}} = 6.3 \times 10^{-3} \text{ sec/rad}$$

من المعالجة (2) ،

$$2 \times 0.456 \times 6.3 \times 10^{-3} = \frac{5040k_1 + 7}{5040}$$

$$\therefore k_1 = 4.36 \times 10^{-3} \text{ sec}$$

5.6 مسائل اضافية في عناصر التأثير المركب :

1] منظومة تحكم في الوضع من على بعد تستخدم تحكم طردي زائد تقاضل الخطأ لتحريك حمولة عزم قصورها الذاتي 9 kgm^2 مع تخميد لزج معامله 60 N.m/(rad/s) إذا كان ثابت التحكم الطردي 120 N.m/rad وثابت تحكم تقاضل الخطأ مضروباً في ثابت التحكم الطردي يساوي $4500 \text{ N.m/rad (rad/s)}$ ، أوجد الخطأ الإستقراري عند دوران عمود الدخل بسرعة 2 rad/s ، أوجد كذلك أقصى مجاوزة مئوية إذا كان الدخل عبارة عن دالة خطوة أحادية .

Ans. (21.1% ; 0.0267 rad)

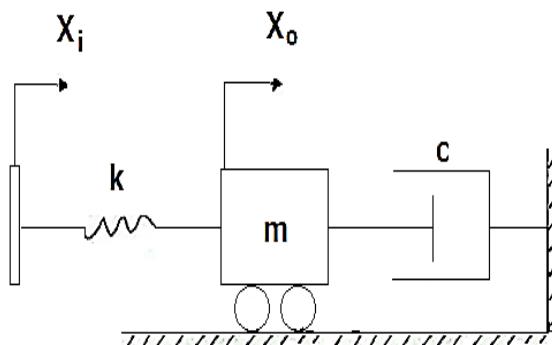
2] جهاز تحكم في الوضع من على بعد ، مطلوب أن يحرّك حمولة ذات عزم قصور ذاتي مقداره 2.95 kgm^2 وعزم القصور الذاتي لمحرك المؤازرة $3.16 \times 10^3 \text{ kgm}^2$ ، ومعامل التخميد على عمود المحرك $1.360 \text{ N.m/(rad/s)}$ ، وسرعة المحرك 20 مرة سرعة الحمولة. إذا كان التخلف في حدود 0.5° عندما تكون السرعة 25 rev/min ولا يحدث تجاوز عند تغيير الدخل فجأة . أوجد ثابت التحكم الطردي وثابت تحكم تقاضل الخطأ . أوجد معامل التخميد للمنظومة .

Ans. \left(163 \text{ KN} \cdot \frac{m}{rad}, 0.00684 \text{ s}, 1660 \text{ Nm/(rad/s)} \right)

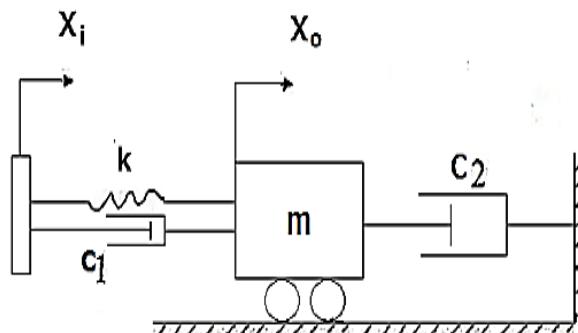
3] في منظومة تحكم في السرعة ، يتزايد العزم T_d المسلط على الحمولة طرداً مع فرق السرعة بين الدخل والخرج ω بمقدار 0.01 Nm/(rad/s) ، الحمولة عبارة عن حداقة ذات عزم قصور ذاتي 0.5 kgm^2

ومعَرَض لتخميد معامله $0.04 N \cdot m / (rad/s)$ ، أوجد الآتي:

- أ] العلاقة بين T_d و ω عند دوران الحمولة بسرعة $150 rad/s$ عند تساوي الدخل مع الخرج.
- ب] ثابت السرعة للمنظومة عند دوران الحمولة بسرعة $150 rad/s$ عند تساوي الدخل مع الخرج.
- ج] السرعة الاستقرارية النهائية عند رفع الدخل إلى قيمة مقدارها $180 rad/s$.
- 4] في المنظومة الموضحة أدناه الكتلة m مقدارها $2 kg$ وكثافة البالى k تساوى $800 N/m$ ومعامل التخميد C يساوى $15 N/(m/s)$ أوجد دالة الانتقال للمنظومة ، ثم أوجد:
- أ] الاستجابة عندما يكون الدخل x_i دالة خطوة أحادية ، وما هي النسبة المئوية القصوى للمجاوزة في هذه الحالة.
- ب] الاستجابة الاستقرارية إذا كان $x_i = 0.01 \sin 15t$



- 5] أوجد استجابة العنصر أدناه لدالة انحدار $\{ramp\ function\}$ مبيناً فائدة المخدم c_1 .

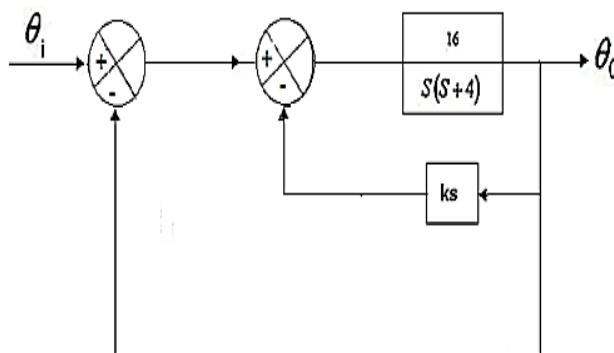


6] آلية مؤازرة محمد ذات ثابت تحكم طردي ثابت k ومعامل تخميد c . يلاحظ أن الخطأ الاستقراري عند تسليط دخل انحدار يعادل عشرة أضعاف المسموح به . تم تصحيح ذلك بتغيير الثابت k وإضافة تحكم بمقابل الخطأ بحيث تظل نسبة التخميد دون تغيير . أوجد ثابت التحكم الطردي الجديد وثابت تحكم مقابل الخطأ.

$$Ans \cdot \left(10k, 0.216 \frac{c}{k} \right)$$

7] نظام تحكم بتغذيةخلفية ذات وحدة وتغذيةخلفيةاشتقاقية يتم توضيحه في الشكل أدناه . إذا كانت التغذية المرتدة أو الخلفية الاشتقاقيةتساوي صفرأ . حدد نسبة المضاءلة أو الإخماد والتردد الطبيعي للنظام وخطأالحالة المستقرة لدخل انحدار ذو وحدة . يتم الحصول على نسبة مضاءلة مقدارها 0.8 بضبط التغذيةخلفية الاشتقاقية . حدد قيمة الثابت k لتحقيق هذا الشرط ، وقدر الزيادة في خطأالحالة المستقرة للنظام لدخل انحدار ذو وحدة .

$$Ans \left(\xi = 0.5, \omega_n = 40.25, k = 0.15 \text{ و } 0.4 \right)$$



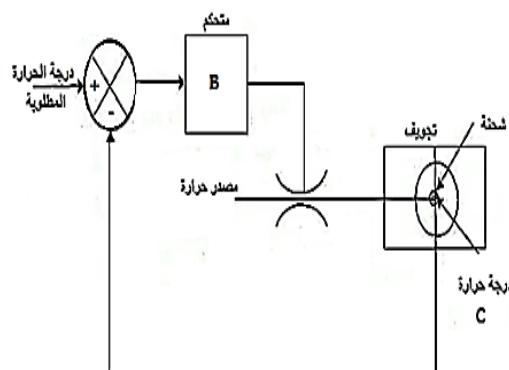
8] درجة الحرارة لإجراء سباكة بلاستيك {*Plastic moulding process*} يتم التحكم فيها بتسخين التجويف المحيط بالشحنة البلاستيكية (الشكل أدناه) . المتحكم النسبي يمد حرارة مكافئة لـ B مضروبة في خطأ درجة الحرارة بالـ(K) عند التجويف . تغير درجة حرارة التجويف بمقدار $10^{-6} KJ^{-1} \times 2$ للحرارة المكتسبة

أو المستخلصة. درجة الحرارة C للشحنة البلاستيكية تتغير بمقدار $0.004 (Ks^{-1})/K$ مضروبة في فرق درجة حرارة التجويف. فرق درجة حرارة التجويف يمكن افتراضه ثابتاً.

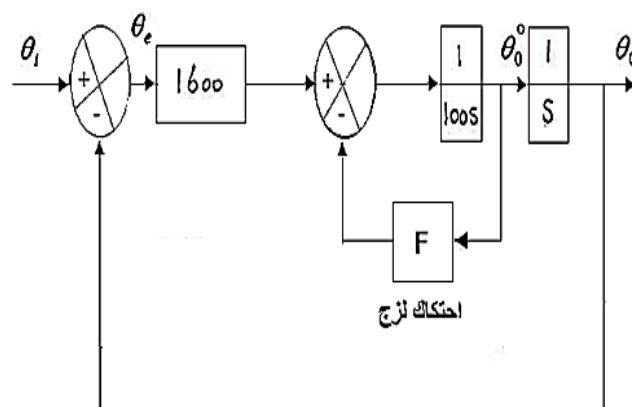
أ] حدد كسب المتحكم B لاستجابة خطوة بنسبة مضاءلة مقدارها 0.7 .

ب]وضح كيف يمكن زيادة سرعة الاستجابة بينما يتم المحافظة على نفس درجة المضاءلة.

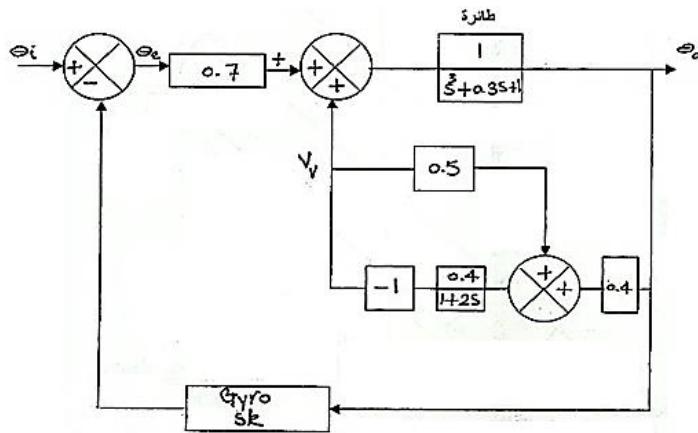
Ans($1.02 \times 10^3 J/sK$)



9] في مؤازرة كهربائية تستخدم للتحكم في كتلة دوارة ، عزم القصور الذاتي يساوي $100 kgm^2$ ، عزم المحرك يساوي $1600 N.m$ لكل rad من المحاذاة ونسبة المضاءلة γ تساوي 0.5 . طور المخطط الكتلي لهذا النظام وبالتالي أوجد دالة الانتقال بين وضع عمود الخرج ووضع عجلة تحكم الدخل.



10] المخطط في الشكل أدناه يوضح جزءاً من نفق هواء لنظام تحكم درجة ميل طائرة . زاوية الميل θ_0 ودخل الطيار هو θ_i ، إشارة السرعة الراسية هي V_v ، بينما θ_e هي زاوية الصعود. بتحفيض المخطط ، حدد دالة انتقال الحلقة المغلقة.



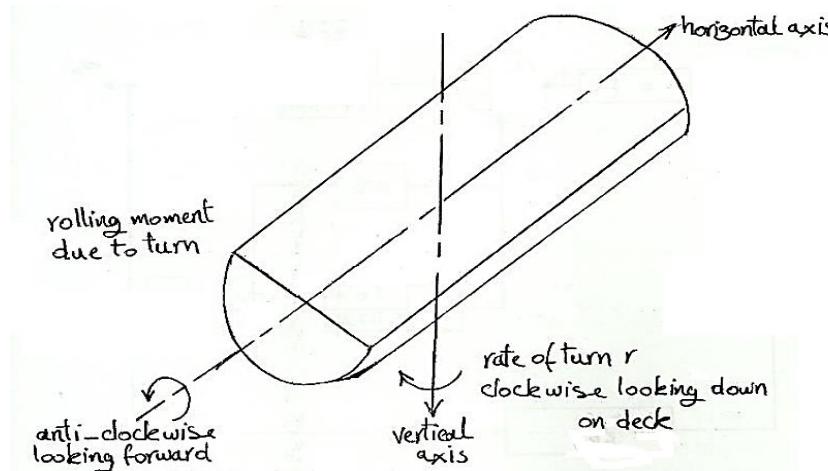
11] نموذج لسفينة تحت الاختبار له عزم قصور ذاتي حول المحور الدراج $\{roll\ axis\}$ مقداره $1kgm^2$. عزم الدرفلة (الدراجة) $\{rolling\ moment\}$ الذي يتم توليده بمعدل سرعة $r\ rads^{-1}$ يكون سالباً (i.e.) إلى الخارج (انظر الشكل أدناه) وبمقدار $0.8r\ N.m$. الاستقرار الطبيعي للسفينة يُسبب عزم استرجاع مقداره $2\phi N.m$ يعمل عندما تدرج السفينة بمقدار $r\ \phi$. لقد تمَّ أخذ قرار تركيب زعانف تحكم في الدراجة ، تنتج عزم موجب مقداره $4\delta N.m$ (في اتجاه دوران عقارب الساعة بالنظر من جهة الأمام) ، حيث δ هي زاوية الانحراف ، إذا أدار نظام تحكم الدراجة الزعانف طبقاً للقانون :

$$\delta = a\phi + b\frac{d\phi}{dt} + Cr$$

أُوجِدَ a, b, c بِحِيثَ:

أ] تبقى السفينة معتدلة {upright} غير مدحورة خلال تدوير مستقر.

ب] تمتلك الاستجابات العابرة للدرجة تردد طبيعي مقداره 2 rads^{-1} ونسبة مضاءلة مقدارها 0.5 .



- 12] آلية مؤازرة يتم تصميمها للتحكم في الوضع الزاوي لكتلة دوارة يتم استقرارها بواسطة تغذية مرتبطة للتسارع . يكون عزم القصور الذاتي للنظام 10^5 kgm^2 ، والعزم الاحتاكي للزوج لكل rad لكل ثانية يساوي 10^{-4} N.m عزم المحرك T_m يتم إعطاؤه بـ :

$$T_m = 4 \times 10^{-3} [\theta_e + ks^2 \theta_0] \text{ N.m}$$

ارسم المخطط الكتلي للنظام واشتق معادله التحكم . وبالتالي حدد قيمة k التي ستجعل المضاءلة حرجة . ما هو خطأ الحال المستقرة لإشارة دخل مقدارها 1.26 rad s^{-1} .

Ans. $(2.34 \times 10^{-3} , 14 \text{ rad})$

- 13] نظام تحكم بقصور ذاتي 160 kgm^2 يتم تشغيله بمضاءلة احتاك لزجة فقط ، قيمة معاملها إذا كان النظام يمتلك نسبة مضاءلة مقدارها 0.4 حدد التردد الطبيعي وخطأ الحال المستقرة عندما يتم تعريضه إلى دخل دالة انحدار مقداره 10 rev/min .

يتم إضافة تحكم خطأ تقاضي للنظام ويتم ضبط الكسب بحيث يُزداد التردد الطبيعي إلى أربعة إضعاف قيمة الأصلية بينما يتم المحافظة على نسبة المضاءلة عند قيمتها الأصلية 0.4 حدد خطأ الحال المستقرة الجديد لنفس دخل الانحدار وحدد قيمة ثابت الزمن التقاضي الذي يتم إدخاله في النظام .

Ans $\cdot (5 \text{ rad s}^{-1} , 0.168 \text{ rad} , 0.0105 \text{ rad} , 0.03 \text{ s})$

14] الوضع الزاوي لحافة على جهاز اختبار $\{Test\ rig\}$ يتم التحكم فيه بواسطة نظام تحكم أتوماتيكي مغلق الحلقة مفعّل للخطأ ليتبع حركة رافعة دخل . يتم المحافظة على الرافعة في تأرجحات جيّية خلال $\pm 60^\circ$ بتردد زاوي $\omega = 2rad/s$. عزم القصور الذاتي الضمني للحافة يساوي $150kgm^2$ وكثافة التحكم تكون $2400N.m$ لكل rad من عدم المحاذاة.

أحسب العزم الاحتاكي اللازج المطلوب لإنتاج مضاءلة حرجة . بافتراض مضاءلة حرجة ، أحسب مطال التأرجح للحافة وتأخر الزمن بين الحافة ورافعة التحكم .

Ans(1200N.mrad⁻¹s ، 48° ، 0.464s)

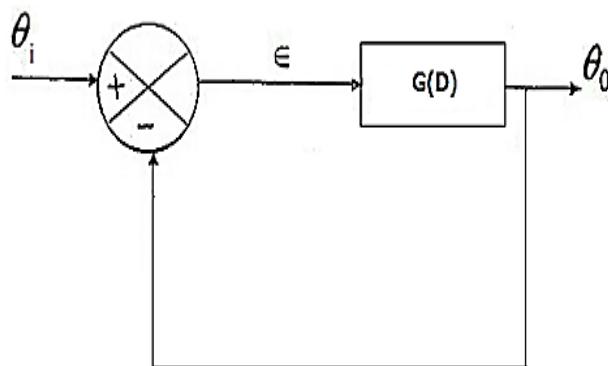
الفصل السادس

التحقق من استقرار نظم التحكم

6.1 رسم مخطط المحل الهندسي لجذور معادلة الخاصية *{Plotting root loci}*

6.1.1 منظومة مغلقة ذات وحدة تغذية مرتجدة *{Closed loop with unity feed back}*

الشكل (6.1) أدناه يوضح منظومة مغلقة ذات وحدة تغذية خلفية



شكل رقم (6.1) منظومة مغلقة الحلقة ذات وحدة تغذية خلفية

عامل انتقال المسار الأمامي *{Forward path transfer operator}*

عامل انتقال المنظومة *{System transfer operator}*

$$G(D) = \frac{\theta_o}{\epsilon}, T(D) = \frac{\theta_o}{\theta_i}$$

$$G(D) = \frac{\theta_o}{\theta_i - \theta_o} = \frac{\theta_o}{\epsilon}$$

$$\theta_o = G(D) \epsilon$$

وبما أن ،

$$\epsilon = \theta_i - \theta_o$$

$$\therefore \theta_o = G(D)(\theta_i - \theta_o)$$

$$\begin{aligned}
 \theta_0 &= G(D)\theta_I - G(D)\theta_0 \\
 \theta_0 + G(D)\theta_0 &= G(D)\theta_i \\
 \theta_0[1 + G(D)] &= G(D)\theta_i \\
 \therefore \frac{\theta_0}{\theta_i} &= \frac{G(D)}{1 + G(D)} = T(D) \rightarrow (6.1)
 \end{aligned}$$

استبدل D بـ S حيث: $S = \alpha + j\omega$

بالتالي يمكن التعبير عن المعادلة (6.1) كالتالي :

$$\therefore T(S) = \frac{G(S)}{1 + G(S)} \rightarrow (6.2)$$

$$T(S) = \frac{1}{1 + \tau_S} \quad (\text{للتأخر الأسني})$$

$$T(S) = \frac{1}{1 + 2\zeta\tau_S + \tau^2 S^2} \quad (\text{للتأخر المركب})$$

6.1.2 الشكل العام لدالة الانتقال: (General Form of Transfer Function)

$$T(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \rightarrow (6.3)$$

حيث $N(s)$ هي متعددة الحدود $\{Numerator\}D(s)$ في البسط s ، $\{Polynomial\}$ ، $D(s)$ هي متعددة الحدود في s في المقام $\{Denominator\}$ وبالتالي يمكن كتابة المعادلة (3.3) على النحو التالي :

$$T(s) = \frac{N(S)}{D(S)} = \frac{a_n(s - s_1)(s - s_2) \dots \dots \dots \dots \dots \dots (s - s_n)}{b_m(s - s_a)(s - s_b) \dots \dots \dots \dots \dots \dots (s - s_m)} \rightarrow (6.4)$$

حيث s_n, s_1, s_2, \dots هي جذور البسط وهي قيم s التي تجعل $T(s) = 0$ و تسمى بأصفار دالة الانتقال $T(s)$ و s تمثل في المستوى $s - plane$ $\{Zeros of the transfer function\}$ وهي تسمى بذوائر صغيرة . وأن s_a, s_b, \dots, s_m هي جذور المقام وهي قيم s التي تجعل $T(s) = \infty$ و تسمى بأقطاب دالة الانتقال $T(s)$ و s تمثل في المستوى $-s$ بعلامة X $\{Poles of the transfer function\}$

حيث:

$m \equiv$ عدد الأقطاب

$n \equiv$ عدد الأصفار.

$$R \equiv m - n \rightarrow (6.5)$$

6.1.3 احكام العامة لرسم المحل الهندسي للجذور: (General rules for plotting root loci)

1] اتجاه المحل الهندسي للجذور عندما يبتعد عن القطب أو يقترب من الصفر:

{Direction of root locus as it leaves a pole or approaches a zero}

$$\delta_a = (\delta_1 + \delta_2 + \dots) - (\delta_b + \delta_c + \dots) \pm 180^\circ \rightarrow (6.6)$$

$$\delta_1 = (\delta_a + \delta_b + \dots) - (\delta_2 + \delta_3 + \dots) \pm 180^\circ \rightarrow (6.7)$$

2] اتجاه الصفر في ما لا نهاية أو اتجاه الخطوط المقاربة:

{Direction of zero at infinity or direction of asymptotes}

$$= \frac{180}{m-n} (1 + 2L) \rightarrow (6.8)$$

3] تقاطع الخطوط المقاربة مع المحور الحقيقي:

{Intersection of asymptotes with the real axis}

$$\bar{\alpha} = \frac{(1 \times \alpha_a + 1 \times \alpha_b + \dots) - (1 \times \alpha_1 + 1 \times \alpha_2 + \dots)}{m - n} \rightarrow (6.9)$$

4] عند نقطة السرج: (Saddle point)

$$\frac{dF(s)}{ds} = 0 \rightarrow (6.10)$$

5] تقاطع الخطوط المتقابلة مع المحور التخييلي:

{Point where the branches intersect with the imaginary axis}

تستخدم معادلة الخاصةية ،

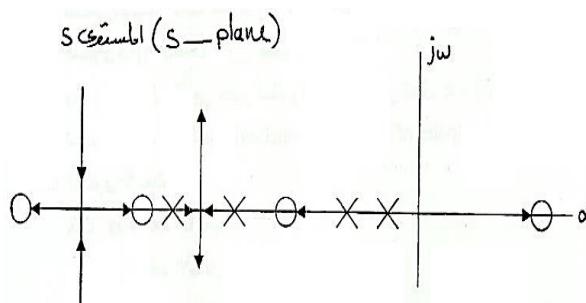
$$1 + G(s) = 0 \rightarrow (6.11)$$

باستبدال $s = j\omega$ تصبح المعادلة

6] ترتيب الأقطاب والأصفار : إذا كان هنالك أصفار وأقطاب على المحور الحقيقي فإن هنالك تفرعات تبدأ من الجذر في أقصى اليمين.

الشكل رقم (6.2) أدناه يوضح كيفية ترتيب الأقطاب والأصفار على المحور الحقيقي.

$s - plane$ (المستوى s)



الشكل رقم (6.2) ترتيب الأقطاب والأصفار على المحور الحقيقي.

6.2 أمثلة محلولة:

1] من دالة انتقال المسار الأمامي أدناه ارسم مخطط المحل الهندسي للجذور وتحقق من استقرار المنظومة وأوجد قيمة الثابت A .

$$G(s) = \frac{A}{(1+2s)(1+0.5s)(1+0.25s)}$$

الحل:

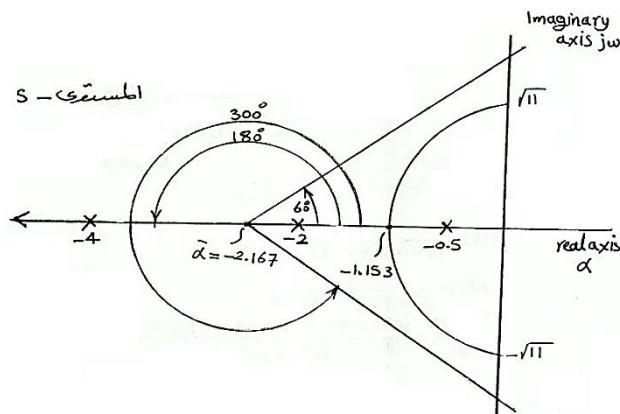
$K = s$ معامل الرتبة العليا $\text{Coefficient of the highest order of } s$

$$G(s) = KF(s)$$

$$K = \frac{A}{0.25} = 4A$$

$$F(s) = \frac{1}{(s+0.5)(s+2)(s+4)}$$

الشكل أدناه يوضح المستوى s ومواضع الجذور القطبية:



رتبة دالة الانتقال ، $(m - n)$:

$$m - n = 3 - 0 = 3$$

هذا يعني أن هناك 3 أصفار في ما لا نهاية.

* اتجاه الصفر في ما لا نهاية أو اتجاه الخطوط المقاربة:

$$= \frac{180}{m-n} (1 + 2L) = \text{اتجاه الصفر اللانهائي أو اتجاه الخط المتقارب}$$

$$= \frac{180}{3-0} (1 + 2L) = 60(1 + 2L) = 60(1 + 2L)$$

$$at L = 0 = \frac{180}{3} = 60^\circ = \text{اتجاه الخط المتقارب ،}$$

$$at L = 1 = \frac{180}{3} \times 3 = 180^\circ = \text{اتجاه الخط المتقارب ،}$$

$$at L = 2 = \frac{180}{3} \times 5 = 300^\circ = \text{اتجاه الخط المتقارب ،}$$

* تقاطع الخطوط المقاربة مع المحور الحقيقي:

$$\bar{\alpha} = \frac{(1 \times \alpha_a + 1 \times \alpha_b + 1 \times \alpha_c + \dots) - (1 \times \alpha_1 + 1 \times \alpha_2 + \dots)}{m - n}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{(1 \times -0.5 + 1 \times -2 + 1 \times -4) - 0}{3}$$

$$= -2.167$$

بما أن $\bar{\alpha}$ قيمتها سالبة فالمنظومة تعتبر مستقرة.

* عند النقطة السرجية

$$\frac{dF(s)}{ds} = 0$$

$$F(s) = \frac{1}{(s + 0.5)(s + 2)(s + 4)}$$

$$\therefore F(s) = \frac{1}{s^3 + 6.5s^2 + 11s + 4}$$

$$\therefore \frac{dF(s)}{ds} = \frac{(s^3 + 6.5s^2 + 11s + 4) \times 0 - 1(3s^2 + 13s + 11)}{(s^3 + 6.5s^2 + 11s + 4)} = 0$$

$$3s^2 + 13s + 11 = 0$$

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\therefore s = \frac{-13 \pm \sqrt{13^2 - 4 \times 3 \times 11}}{2 \times 3} = \frac{-13 \pm 6.083}{6}$$

$$\text{أما } S = -1.153$$

$$\text{أو (مرفوعة) } s = -3.1805$$

* تقاطع الخطوط المقاربة مع المحور التخييلي :

$$\text{المعادلة المميزة ، } 1 + G(s) = 0$$

$$G(S) = KF(S) = \frac{4A}{S^3 + 6.5S^2 + 11S + 4}$$

$$1 + G(S) = 1 + \frac{4A}{S^3 + 6.5S^2 + 11S + 4}$$

$$= \frac{S^3 + 6.5S^2 + 11S + 4 + 4A}{S^3 + 6.5S^2 + 11S + 4} = 0$$

$$\therefore S^3 + 6.5S^2 + 11S + 4 = 0$$

باستبدال s بـ $j\omega$

$$1 + G(j\omega) = -j\omega^3 - 6.5\omega^2 + 11j\omega + 4 + 4A = 0$$

بأخذ معادلة المكونات التخيمية:

$$-j\omega^3 + 11j\omega = 0$$

$$-j\omega^3 = -11j\omega$$

$$\therefore \omega^2 = 11$$

$$\therefore \omega = \pm\sqrt{11}$$

وبأخذ المكونات الحقيقية :

$$-6.5\omega^2 + 4 + 4A = 0$$

$$-6.5 \times 11 + 4 + 4A = 0$$

$$-67.5 + 4A = 0$$

$$\therefore 4A = 67.5$$

$$\therefore A = \frac{67.5}{4} = 16.875$$

2] من دالة انتقال المسار الأمامي أدناه أرسم مخطط المحل الهندسي للجذور وتحقق من استقرار أو عدم استقرار النظام وأوجد قيمة A للاستقرار الحدي.

$$G(S) = \frac{A}{(3S + 2)(S^2 + 4S + 8)}$$

$$G(S) = KF(S)$$

$$\text{معامل الرتبة العليا } \mathcal{L} = S$$

$$K = \frac{A}{3}$$

$$F(S) = \frac{1}{\left(S + \frac{2}{3}\right)(S^2 + 4S + 8)}$$

للمعادلة $(S^2 + 4S + 8)$ ، يتم حساب الجذور كالتالي :

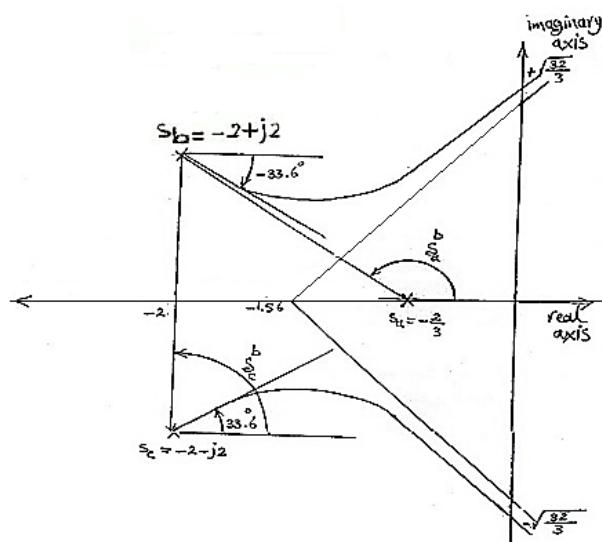
$$S = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \times 1 \times 8}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{-16}}{2}$$

$$= \frac{-4 \pm j4}{2} = -2 \pm j2$$

$$F(S) = \frac{1}{\left(S + \frac{2}{3}\right)(S + 2 - j2)(S + 2 + j2)}$$

$$S_c = -2 - j2, S_b = -2 + j2, S_a = -\frac{2}{3}$$

الشكل أدناه يوضح المستوى s الذي يحتوي على مواضع الجذور القطبية واتجاهاتها عندما تغادر لتلاقي الجذور الصفرية اللانهائية .



* رتبة دالة الانتقال :

$$m - n = 3 - 0 = 3$$

هذا يعني أن هناك 3 أصفار في ما لا نهاية

* اتجاه الصفر في ما لا نهاية أو تجاه الخطوط المقاربة :

$$\text{اتجاه لصفر اللانهائي} = \frac{180}{m-n} (1 + 2L) = \frac{180}{3} (1 + 2L) = 60(1 + 2L)$$

$$\text{at } L = 0 = 60^\circ \text{ اتجاه الخط المتقارب ،}$$

$$\text{at } L = 1 = 180^\circ \text{ اتجاه الخط المتقارب ،}$$

$$\text{at } L = 2 = 300^\circ \text{ اتجاه الخط المتقارب ،}$$

* تقاطع الخطوط المقاربة مع المحور الحقيقي :

$$\bar{\alpha} = \frac{(1 \times \alpha_a + 1 \times \alpha_b + 1 \times \alpha_c) - (1 \times \alpha_1 + 1 \times \alpha_2 + \dots)}{m - n}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{(1 \times \alpha_a + 1 \times \alpha_b + 1 \times \alpha_c)}{m - n}$$

$$\therefore \bar{\alpha} = \frac{\left(1 \times \frac{-2}{3} + 1 \times -2 + 1 \times -2\right)}{3} = -1.56$$

بما أن $\bar{\alpha}$ قيمتها سالبة ، فالمنظومة تعتبر مستقرة.

* تقاطع الخطوط المقاربة مع المحور التخييلي:

$$1 + G(s) = 0$$

$$G(s) = KF(s) = \frac{A}{(3s + 2)(s^2 + 4s + 8)}$$

$$1 + G(s) = 1 + \frac{A}{3s^3 + 14s^2 + 32s + 16}$$

$$1 + G(s) = \frac{3s^3 + 14s^2 + 32s + 16 + A}{3s^3 + 14s^2 + 32s + 16} = 0$$

$$\therefore 1 + G(s) = 3s^3 + 14s^2 + 32s + 16 + A = 0$$

باستبدال $s \rightarrow j\omega$:

$$-3j\omega^3 - 14\omega^2 + 32j\omega + 16 + A = 0$$

بأخذ معادلة المكونات التخييلية:

$$-3j\omega^3 - 32j\omega = 0$$

$$-3j\omega^3 = -32j\omega$$

$$\therefore \omega^2 = \frac{32}{3}$$

$$\therefore \omega = \pm \sqrt{\frac{32}{3}}$$

* اتجاه المحل الهندسي للجذور عندما يبتعد عن القطب أو يقترب من الصفر :

$$\delta = \begin{pmatrix} b & b \\ \delta + \delta + \dots & \\ 1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b & b \\ \delta + \delta + \dots & \\ a & c \end{pmatrix} \pm 180$$

$$\delta = 180 - \tan^{-1} \frac{2}{1.33} = 180^\circ - 56.4 = 123.6^\circ$$

$$\begin{matrix} b \\ \delta = 90^\circ \\ c \end{matrix}$$

$$\therefore \delta = -(123.6 + 90) \pm 180 = -33.6^\circ \text{ or } -393.6^\circ$$

$$\begin{matrix} c & b \\ \delta = -\delta = 33.6^\circ & \\ c & b \end{matrix}$$

وبما أن المحل الهندسي متماثل فإن ،

لإيجاد قيمة A : بأخذ معادلة المكونات الحقيقية :

$$-14\omega^2 + 16 + A = 0$$

$$-14 \times \frac{32}{3} + 16 + A = 0$$

$$\therefore A = 14 \times \frac{32}{3} - 16 = 149.3 - 16 = 133.3$$

3] من دالة انتقال المسار الأمامي أدناه تحقق من استقرار النظام وأرسم مخطط المحل الهندسي للجذور .

$$G(S) = \frac{A(S^2 + 2S + 2)}{(3S + 2)(S^2 + 4S + 8)}$$

الحل:

$$G(S) = KF(S)$$

معامل الرتبة العليا $L = S$

$$K = \frac{A}{3}$$

$$F(S) = \frac{S^2 + 2S + 2}{\left(S + \frac{2}{3}\right)(S^2 + 4S + 8)}$$

لإيجاد جذور المعادلة $(S^2 + 2S + 2)$ يمكن استخدام المعادلة أدناه :

$$\begin{aligned} S &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \times 1 \times 2}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-4}}{2} \\ &= \frac{-2 \pm j2}{2} = -1 \pm j1 \end{aligned}$$

ولإيجاد جذور المعادلة $(S^2 + 4S + 8)$ يتم استخدام المعادلة أدناه :

$$S = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \times 1 \times 8}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{-16}}{2} = \frac{-4 \pm j4}{2} = -2 \pm j2$$

$$\therefore F(S) = \frac{(s + 1 - j)(s + 1 + j)}{\left(S + \frac{2}{3}\right)(S + 2 - j2)(S + 2 + j2)}$$

* رتبة دالة الانتقال :

$m - n = 3 - 2 = 1$ ، رتبة دالة الانتقال أو التحويل

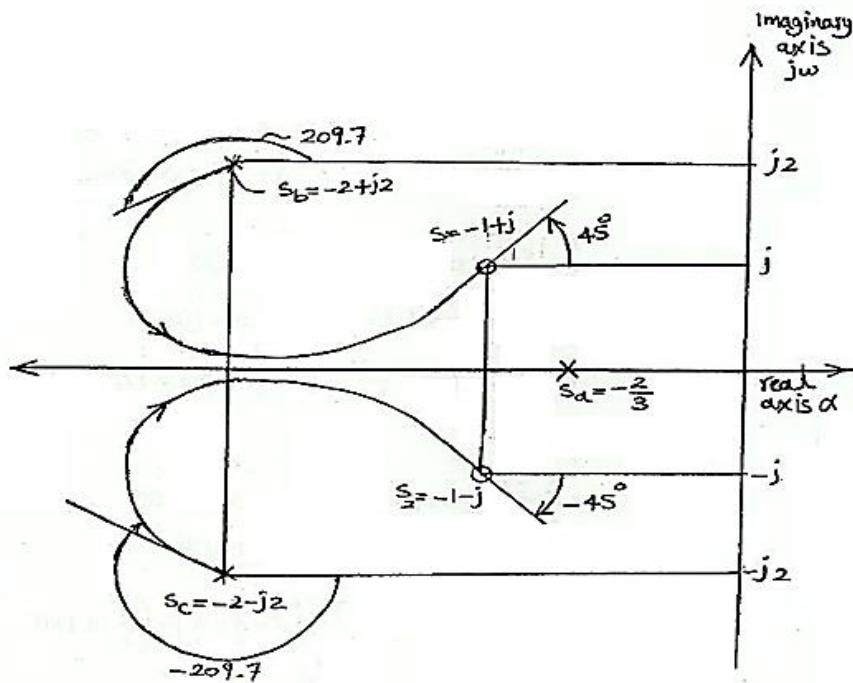
هذا يعني أن هنالك صفر 1 في ما لا نهاية .

* اتجاه الصفر اللانهائي أو تجاه الخطوط المقاربة :

$$= \frac{180}{m-n} = \text{اتجاه الصفر اللانهائي أو اتجاه الخط المتقارب}$$

$at \ L = 0 = \text{اتجاه الخط المتقارب} , 180^\circ$

الشكل أدناه يوضح مواضع الجذور القطبية والصفرية على المستوى s وأيضاً يوضح اتجاه المجال الهندسي للجذور عندما تبتعد عن القطب أو تقترب من الصفر .



تقاطع الخطوط المقاربة مع المحور الحقيقي:

$$\bar{\alpha} = \frac{(1 \times \alpha_a + 1 \times \alpha_b + 1 \times \alpha_c) - (1 \times \alpha_1 + 1 \times \alpha_2 + \dots)}{m - n}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\left(1 \times \frac{-2}{3} + 1 \times -2 + 1 \times -2\right) - (1 \times -1 + 1 \times -1)}{3 - 2} = -2.67$$

بما أن $\bar{\alpha}$ قيمتها سالبة ، فالمنظومة تعتبر مستقرة.

زوايا المغادرة من القطب أو الاقتراب إلى الصفر:

$$\frac{b}{b} \delta = \left(\frac{b}{\delta + \delta + \dots} \right) - \left(\frac{b}{\delta + \delta + \dots} \right) \pm 180$$

$$\frac{b}{b} \delta = 180 - \tan^{-1} 1 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

b

$$\delta = 180 - \tan^{-1} 3 = 180^\circ - 71.6 = 108.4^\circ$$

2

b

$$\delta = 180 - \tan^{-1} \frac{2}{1.333} = 180^\circ - 56.3 = 123.7^\circ$$

a

b

$$\delta = 90^\circ$$

c

b

$$\therefore \delta = (135 + 108.4) - (123.7 + 90) \pm 180^\circ$$

b

$$= -29.7 \pm 180^\circ = 209.7 \text{ or } -150.3^\circ$$

$$\frac{1}{\delta} = \frac{1}{\delta + \delta + \delta} - \frac{1}{\delta} \pm 180^\circ$$

زاوية الاقتراب من الصفر

1

$$\frac{1}{\delta} = 180 - \tan^{-1} \frac{1}{1/3} = 180^\circ - 71.6 = 108.4^\circ$$

1

$$\frac{1}{\delta} = 180 - \tan^{-1} \frac{1}{1} = 180^\circ - 45 = 135^\circ$$

b

1

$$\frac{1}{\delta} = 180 - \tan^{-1} \frac{3}{1} = 71.6^\circ$$

c

1

$$\delta = 90^\circ$$

2

1

$$\therefore \delta = (108.4 + 135 + 71.6) - (90) \pm 180^\circ$$

1

$$= 225 \pm 180^\circ = 405 \text{ or } 45^\circ$$

بما أن المثل الهندسي متماثل فإنَّ :

c b

$$\delta = -\delta = -209.7 \text{ أو } 150.3$$

c b

$$\begin{matrix} 2 & 1 \\ \delta = -\delta & = -405^\circ \text{ أو } 45^\circ \\ 2 & 1 \end{matrix} \quad \text{وأيضاً ،}$$

6.3 أسلوب راوث لتحقق من استقرار النظم {Routh stability criterion}

استتبع راوث (Routh) أسلوباً مبتكرًا للتحقق من استقرار نظم التحكم وذلك باستخدام المعادلة المميزة للنظام $\{1 + G(s) = 0\}$ ووضعها في شكل مصفوفة وبالتالي إيجاد محدداتها وترتيبها في العمود الأول للمصفوفة . لمعرفة ما إذا كانت المنظومة مستقرة أم لا يتم مراقبة العناصر الموجودة في العمود الأول ، فإذا كانت الإشارة الجبرية للعناصر غير متغيرة فتعتبر المنظومة مستقرة وإنما ستعتبر غير مستقرة.

سيتم شرح أسلوب راوث وأحكامه من خلال الأمثلة التالية . أيضاً سيتم مقارنة أسلوب راوث بأسلوب المحل الهندسي لجذور معادلة الخصية.

6.4 أمثلة محلولة [أ]:

1] أرسم المحل الهندسي لمنظومة التحكم ذات وحدة التغذية المرتدة التي دالة مسارها الأمامي كالتالي:

$$G(S) = \frac{A(S+1)}{S^2(S+2)}$$

أيضاً جرب طريقة راوث {Routh} للتحقق من استقرار النظم .

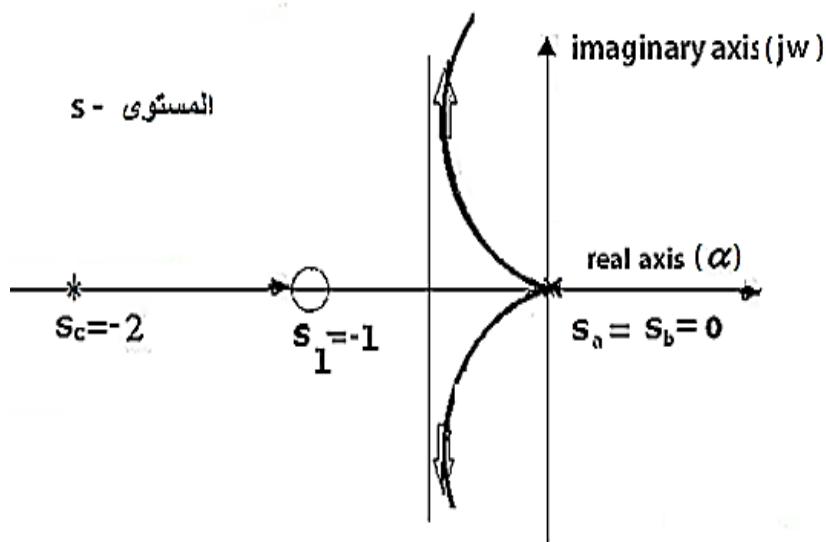
الحل:

$$G(S) = KF(S)$$

$$\text{معامل الرتبة } K = S$$

$$F(S) = \frac{(S+1)}{S \times S(S+2)}$$

الشكل أدناه يوضح توزيع الجذور القطبية على المحور الحقيقي .



* رتبة دالة الانتقال (عند خطوط المقاربة أو عدد الأصفار اللانهائية) :

$$، \text{ رتبة دالة الانتقال } m - n = 2$$

هذا يعني أن نالك صفران فيما لا نهاية .

* اتجاه الصفر اللانهائي أو اتجاه الخطوط المقاربة :

$$= \frac{180}{m-n} (1 + 2L) = \frac{180}{3-2} (1 + 2L) = 90(1 + 2L)$$

$$\text{at } L = 0 = 90^\circ \text{ اتجاه الخط المتقارب}$$

$$\text{at } L = 1 = 270^\circ \text{ اتجاه الخط المقارب}$$

* تقاطع الخطوط المقاربة مع المحور الحقيقي :

$$\bar{\alpha} = \frac{(1 \times \alpha_a + 1 \times \alpha_b + 1 \times \alpha_c) - (1 \times \alpha_1)}{m - n}$$

$$\therefore \bar{\alpha} = \frac{(1 \times 0 + 1 \times 0 + 1 \times -2) - (1 \times -1)}{2} = \frac{-2 + 1}{2} = -0.5$$

بما أن $\bar{\alpha}$ قيمتها سالبة فالمنظومة تعتبر مستقرة.

استخدام طريقة راوث للتحقق من استقرار المنظومة :

معادلة الخاصة $\{Characteristic\ equation\}$:

$$1 + G(S) = 0$$

$$G(s) = \frac{A(S+1)}{S^2(S+2)} = \frac{AS+A}{S^3+2S^2}$$

$$\therefore 1 + G(S) = 1 + \frac{AS+A}{S^3+2S^2} = 0$$

$$S^3 + 2S^2 + AS + A = 0$$

$$\begin{array}{c|ccc} S^3 & 1 & A & 0 \\ S^2 & 2 & A & 0 \\ S^1 & \frac{2A-A}{2} = \frac{A}{2} & 0 & 0 \\ S^0 & \frac{\frac{A^2}{2} - 0}{A/2} = A & 0 & 0 \end{array}$$

وبما ان اشاره العناصر الموجودة في العمود الأول غير متغيرة فإن المنظومة تعتبر مستقرة . للاستقرارية الحدية

فإن $0 > A$ ، بمعنى أن A تكون أكبر من الصفر .

2] دالة المسار الأمامي $G(S)$ لمنظومة تحكم يمكن التعبير عنها كالتالي :

$$G(S) = \frac{2100S + 101}{3200S^2(10S + 1)}$$

استخدم اسلوب راوث أو أي اسلوب آخر لتحديد ما إذا كانت المنظومة مستقرة أم لا ؟

الحل:

معادلة الخاصة :

$$1 + G(S) = 0$$

$$1 + \frac{1 + 2100S + 101}{3200S^3 + 3200S^2} = 0$$

$$3200S^3 + 3200S^2 + 2100S + 101 = 0$$

$$\begin{array}{c|ccccc}
 S^3 & 32000 & & 2100 & 0 \\
 S^2 & 3200 & & 101 & 0 \\
 S^1 & \frac{3200 \times 2100 - 32000 \times 101}{3200} = 1090 & & 0 & 0 \\
 S^0 & \frac{1090 \times 101 - 0}{1090} = 101 & & 0 & 0
 \end{array}$$

وبما أن إشارة المعاملات الموجودة في العمود الأول لم تتغير فان هذه المنظومة تعتبر منظومة مستقرة.

[3] من معادلة الخواصية للدالة الآتية حدد ما إذا كانت المنظومة مستقرة أم غير ذلك .

$$S^4 + 3S^3 + S^2 + 6S + 2 = 0$$

الحل:

$$\begin{array}{c|ccccc}
 S^4 & 1 & 1 & 2 & 0 \\
 S^3 & 3 & 6 & 0 & 0 \\
 S^2 & -1 & 2 & 0 & 0 \\
 S^1 & 12 & 0 & 0 & 0 \\
 S^0 & 2 & 0 & 0 & 0
 \end{array}$$

بما أن اشارة المعاملات الموجودة في العمود الأول تغيرت من الموجب إلى السالب ثم إلى الموجب مرة أخرى

فإن المنظومة تعتبر غير مستقرة.

6.5 بعض الأحكام العامة لأسلوب راوث

(General Rules of Routh Stability Criterion)

[1] يقول قانون راوث أن عدد التغيرات في اشارة المعاملات في العمود الأول للمصفوفة يساوي عدد جذور دالة الخاصية الواقعة على يمين المحور التخييلي.

في المثال السابق هنالك تغيران في الإشارة من الموجب إلى السالب ثم من السالب إلى الموجب وعليه فهنالك جذريين يمين المحور التخييلي.

[2] عدد المعاملات في العمود الأول هو $1 + n$ حيث n هي رتبة دالة الخاصية .

[3] إذا كان معامل الصف الأخير هو صفر فمعادلة الخاصية لديها جذر عند الأصل.

[4] إذا كان معامل الصفين الأخيرين هو صفر فمعادلة الخاصية لديها جذر مزدوج عند الأصل .

[5] إذا كان أحد معاملات العمود الأول هو صفر ، فيمكن استبداله برقم صغير جداً ϵ بغرض حساب المعاملات المتبقية في المصفوفة وكمثال لذلك:

$$S^5 + 2S^4 + 4S^3 + 8S^2 + 10S + 6 = 0$$

S^5	1	4	10	0
S^4	2	8	6	0
S^3	$0 \approx \epsilon$	7	0	0
S^2	$-\frac{14}{\epsilon}$	6	0	0
S^1	7	0	0	0
S^0	6	0	0	0

بما أن إشارة المعاملات الموجودة في العمود الأول تغيرت مرتين من الموجب إلى السالب ومن السالب إلى الموجب فإن معادلة الخاصية سيكون لديها جذريين يمين المحور التخييلي.

6] إذا كانت بعض جذور معادلة الخاصية موزعة بتماثل حول نقطة الأصل فإن أحد صفوف مصفوفة راوث ستحتوي جميعها على الصفر . ويحدث هذا الوضع عندما تمتلك معادلة الخاصية زوج من الجذور الحقيقية بإشارات معكوسه $(\pm\alpha)$ ، أو زوج من الجذور المرافقه المعقدة بإشارة معكوسه $(\pm j\omega)$ أو بزوج متحدد من الجذور الحقيقية والمعقدة $(-\alpha \pm j\omega)$ ، $\alpha \pm j\omega$.

مثال لذلك معادلة الخاصية :

$$S^6 + 6S^5 + 10S^4 + 12S^3 + 13S^2 - 18S - 24 = 0$$

مصفوفة راوث:

S^6	1	10	13	-24	0
S^5	6	12	-18	0	0
S^4	8	16	-24	0	0
S^3	0	0	0	0	0
S^2	0	0	0	0	0
S^1	0	0	0	0	0
S^0	0	0	0	0	0

صف S^3 يحتوي جميعه على صفر

المعادلة المساعدة $\{A(S)$ ، يمكن الحصول عليها من معاملات الصف السابق.

$$\begin{aligned} A(S) &= 8S^4 + 16S^2 - 24 \\ &= 8(S^4 + 2S^2 - 3) = 8(S^2 - 1)(S^2 + 3) \end{aligned}$$

المعادلة المساعدة هي دائمًا زوجية الرتبة.

$$\begin{aligned} S^6 + 6S^5 + 10S^4 + 12S^3 + 13S^2 - 18S - 24 &= 8(S^4 - 2S^2 - 3)(S^2 + 6S + 8) = 0 \\ \text{جذور المعادلة } (S^2 - 1)(S^2 + 3) \text{ هي } (S^4 + 2S^2 - 3) \end{aligned}$$

زوج من الجذور الحقيقية : $S^2 = 1 \Rightarrow S = \pm 1$

زوج من الجذور التخيلية : $S^2 = -3 \Rightarrow S = \pm\sqrt{-3}$

جذور المعادلة $S^2 + 6S + 8 = (S + 4)(S + 2) = 0$ هي : $(s^2 + 6s + 8) = 0$

$$\therefore S = -4, S = -2$$

6.6 أمثلة محلولة [ب]:

[1] معادلة الخاصة لمنظومة تحكم ذات تغذية مرتبة هي :

$$(S + 2)(S^2 + 4S + 8) + K = 0$$

استخدم طريقة راوث لتحديد مدى قيم K حتى تكون المنظومة مستقرة .

الحل :

$$S^3 + 4S^2 + 8S + 2S^2 + 8S + 16 + K = 0$$

بإعادة ترتيب المعادلة عالية ،

$$S^3 + 6S^2 + 16S + (16 + K) = 0$$

مصفوفة راوث:

$$\begin{array}{c|ccc} S^3 & 1 & 16 & 0 \\ S^2 & 6 & (16 + k) & 0 \\ S^1 & \frac{80 - K}{6} & 0 & 0 \\ \hline S^0 & 16 + k & 0 & 0 \end{array}$$

لكي تكون المنظومة مستقرة فإن الصفر قبل الأخير في العمود الأول يجب أن يكون أكبر من أو مساوياً للعنصر . أيضاً يجب أن يكون العنصر الأخير أكبر من أو مساوياً للعنصر .

$$\frac{80 - K}{6} \geq 0 \rightarrow (1)$$

$$80 - K \geq 0$$

$$-K \geq -80$$

$$\therefore K \leq 80$$

$$16 + K \geq 0 \rightarrow (2)$$

$$\therefore K = -16$$

$$-16 \leq K \leq 80$$

قيم K تكون محصورة بين 16 و 80.

[2] معادلة الخاصية لمنظومة تحكم هي :

$$s(s^2 + 8s + a) + 4(s + 8) = 0$$

استخدم طريقة راوث للحصول على مدى قيم a لتكون المنظومة مستقرة.

الحل:

$$s^3 + 8s^2 + as + 4s + 32 = 0$$

$$s^3 + 8s^2 + (a + 4)s + 32 = 0$$

مصفوفة راوث:

$$\begin{array}{c|ccc} S^3 & 1 & (a + 4) & 0 \\ S^2 & 8 & 32 & 0 \\ S^1 & a & 0 & 0 \\ S^0 & 32 & 0 & 0 \end{array}$$

قيمة a يجب أن تكون مساوية أو أكبر من صفر

6.7 مسائل إضافية:

[1] استخدم طريقة راوث لتحديد عدد الجذور التي تقع يمين المحور التخييلي للمستوى s لمعادلات الخاصية

التالية:

$$s^3 + 5s^2 + 6s = 0 \quad (i)$$

$$s^3 + s^2 - s - 1 = 0 \quad (ii)$$

$$s^3 + 2s^2 + 4s + 8 = 0 \quad (iii)$$

$$s^4 + 5s^3 + 6s^2 = 0 \quad (iv)$$

$$s^4 + 5s^3 + 5s^2 - 5s - 6 = 0 \quad (v)$$

$$s^4 + 5s^3 + 7s^2 + 5s + 6 = 0 \quad (vi)$$

$$s^5 + s^4 + 5s^3 + 5s^2 - 4s + 4 = 0 \quad (vii)$$

$$s^5 + 4s^4 + 6s^3 + 24s^2 + 25s + 100 = 0 \quad (viii)$$

وأيضاً تعرّف على الجذور المُوزّعة بتماثل حول نقطة الأصل.

2] معادلة الخاصة لمنظومة تحكم هي :

$$s(s^2 + 6s + 13) + k = 0$$

أ] حدد قيم k التي تجعل المنظومة مستقرة.

ب] حدد قيم k التي تجعل معادلة الخاصة تمتلك زوج من الجذور المرافقـة المعقدة على المحور التخيـلي.

ج] حدد قيم k التي تجعل معادلة الخاصة تمتلك زوج من الجذور المرافقـة التي جزئها الحـقيقي هو 1.

الكتب والمراجع

الكتب والمراجع العربية :

1. جلال الحاج عبد ، "نظريّة التحكّم في الأنظمة الميكانيكيّة" ، موقع جلال الحاج عبد . فبراير (2010) . www.jalalalhajabed
2. أسامة محمد المرضي سليمان ، "كتاب محاضرات اتوماتية وتحكم" ، جامعة وادي النيل ، كلية الهندسة والتقنية ، قسم الهندسة الميكانيكية ، (1994 م) .
3. أسامة محمد المرضي سليمان ، "كتاب محاضرات أجهزة القياس الهندسية" ، جامعة وادي النيل ، كلية الهندسة والتقنية ، قسم الهندسة الميكانيكية ، (1993 م) .
4. أسامة محمد المرضي سليمان ، "كتاب محاضرات هندسة التحكم" ، جامعة وادي النيل ، كلية الهندسة والتقنية ، قسم الهندسة الميكانيكية ، (1995 م) .
5. سعود بن حميد اللحياني ، "أجهزة القياس" ، جامعة أم القرى ، كلية العلوم التطبيقية ، شعبة الفيزياء الطبية .
6. محمد هاشم صديق ، "ميكانيكا المواقع" ، الإصدارة الكتابية ، (2016 م) .
7. أسامة محمد المرضي سليمان ، "كتاب حلول مسائل في أجهزة قياس و تحكم (الجزء الأول)" ، جامعة وادي النيل ، كلية الهندسة والتقنية ، قسم الهندسة الميكانيكية ، مارس (2016 م) .
8. أسامة محمد المرضي سليمان ، "كتاب حلول مسائل في أجهزة قياس و تحكم (الجزء الثاني)" ، جامعة وادي النيل ، كلية الهندسة والتقنية ، قسم الهندسة الميكانيكية ، يناير (2016 م) .
9. الإداره العامة لتصميم وتطوير المناهج ، "كتاب القياسات الفنية" ، المملكة العربية السعودية .
10. الإداره العامة لتصميم وتطوير المناهج ، "كتاب تقنية التحكم الآلي" ، المملكة العربية السعودية .
11. الإداره العامة لتصميم وتطوير المناهج ، "كتاب تقنية التحكم المبرمج" ، المملكة العربية السعودية .

12. الإدراة العامة لتصميم وتطوير المناهج ، "كتاب نظم التحكم الصناعية وخواصها" ، المملكة العربية السعودية .

الكتب والمراجع الإنجليزية :

1. Larry Caretto , " Introduction to Fluid Statics and Manometers " , California State University , Northridge , January (2008) .
2. Atherton D. P., "Nonlinear Control Engineering", Van Nostrand Reinhold, London, (1982).
3. Burns R. S. , " Intelligent Manufacturing " , Journal of Aircraft Engineering and Aerospace Technology , MBC University Press , 69 (5) , (1997) , PP. (440 – 446).
4. L. Michalski , K. Eckersdorf , J. Kucharski , J. McGhee , " Temperature Measurement " , Second Edition , John Wiley and Sons Ltd , (2001) .
5. McGhee T. D. , " Principles and Methods of Temperature Measurement " , John Wiley and Sons Ltd , New York , (1988) .
6. Diamond J. M. , " Linearization of Resistance Thermometers and other Transducers " , Rev. SC. Instr. 41 (1) , (1970) , PP. (53 – 56) .
7. Peter Grogono, "Control Systems", December (2003).
8. P. R. Wiederhold , " Water Vapor Measurement , Methods and Instrumentation " , Marcel Dekker , New York , (1997) .
9. Morrison G. L. and et al. , " Five Hole Pressure Probe Analysis Technique " , Flow Measurement and Instrumentation , Vol. 9 , No. 3 , (1998) , PP. (153 – 158) .
10. Matthias Nau, "Electrical Temperature Measurement with Thermocouples and Resistance Thermometers", M. K. Juchheim, August (2002).
11. Joseph J. Distefano , " Feedback and Control Systems " , Schaum's Outline of Theory and Problems , Second Edition , McGraw Hill , New York , (1990) .
12. Kopecky F. and et al., "Exercise from Physics for Students of Pharmacy", Bratislava, UK, (1990).

13. John Hannah, Richmond Courtney Stephens, " Mechanics of Machines: Elementary Theory and Examples ", Volume 1, (1984).
14. Bela G. Liptak, "Process Control, CRC Press, New York, (1999).
15. Yunus A. Cengel and John M. Cimbala, " Solutions Manual for Fluid Mechanics : Fundamentals and Applications " , Second Edition , McGraw Hill , (2010) .
16. Csala Hos , and Botond Erdos , " Introduction to Mechanical Engineering Lecture Notes " , December (2011) .

نبذة عن المؤلف:



أسامي محمد المرضي سليمان ولد بمدينة عطبرة بالسودان في العام 1966م. حاز على دبلوم هندسة ميكانيكية من كلية الهندسة الميكانيكية - عطبرة في العام 1990م. تحصل أيضاً على درجة البكالوريوس في الهندسة الميكانيكية من جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا - الخرطوم في العام 1998م ، كما حاز على درجة الماجستير في تخصص ميكانيكا المواد من جامعة وادي النيل - عطبرة في العام 2003م ودرجة الدكتوراه من جامعة وادي النيل في العام 2017م. قام بالتدريس في العديد من الجامعات داخل السودان، بالإضافة لتأليفه عشرين كتاب باللغة العربية ولعشرة كتب باللغة الإنجليزية بالإضافة لخمسين ورقة علمية منشورة في دور نشر ومجلات عالمية إلى جانب إشرافه على أكثر من مائتي بحث تخرج لكل من طلاب الماجستير، الدبلوم العالي، البكالوريوس، والدبلوم العام. يشغل الآن وظيفة أستاذ مساعد بقسم الميكانيكا بكلية الهندسة والتكنولوجيا - جامعة وادي النيل. بالإضافة لعمله كمستشاري لبعض الورش الهندسية بالمنطقة الصناعية عطبرة. هذا بجانب عمله كمدير فني لمجموعة ورش الكمالى الهندسية لخراطة أعمدة المرافق واسطوانات السيارات والخراطة العامة وكبس خراطيش الهيدروليک.