

الأكاديمية العربية الدولية



الأكاديمية العربية الدولية
Arab International Academy

الأكاديمية العربية الدولية المقررات الجامعية

هندسة كهربائية- ٢

١٤١ لك



الحمد لله وحده، والصلاة والسلام على من لا نبي بعده، محمد وعلى آله وصحبه، وبعد :

تسعى المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني لتأهيل الكوادر الوطنية المدربة القادرة على شغل الوظائف التقنية والفنية والمهنية المتوفرة في سوق العمل، ويأتي هذا الاهتمام نتيجة للتوجهات السديدة من لدن قادة هذا الوطن التي تصب في مجملها نحو إيجاد وطن متكامل يعتمد ذاتياً على موارده وعلى قوة شبابه المسلح بالعلم والإيمان من أجل الاستمرار قدماً في دفع عجلة التقدم التتموي، لتصل بعون الله تعالى لمصاف الدول المتقدمة صناعياً.

وقد خطت الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج خطوة إيجابية تتفق مع التجارب الدولية المتقدمة في بناء البرامج التدريبية، وفق أساليب علمية حديثة تحاكي متطلبات سوق العمل بكافة تخصصاته لتلبي متطلباته، وقد تمثلت هذه الخطوة في مشروع إعداد المعايير المهنية الوطنية الذي يمثل الركيزة الأساسية في بناء البرامج التدريبية، إذ تعتمد المعايير في بنائها على تشكيل لجان تخصصية تمثل سوق العمل والمؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني بحيث تتوافق الرؤية العلمية مع الواقع العملي الذي تفرضه متطلبات سوق العمل، لتخرج هذه اللجان في النهاية بنظرة متكاملة لبرنامج تدريبي أكثر التصاقاً بسوق العمل، وأكثر واقعية في تحقيق متطلباته الأساسية.

وتتناول هذه الحقيبة التدريبية " هندسة كهربائية -٢ " لمتدربي قسم " إلكترونيات صناعية وتحكم " للكلية التقنية موضوعات حيوية تتناول كيفية اكتساب المهارات اللازمة لهذا التخصص.

والإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج وهي تضع بين يديك هذه الحقيبة التدريبية تأمل من الله عز وجل أن تسهم بشكل مباشر في تأصيل المهارات الضرورية اللازمة، بأسلوب مبسط يخلو من التعقيد، وبالاستعانة بالتطبيقات والأشكال التي تدعم عملية اكتساب هذه المهارات.

والله نسأل أن يوفق القائمين على إعدادها والمستفيدين منها لما يحبه ويرضاه، إنه سميع مجيب الدعاء.

الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه وسلم، ... وبعد ،
نتيجة للتطور الذي تشهده المملكة العربية السعودية في شتى مجالات التقنية المختلفة ، كان لازماً
تخريج كوادر وطنية قادرة على استيعاب هذه التقنيات بمهارة وإتقان.

وانطلاقاً من حرص ولاية الأمر في هذا البلد وقناعتهم بالاستفادة من هذه التقنيات والأخذ بأسباب
التقدم بما يتوافق مع شريعتنا الغراء ، فقد عهدت الدولة إلى المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني
مهمة إعداد كوادر فنية مدربة قادرة على استيعاب وسائل التقنية الحديثة. وانطلاقاً من هذا الهدف
النبيل قامت المؤسسة بجهد مشكور في هذا الميدان ، حيث قامت بعمل ورش مختلفة وذلك بغرض تحديد
المواصفات المهنية لكل تخصص فني ، ومن ثم عهدت المؤسسة بتكليف بعض الأقسام في الكليات
التقنية المختلفة بتأليف وإعداد مناهج نظرية وعملية متوافقة مع مواصفات التخصصات الفنية المختلفة.
ومن هنا كان منهج الهندسة الكهربائية -٢ من ثمار هذا الجهد الرائع الذي قامت به الإدارة العامة
لتصميم وتطوير المناهج بالمؤسسة.

وإننا إذ نقدم هذا المنهج لطلاب الكليات التقنية ، بما يتوافق مع احتياجات الطالب ومستواه
الدراسي ، وبأسلوب مبسط خالٍ من التعقيد ، دون الإخلال بالمحتوى العلمي.
وختاماً ، نسأل المولى عز وجل أن يوفق القائمين على هذا المشروع بكل خير ، كما نسأله تعالى أن
يوفق أبناءنا الطلاب لفهم هذا المنهج عملياً وأن يجعل أعمالنا خالصة لوجهه الكريم ، وآخر دعوانا أن
الحمد لله رب العالمين.

وصلّى الله على سيدنا محمد وعلى آله وصحبه وسلم ،

المؤلفون



هندسة كهربائية - ٢

تحويل الطاقة وتوليد الطاقة الكهربائية

تحويل الطاقة وتوليد الطاقة الكهربائية

الأهداف العامة للوحدة الأولى

بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة، يكون الطالب قادراً على:

- معرفة المصادر الابتدائية للطاقة الحضرية والنوية والمتجددة.
- معرفة كيفية توليد الطاقة الكهربائية من المحطات المائية.
- معرفة كيفية توليد الطاقة الكهربائية من المحطات الحرارية والنوية.
- معرفة كيفية توليد الطاقة الكهربائية من المحطات الغازية.
- معرفة كيفية توليد الطاقة الكهربائية من محطات الديزل.
- معرفة كيفية توليد الطاقة الكهربائية من محطات الطاقة المتجددة.

١- مقدمة

في بداية الحديث عن الطاقة الكهربائية نجد أن من المنطقي الحديث أولاً عن الطاقة بصورة عامة من حيث الصور المختلفة الموجودة في الطبيعة ومخزونها وكذلك الصور المختلفة لاستغلال هذه الطاقة أو تحويلها إلى صورة أخرى من صور الطاقة الأخرى يلي ذلك الحديث عن طرق توليد الطاقة الكهربائية.

١- ٢- تحويل الطاقة Energy Conversion

تنقسم الطاقات إلى نوعين أساسيين:

١. طاقات ابتدائية: وهي الطاقات الموجودة في الطبيعة مثل الطاقة الشمسية وطاقة الرياح والطاقات الأحفورية (نفط وغاز وفحم).

٢. طاقات ثانوية: وهي الطاقات المحولة من أحد أنواع الطاقات الابتدائية إلى صورة أخرى للطاقة مثل الطاقة الحرارية والطاقة الميكانيكية والطاقة الكيميائية والطاقة الكهربائية.

وسوف نتحدث بإيجاز عن مصادر الطاقة الابتدائية.

١- ٢- ١ مصادر الطاقة الابتدائية Primary Energy Resources

عند البحث عن حقيقة أصل الطاقة الموجودة في الطبيعة نجد الشمس هي المصدر الحقيقي والوحيد للطاقة. وقد يتعجب البعض من هذه الحقيقة العلمية لأنه قد يقفز إلى الأذهان سريعاً الصور الأخرى الملموسة لمصادر الطاقة الطبيعية الأخرى ولكن دعنا الآن نسرد سريعاً عرضاً لأنواع الطاقة الموجودة في الطبيعة ونناقش كيفية تكوينها.

مصادر الطاقة الطبيعية:

تنقسم مصادر الطاقة الطبيعية إلى ثلاثة أقسام وهي:

(١) المصادر الأحفورية للطاقة (Fossil Energy Resources)

(٢) مصادر الطاقة المتجددة (Renewable Energy sources)

(٣) مصادر الطاقة النووية (Nuclear Energy sources)

وسوف نتكلم بإيجاز عن كل مصدر من هذه المصادر

١- ٢- ١- ١ المصادر الأحفورية للطاقة Fossil Energy Sources

وهي مصادر تكونت بفعل الطبيعة حيث ساعدت الطبيعة على تحليل الكائنات الحية التي كانت موجودة على سطح الأرض وعلى مر العصور نتيجة التراكمات الجيولوجية المختلفة ونتيجة لاختلاف طبيعة المكان واختلاف درجة التراكمات الجيولوجية وكذلك نتيجة اختلاف تأثير الشمس من مكان

لآخر أو من زمن لآخر فإن هذه التأثيرات الجوية على الكائنات الحية أدى إلى تكوينات مختلفة من حوامل الطاقة الأحفورية وهي:

(I) البترول (Petroleum Oil)

(II) الغاز الطبيعي (Natural Gas)

(III) الفحم (Coal)

ولو عدنا إلى حقيقة الأمر وأصل الطاقة الموجودة في هذه المصادر الأحفورية لوجدنا أنها في الواقع ما هي إلا طاقة مستمدة من الطاقة الشمسية ومخزونة في هذه الأحفوريات بمعنى أن هذه المصادر الأحفورية الثلاثة للطاقة وما هي في الواقع إلا مخزن للطاقة تم تحويل الطاقة الشمسية فيه إلى طاقة كيميائية وقد اختزنت الطاقة فيه لحين استخراج هذه الحوامل من باطن الأرض وبإعادة معاملة هذه الحوامل مرة أخرى المعاملة الكيميائية المناسبة يمكن إعادة استخراج الطاقة منها مرة أخرى.

وهذا النوع من مصادر الطاقة يتميز بأنه إلى حد كبير يمتاز بسهولة التعامل معه من حيث إنه إلى حد ما قديم وله تاريخ وخبرة في استغلاله ومن حيث طرق استغلال هذه المصادر فإنه من المعروف أن الاستغلال الأمثل لمثل هذه الحوامل هو الاستغلال الحراري حيث يتم حرق البترول أو الغاز الطبيعي أو الفحم واستغلال الطاقة الحرارية الناتجة إما استغلالاً مباشراً للحرارة أو بإعادة تحويل الطاقة الحرارية إلى نوع آخر من أنواع أو صور الطاقة مثل الطاقة الميكانيكية مثلاً. ومنذ زمن بعيد وإلى يومنا هذا فإن نسبة الاعتماد على مصادر الطاقة الأحفورية هي نسبة عالية وغالبة ولكن أحد العيوب في الاعتماد على مصادر الطاقة الأحفورية هو أن هذه المصادر قابلة للنفاذ أي أن هذه المصادر لها مخزون، وهذا المخزون قابل للنفاذ وتختلف كمية المخزون لكل مصدر عن الآخر وتختلف كذلك الكمية المستهلكة من مصدر لآخر ولذلك فإن المخزون لكل مصدر من المصادر الأحفورية يمكن تقديره ليس فقط بالكمية ولكن أيضاً بالفترة الزمنية التي سوف ينفذ بعدها وتقديرها كالتالي:

المخزون (مقدراً بالسنوات)	المصدر الأحفوري
٤٠	البترول
٦٠	الغاز الطبيعي
٢٥٠	الفحم

جدول رقم (١ - ١) المخزون الاستراتيجي لمصادر الطاقة الأحفورية

ولهذا فقد بدأ الاتجاه في السنوات الأخيرة إلى البحث عن مصادر أخرى للطاقة يكون مخزونها أكبر من مصادر الطاقة الأحفورية ولهذا فإنه من المتوقع في المستقبل أن يكون الاتجاه لبدائل الطاقة الأحفورية وهي الطاقات النووية أو الطاقات المتجددة.

١- ٢- ١- الطاقة النووية Nuclear Energy

وقد تكونت مصادر الطاقة النووية (الذرية) أيضاً بفعل الطبيعة التي ساعدت على تخزين الطاقة بفعل التفاعلات الكيميائية والطبيعية لبعض المواد ذات الطابع الخاص والمسماة بالمواد المشعة أو النظائر المشعة (Radioactive Material). وهذه المواد ذات خواص هامة جداً منها قدرتها الفائقة على اختزان الطاقة حيث أن الطاقة المنطلقة من كمية ما منها تعادل ملايين أضعاف ما تختزن كمية مساوية من المصادر الأحفورية المعتادة. وعيوب الطاقة النووية لا تُخفى على أحد حيث أن التعامل البشري مع هذه الطاقة لابد أن يكون بحذر شديد وضمان للأمان التام حيث أن المواد المشعة يمكن أن تكون ذات خطر داهم على الإنسان ولذلك فإن التقنية الحديثة تتجه إلى تأمين العنصر البشري في استخدام الطاقة النووية. ومن مميزات الطاقة النووية أن مخزونها - قياساً بمخزون الطاقات الأحفورية - كبير جداً ويقدر بآلاف السنين.

وتختلف تقنية استغلال الطاقة النووية من الانشطار النووي (fission) إلى الاندماج النووي (Fusion) الذي يمتاز بزيادة الطاقة الناتجة عن الانشطار النووي والذي مازال في طور التطور والبحث عن الطرق المثلى للتوجيه والتحكم.

أما عن طرق الاستغلال السلمي فهي في اتجاه تحويل الطاقة الناتجة عنها إلى صورة أخرى من صور الطاقة (طاقة حرارية مثلاً) أو في اتجاه علاج بعض الأمراض (السرطان مثلاً) بتعريض المريض إلى قدر محسوب مبسط من الإشعاع، لكن للأسف هناك اتجاه غير سلمي وهو استخدام الطاقة النووية كسلاح فتاك مدمر ولا يخفى على أحد مخاطر هذا السلاح الخطير على البشرية وعلى جميع الكائنات الحية. ولذلك ازدادت في الفترة الأخيرة اتجاهات المعارضة ضد هذا النوع من الطاقة وازداد الاتجاه في نفس الوقت إلى نوع آخر من أنواع الطاقات وهو الطاقة المتجددة.

١- ٢- ٣- الطاقة المتجددة Renewable Energy

كما ذكرنا سابقاً فإن الطاقة الشمسية هي المصدر الأصلي والحقيقي لجميع أنواع الطاقات على الكرة الأرضية وكما ذكر فإنه قد تم تخزين الطاقة الشمسية بصورة طبيعية عن طريق بعض التفاعلات الكيميائية بفعل التراكمات الجيولوجية في الصور المختلفة للمصادر الأحفورية. ولكن في

الواقع أيضاً أن الطاقة الشمسية هي مصدر للعديد من الصور الأخرى للطاقة والتي نسميها بالطاقة المتجددة مثل:

- (I) الاستغلال المباشر للطاقة الشمسية بشقيها الحراري و الضوئي.
- (II) بفعل الطاقة الشمسية تتكون الكتل الهوائية الساخنة و الباردة التي باندفاعها تتكون الرياح (Wind Energy) التي يمكن تحويلها إلى طاقة ميكانيكية ثم إلى صور أخرى (الطاقة الكهربائية مثلاً).
- (III) بفعل الرياح تجري الأنهار فتسبب المساقط المائية (Water falls) التي يمكن استغلالها أو تحويلها إلى طاقة ميكانيكية ثم إلى صور أخرى (الطاقة الكهربائية مثلاً).
- (IV) بفعل الرياح أيضاً تتحرك المياه مسببة لموج البحر (Sea waves) التي هي ما تزال في مجال الأبحاث والتجارب لاستغلالها علمياً و اقتصادياً.
- (V) بفعل حرارة الشمس تختزن الحرارة في باطن الأرض (Geophysics) و هي أيضاً في دور الأبحاث لكيفية الاستغلال الأمثل لها (الطاقة الجيوفيزيائية).
- (VI) في المحيطات تحتبس حرارة الشمس النافذة من الطبقات العليا للمحيط في طبقة متوسطة منه (Ocean Energy) حيث لا تستطيع اختراق الطبقات التالية و لا يمكنها الانعكاس للخارج مرة أخرى.
- (VII) بفعل حرارة الشمس أيضاً تختزن الحرارة في مياه البحيرات (Solar Lakes) (الاحتباس الحراري).
- (VIII) بفعل حرارة الشمس أيضاً تتحلل القمامة وتسبب انبعاث ما يسمى بالغاز الحيوي الذي يمكن استغلاله كوقود غازي (Bio gas).

وفي هذا الخصوص سنتعرض بوجه عام إلى الطاقة المتجددة وكما ذكرنا فإن من أهم المميزات التي تتصف بها الطاقة المتجددة هي أنها ليس لها مخزون قابل للنفاذ بل إنها متجددة باستمرار، ولكن من أهم عيوبها أنها غير ثابتة القيمة أي أنها تتصف بالتذبذب الزمني أي إنها غير مضمونة القيمة أو الاستمرارية مع الزمن، كمثال فالطاقة الشمسية متواجدة نهاراً وغير متواجدة ليلاً وتواجهها صيفاً أقوى من تواجدها شتاء وتختلف شدتها باختلاف الموقع الجغرافي وهكذا بالمثل طاقة الرياح تختلف من وقت لآخر ومن موقع لآخر وكذلك الطاقة المائية وهكذا. ولهذا فإن استغلال الطاقة المتجددة يستلزم الاستعانة بوسيلة لتخزين الطاقة وقت توارفها ثم استعادتها وقت الحاجة إليها.

وللحديث عن نظريات التيار المتردد نجد أنه من المنطقي أن نسرد بتبسيط الخطوات التي تتبع كي تصل الطاقة الكهربائية لدينا في مكان الاستخدام وكيف يتم توليدها ونقلها وتوزيعها وكيف يتم أيضاً في بعض الأحيان تخزينها.

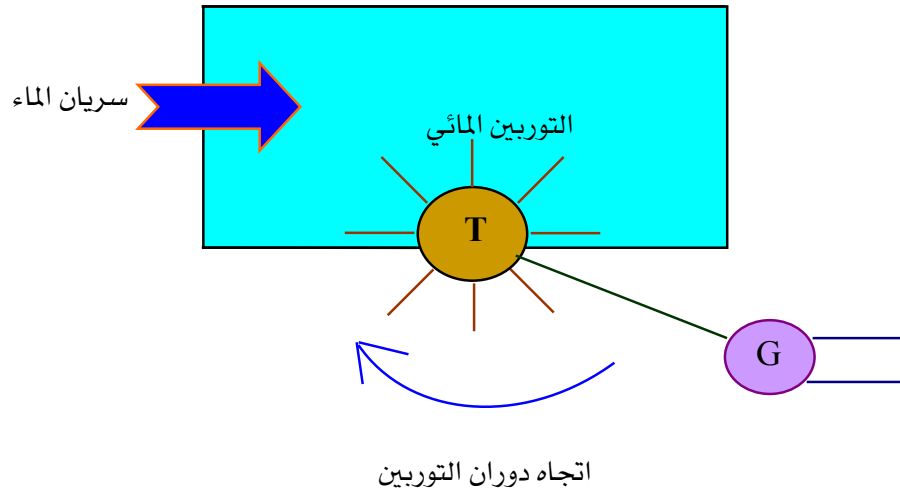
١- ٣ توليد الطاقة الكهربائية Generation of Electrical Energy

كما ذكر آنفا فإن الطاقة الكهربائية غير موجودة في الطبيعة على صورتها المعروفة، ولتوليدها يجب تحويل أحد صور الطاقة الابتدائية الموجودة في الطبيعة على صورة مبسطة إلى طاقة كهربائية ويتم ذلك عن طريق المولد الكهربائي وسوف نورد فيما بعد نظرية عمل هذا المولد بالتفصيل وتكتفي هنا بأن نذكر أن المولد الكهربائي يقوم بتحويل الطاقة الميكانيكية إلى طاقة كهربائية. ويتم هذا التحويل فيما يسمى بمحطات القوى الكهربائية حيث يتم تحويل الطاقة الابتدائية إلى طاقة ميكانيكية ثم إلى طاقة كهربائية. وتنقسم محطات القوى الكهربائية إلى أقسام عديدة طبقاً لطريقة تحويل الطاقة الابتدائية إلى طاقة ميكانيكية.

و سوف نوجز باختصار بعض أنواع تلك المحطات:

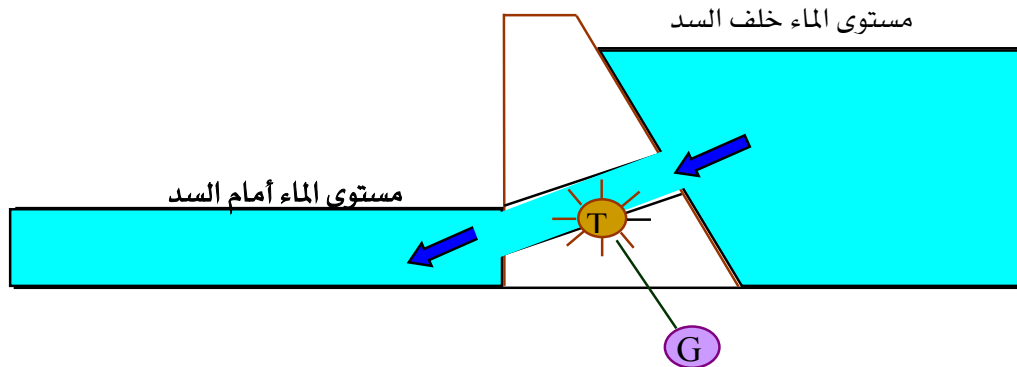
١- ٣- ١ محطات توليد الكهرباء بواسطة التربينات المائية Hydro- Power Station

في محطات التوليد المائية يتم تحويل الطاقة الابتدائية (التي هي في الأصل طاقة حركة الماء) إلى طاقة كهربائية. وفي هذه المحطات يتم تحويل الطاقة الميكانيكية التي على صورة حركة خطية للماء إلى طاقة ميكانيكية على صورة حركة دوارة وذلك عن طريق ما يسمى بالتربينات المائية وذلك كما هو مبين بالشكل رقم (١- ١).



شكل رقم (١ - ١) فكرة التوربين المائي

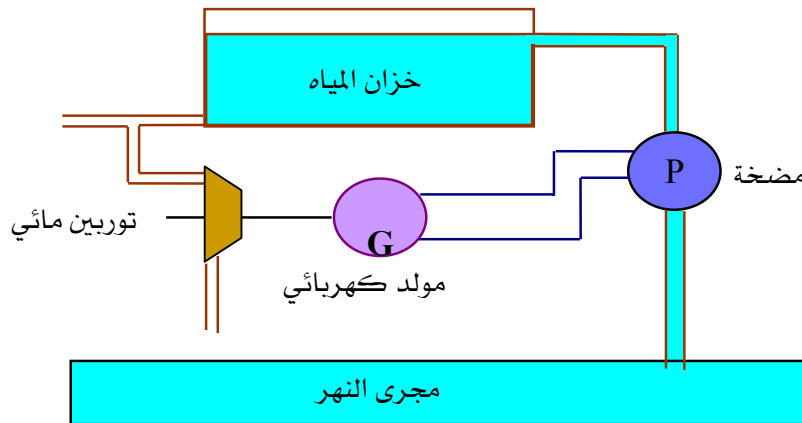
والحركة الخطية هي حركة المياه في الأنهار والتي تكونت بأمر الله ثم بفعل الطبيعة (الشمس والرياح كما ذكر سابقاً). ولكن في العادة فإن الطاقة المخزنة في حركة المياه تكون ضعيفة إلى حد ما بجانب إنها غير ثابتة القيمة على مدار العام ولذلك فإن التوليد عن طريق المحطات المائية إما أن تكون محطات صغيرة تعتمد فقط على حركة المياه غير ثابتة القيمة وتكون ذات قدرات صغيرة وغير ثابتة وإما أن تكون محطات كبيرة وفي هذه الحالة يجب الاستعانة بطريقة لتخزين الطاقة المائية وكذلك الاستعانة بوسيلة لتقوية القدرة الميكانيكية للمياه وذلك عن طريق الاستعانة ببناء سد يحجز خلفه المياه فيرتفع منسوب المياه خلف السد وبالتالي يعتبر هذا السد بمثابة مخزن للطاقة المائية المحجوزة خلفه كما أنه من جهة أخرى يزيد من القدرة الميكانيكية (طاقة الوضع) بارتفاع منسوب المياه خلف السد كما هو مبين بالشكل رقم (١ - ٢).



شكل رقم (١ - ٢) تخزين المياه خلف السد لزيادة طاقة الوضع

ومن مميزات استخدام الطاقة المائية كطاقة ابتدائية لتوليد الطاقة الكهربائية انخفاض تكاليف الكهرباء الناتجة عنها حيث أن الوقود المستخدم هو الماء الذي لا يتكلف شيئاً في حين أن التكاليف كلها عبارة عن تكاليف ابتدائية أو أساسية وهي تكاليف بناء السد وتكاليف المعدات المستخدمة من مباني ومولدات وتربينات وخلافه أما التكاليف الدورية للمحطة فهي لا تتعدى رواتب العمالة والتأمينات.

أما عيوب هذه المحطات فهي إلى جانب عدم ثبات القدرة الكهربائية نتيجة عدم ثبات منسوب المياه فهي مرتبطة ارتباطاً وثيقاً بالموقع الجغرافي حيث لا بد من وجود مجرى مائي بالإضافة إلى أن مثل هذه المحطات ذات الخزان الجغرافي (السد) لها مواقع تحسب بدقة متناهية لتلافي الأضرار والآثار الجانبية التي تنجم عن بناء السد. أي أن هذه المحطات لها مواقع محددة على مسار النهر أما عن طريقة تخزين الطاقة بالنسبة لمحطات الطاقة المائية الصغيرة فتكون عن طريق استخدام خزانات صناعية علوية، تدفع إليها المياه عن طريق مضخة تستمد طاقتها من المحطة في حال توافر الطاقة الكهربائية (توافر الطاقة الكهربائية هنا تعني ارتفاع منسوب المياه أو على الأقل كفاية منسوب المياه) ويتم تخزين المياه في الخزانات لحين الاحتياج إليها في حالة العجز في توفير الطاقة الكهربائية (بمعنى انخفاض مستوى المياه أو عدم كفايته) وذلك موضح في شكل رقم (٣).

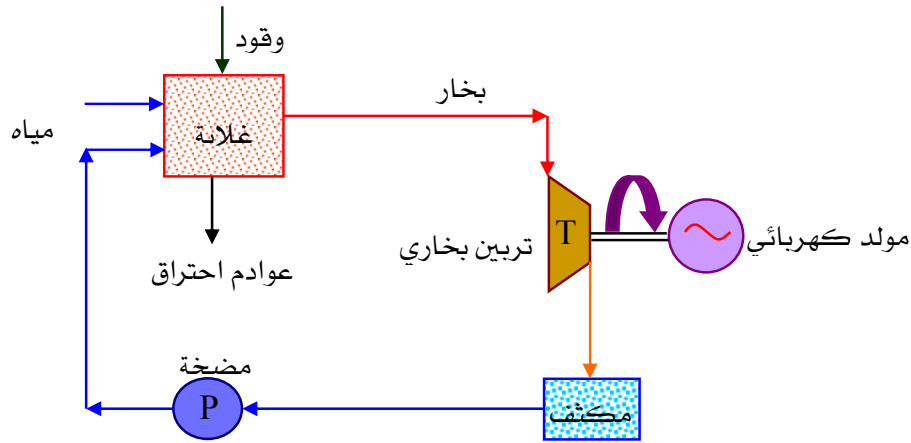


شكل رقم (١- ٣) تخزين الطاقة الكهربائية عن طريق رفع المياه في خزانات واستعادتها

١- ٣- ٢ المحطات الحرارية لتوليد الكهرباء Thermal Power Station

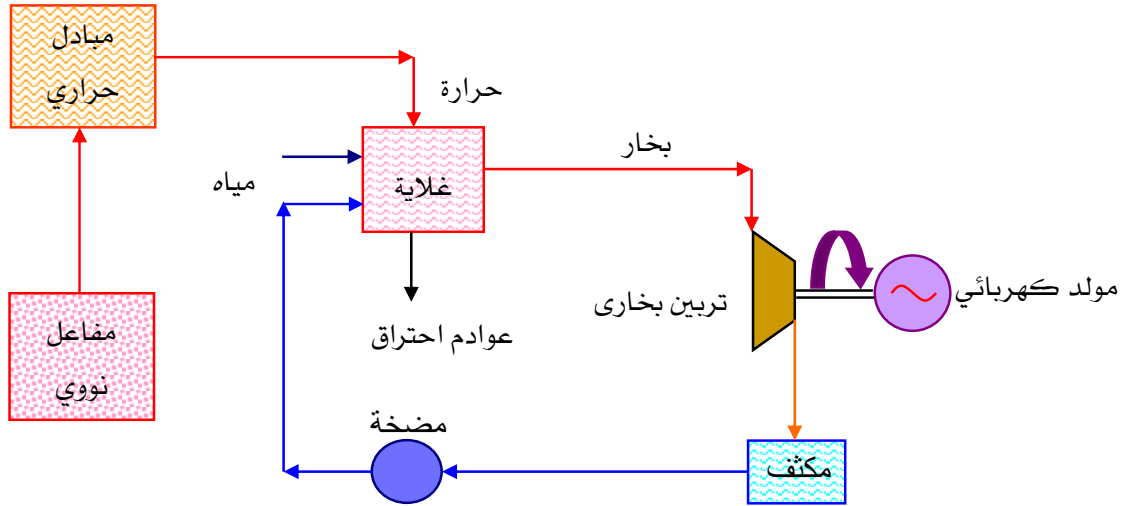
في هذا النوع من محطات توليد الطاقة الكهربائية يتم توليد الطاقة الكهربائية عن طريق مولدات تستمد طاقتها الميكانيكية عن طريق تربينات بخارية تدار بالبخار وهذا يستلزم وجود هذه المحطات بجوار مصادر مائية للحصول على الماء اللازم لتحويله إلى بخار كما أن عملية تسخين الماء

لتحويله إلى بخار تحتاج إلى طاقة حرارية عالية يتم الحصول عليها عن طريق حرق وقود حفري مثل النفط أو الغاز الطبيعي أو الفحم، ويمكن كذلك عن طريق الوقود النووي توليد الطاقة الحرارية اللازمة لتحويل الماء إلى بخار وكذلك يمكن استخدام عدسات ومرايا لتركيز الطاقة الشمسية للاستفادة منها في الحصول على بعض من الطاقة الحرارية. شكل رقم (١-٤) يبين رسماً تخطيطياً لكيفية توليد الكهرباء في محطات الطاقة الحرارية بواسطة الوقود الأحفوري حيث تتصف هذه المحطات بقدراتها العالية كما تتصف أيضاً بانبعاث نواتج احتراق (عوادم) تسبب تلوث البيئة وذلك عكس محطات التوليد المائية التي تنعدم فيها نواتج الاحتراق.



شكل رقم (١-٤) المحطات الحرارية لتوليد الكهرباء

أما في حالة محطات التوليد التي تعتمد على الطاقة الحرارية الناتجة عن الطاقة النووية فهي تعتبر نظيفة من حيث عوادم الاحتراق المعتادة المعروفة (مثل أول وثاني أكسيد الكربون، أكاسيد النيتروجين، ثاني أكسيد الكبريت) ولكنها في نفس الوقت ينتج عنها نفايات نووية يجب التخلص منها بطريقة علمية صحيحة. شكل رقم (١-٥) يبين فكرة عمل محطات الطاقة النووية بصورة مبسطة، حيث يتم الاستعاضة عن الوقود بالحرارة الناتجة عن التفاعل النووي، ويتم إيصال الحرارة إلى الغلاية عن طريق ما يسمى بالمبادل الحراري الذي يفصل محطة توليد الكهرباء عن المفاعل النووي درءاً للأخطار.

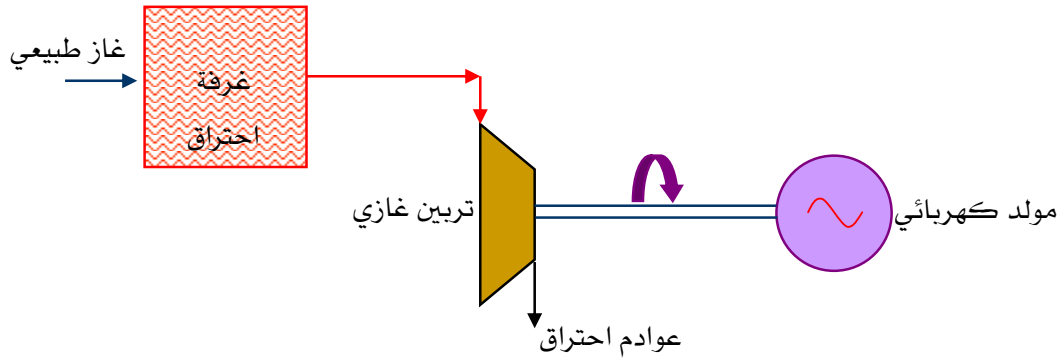


شكل رقم (١- ٥) فكرة مبسطة لنظرية عمل محطة الطاقة النووية

١- ٣- ٣ محطات توليد الكهرباء بواسطة التربينات الغازية Gas Turbine

Power Station

في محطات التوليد الغازية يتم حرق الغاز الطبيعي كوقود وينتج من عملية الاحتراق توليد كميات كبيرة من الغازات (عوادم الاحتراق) التي يستفاد منها في إدارة تربينات غازية مباشرة دون اللجوء إلى تربينات بخارية، كما هو مبين في شكل رقم (١- ٦).



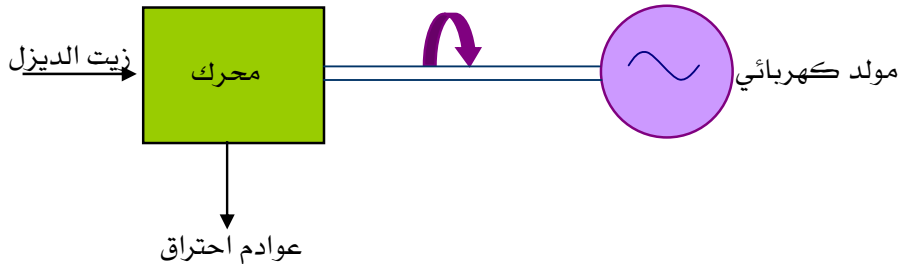
شكل رقم (١- ٦) محطات التوليد الغازية

وتتميز هذه المحطات أنها ليست مرتبطة بوجود مصادر للمياه على الإطلاق، بل إنها مرتبطة فقط بالغاز الطبيعي كوقود.

١- ٣- ٤ محطات توليد الكهرباء بواسطة ماكينات الديزل Diesel Power Station

في محطات توليد الديزل يتم حرق زيت الديزل كوقود لإدارة محرك الديزل الذي يعطي حركة دوارة مباشرة دون اللجوء إلى أي توربين، وينقل هذه الحركة إلى مولد كهربائي يمكن توليد الكهرباء. وتتميز هذه المحطات بالبساطة في تراكيبها وكذلك عدم اعتمادها على المياه بالإضافة إلى سهولة نقل الوقود.

شكل رقم (١- ٧) يبين فكرة عمل محطات الديزل:

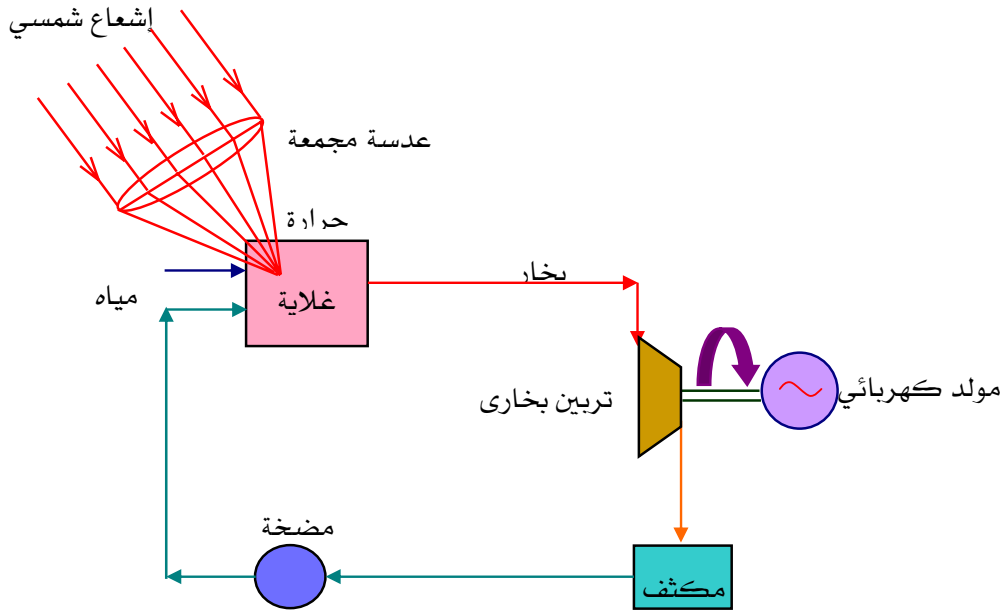


شكل رقم (١- ٧) محطات توليد الديزل

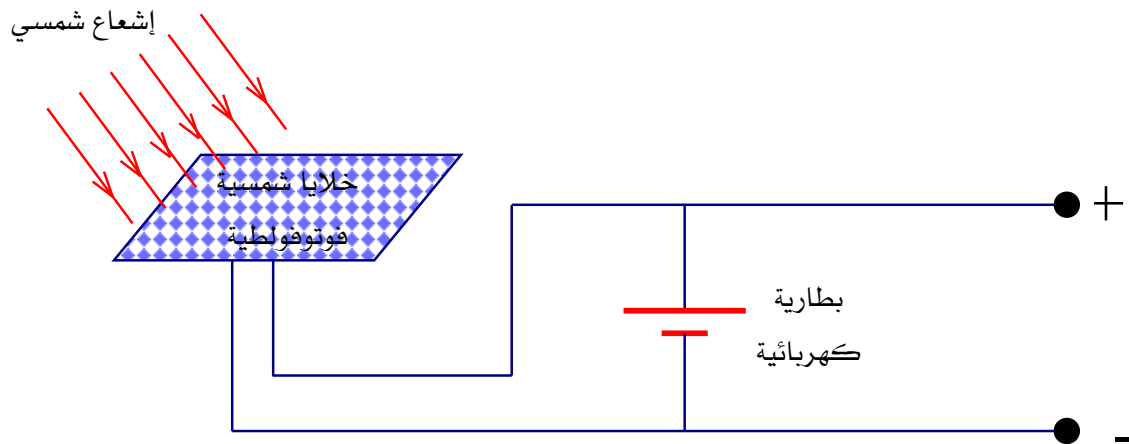
١- ٣- ٥ محطات توليد الكهرباء من الطاقة المتجددة:

تعتمد محطات توليد الطاقة الكهربائية من الطاقة المتجددة على تحويل الطاقة المتجددة (شمسية - رياح - غاز حيوي - أمواج بحار - حرارة باطن الأرض - الخ) إما إلى طاقة كهربائية مباشرة (مثل الخلايا الشمسية الفوتوفولطية) أو إلى صورة أخرى من صور الطاقة (حرارية - ميكانيكية) ثم إلى طاقة كهربائية. وكما هو معروف، فإن المشكلة المشتركة بين هذه المحطات هو عدم ثبات القدرة الكهربائية الناتجة عن المحطة وذلك لعدم ثبات أو استقرار المصادر المسببة لهذه الطاقة، ولذلك يجب الاستعانة بطريقة ما لتخزين الطاقة.

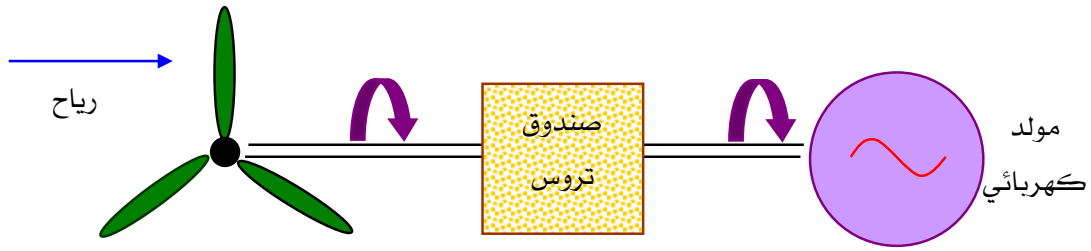
في الأشكال التالية نقدم فكرة محطات الطاقة الشمسية الحرارية ومحطات الطاقة الشمسية الضوئية ومحطات الرياح:



شكل رقم (١- ٨) توليد الكهرباء من الطاقة الشمسية الحرارية



شكل رقم (١- ٩) توليد الكهرباء من محطات الطاقة الشمسية الفوتوفولطية



شكل رقم (١ - ١٠) توليد الكهرباء من طاقة الرياح

تدريبات على الوحدة الأولى

١. اذكر الأنواع الأساسية للطاقة.
٢. اذكر مصادر الطاقات الابتدائية.
٣. اذكر أنواع الطاقات الأحفورية.
٤. اذكر عيوب الطاقات الأحفورية.
٥. اذكر مزايا وعيوب الطاقة النووية.
٦. اذكر تقنيات استغلال الطاقة النووية.
٧. اذكر الأنواع المختلفة للطاقات المتجددة.
٨. اذكر مزايا وعيوب الطاقات المتجددة.
٩. اشرح مع الرسم المبسط كيفية توليد الكهرباء من المحطات الحرارية المعتادة.
١٠. اشرح مع الرسم المبسط كيفية توليد الكهرباء من المحطات الحرارية النووية.
١١. اشرح مع الرسم المبسط كيفية توليد الكهرباء من المحطات المائية.
١٢. اشرح مع الرسم المبسط كيفية توليد الكهرباء من المحطات الغازية.
١٣. اشرح مع الرسم المبسط كيفية توليد الكهرباء من محطات الديزل.
١٤. اذكر كيفية الاستفادة من الطاقة الشمسية في التوليد الحراري للكهرباء.
١٥. اشرح مع الرسم المبسط كيفية توليد الكهرباء من الخلايا الشمسية الفوتوفولطية.
١٦. اشرح مع الرسم المبسط كيفية توليد الكهرباء من الرياح.



هندسة كهربائية - ٢

مبادئ وأسس التيار المتردد

الأهداف العامة للوحدة الثانية

بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة، يكون الطالب قادراً على معرفة:

- التأثير المغناطيسي للتيار الكهربائي وقانون فاراداي.
- نظرية عمل المولد الكهربائي.
- كيفية توليد الموجة الجيبية.
- تحليل الموجة الجيبية رياضياً.
- حساب القيمة المتوسطة والقيمة الفعالة للموجة الجيبية.
- حساب زاوية الطور.
- تمثيل الموجة الجيبية اتجاهياً ورياضياً.

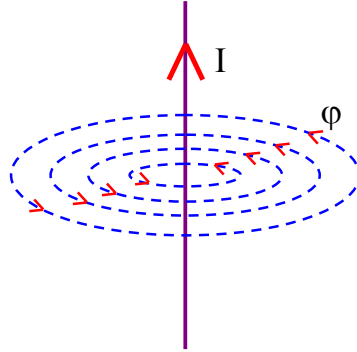
٢- ١ مقدمة Introduction

سوف نتعرض في هذا الباب إلى دراسة مبادئ وأسس توليد التيار المتردد الذي على شكل الموجة الجيبية وخواص الموجة الجيبية وكيفية تحليلها رياضياً وتمثيلها بالرسم عن طريق المتجهات. ولدراسة كيفية توليد التيار المتردد لأبد في البداية من التعرض لدراسة سريعة للتأثيرات المغناطيسية المصاحبة للتيار الكهربائي والتي هي في نفس الوقت السبب الرئيسي لتوليد التيار المتردد، وهو ما سنحاول سرده سريعاً دون تعمق.

٢- ٢ التأثير المغناطيسي للتيار الكهربائي Magnetic Effects of Electrical Current

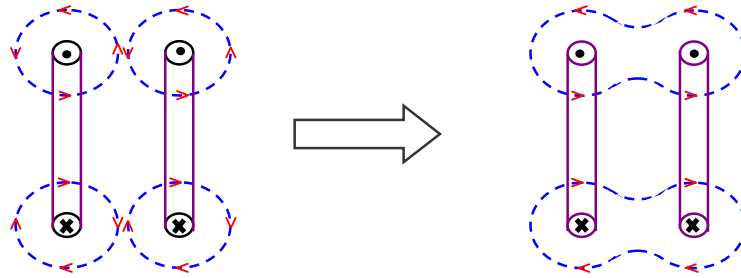
٢- ٢- ١ توليد وتركيز المجال المغناطيسي Generation & Concentration of Magnetic Field

من المعروف أنه إذا مر تيار كهربائي في موصل ما، فإن مرور هذا التيار الكهربائي يسبب نشوء ما يسمى بالمجال المغناطيسي (Magnetic Field) حول هذا الموصل على هيئة دوائر (تسمى خطوط القوى المغناطيسية (أو الفيض المغناطيسي)، ويرمز له بالرمز ϕ)، ويكون الموصل في مركز هذه الدوائر كما هو مبين بشكل رقم (٢- ١).



شكل رقم (٢- ١) دوائر المجال المغناطيسي.

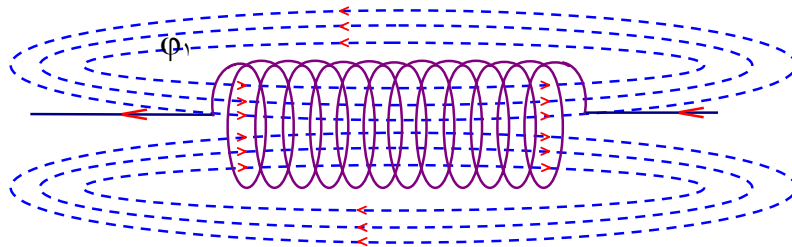
وخطوط القوى المغناطيسية هذه يكون لها اتجاه يرتبط باتجاه سريان التيار الكهربائي، وتربطهما قاعدة تسمى قاعدة البريمة لليد اليمنى: حيث يتم فتح اليد اليمنى بحيث يكون اتجاه إصبع الإبهام عمودياً على اتجاه باقي الأصابع، وإذا اعتبر اتجاه التيار في اتجاه إصبع الإبهام، يكون اتجاه خطوط القوى المغناطيسية في اتجاه دوران باقي الأصابع. ولتركيز المجال المغناطيسي (أو خطوط القوى المغناطيسية ϕ)، يتم لف هذا الموصل (السلك) على هيئة ملف، ولدراسة المجال المغناطيسي الناتج عن الملف، نتخيل أخذ مقطع رأسي في هذا الملف فيظهر الملف بالصورة المبينة في شكل رقم (٢- ٢).



شكل رقم (٢- ٢) مقطع رأسي في ملف حامل للتيار الكهربائي.

ويلاحظ الآتي:

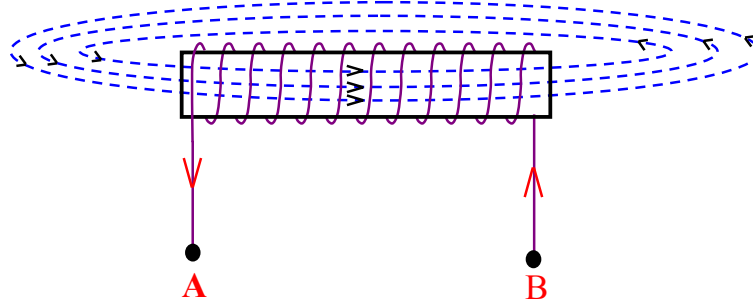
- (١) عند المقاطع يكون التيار إما داخلاً أو خارجاً من المقطع ويرمز لدخول التيار إلى سطح الورقة بعلامة (X) ويرمز لخروج التيار بالرمز (•)، وتطبيق قاعدة البريمة لليد اليمنى عند المقاطع (حيث خطوط القوى المغناطيسية على هيئة دوائر)، يكون اتجاه خطوط القوى المغناطيسية كما هو مبين بالشكل رقم (٢- ٢).
- (٢) في المنتصف ما بين اللفة والأخرى التالية لها، تكون خطوط القوى في اتجاهات متعاكسة، وبالتالي تلغي بعضها تأثير بعض، وكلما ابتعدنا عن منتصف المسافة بين اللفتين، كلما اختلفت قيمة المجال الناشئ من كل لفة، وكلما تواجدت قيمة محصلة للمجال.
- (٣) في مركز الملف يكون اتجاه خطوط القوى المغناطيسية في اتجاه واحد وبالتالي تجمع خطوط القوى المغناطيسية، وبهذا يتم تركيزها.
- (٤) يلاحظ أن خطوط القوى المغناطيسية خارج الملف تكون متواصلة كما هو مبين بشكل رقم (٢- ٢) - (٣).



شكل رقم (٢- ٣) تركيز المجال المغناطيسي في قلب الملف.

ولأن خطوط القوى المغناطيسية (φ) تكون على هيئة مسارات مغلقة، فإن هذه الخطوط أو هذه المسارات تسير في وسط ما، وفي الحالة التي أمامنا فإن خطوط القوى المغناطيسية تسير في الهواء، وإذا

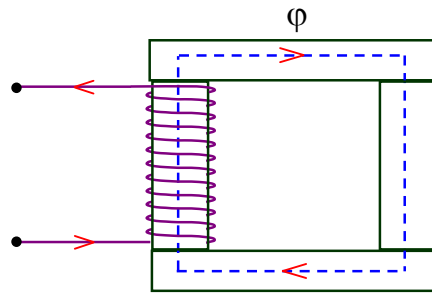
تخيلنا الآن أن هذا الملف ملفوف حول قطعة من الحديد (قلب حديدي)، فإن خطوط القوى المغناطيسية ستأخذ مساراً لها في داخل قطعة الحديد وتكمل بعد ذلك مسارها في الهواء خارج الحديد.



شكل رقم (٢-٤) تأثير القلب الحديدي على زيادة المجال المغناطيسي.

ولأن المواد الحديدية لها خاصية مغناطيسية، فإن مقاومتها لمرور خطوط القوى المغناطيسية تلاقى في مسارها في هذه الحالة مقاومة كلية أقل من الحالة الأولى حيث أن المسار (في الحالة الأولى) يكون كله في الهواء ذي المقاومة المرتفعة نسبياً لمرور المجال المغناطيسي، في حين في الحالة الثانية تحتل مقاومة الحديد جزءاً من المسار الذي كان يشغله الهواء في الحالة السابقة. وبالتالي نتوقع أن قيمة المجال المغناطيسي في الحالة الثانية (ϕ_2) أكبر من قيمته في الحالة الأولى (ϕ_1) بالرغم من عدم تغير قيمة التيار الكهربائي كما هو مبين بشكل رقم (٢-٤).

وللاستفادة من هذه الخاصية الهامة في الحديد، يمكن أيضاً زيادة حجم الحديد في مسار خطوط القوى المغناطيسية حتى يمكن أن يكتمل المسار كله كما في الشكل رقم (٢-٥).



شكل رقم (٢-٥) ملف ملفوف على قلب حديدي مغلق.

ولذلك فإن:

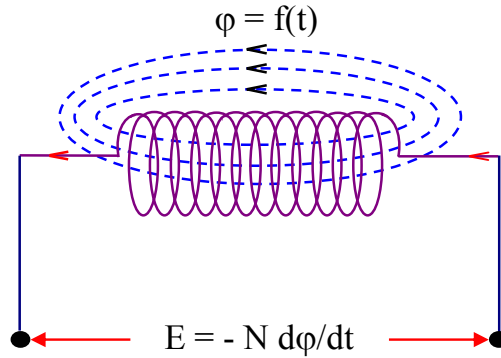
$$\phi_1 < \phi_2 < \phi_3$$

وبهذا المبدأ يمكن تركيز المجال المغناطيسي داخل القلب الحديدي، وهذا هو بداية الطريق لشرح نظرية عمل المولد الكهربائي لشرح كيفية توليد التيار المتردد، ولنبدأ بقانون فاراداي.

٢- ٢- ٢ قانون فاراداي Faraday's Law

ينص قانون فاراداي على أنه إذا تعرض ملف ما ذو عدد لفات N لمجال مغناطيسي أو خطوط قوى مغناطيسية متغيرة مع الزمن كما هو مبين بشكل رقم (٢- ٦)، تتولد قوة دافعة كهربائية E (جهد كهربائي) بين طرفي هذا الملف، تتناسب مع معدل تغير المجال المغناطيسي مع الزمن وتساوي عدد اللفات N مضروباً في معدل تغير خطوط القوى المغناطيسية بالنسبة للزمن وذلك بإشارة سالبة، كما هو مبين من العلاقة رقم (٢- ١):

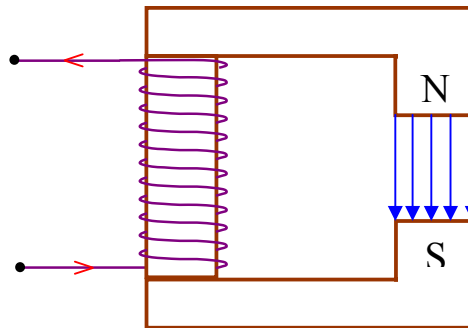
$$E = -N \frac{d\phi}{dt} \quad (٢-١)$$



شكل رقم (٢- ٦) توليد القوة الدافعة الكهربائية طبقاً لقانون فاراداي.

٢- ٣ نظرية عمل المولد الكهربائي Basic Concepts of Electrical Generator

بالعودة إلى شكل رقم (٢- ٥)، يمكن التخيل الآن أن القلب الحديدي غير مغلق تماماً وأنه توجد ثغرة هوائية في مسار خطوط القوى المغناطيسية، لذلك فإن خطوط القوى المغناطيسية تمر الآن في القلب الحديدي وتكمل مسارها في الهواء ويكون المجال المغناطيسي مركزاً في هذه الثغرة الهوائية وهو ما يعرف بالمغناطيس، حيث له قطب شمالي خارجة منه الخطوط المغناطيسية وقطب جنوبي داخلية إليه الخطوط، كما هم مبين بالشكل رقم (٢- ٧).



شكل رقم (٢- ٧) تركيز المجال المغناطيسي في الثغرة الهوائية.

في هذه الثغرة يمكن استغلال هذا المجال المغناطيسي بطريقة أخرى كالآتي: إذا تحرك أي موصل في هذه الثغرة الهوائية قاطعاً خطوط القوى المغناطيسية، تتولد بين أطرافه قوة دافعة كهربائية تبعاً لقانون فاراداي:

$$E = -N \frac{d\phi}{dt} \quad (٢-٢)$$

إذا فرضنا أن كثافة خطوط القوى المغناطيسية قيمة ثابتة B:

$$\frac{\phi}{A} = B \quad (٣-٢)$$

إذن:

$$\phi = BA \quad (٤-٢)$$

$$d\phi = BdA \quad (٥-٢)$$

فإذا تحرك موصل ذو طول ℓ في المجال المغناطيسي قاطعاً خطوط القوى المغناطيسية ϕ ، تتولد بين أطرافه قوة دافعة كهربائية E يمكن حسابها كالآتي: إذا تحرك الموصل حركة صغيرة لمسافة صغيرة dx، فإن خطوط القوى المغناطيسية التي يقطعها الموصل في حركته $d\phi$ ، حيث:

$$d\phi = BdA \quad (٦-٢)$$

$$dA = \ell dx \quad (٧-٢)$$

$$d\phi = B\ell dx \quad (٨-٢)$$

وتبعاً لقانون فاراداي، الموضح بالمعادلة رقم (٢-٢)، وبما أن: $N=1$ ، إذن:

$$|E| = B\ell \frac{dx}{dt} = B\ell v \quad (٩-٢)$$

حيث إن:

B = كثافة خطوط القوى المغناطيسية (ذات القيمة الثابتة)

ℓ = طول الموصل

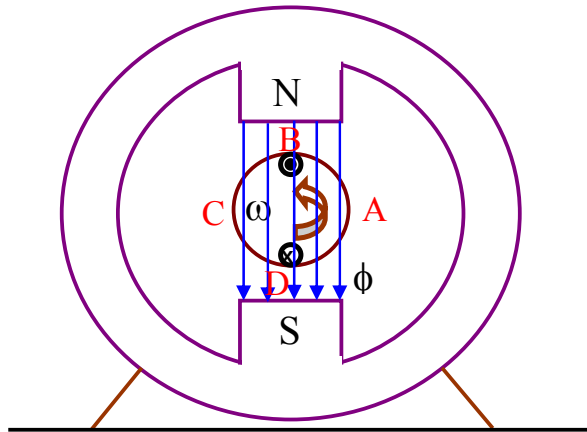
v = السرعة الخطية لحركة الموصل العمودية على اتجاه المجال المغناطيسي.

وحيث إن القوة الدافعة الكهربائية E لها اتجاه (قطبية: سالب وموجب)، فإن هذا الاتجاه له علاقة باتجاه كل من: ϕ و v ، وتحدد العلاقة بين هذه الاتجاهات الثلاثة عن طريق قاعدة فلمنج لليد اليسرى، حيث تقول:

إذا وضع الثلاثة أصابع لليد اليسرى الإبهام والسبابة والوسطى في ثلاثة اتجاهات متعامدة على بعضها، فإن اتجاه المجال يكون في اتجاه الإصبع الوسطى واتجاه الحركة في اتجاه الإصبع الإبهام واتجاه التيار في اتجاه الإصبع السبابة.

٢- ٣- ١ توليد الموجة الجيبية Generation of Sine Wave

لو تخيلنا الآن أن الموصل يتحرك حركة دوار في المجال المغناطيسي أي أنه يتبادل موقعه ما بين القطبين الشمالي والجنوبي باستمرار، كما هو مبين بالشكل رقم (٢- ٨)، وبتطبيق قاعدة فلمنج نجد أن القوة الدافعة الكهربائية وكذلك التيار بهذا التبادل الحركي للموصل تحت الأقطاب المختلفة تتغير أيضاً اتجاهاتها (إشارتها) وهذا هو ما يسمى بالتيار المتردد.



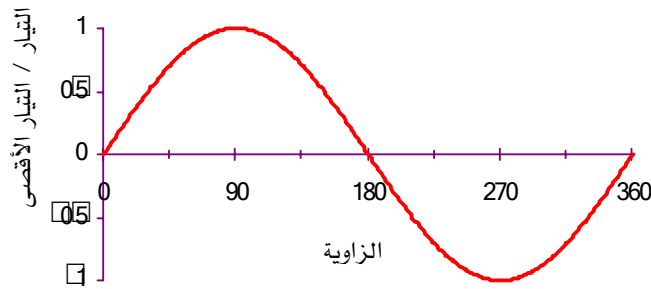
شكل رقم (٢- ٨) توليد الموجة الجيبية.

فإذا تخيلنا الموصل الموضح في شكل رقم (٢- ٨)، وأنه بدأ يتحرك حركة دوار ليأخذ الأوضاع A ثم B ثم C ثم D ثم A، سوف نلاحظ الآتي:

(١) عند النقطة A يتحرك الموصل حركة موازية للمجال المغناطيسي فلا يقطعه ولا ينتج عن ذلك توليد أي قوة دافعة كهربائية.

(٢) عند النقطة B يتحرك الموصل حركة عمودية تماماً على المجال المغناطيسي فيتولد بين أطرافه قوة دافعة كهربائية بقيمة عظمى ويكون اتجاهها (وبالتالي التيار الكهربائي) في الاتجاه الخارج من الموصل كما هو مبين بالشكل رقم (٢- ٨).

- (٣) عند النقطة C يتحرك الموصل ثانية موازياً للمجال المغناطيسي فلا تتولد أية قوة دافعة كهربائية.
- (٤) عند النقطة D يتحرك الموصل حركة عمودية تماماً على المجال المغناطيسي فيتولد بين أطرافه قوة دافعة كهربائية بقيمة عظمى ويكون اتجاهها (وبالتالي التيار الكهربائي) في الاتجاه الداخلى إلى الموصل. وإذا رسمنا العلاقة بين الزاوية التي قطعها الموصل من الوضع الابتدائي حتى أكمل دورته الكاملة وبين قيمة التيار المتولد فيه، لوجدنا هذه العلاقة على شكل منحنى الموجة الجيبية كما في شكل رقم (٢-٩).



شكل رقم (٢-٩) شكل الموجة الجيبية.

٢-٣-٢ التحليل الرياضي للموجة الجيبية Mathematical Analysis of Sine Wave

لإجراء التحليل الرياضي للموجة الجيبية سوف نتناول بعض التعريفات والعلاقات الهامة المتعلقة بالحركة الدوارة للموصل في المجال المغناطيسي.

السرعة الخطية (V): هي المسافة الطولية التي يقطعها الموصل في الثانية الواحدة.

السرعة الزاوية (ω): هي الزوايا النصف قطرية التي يقطعها الموصل في الثانية الواحدة، وتقاس الزاوية نصف القطرية بوحدة تسمى راديان radians

التردد (f): هو عدد الدورات الكاملة التي يقطعها الموصل في الثانية الواحدة.

عند قطع الموصل لدورة كاملة، فإن المسافة d التي يقطعها تكون عبارة عن طول محيط الدائرة التي قطرها D أي:

$$d = 2 \pi D/2 \quad (١٠-٢)$$

وتكون الزوايا نصف القطرية المقطوعة θ هي:

$$\theta = \frac{(2 \pi D/2)}{(D/2)} = 2 \pi \quad (١١-٢)$$

وبالتالي، إذا قطع الموصل في الثانية الواحدة عدد f من الدورات، يكون قطع مسافة طولية مقدارها V حيث:

$$V = (2 \pi D/2) \cdot f \quad (١٢-٢)$$

ويكون قطع عدد زوايا نصف قطرية مقدارها ω حيث:

$$\omega = 2 \pi f \quad (١٣-٢)$$

وبالتالي تكون العلاقة بين V و ω كالتالي:

$$V = \omega \cdot (D/2) \quad (١٤-٢)$$

وفي خلال زمن t يكون الموصل قد قطع مسافة طولية قدرها:

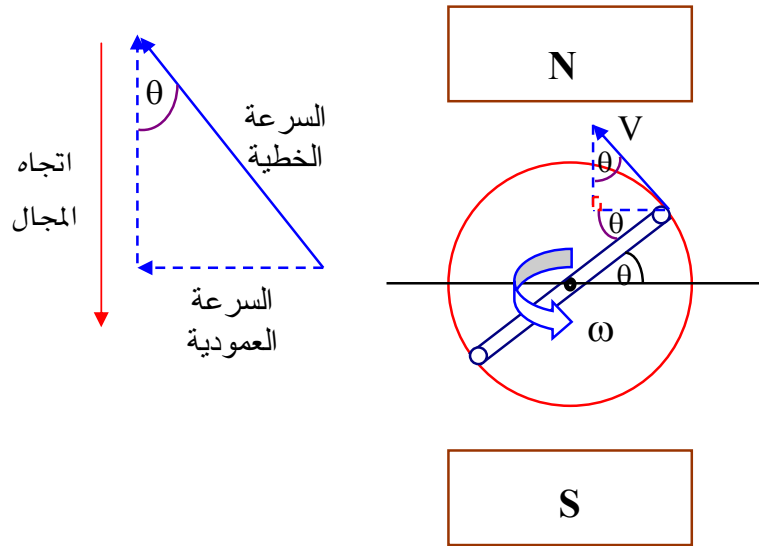
$$d = V \cdot t \quad (١٥-٢)$$

ويكون قد قطع زاوية نصف قطرية قدرها:

$$\theta = \omega \cdot t \quad (١٦-٢)$$

لنتخيل الآن أن الموصل تحرك من نقطة الصفر ووصل إلى وضع عام حيث قطع زاوية مقدارها θ

حيث يفترض أنه يتحرك بسرعة خطية ثابتة V ، كما هو مبين بشكل رقم (٢-١٠)، إذن:



شكل رقم (٢-١٠) الوضع العام للموصل

$$v = V \sin \theta \quad (١٧-٢)$$

حيث v هي السرعة العمودية على خطوط القوى المغناطيسية ϕ . وبالتالي فإن:

$$E = B \ell v = B \ell V \sin \theta = B \ell V \sin(\omega t) \quad (١٨-٢)$$

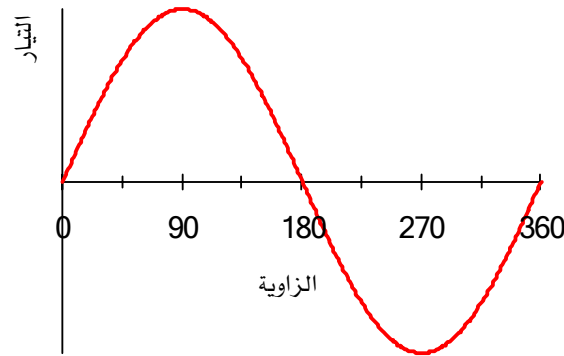
$$\therefore E = B \ell V \sin(\omega t) = E_{\max} \sin(\omega t) \quad (١٩-٢)$$

$$\because E_{\max} = B \ell V = B \ell \omega (D/2) \quad (٢٠-٢)$$

$$\therefore E = \left(\frac{B \ell \omega D}{2} \right) \sin(\omega t) \quad (٢١-٢)$$

أي أن العلاقة السابقة بين قيمة القوة الدافعة الكهربائية والزوايا المقطوعة هي علاقة جيبية.

٢- ٣- ٣- القيمة الحسابية للموجة الجيبية Evaluation of Sine Wave



شكل رقم (٢- ١١) التيار المتردد على هيئة موجة جيبية

لأن التيار في الموجة الجيبية ليست له قيمة ثابتة مع الزمن كما هو مبين بشكل رقم (٢- ١١)، بل إنه يتغير باستمرار بصفة دورية، نجد أن السؤال الذي يطرح نفسه هو: ما هي قيمة التيار في حالة الموجة الجيبية؟ وللإجابة على هذا السؤال لابد من التفرقة هنا بين حالتين: الحالة الأولى هي حالة اعتبار الشحنة الكهربائية والحالة الثانية هي اعتبار التأثير الحراري للتيار الكهربائي.

٢- ٣- ٣- القيمة المتوسطة للموجة الجيبية Average value of sine wave

في الحالة الأولى: إذا نظرنا إلى دورة من الدورات الجيبية ولو حسبنا الشحنة الكهربائية المارة في مقطع سلك ما يحمل تياراً جيبياً وذلك في زمن الدورة الواحدة (T)، لوجدنا أن محصلة الشحنة الكهربائية = صفر. حيث أن الشحنة الموجبة المارة في زمن T/٢ تساوي الشحنة السالبة المارة في النصف الآخر من الدورة، ويمكن حساب كل من الشحنة الموجبة والشحنة السالبة على حدة باعتبار الزمن T/٢

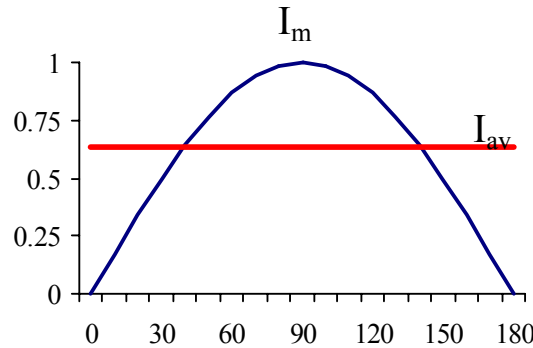
فقط وبالتالي يمكن حساب القيمة المتوسطة لنصف الدورة كما هو مبين بشكل رقم (٢- ١٢)، على أنه: التيار المستمر الذي إذا مر في مقاومة ما في زمن $T/2$ لتسبب في مرور نفس الشحنة التي يسببها التيار المتردد في نفس الزمن.

$$\pi I_{av} = \int_0^{\pi} I_m \sin \theta d\theta = I_m [\cos(\pi) - \cos(0)] = 2I_m \quad (٢٢-٢)$$

$$I_{av} = \frac{2}{\pi} I_m \quad (٢٣-٢)$$

وبالطبع فإن التيار المتوسط للدورة كلها = صفر

$$I_{av} = \left(\frac{1}{2\pi}\right) \int_0^{2\pi} I_m \sin \theta = I_m [\cos(0) - \cos(2\pi)] = 0 \quad (٢٤-٢)$$



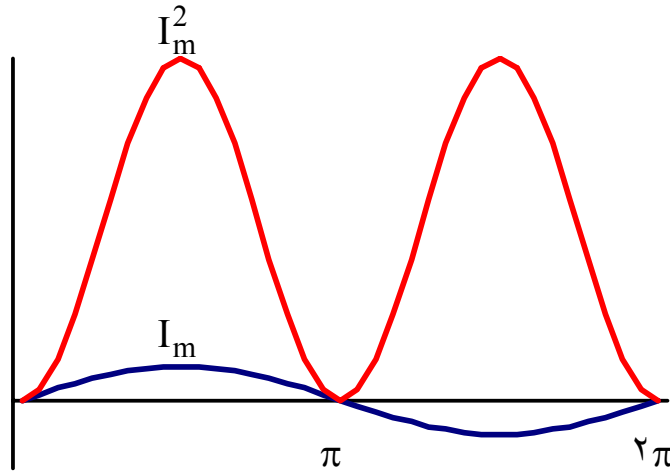
شكل رقم (٢- ١٢) القيمة المتوسطة لنصف الموجة الجيبية

٢- ٣- ٣- القيمة الفعالة للموجة الجيبية Effective value of sine wave

في الحالة الثانية: حيث ندرس التأثير الحراري للتيار الكهربائي، فلو تخيلنا مثلاً أن التيار يضيء مصباح كهربائي، فإن هذا المصباح يشع حرارة ويضيء في نفس الوقت، هذا بالطبع دون تفرقة ما إذا كانت القطبية سالبة أو موجبة ولهذا تعرف القيمة الفعالة للتيار المتردد بأنها قيمة التيار المستمر التي إذا مرت في دائرة ما لفترة زمنية ما فإنها تعطي نفس التأثير الحراري للتيار المتردد إذا مر في نفس الدائرة لنفس الزمن. هذه القيمة لا تفرق بين تيار سالب وتيار موجب وتسمى r.m.s وهي اختصار للكلمات root

mean square وهذه الكلمات تصف تماماً الخطوات المتخذة لحساب قيمة الفعالة للتيار المتردد ذي الموجة الجيبية الموصوف بالمعادلة: $i = I_m \sin \theta$ كما يلي:

(١) للتخلص من تأثير القطبية، تربع معادلة التيار لتصبح: $i^2 = (I_m \sin \theta)^2$ (square)، كما هو مبين بشكل رقم (٢- ١٣).



شكل رقم (٢- ١٣) تربيع الموجة الجيبية

(٢) يتم التكامل على كل الموجة أو نصف الموجة ليس هناك اختلاف حيث أن تربيع الموجة يلغي تأثير هذا الاختلاف، ثم تجرى عملية قسمة على الفترة الزمنية التي أجري عليها التكامل (mean):

$$\frac{1}{\pi} \int (I_m^2 - \sin^2 \theta) = \left(\frac{I_m^2}{\pi} \right) \int \frac{(1 - \cos 2\theta)}{2} = \frac{I_m^2}{2} \quad (٢٥-٢)$$

(٣) يؤخذ الجذر التربيعي للحصول على القيمة الفعالة (root):

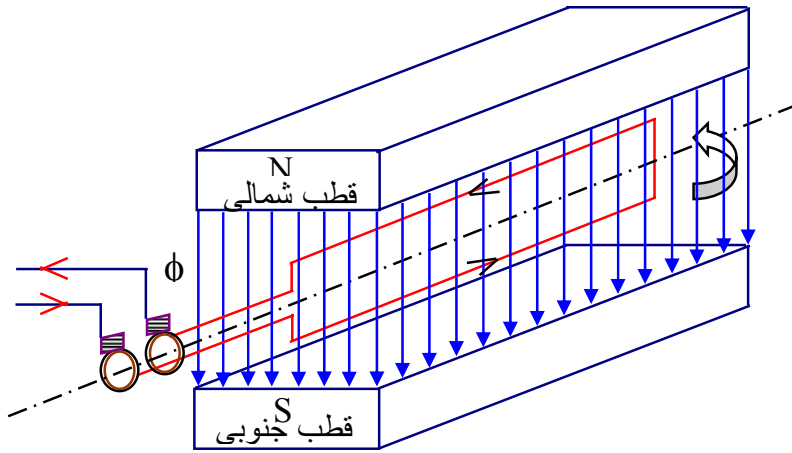
$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{I_m^2}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (٢٦-٢)$$

إذن لحساب القيمة الفعالة (root mean square) أو اختصاراً (rms):

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\left(\left(\frac{1}{\pi} \right) \int I_m^2 \sin^2 \theta \right)} \quad (٢٧-٢)$$

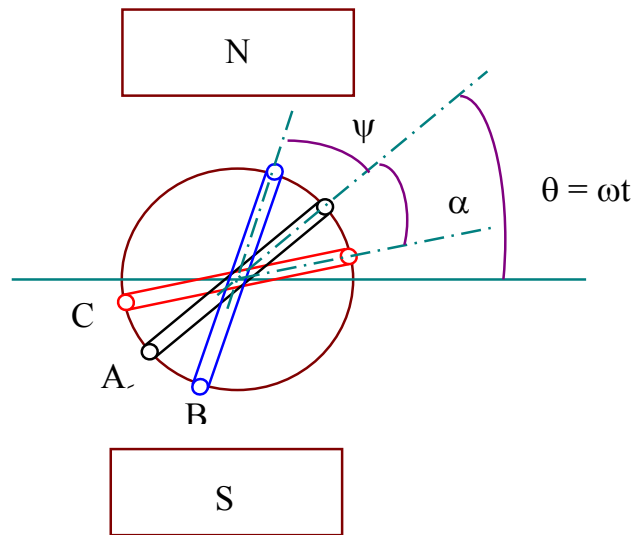
٢- ٣- ٤ زاوية الطور Phase angle

وبالعودة إلى شكل (٢- ١٠) ولتكملة الفكرة عن توليد التيار المتردد وبعد الحديث عن موصل واحد يمكن الآن أن نتحدث عن لفة كاملة حيث يمكن توصيل اثنين من الموصلات تحت قطبين مختلفين وبذلك يكمل التيار مساره كما هو موضح بشكل رقم (٢- ١٤) ثم يخرج التيار إلى خارج الملفات عن طريق اثنين من حلقات الانزلاق واثنين من الفرش.



شكل رقم (٢- ١٤) مجسم يبين لفة كاملة.

لو فرضنا الآن أن هناك ثلاثة ملفات مشتركة في نفس المحور ولكن يفصل بينهم زوايا ثابتة: α & ψ ، كما هو مبين بشكل رقم (٢- ١٥)، نجد الآتي:



شكل رقم (٢- ١٥) ثلاثة ملفات في أوضاع مختلفة

- نجد أنه بينما تكون معادلة القوة الدافعة الكهربائية في الملف A هي:

$$e_A = E_m \sin \omega t \quad (٢٨-٢)$$

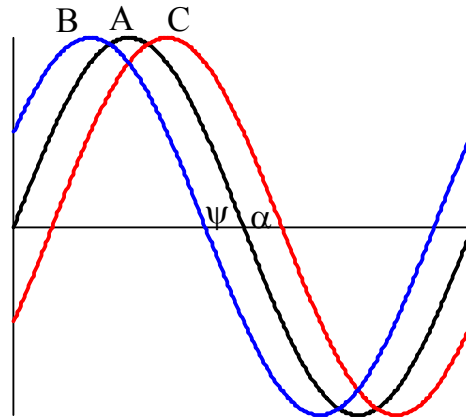
- نجد أنه في الملف B تكون معادلة القوة الدافعة الكهربائية هي:

$$e_B = E_m \sin (\omega t + \psi) \quad (٢٩-٢)$$

- نجد أنه في الملف C تكون معادلة القوة الدافعة الكهربائية هي:

$$e_C = E_m \sin (\omega t - \alpha) \quad (٣٠-٢)$$

هذا يعني أن الجهود في الثلاثة ملفات متساوية في قيمتها العظمى ولكن الفارق هو أن الملف B يصل إلى قيمته العظمى أولاً ثم بعد زاوية مقدارها ψ يصل الملف A إلى قيمته العظمى ثم بعد زاوية مقدارها α يصل الملف C إلى قيمته العظمى كما هو مبين بشكل رقم (٢- ١٦).



شكل رقم (٢- ١٦) الجهد المتولد على الملفات الثلاثة.

وعلى هذا يمكن أن ندرك أن الملفات الموجودة كلها لاتصل في نفس الوقت إلى القيمة العظمى ولكن يفصل بين بعضها البعض زوايا ثابتة ولأن حركة الملفات حركة نسبية فإنه يستلزم هنا لحساب الزوايا، اعتبار أحد هذه الملفات هو المرجع (reference) أو الدليل وينسب إليه باقي الملفات. فإذا اعتبرنا مثلاً الملف A هو المرجع فإن الملفات B، C تنسب إليه وفي هذه الحالة تعتبر زاوية الدليل هي المرجع فتساوي صفراً، وتنسب الزوايا الأخرى إليها وتسمى هذه الزوايا في هذه الحالة بزوايا الطور:

♦ يعتبر الملف A هو المرجع، زاوية الطور = صفر:

$$e_A = E_m \sin(\omega t + 0) \quad (٣١-٢)$$

♦ تعتبر زاوية الطور زاوية متقدمة إذا كانت إشارتها موجبة مثل:

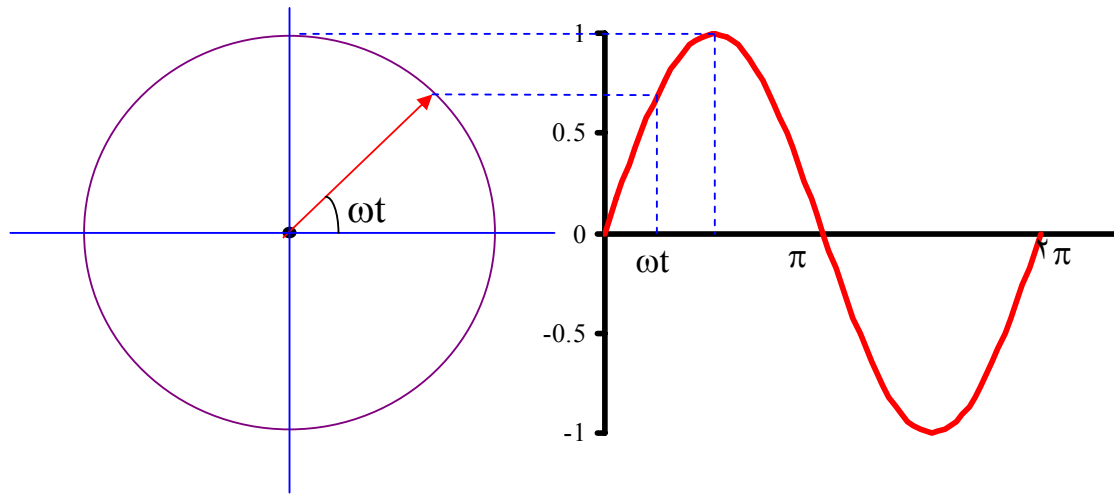
$$e_B = E_m \sin(\omega t + \psi) \quad (٣٢-٢)$$

♦ تعتبر زاوية الطور زاوية متأخرة إذا كانت إشارتها سالبة مثل:

$$e_C = E_m \sin(\omega t - \alpha) \quad (٣٣-٢)$$

٢- ٣- ٥- التمثيل الاتجاهي للموجة الجيبية Representation of Sine Wave

يمكن تمثيل الجهد المتغير الذي تمثله الموجة الجيبية بتمثيل آخر مكافئ وهو عبارة عن متجه ثابت القيمة قيمته E_m ويدور بسرعة زاوية ثابتة ω والزاوية المحصورة بين المحور السيني وهذا المتجه هي الزاوية ωt وكذلك إسقاط هذا المتجه على المحور الصادي يمثل القيمة اللحظية للجهد المتغير كما هو مبين بشكل رقم (٢- ١٧).



شكل رقم (٢- ١٧) التمثيل الاتجاهي للموجة الجيبية.

٢- ٣- ٥- ١- التمثيل الرياضي للمتجهات Mathematical Representation of Vectors

يمكن تمثيل المتجهات بالطرق الآتية:

١ - صيغة الإحداثيات المتعامدة.

٢ - الصيغة المثلثية.

٣ - الصيغة الأسية.

٤ - الصيغة القطبية.

وفيما يلي سوف نتحدث باختصار عن بعضها :

(١) صيغة الإحداثيات المتعامدة:

أية كمية مركبة A يمكن تمثيلها على مستوى أرجاند على هيئة كمية حقيقية مضافة إلى كمية تخيلية كالآتي:

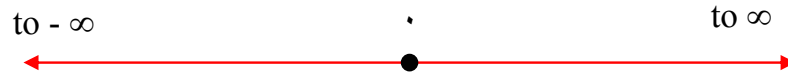
$$A = a_1 + ja_2 \quad (٢-٣٤)$$

حيث j هو وحدة اتجاهية وتعريفه كالآتي:

j : هو متجه مقداره الوحدة وهو ينطبق على المحور الصادي وقيمته $\sqrt{-1}$

ولشرح هذا المستوى نتخيل الآتي:

تمثل الأعداد الحقيقية كنقط تقع على خط مستقيم يمتد من سالب ما لانهاية إلى ما لانهاية ماراً بالصفر كما هو مبين بشكل رقم (٢- ١٨).



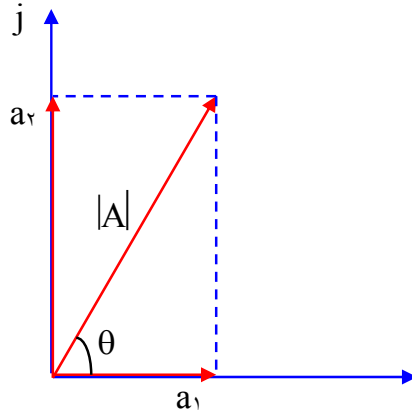
شكل رقم (٢- ١٨) تمثيل الأعداد على مستوى أرجاند.

فإذا فرضنا أن من صفر إلى ما لانهاية عبارة عن متجه وليكن X ، فبضرب هذا المتجه في j مرتين

$$\text{نحصل على } X \cdot j \cdot j = -X$$

وهو المتجه العكسي للمتجه الأول (صفر إلى - ما لانهاية))

إذن بضرب العدد الصحيح في j مرتين، فإن العدد الصحيح يدور مرتين كل مرة بزاوية مقدارها ٩٠ درجة، وإذا ضرب في j مرة واحدة فإنه يدور مرة واحدة بزاوية مقدارها ٩٠ درجة. لهذا تمثل الكميات الحقيقية على المحور السيني وتمثل الكميات التخيلية على المحور الصادي وتمثل الكميات المركبة على المحورين السيني والصادي كما هو مبين بشكل رقم (٢- ١٩).



شكل رقم (٢- ١٩) المحور الحقيقي والمحور التخيلي.

$$|A| = \sqrt{(a_1^2 + a_2^2)} \quad (٣٥-٢)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{a_2}{a_1} \right) \quad (٣٦-٢)$$

(٢) الصيغة المثلثية:

يمكن من نفس المستوى تمثيل المستوى بإحداثياته كآلاتي:

$$a_1 = A \cos \theta \quad (٣٧-٢)$$

$$a_2 = A \sin \theta \quad (٣٨-٢)$$

إذن يمكن كتابة المعادلة: $A = a_1 + ja_2$ كآلاتي:

$$\bar{A} = A \cos \theta + jA \sin \theta = A(\cos \theta + j \sin \theta) \quad (٣٩-٢)$$

(٣) الصيغة الأسية:

وهي الصيغة الرياضية الشهيرة:

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta \quad (٤٠-٢)$$

وعلى هذا يمكن تمثيل المعادلة: $\bar{A} = A(\cos \theta + j \sin \theta)$ على الصورة:

$$\bar{A} = |A| e^{j\theta} \quad (٤١-٢)$$

(٤) الصيغة القطبية:

يمكن وصف المتجه أيضاً كمقدار وزاوية:

$$\bar{A} = |A| \angle \theta \quad (٤٢-٢)$$

٢- ٣- ٥- بعض المبادئ البسيطة لرياضيات المتجهات Basic Calculations of Vectors

(١) جمع وطرح المتجهات

لو اعتبرنا أن هناك متجهان $\bar{A}, \bar{B}$ وأن المتجه $\bar{C}$ هو حاصل جمعهما وأن المتجه $\bar{D}$ هو الفارق بينهما:

$$\bar{A} = a_1 + ja_2 \quad (٤٣-٢)$$

$$\bar{B} = b_1 + jb_2 \quad (٤٤-٢)$$

$$\bar{C} = c_1 + jc_2 \quad (٤٥-٢)$$

$$\bar{D} = d_1 + jd_2 \quad (٤٦-٢)$$

$$\bar{C} = \bar{A} + \bar{B} \quad (٤٧-٢)$$

$$\bar{D} = \bar{A} - \bar{B} \quad (٤٨-٢)$$

$$c_1 + jc_2 = a_1 + ja_2 + b_1 + jb_2 = (a_1 + b_1) + j(a_2 + b_2) \quad (٤٩-٢)$$

$$d_1 + jd_2 = (a_1 + ja_2) - (b_1 + jb_2) = (a_1 - b_1) + j(a_2 - b_2) \quad (٥٠-٢)$$

$$c_1 = a_1 + b_1 \quad (٥١-٢)$$

$$c_2 = a_2 + b_2 \quad (٥٢-٢)$$

$$d_1 = a_1 - b_1 \quad (٥٣-٢)$$

$$d_2 = a_2 - b_2 \quad (٥٤-٢)$$

$$|C| = \sqrt{[(a_1 + b_1)^2 + (a_2 + b_2)^2]} \quad (٥٥-٢)$$

$$\theta_C = \tan^{-1} \frac{(a_2 + b_2)}{(a_1 + b_1)} \quad (٥٦-٢)$$

$$|D| = \sqrt{[(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2]} \quad (٥٧-٢)$$

$$\theta_d = \tan^{-1} \frac{(a_2 - b_2)}{(a_1 - b_1)} \quad (٥٨-٢)$$

(٢) ضرب وقسمة المتجهات

يجب هنا أن ننوه أن في حالة الضرب والقسمة، فإن استخدام الصيغة القطبية أو الصيغة الأسية هي الأسهل في التعامل كثيراً عما سواها.

نفترض أن C هو حاصل ضرب $B \cdot A$:

$$C = A \cdot B = (a_1 + ja_2) \cdot (b_1 + jb_2) \quad (٥٩-٢)$$

$$= (a_1b_1 - a_2b_2) + j(a_1b_2 + a_2b_1) \quad (٦٠-٢)$$

$$|C| = \sqrt{[(a_1b_1 - a_2b_2)^2 + (a_1b_2 + a_2b_1)^2]} \quad (٦١-٢)$$

$$\theta_C = \tan^{-1} \frac{(a_1b_2 + a_2b_1)}{(a_1b_1 - a_2b_2)} \quad (٦٢-٢)$$

في حين أن استخدام الصورة القطبية أو الأسية تسهل كثيراً من عمليات الحل:

$$\bar{C} = \bar{A} \cdot \bar{B} = |A| \angle \theta_A \cdot |B| \angle \theta_B = |C| \angle \theta_C \quad (٦٣-٢)$$

$$|C| = |A| \cdot |B| \quad (٦٤-٢)$$

$$\angle \theta_C = \angle \theta_a + \angle \theta_b \quad (٦٥-٢)$$

أو بالصيغة الأسية:

$$\bar{C} = |A|e^{j\theta_a} \cdot |B|e^{j\theta_b} = |A| \cdot |B|e^{j(\theta_a + \theta_b)} = |C|e^{j\theta_c} \quad (٦٦-٢)$$

وكذلك في حالة القسمة:

$$\bar{D} = \frac{\bar{A}}{\bar{B}} \quad (٦٧-٢)$$

$$|D| = \frac{|A|}{|B|} \quad (٦٨-٢)$$

$$\angle \theta_d = \angle \theta_a - \angle \theta_b \quad (٦٩-٢)$$

تدريبات على الوحدة الثانية

أولاً: الأسئلة:

- (أ) اشرح مستعيناً بالرسم كيفية تركيز شدة المجال المغناطيسي داخل الملف
- (ب) اشرح مع الرسم قانون فاراداي
- (ت) اشرح مع المعادلات نظرية عمل المولد الكهربائي
- (ث) بين كيفية توليد التيار المتردد
- (ج) اكتب معادلة القوة الدافعة الكهربائية لمفزين يدوران في مجال مغناطيسي تفصلهما زاوية α .
- (ح) استنتج القيمة المتوسطة لكل من الموجة الجيبية الكاملة ونصف الموجة الجيبية
- (خ) استنتج القيمة الفعالة للجهد الكهربائي الذي على شكل الموجة الجيبية
- (د) ارسم رسماً تخطيطياً يبين التمثيل الاتجاهي للموجة الجيبية
- (ذ) اذكر الصيغ الشهيرة لتمثيل المتجهات رياضياً.

ثانياً: التمارين:

١. اجمع المتجهات الآتية:

- (أ) $\bar{A} = 6 - j8, \bar{B} = 8 - j6$
- (ب) $\bar{A} = 6 - j8, \bar{B} = 8 + j6$
- (ت) $\bar{A} = 6 + j8, \bar{B} = 8 - j6$
- (ث) $\bar{A} = 6 + j8, \bar{B} = 8 + j6$
- (ج) $\bar{K} = 6 - j8, \bar{L} = -8 + j6$
- (ح) $\bar{K} = -6 - j8, \bar{L} = -8 + j6$
- (خ) $\bar{K} = -6 - j8, \bar{L} = -8 - j6$
- (د) $\bar{K} = -8 + j6, \bar{L} = -8 + j6$
- (ذ) $\bar{K} = -6 - j8, \bar{L} = 8 + j6$

٢. للمتجهات الآتية احسب $\bar{A} - \bar{B}$:

- (أ) $\bar{A} = 6 - j8, \bar{B} = 8 - j6$
- (ب) $\bar{A} = 6 - j8, \bar{B} = 8 + j6$
- (ت) $\bar{A} = 6 + j8, \bar{B} = 8 - j6$
- (ث) $\bar{A} = 6 + j8, \bar{B} = 8 + j6$

$$\bar{A} = 6 - j8, \quad \bar{B} = -8 + j6 \quad (\text{ج})$$

$$\bar{A} = -6 - j8, \quad \bar{B} = -8 + j6 \quad (\text{ح})$$

$$\bar{A} = -6 - j8, \quad \bar{B} = -8 - j6 \quad (\text{خ})$$

$$\bar{A} = -8 + j6, \quad \bar{B} = -8 + j6 \quad (\text{د})$$

$$\bar{A} = -6 - j8, \quad \bar{B} = 8 + j6 \quad (\text{ذ})$$

٣. حول المتجهات الآتية إلى الصورة القطبية:

$$\bar{A} = 6 - j8 \quad (\text{ب})$$

$$\bar{B} = 8 + j6 \quad (\text{ت})$$

$$\bar{B} = 8 - j6, \quad \bar{A} = 6 + j8 \quad (\text{ث})$$

$$\bar{A} = -6 - j8 \quad (\text{ج})$$

$$\bar{B} = -8 - j6 \quad (\text{ح})$$

$$\bar{A} = -8 + j6 \quad (\text{خ})$$

$$\bar{A} = -6 + j8, \quad (\text{د})$$

٤. حول المتجهات الآتية إلى صورة الإحداثيات المتعامدة:

$$\bar{A} = 10 \angle 30^\circ \quad (\text{أ})$$

$$\bar{A} = 10 \angle -30^\circ \quad (\text{ب})$$

$$\bar{A} = 10 \angle 60^\circ \quad (\text{ت})$$

$$\bar{A} = 10 \angle -60^\circ \quad (\text{ث})$$

$$\bar{A} = 10 \angle 36.87^\circ \quad (\text{ج})$$

$$\bar{A} = 10 \angle -36.87^\circ \quad (\text{ح})$$

$$\bar{A} = 10 \angle 53.13^\circ \quad (\text{خ})$$

$$\bar{A} = 10 \angle -53.13^\circ \quad (\text{د})$$

٥. احسب حاصل ضرب المتجهات الآتية:

$$\bar{A} = 10 \angle 30^\circ, \quad \bar{B} = 10 \angle -30^\circ \quad (\text{أ})$$

$$\bar{A} = 10 \angle 30^\circ, \quad \bar{B} = 10 \angle 60^\circ \quad (\text{ب})$$

$$\bar{A} = 10 \angle 30^\circ, \quad \bar{B} = 10 \angle 0^\circ \quad (\text{ت})$$

$$\bar{A} = 10 \angle 0^\circ, \quad \bar{B} = 10 \angle 0^\circ \quad (\text{ث})$$

$$\bar{A} = 10 \angle 120^\circ, \quad \bar{B} = 10 \angle -60^\circ \quad (\text{ج})$$

٦. للمتجهات الآتية احسب $\frac{\bar{A}}{\bar{B}}$:

(أ) $\bar{A} = 10 \angle 30^\circ, \bar{B} = 10 \angle -30^\circ$

(ب) $\bar{A} = 10 \angle 30^\circ, \bar{B} = 10 \angle 60^\circ$

(ت) $\bar{A} = 10 \angle 30^\circ, \bar{B} = 10 \angle 0^\circ$

(ث) $\bar{A} = 10 \angle 0^\circ, \bar{B} = 10 \angle 0^\circ$

(ج) $\bar{A} = 10 \angle 120^\circ, \bar{B} = 10 \angle -60^\circ$

٧. للمتجهات الآتية، احسب $\frac{\bar{B}}{\bar{A}}$:

(أ) $\bar{A} = 10 \angle 30^\circ, \bar{B} = 10 \angle -30^\circ$

(ب) $\bar{A} = 10 \angle 30^\circ, \bar{B} = 10 \angle 60^\circ$

(ت) $\bar{A} = 10 \angle 30^\circ, \bar{B} = 10 \angle 0^\circ$

(ث) $\bar{A} = 10 \angle 0^\circ, \bar{B} = 10 \angle 0^\circ$

(ج) $\bar{A} = 10 \angle 120^\circ, \bar{B} = 10 \angle -60^\circ$



هندسة كهربائية - ٢

عناصر ودوائر التيار المتردد

عناصر ودوائر التيار المتردد

٢

الأهداف العامة للوحدة الثالثة

بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة، يكون الطالب قادراً على معرفة:

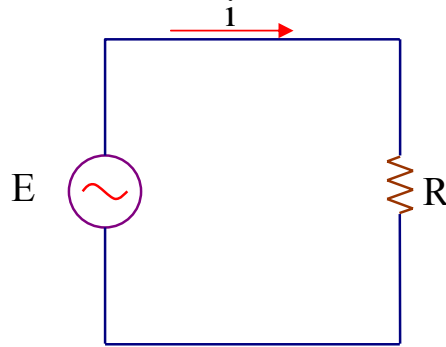
- عنصر المقاومة الأومية.
- الملف كعنصر فعال في الدائرة الكهربائية.
- حساب المفاعلة الحثية للملف.
- المكثف كعنصر فعال في الدائرة الكهربائية.
- شحن وتفريغ المكثف والعلاقات الزمنية لذلك.
- حساب المفاعلة السعوية للمكثف.
- كيفية التعامل مع العناصر المختلفة في الدائرة الكهربائية باستخدام المعامل j .
- دوائر التوالي من مقاومات وملفات ومكثفات.
- دوائر التوازي من مقاومات وملفات ومكثفات.
- القدرة في دوائر التيار المتردد من قدرة فعالة وقدرة غير فعالة وقدرة ظاهرية.
- معامل القدرة في الدوائر الكهربائية العملية وكيفية تحسينه.

٣- ١ مقدمة Introduction

لدراسة دوائر التيار المتردد لابد في البداية التعرض لدراسة سريعة لبعض العناصر المستخدمة في دوائر التيار المتردد، وفيما يلي سنورد أهم العناصر المستخدمة في دوائر التيار المتردد وكيفية التعامل معها في الدائرة.

٣- ٢ عناصر التيار المتردد Basic Elements of A.C Circuits

٣- ٢- ١ عنصر المقاومة الأومية The Resistance



شكل رقم (٣- ١) عنصر المقاومة الأومية في الدائرة الكهربائية.

في الدائرة المبينة بشكل رقم (٣- ١)، حيث مصدر جهد متردد يغذي فقط مقاومة أومية وعلى اعتبار مصدر الجهد ذا موجة جيبية:

$$E = E_m \sin \omega t \quad (١-٣)$$

وبتطبيق قانون أوم:

$$E = E_m \sin \omega t = i \cdot R \quad (٢-٣)$$

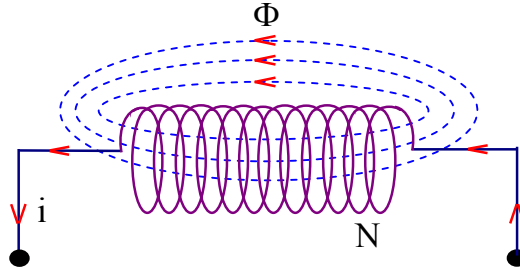
$$i = \left(\frac{E_m}{R} \right) \sin \omega t = I_m \sin \omega t \quad (٣-٣)$$

$$i = I_m \sin \omega t \quad (٤-٣)$$

يلاحظ من المعادلتين رقم (٣- ١) ورقم (٣- ٤) أن التيار والجهد لا يوجد بينهما أي اختلاف في زاوية الطور، أي أنهما في نفس الطور معا أو متطابقان في زاوية الطور.

٣- ٢- ٢- عنصر المفاعلة الحثية للملف The Inductive Reactance

وجد أنه إذا مر تيار متردد في ملف، كما هو مبين بشكل رقم (٣- ٢)، فإنه تتولد خطوط قوى مغناطيسية Φ متغيرة مع الزمن وذلك لأن التيار متغير مع الزمن ووجد أن حاصل ضرب هذه الخطوط Φ في عدد لفات الملف N تتناسب مع شدة التيار i ، كما يلي:



شكل رقم (٣- ٢) المجال المغناطيسي المتولد عن الملف.

$$N\phi \propto i \quad (٥-٣)$$

$$N\phi = Li \quad (٦-٣)$$

حيث يسمى ثابت التناسب بمعامل الحث الذاتي للملف L ويقاس بوحدة الهنري (Henry).

وبتطبيق قانون فاراداي:

$$E = -N \frac{d\phi}{dt} \quad (٧-٣)$$

$$\therefore N\phi = Li \quad (٨-٣)$$

$$\therefore N \frac{d\phi}{dt} = L \frac{di}{dt} \quad (٩-٣)$$

$$\therefore E = -N \frac{d\phi}{dt} = -L \frac{di}{dt} \quad (١٠-٣)$$

فإذا كان التيار المار في الملف: $i = I_m \sin(\omega t)$

إذن:

$$E = -L \frac{d}{dt} \cdot (I_m \cdot \sin(\omega t)) \quad (١١-٣)$$

$$E = -L \cdot I_m \cdot \omega \cdot \cos(\omega t) \quad (١٢-٣)$$

$$E = -I_m \cdot \omega \cdot L \cdot \sin(\omega t + 90) = E_m \cdot \sin(\omega t + 90) \quad (١٣-٣)$$

$$\frac{E_m}{I_m} = \omega \cdot L$$

(١٤-٣)

يتضح من هذه المعادلات أن الملف الحثي له ما يشبه المقاومة في تعاملها (قانون أوم) حيث تسمى ωL في هذه الحالة المفاعلة الحثية (Inductive Reactance)، وتقاس بوحدة الأوم (Ω)،
ويلاحظ أن: $\omega L = 2 \pi f L$

و يتضح كذلك من المعادلات أنه في حالة الملف الحثي، فإن الجهد E يسبق التيار i بزاوية قدرها ٩٠ درجة.

ويلاحظ أن قيمة المفاعلة دالة في التردد حيث:

$$\omega L = 2 \pi f \cdot L$$

(١٥-٣)

٣- ٢- ٣- عنصر المفاعلة السعوية للمكثف The Capacitive Reactance

وجد أنه بوضع لوحين من المعدن في مواجهة بعضهما البعض ويفصل بينهما مسافة بها عازل، و تم توصيل مصدر للجهد بين هذين اللوحين كما هو مبين بشكل رقم (٣- ٣)، فإن شحنة كهربائية تتكون على هذه القطبين، وتتناسب مع الجهد المطبق بينهما. أي أن:

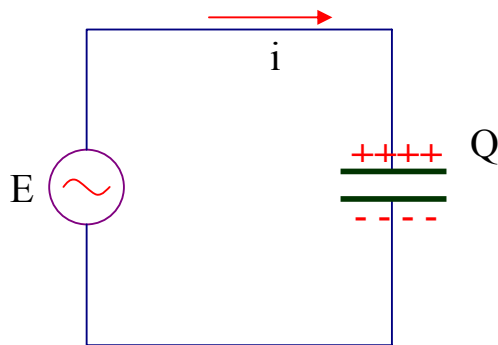
$$Q \propto V$$

(١٦-٣)

$$Q = CV$$

(١٧-٣)

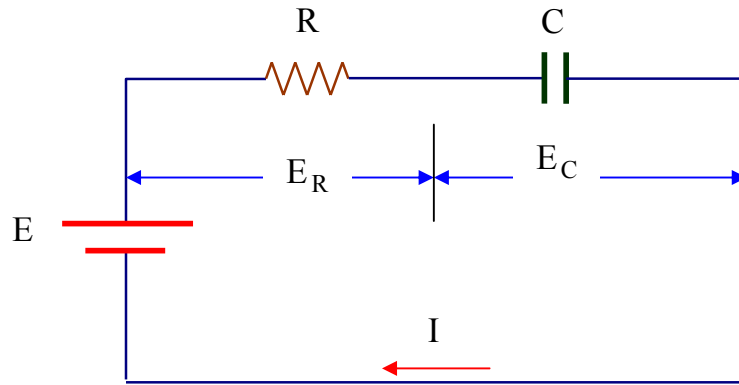
يسمى هذا النظام بالمكثف ويسمى ثابت التناسب C بسعة المكثف، وتقاس السعة بوحدات الفاراد Farad.



شكل رقم (٣- ٣) عنصر المكثف في الدائرة الكهربائية.

٣- ٢- ٣- ١- شحن المكثف

إذا تم توصيل مصدر للجهد المستمر على التوالي مع مكثف C موصل على التوالي مع مقاومة R ، كما هو مبين بشكل رقم (٣-٤)، يمر تيار كهربائي في الدائرة نتيجة تكثيف شحنة كهربائية موجبة على اللوح المتصل بالقطب الموجب للمصدر بينما تتكاثف شحنة كهربائية سالبة على اللوح المتصل بالقطب السالب للمصدر، ويبدأ بالتالي بناء جهد كهربائي على المكثف، وتأخذ قيمة هذا الجهد في الارتفاع تدريجياً إلى أن تصل قيمته إلى قيمة جهد المصدر فتتوقف تكاثف الشحنات وبالتالي يتوقف التيار الكهربائي. ويمكن حساب تيار شحن المكثف والجهد المتكون بين قطبيه كالاتي:



شكل رقم (٣-٤) دائرة شحن المكثف

بتفاضل طرفي المعادلة رقم (٣-١٧) بالنسبة للزمن نحصل على معدل مرور الشحنة الكهربائية وهو ما يسمى بالتيار الكهربائي كما يلي:

$$\frac{dQ}{dt} = C \frac{dV_C}{dt} = I \quad (٣-١٨)$$

وبتطبيق قانون كيرشوف للجهود على الدائرة الكهربائية (راجع منهاج هندسة كهربائية - ١)، نحصل على الآتي:

$$V_C = E - I \cdot R = E - C \frac{dV_C}{dt} \cdot R = E - RC \frac{dV_C}{dt} \quad (٣-١٩)$$

$$\therefore V_C + RC \frac{dV_C}{dt} = E \quad (٣-٢٠)$$

نلاحظ أن المعادلة رقم (٣-٢٠)، هي معادلة زمنية من الرتبة الأولى، وحلها الرياضي القياسي على الصورة التالية:

$$V_C = E \cdot \left(1 - e^{-t/RC}\right) \quad (٢١-٣)$$

وبالعودة لشكل رقم (٣-٤)، يمكن حساب قيمة التيار كآآتي:

$$I_C = \frac{(E - V_C)}{R} = \frac{\left(E - E \cdot \left(1 - e^{-t/RC}\right)\right)}{R} \quad (٢٢-٣)$$

$$\therefore I_C = \frac{E}{R} \left(e^{-t/\tau}\right) \quad (٢٣-٣)$$

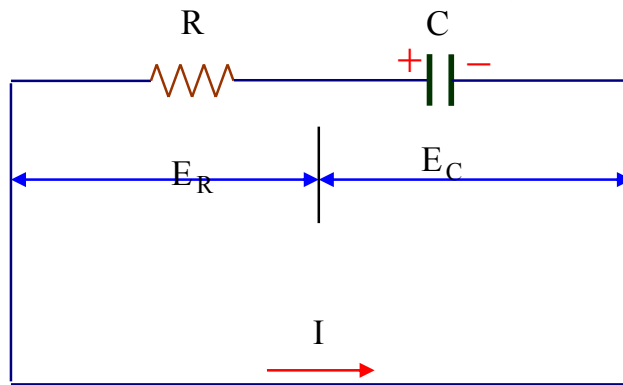
حيث:

I_C : تيار شحن المكثف

$RC=\tau$: ويسمى ثابت الزمن

٣-٢- ٣-٢- ٣-٢- تفريغ المكثف

إذا تم فصل مصدر الجهد المستمر عن الدائرة السابقة وعمل دائرة قصر بين أطراف الدائرة، كما هو مبين بشكل رقم (٣-٥)، يمر تيار كهربائي في الدائرة نتيجة تفريغ الشحنة الكهربائية للمكثف في المقاومة الكهربائية. ويبدأ بالتالي انخفاض الجهد الكهربائي على المكثف، وتأخذ قيمة التيار في الانخفاض تدريجياً إلى أن تصل قيمة كل منهما إلى الصفر. ويمكن حساب تيار تفريغ المكثف والجهد بين قطبيه كآآتي:



شكل رقم (٣-٥) دائرة تفريغ المكثف

$$V_C + I_d \cdot R = 0 \quad (٢٤-٣)$$

حيث التيار I_d هو تيار تفريغ المكثف، ويمكن وضعه على الصورة الآتية:

$$I_d = -C \frac{dV_C}{dt} \quad (٢٥-٣)$$

وبالتعويض في المعادلة رقم (٣-٢٤)، نحصل على الآتي:

$$V_C - RC \frac{dV_C}{dt} = 0 \quad (٢٦-٣)$$

نلاحظ أن المعادلة رقم (٣-٢٦)، هي معادلة زمنية من الرتبة الأولى، وحلها الرياضي القياسي على الصورة التالية:

$$V_C = V_{Ci} \cdot \left(e^{-t/RC} \right) \quad (٢٧-٣)$$

حيث V_{Ci} هو الجهد الواقع على المكثف عند بداية التفريغ

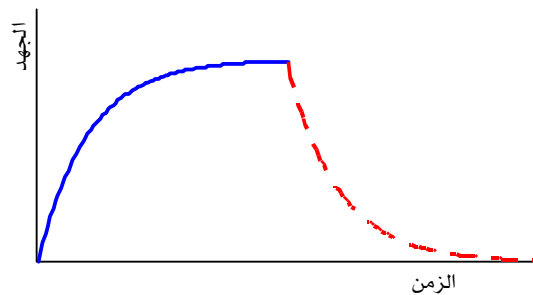
ومن المعادلة رقم (٣-٢٤) يمكن حساب تيار تفريغ المكثف I_d كآتي:

$$I_d = -\frac{V_C}{R} = -\frac{V_{Ci}}{R} \cdot \left(e^{-t/RC} \right) \quad (٢٨-٣)$$

ويلاحظ هنا أن الإشارة السالبة تعني أن تيار التفريغ في عكس اتجاه تيار الشحن.

ويبين شكل رقم (٣-٦)، منحنى تغير الجهد على أطراف المكثف أثناء الشحن مع الزمن (الخط

المستمر)، وكذلك منحنى تغير الجهد على أطراف المكثف أثناء التفريغ (الخط المتقطع).



شكل رقم (٣-٦) منحنى تغير الجهد على أطراف المكثف أثناء الشحن والتفريغ

مثال رقم (٣-١)

لدائرة شحن مكثف قيمة سعته $50 \mu F$ ، إذا كان جهد المصدر يساوي $12 V$ وكانت قيمة المقاومة المتواليّة $2 k\Omega$ ، احسب: الثابت الزمني τ ، قيمة جهد المكثف وقيمة تيار الشحن بعد 20 msec . وإذا تم

فصل دائرة شحن المكثف عند هذه اللحظة، وبدأ المكثف في التفريغ في نفس المقاومة بعد نزع مصدر الجهد وغلق الدائرة الكهربائية، احسب جهد المكثف وتيار التفريغ بعد ١٠ msec من بدأ التفريغ.

الحل

نحسب الثابت الزمني τ ، كما يلي:

$$\tau = R \cdot C = 0.1 \text{ sec}$$

نحسب جهد المكثف بعد زمن قدره ٢٠ msec، كما يلي:

$$V_C = E \cdot \left(1 - e^{-t/RC}\right) = 12 \text{ V} \cdot \left(1 - e^{-0.020/0.1}\right) = 2.175 \text{ V}$$

نحسب تيار شحن المكثف بعد زمن قدره ٢٠ msec، كما يلي:

$$\therefore I_C = \frac{E}{R} \left(e^{-t/\tau}\right) = \frac{12 \text{ V}}{2000 \Omega} \left(e^{-0.020/0.1}\right) = 4.91 \text{ mA}$$

نحسب جهد المكثف بعد ١٠ msec من بداية عملية التفريغ، كما يلي:

$$V_C = V_{Ci} \cdot \left(e^{-t/RC}\right) = 2.175 \text{ V} \cdot \left(e^{-0.010/0.1}\right) = 1.97 \text{ V}$$

$$I_d = -\frac{V_{Ci}}{R} \cdot \left(e^{-t/RC}\right) = -\frac{2.175 \text{ V}}{2000} \cdot \left(e^{-0.010/0.1}\right) = -0.98 \text{ mA}$$

٣- ٢- ٣- المكثف كعنصر فعال في دوائر التيار المتردد

وجد أنه إذا كان الجهد المطبق على المكثف جهداً متردداً، فإن الشحنة المتكونة تتغير من لوح لآخر حسب قطبية الجهد المطبق ويستمر شحن المكثف وتفريره، وهذا يعني أن التيار يسري بين اللوحين حسب العلاقة الآتية:

$$i = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV}{dt} \quad (٢٩-٣)$$

وهكذا إذا كان الجهد المطبق على المكثف: $v = V_m \sin \omega t$ ، فإن التيار الذي يسري بين

اللوحين هو:

$$i = C \frac{dv}{dt} = C \cdot V_m \cdot \frac{d}{dt} (\sin \omega t) \quad (٣٠-٣)$$

$$i = C \cdot V_m \cdot \omega \cdot \cos \omega t = \omega \cdot C \cdot V_m \cdot \sin(\omega t + 90) \quad (٣١-٣)$$

وعلى ذلك يكون التيار على الصورة:

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + 90) \quad (3-32)$$

حيث:

$$I_m = V_m \cdot \omega C \quad (3-33)$$

وعلى ذلك يكون:

$$\frac{V_m}{I_m} = \frac{1}{\omega C} \quad (3-34)$$

إذن هناك مفاعلة تشبه المقاومة في تعاملها (قانون أوم)، حيث تسمى $\frac{1}{\omega C}$ في هذه الحالة بالمفاعلة السعوية (Capacitive Reactance)، وتقاس بوحدة الأوم (Ω)، ويلاحظ أن:

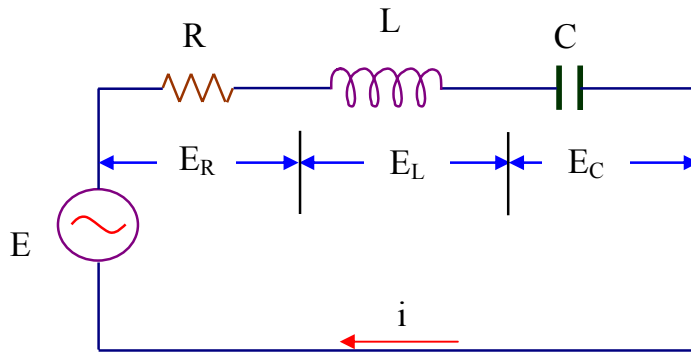
$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \quad (3-35)$$

في هذه الحالة يكون التيار متقدماً على الجهد أي يسبق الجهد بزاوية قدرها 90° .

٣- ٣ دوائر التيار المتردد

٣- ٣- ١ استخدام المعامل j في الدائرة الكهربائية j Operator in Electrical Circuits

نفترض أن تياراً مقداره i مر في مقاومة R متصلة على التوالي مع ملف ذي معامل حث ذاتي L ومكثف ذي سعة C ، كما هو موضح بشكل رقم (٣-٧).



شكل رقم (٣-٧) على التوالي في دائرة كهربائية.

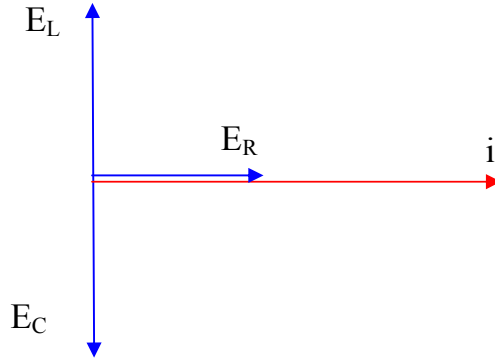
نفرض أن:

فرق الجهد على R هو: $E_R = i \cdot R$ ، ويقاس بوحدة الفولت (volt).

فرق الجهد على L هو: $E_L = i \cdot \omega L$ ، ويقاس بوحدة الفولت (volt).

فرق الجهد على C هو: $E_C = \frac{i}{\omega C}$ ، ويقاس أيضاً بوحدة الفولت (volt)

فإذا اعتبرنا أن التيار المار بالدائرة هو الدليل (لأنه يسري في العناصر الثلاثة) ، نجد أن: $E_L = i(\omega L)$ ،
يتقدم بزاوية 90° على التيار i كما هو موضح بشكل رقم (٣-٨) ، أي أنه يمكن استخدام المعامل j
لإعادة كتابة المعادلة كالآتي:



شكل رقم (٣-٨) علاقات متجهات الجهد على المقاومة والملف والمكثف في دائرة التوالي.

$$E_L = j\omega L \cdot i \quad (٣٦-٣)$$

حيث بضرب التيار i في $j\omega L$ يدور هذا المتجه بمقدار 90° فيصل إلى E_L وكذلك بضرب التيار i
في $-j/\omega C$ يدور هذا المتجه بمقدار 90° ليصل إلى E_C .

وبالتالي يمكن كتابة معادلة مكونات الدائرة الكهربائية السابقة كالآتي:

$$R + j\omega L - \frac{j}{\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (٣٧-٣)$$

تسمى هذه التركيبة من مقاومات ومفاعلات بالمعاوقة ويرمز لها بالرمز Z ويرمز للمفاعلة بالرمز

X ويرمز للمقاومة بالرمز R .

$$\bar{Z} = R + jX \quad (٣٨-٣)$$

وهكذا يمكن حساب كل من قيمة وزاوية المعاوقة Z كالتالي:

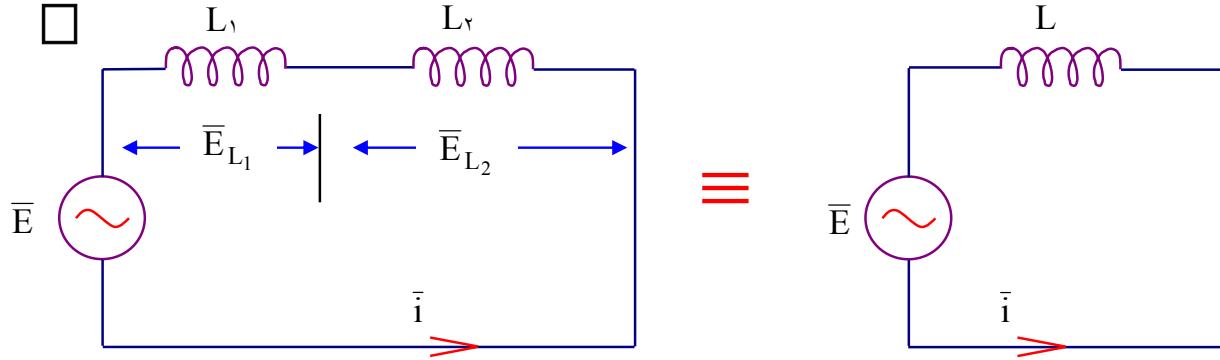
$$|Z| = \sqrt{(R^2 + X^2)} \quad (٣٩-٣)$$

$$\theta_Z = \tan^{-1} \frac{X}{R} \quad (٤٠-٣)$$

٣- ٢- التوصيل على التوالي

٣- ٢- ١- توصيل الملفات على التوالي

توضح الدائرة الكهربائية في شكل رقم (٣- ٩) كيفية توصيل ملفين على التوالي، ويمكن حساب المفاعلة المكافئة X_L كالتالي:



شكل رقم (٣- ٩) المفاعلة المكافئة لملفين متصلين على التوالي

$$X_L = j\omega L = j\omega L_1 + j\omega L_2 = j\omega (L_1 + L_2) \quad (٤١-٣)$$

$$\therefore L = (L_1 + L_2) \quad (٤٢-٣)$$

وهذا يوضح أن توصيل الملفات على التوالي يماثل توصيل المقاومات على التوالي، حيث أن محصلة توصيل ملفين على التوالي هو حاصل جمعهما.

مثال رقم (٣- ٢)

احسب قيمة معامل الحث الذاتي المحصلة لملفين متصلين على التوالي إذا كانت قيمة أحدهما ٥ mH وقيمة الآخر ٧ mH .

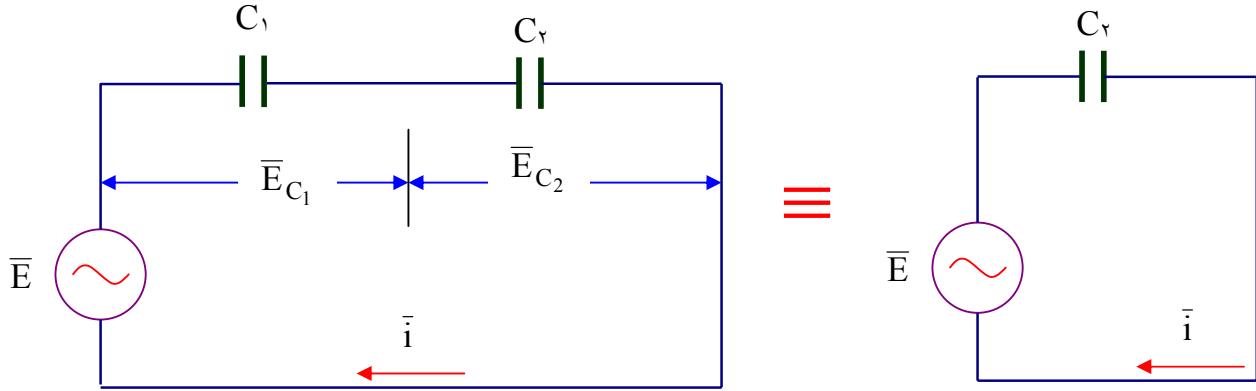
الحل

طبقاً للمعادلة رقم (٣- ٤٢)، يمكن حساب قيمة معامل الحث الذاتي المحصلة كما يلي:

$$\therefore L = (L_1 + L_2) = 5 \text{ mH} + 7 \text{ mH} = 12 \text{ mH}$$

٣- ٢- ٢- توصيل المكثفات على التوالي

توضح الدائرة الكهربائية في شكل رقم (٣- ١٠) كيفية توصيل مكثفين على التوالي، ويمكن حساب المفاعلة المكافئة X_C كالتالي:



شكل رقم (٣- ١٠) المفاعلة المكافئة لمكثفين متصلين على التوالي

$$X_C = -j \left(\frac{1}{\omega C} \right) = \left(-j \frac{1}{\omega C_1} \right) + \left(-j \frac{1}{\omega C_2} \right) = -j \left(\frac{1}{\omega C_1} + \frac{1}{\omega C_2} \right) \quad (٤٣-٣)$$

أي أن:

$$\left(\frac{1}{C} \right) = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \quad (٤٤-٣)$$

$$C = \left(\frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \right) \quad (٤٥-٣)$$

من المعادلة رقم (٣- ٤٥) يتضح أن توصيل المكثفات على التوالي يماثل توصيل المقاومات على التوازي.

مثال رقم (٣- ٣)

احسب قيمة السعة المحصلة لمكثفين متصلين على التوالي إذا كانت قيمة أحدهما $100 \mu F$ وقيمة الآخر $25 \mu F$.

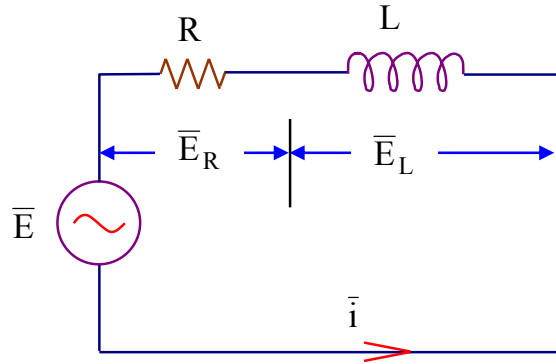
الحل

طبقاً للمعادلة رقم (٣- ٤٥)، يمكن حساب قيمة معامل السعة المحصلة كما يلي:

$$C = \left(\frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \right) = \frac{100 \mu F \cdot 25 \mu F}{100 \mu F + 25 \mu F} = 20 \mu F$$

٣- ٢- ٣- ٣ مقاومة موصلة على التوالي مع مفاعلة حثية RL Series Circuit

توضح الدائرة الكهربائية في شكل رقم (٣- ١١) كيفية توصيل ملف ومقاومة على التوالي، ويمكن حساب قيمة وزاوية المعاوقة Z كالتالي:



شكل رقم (٣- ١١) ملف ومقاومة على التوالي في دائرة كهربائية.

$$\bar{Z} = R + j\omega L \quad (٤٦-٣)$$

$$|Z| = \sqrt{(R^2 + (\omega L)^2)} \quad (٤٧-٣)$$

$$\angle \theta_Z = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R} \quad (٤٨-٣)$$

ويلاحظ من المعادلة رقم (٣- ٤٨) أن الزاوية θ_Z زاوية موجبة. ويمكن حساب التيار $\bar{i}$ كما يلي:

$$\bar{i} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}} = \frac{|E| \angle \theta_E}{|Z| \angle \theta_Z} = |i| \angle \theta_i \quad (٤٩-٣)$$

حيث إن:

$$|i| = \frac{|E|}{|Z|} = \frac{|E|}{\sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)}} \quad (٥٠-٣)$$

$$\angle \theta_i = \angle \theta_E - \angle \theta_Z \quad (٥١-٣)$$

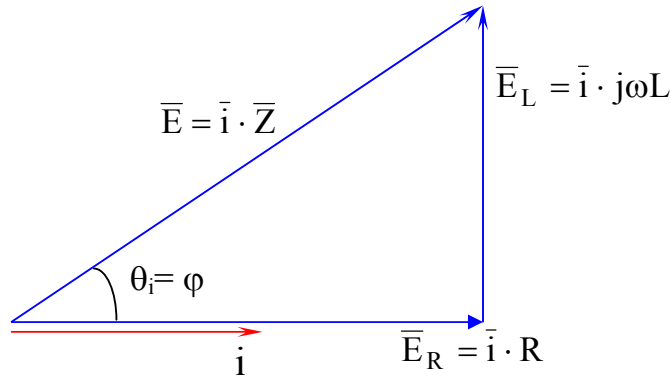
وعادة يؤخذ الجهد كمرجع (دليل) في مثل هذه الحالة ويكتب على الصورة:

$$\bar{E} = |E| \angle 0 \quad (٥٢-٣)$$

وعلى ذلك تكون زاوية التيار:

$$\angle \theta_i = \angle 0 - \angle \theta_Z = \angle - \theta_Z = \angle \phi \quad (٥٣-٣)$$

حيث φ هي الزاوية التي تفصل بين اتجاه الجهد واتجاه التيار وتسمى أيضاً زاوية القدرة (كما سيأتي شرحه فيما بعد)، ويلاحظ أن زاوية التيار سالبة، مما يعني أن التيار يتأخر عن الجهد. ويمكن رسم المخطط الاتجاهي للدائرة كما هو مبين بشكل رقم (٣- ١٢).



شكل رقم (٣- ١٢) علاقات متجهات الجهد على المقاومة والملف في دائرة التوالي.

حيث:

$$\bar{E} = \bar{E}_R + \bar{E}_L \quad (٣-٥٤)$$

$$\bar{E} = \bar{i} \cdot R + \bar{i} \cdot j\omega L = \bar{i} \cdot (R + j\omega L) = \bar{i} \cdot \bar{Z} \quad (٣-٥٥)$$

مثال (٣- ٤)

مقاومة أومية مقدارها 5Ω موصلة على التوالي مع ملف ذي معامل حث ذاتي $L = 0.01$ Henry، يتم تغذيتهما من مصدر جهد متردد: $|e| = 200$ volts، وبتردد: $f = 50$ Hz.

احسب:

(١) التيار المار فيهما.

(٢) الجهد على كل عنصر.

الحل

(١) لحساب التيار: نبدأ بحساب السرعة الزاوية ω :

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = 2 \times 3.14 \times 50 = 314 \text{ rad/sec}$$

ثم نحسب المفاعلة الحثية X_L كما يلي:

$$X_L = \omega \times L$$

$$X_L = 314 \times 0.01 = 3.14 \Omega$$

ثم نحسب المعاوقة الكلية Z كما يلي:

$$|Z| = \sqrt{5^2 + (3.14)^2} = 5.9 \Omega$$

$$\theta_Z = \tan^{-1}\left(\frac{3.14}{5}\right) = 32.13^\circ$$

ثم نحسب قيمة التيار i كما يلي:

$$\bar{i} = \frac{\bar{e}}{\bar{Z}}$$

وبأخذ الجهد كدليل (مرجع)، يمكن اعتبار زاويته تساوي 0° وتحسب قيم الزوايا الأخرى منسوبة إليه كالآتي:

$$\bar{i} = \frac{200 \text{ V} \angle 0^\circ}{5.9 \Omega \angle 32.13^\circ} = 33.9 \text{ A} \angle -32.13^\circ$$

ويلاحظ هنا أن التيار يتأخر عن الجهد بزاوية قدرها 32.13° ، حيث زاوية الجهد تساوي 0° بينما زاوية التيار تساوي 32.13° ، والإشارة السالبة هنا تعني تأخر التيار عن الجهد.

(٣) لحساب الجهد على كل عنصر:

♦ الجهد على المقاومة:

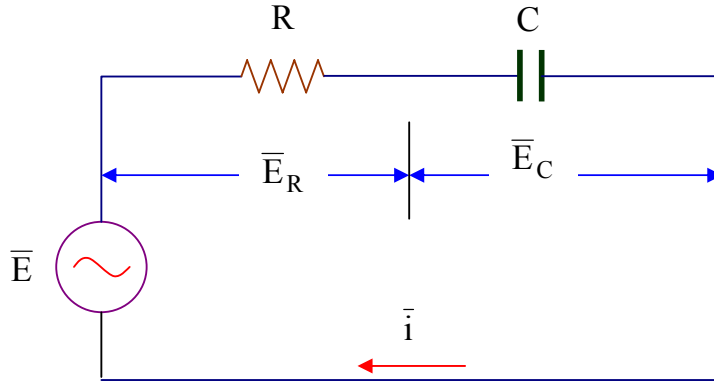
$$\bar{E}_R = \bar{i} \cdot R = 33.9 \text{ A} \angle -32.13^\circ \cdot 5 \Omega = 169.5 \text{ V} \angle -32.13^\circ$$

♦ الجهد على الملف:

$$\bar{E}_L = \bar{i} \cdot \bar{X}_L = 33.9 \text{ A} \angle -32.13^\circ \cdot 3.14 \Omega \angle 90^\circ = 106.45 \text{ V} \angle 57.87^\circ$$

٣- ٢- ٤- مقاومة موصلة على التوالي مع مفاعلة سعوية RC series Circuit

شكل رقم (٣- ١٣) يوضح دائرة كهربائية لمقاومة ومكثف موصلين على التوالي، ومنها نجد أن:



شكل رقم (٣-١٣) مقاومة ومكثف على التوالي في دائرة كهربائية.

$$\bar{Z} = R - j \frac{1}{\omega C} \quad (٥٦-٣)$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (٥٧-٣)$$

$$\angle \theta_Z = \tan^{-1} \left(\frac{-1}{\omega CR} \right) \Rightarrow \text{زاوية سالبة} \quad (٥٨-٣)$$

ويمكن حساب التيار $\bar{i}$ كما يلي:

$$\bar{i} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}} = \frac{|E| \angle \theta_E}{|Z| \angle \theta_Z} = \frac{|E| \angle \theta_E}{\left(\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \right) \angle \theta_Z} = |i| \angle \theta_i \quad (٥٩-٣)$$

حيث إن:

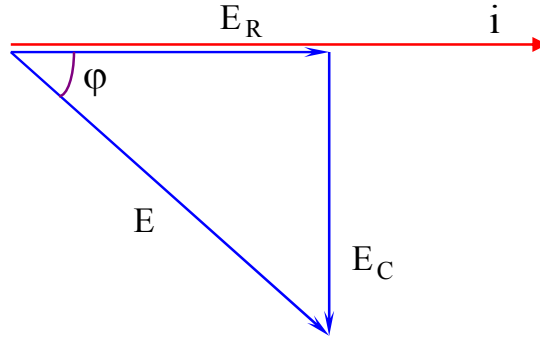
$$|i| = \frac{|E|}{|Z|} = \frac{(E)}{\left(\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \right)}, \quad (٦٠-٣)$$

$$\theta_i = \theta_E - \theta_Z \quad (٦١-٣)$$

إذا كان الجهد هو المرجع (الدليل) فإن زاويته تساوي 0° ، وعلى ذلك:

$$\theta_i = 0^\circ - \theta_Z = \varphi \quad (٦٢-٣)$$

بما أن الزاوية θ_Z سالبة، إذن زاوية التيار تكون موجبة، وهذا يعني أن التيار يسبق الجهد. وبذلك يمكن رسم المخطط الاتجاهي كما هو موضح بالشكل رقم (٣-١٤).



شكل رقم (٣-١٤) علاقات متجهات الجهد على المقاومة والمكثف في دائرة التوالي.

حيث:

$$\bar{E} = \bar{E}_R + \bar{E}_C \quad (٦٣-٣)$$

$$\bar{E}_R = \bar{i} \cdot R \quad (٦٤-٣)$$

$$\bar{E}_C = \bar{i} \cdot \left(\frac{-j}{\omega C} \right) \quad (٦٥-٣)$$

$$\bar{E} = \bar{i} \cdot R - \bar{i} \cdot \left(\frac{j}{\omega C} \right) \quad (٦٦-٣)$$

$$\bar{E} = \bar{i} \cdot \left(R - j \frac{1}{\omega C} \right) = \bar{i} \cdot \bar{Z} \quad (٦٧-٣)$$

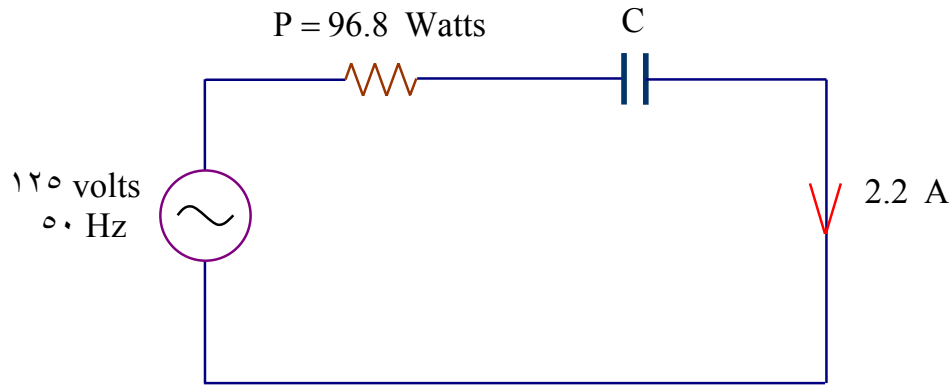
$$|E| = |\bar{i}| \cdot |Z| \quad (٦٨-٣)$$

$$|E| = |\bar{i}| \cdot \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad (٦٩-٣)$$

$$|E| = \sqrt{\left(|\bar{i}|^2 R^2 + |\bar{i}|^2 \cdot \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2 \right)} = \sqrt{|E_R|^2 + |E_C|^2} \quad (٧٠-٣)$$

مثال (٣- ٥)

سلط جهد مقداره ١٢٥ volts وتردده ٥٠ Hz على دائرة كهربائية مكونة من مقاومة ومكثف متصلة على التوالي، كما هو مبين بشكل رقم (٣- ١٥)، فإذا كان التيار المار في هذه الدائرة يساوي ٢,٢ Amp. والقدرة الكهربائية المفقودة في المقاومة يساوي ٩٦,٨ Watt، احسب قيمة المقاومة وسعة المكثف وارسم الرسم التخطيطي الاتجاهي.



شكل رقم (٣- ١٥) الدائرة الكهربائية للمثال رقم (٣- ٥).

الحل

$$P = i^2 R$$

$$R = \frac{P}{i^2} = \frac{96.8}{2.2^2} = 20 \, \Omega$$

$$E_R = iR = 2.2 \times 20 = 44 \, \text{volts}$$

$$E_C = \sqrt{E^2 - E_R^2} = \sqrt{(125)^2 - (44)^2} = 117 \, \text{volts}$$

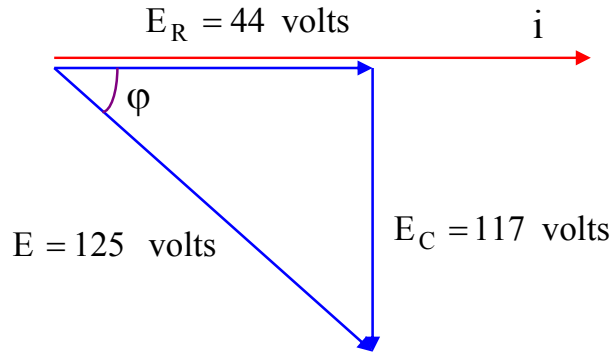
$$E_C = i \cdot X_C$$

$$X_C = \frac{117}{2.2} = 53.2 \, \Omega$$

$$X_C = 53.2 = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times C}$$

$$C = 60 \times 10^{-6} \, \text{Farad}$$

وشكل رقم (٣- ١٦) يبين الرسم التخطيطي الاتجاهي.

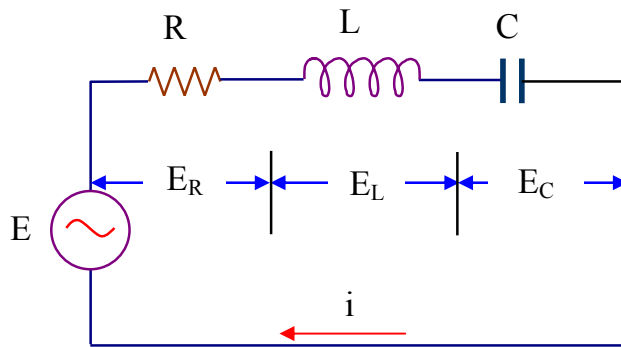


شكل رقم (٣- ١٦) علاقات متجهات الجهد على المقاومة والمكثف للمثال رقم (٣- ٥).

٣- ٢- ٥ مقاومة موصلة على التوالي مع مفاعلة حثية وعلى التوالي مع مفاعلة سعوية

RLC Series Circuit

نفترض الآن دائرة مكونة من مصدر جهد للتيار المتردد على التوالي مع عنصر مقاومة أومية R على التوالي مع ملف ذي معامل حث ذاتي L على التوالي مع مكثف ذي سعة C كما هو مبين بشكل رقم (٣- ١٧)، فيسري تيار i في الدائرة، وهذا التيار يمر في العناصر الثلاثة (توصيل توالي) ويكون مجموع الجهود المكونة على العناصر الثلاثة (الانخفاض في الجهد) مساوياً لجهد المصدر (قانون كيرشوف للجهود). وعلى هذا يمكن حساب المعاوقة الكلية $\bar{Z}$ كما يلي:



شكل رقم (٣- ١٧) C, L, R على التوالي في دائرة كهربائية.

$$\bar{Z} = \left(R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} \right) = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \quad (٧١-٣)$$

$$|\bar{Z}| = \sqrt{(R)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad (٧٢-٣)$$

$$\angle \theta_Z = \tan^{-1} \left(\frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}{R} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega CR} \right) \quad (٧٣-٣)$$

ويمكن حساب التيار كآتي:

$$\bar{i} = \frac{E \angle 0^\circ}{|Z| \angle \theta_Z} = \frac{E}{|Z|} \angle -\theta_Z^\circ \quad (٧٤-٣)$$

$$\bar{i} = \frac{E}{\sqrt{(R)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \angle -\tan^{-1} \left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega CR} \right) \quad (٧٥-٣)$$

ويمكن حساب الجهود على العناصر الثلاثة كآتي:

$$\bar{E}_R = \frac{E \cdot R}{\sqrt{(R)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \angle -\tan^{-1} \left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega CR} \right) \quad (٧٦-٣)$$

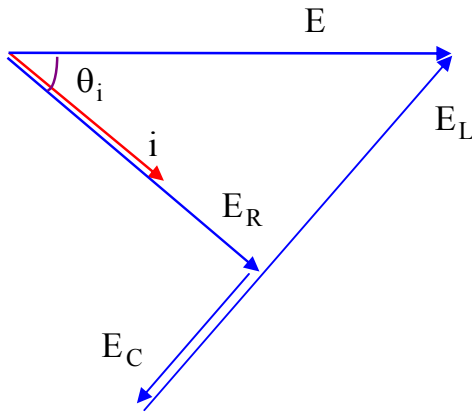
$$\bar{E}_L = \bar{i} \cdot j\omega L = \bar{i} \cdot X_L \quad (٧٧-٣)$$

$$\bar{E}_L = \frac{E \cdot \omega L}{\sqrt{(R)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \angle 90^\circ - \tan^{-1} \left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega CR} \right) \quad (٧٨-٣)$$

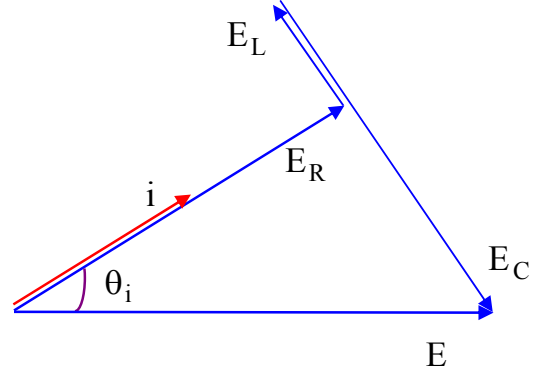
$$\bar{E}_C = -\bar{i} \cdot j \frac{1}{\omega C} = -\bar{i} \cdot X_C \quad (٧٩-٣)$$

$$\bar{E}_C = \frac{(E/\omega C)}{\sqrt{(R)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \angle -90^\circ - \tan^{-1} \left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega CR} \right) \quad (٨٠-٣)$$

شكل رقم (٣- ١٨) يبين الرسم التخطيطي الاتجاهي في حالة ($X_L < X_C$) وكذلك في حالة ($X_C < X_L$)



شكل رقم (٣- ١٨ - ب): ($X_C < X_L$)

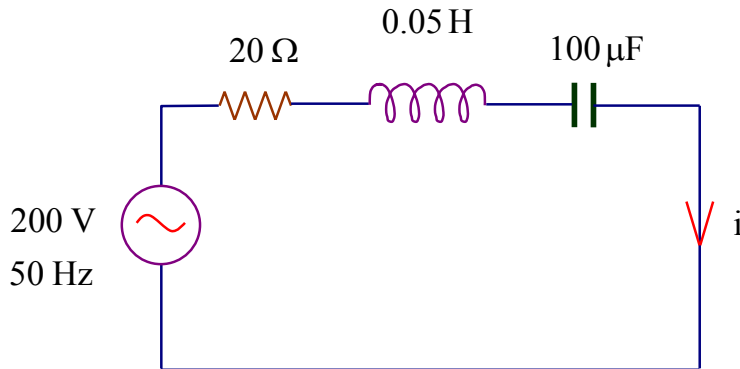


شكل رقم (٣- ١٨ - أ): ($X_L < X_C$)

مثال (٣- ٦)

مكثف ذو سعة $100 \mu F$ متصل على التوالي بمقاومة مقدارها 20Ω وملف ذي معامل حث ذاتي $L = 0.05 H$ ، كما هو مبين بشكل رقم (٣- ١٩). احسب المعاوقة الكلية لهذه الدائرة عندما يكون التردد $50 Hz$ ، وكذلك التيار الكلي عند تغذيتها بجهد $200 volts$. ارسم كذلك المخطط الاتجاهي.

الحل



شكل رقم (٣- ١٩) الدائرة الكهربائية للمثال رقم (٣- ٦).

$$\omega = 2\pi f = 2 \times 3.14 \times 50 = 314 \text{ rad/sec}$$

$$X_L = \omega L = 314 \times 0.05 = 15.7 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(314 \times 100 \times 10^{-6})} = 31.84 \Omega$$

$$\bar{Z} = 20 + j(15.7 - 31.84) = 20 - j16.14$$

$$|Z| = \sqrt{(20)^2 + (16.14)^2} = 25.7 \Omega$$

$$\theta_Z = \tan^{-1}\left(\frac{-16.14}{20}\right) = -38.9^\circ$$

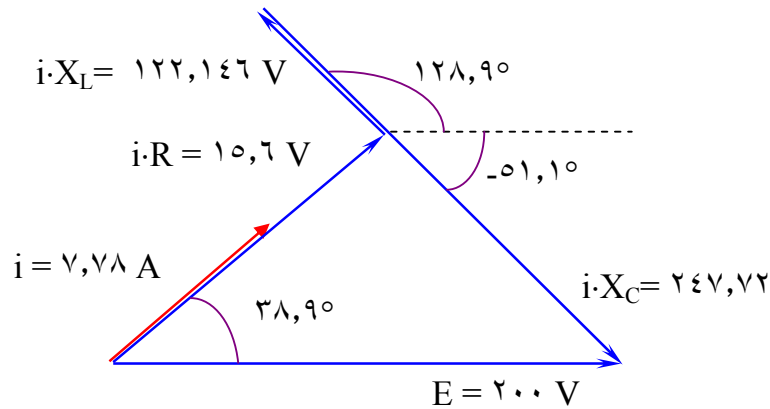
$$\bar{i} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}} = \frac{200 \text{ V} \angle 0^\circ}{25.7 \Omega \angle -38.9^\circ} = 7.78 \angle 38.9^\circ \text{ Amp.}$$

$$\bar{E}_R = \bar{i} \cdot R = 7.78 \text{ A} \angle 38.9^\circ \cdot 20 \Omega = 155.6 \text{ V} \angle 38.9^\circ$$

$$\bar{E}_L = \bar{i} \cdot X_L = 7.78 \text{ A} \angle 38.9^\circ \cdot 15.7 \Omega \angle 90^\circ = 122.146 \text{ V} \angle 128.9^\circ$$

$$\bar{E}_C = \bar{i} \cdot X_C = 7.78 \text{ A} \angle 38.9^\circ \cdot 31.84 \Omega \angle -90^\circ = 247.72 \text{ V} \angle -51.1^\circ$$

شكل رقم (٣ - ٢٠) يبين الرسم التخطيطي الاتجاهي

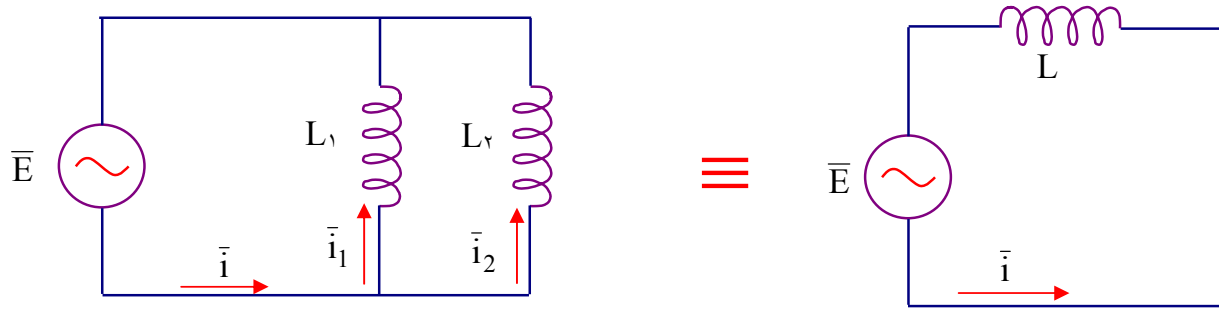


شكل رقم (٣ - ٢٠) الرسم الاتجاهي للمثال رقم (٣ - ٦)

٣- ٣- ٣ التوصيل على التوازي Parallel Circuits

٣- ٣- ١ توصيل الملفات على التوازي

توضح الدائرة الكهربائية في شكل رقم (٣- ٢١) كيفية توصيل ملفين على التوالي، ويمكن حساب المفاعلة المكافئة X_L كالتالي:



شكل رقم (٣ - ٢١) المفاعلة المكافئة لملفين موصلين على التوازي

لحساب التيار في دائرة المفاعلة المكافئة، نحصل على الآتي:

$$\bar{i} = \frac{\bar{E}}{j\omega L} \quad (٨١-٣)$$

لحساب التيار في دائرة الملفين المتوازيين، نحصل على الآتي:

$$\bar{i} = \bar{i}_1 + \bar{i}_2 = \frac{\bar{E}}{j\omega L_1} + \frac{\bar{E}}{j\omega L_2} = \bar{E} \cdot \left(\frac{1}{j\omega L_1} + \frac{1}{j\omega L_2} \right) \quad (٨٢-٣)$$

لحساب المفاعلة المكافئة، نحصل على الآتي:

$$X_L = \frac{\bar{E}}{\bar{i}} = j\omega L \quad (٨٣-٣)$$

$$X_L = \frac{\bar{E}}{\bar{i}} = \frac{\bar{E}}{\bar{E} \cdot \left(\frac{1}{j\omega L_1} + \frac{1}{j\omega L_2} \right)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{j\omega L_1} + \frac{1}{j\omega L_2} \right)} \quad (٨٤-٣)$$

وبمساواة المفاعلة في الحالتين، نحصل على الآتي:

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \quad (٨٥-٣)$$

$$\therefore L = \left(\frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2} \right) \quad (٨٦-٣)$$

وهذا يوضح أن توصيل الملفات على التوازي يماثل توصيل المقاومات على التوازي، حيث أن محصلة توصيل ملفين على التوازي هو حاصل ضربيهما مقسوماً على حاصل جمعهما.

مثال رقم (٣- ٧)

احسب قيمة معامل الحث الذاتي المحصلة للملفين متصلين على التوازي إذا كانت قيمة أحدهما ٥ mH وقيمة الآخر ٧ mH .

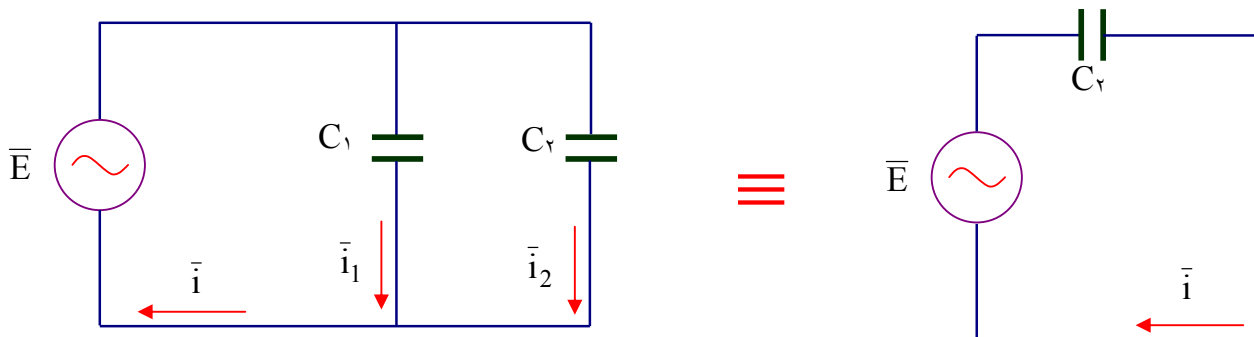
الحل

طبقاً للمعادلة رقم (٣- ٨٦)، يمكن حساب قيمة معامل الحث الذاتي المحصلة، كالآتي:

$$\therefore L = \left(\frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2} \right) = \frac{5 \text{ mH} \times 7 \text{ mH}}{5 \text{ mH} + 7 \text{ mH}} = 2.92 \text{ mH}$$

٣- ٣- ٢- توصيل المكثفات على التوازي

توضح الدائرة الكهربائية في شكل رقم (٣- ٢٢) كيفية توصيل مكثفين على التوالي، ويمكن حساب المفاعلة المكافئة X_C كالآتي:



شكل رقم (٣- ٢٢) كيفية توصيل مكثفين على التوالي

لحساب التيار في دائرة المفاعلة المكافئة، نحصل على الآتي:

$$\bar{i} = \frac{\bar{E}}{(1/j\omega C)} = \bar{E} \cdot j\omega C \quad (٨٧-٣)$$

لحساب التيار في دائرة المكثفين المتوازيين، نحصل على الآتي:

$$\bar{i} = \bar{i}_1 + \bar{i}_2 = \frac{\bar{E}}{(1/j\omega C_1)} + \frac{\bar{E}}{(1/j\omega C_2)} = \bar{E} \cdot j\omega C_1 + \bar{E} \cdot j\omega C_2 \quad (٨٨-٣)$$

وبمساواة التيار في الحالتين، نحصل على الآتي:

$$\bar{i} = \bar{E} \cdot j\omega C_1 + \bar{E} \cdot j\omega C_2 = \bar{E} \cdot j\omega C \quad (٨٩-٣)$$

بقسمة الطرفين على $j\omega \bar{E}$ ، نحصل على الآتي:

$$C = C_1 + C_2 \quad (٩٠-٣)$$

من المعادلة رقم (٩٠-٣) يتضح أن توصيل المكثفات على التوازي يماثل توصيل المقاومات على التوالي.

مثال رقم (٣- ٨)

احسب قيمة السعة المحصلة لمكثفين متصلين على التوازي إذا كانت قيمة أحدهما $100 \mu F$ وقيمة الآخر $25 \mu F$.

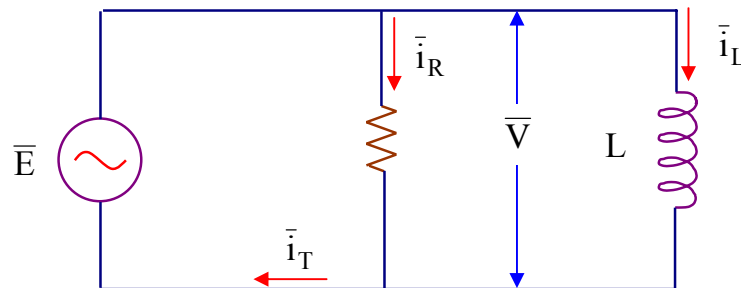
الحل

طبقاً للمعادلة رقم (٩٠-٣)، يمكن حساب قيمة معامل السعة المحصلة كما يلي:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 100 \mu F + 25 \mu F = 125 \mu F$$

٣- ٣- ٣- ٣ مقاومة موصلة على التوازي مع مفاعلة حثية RL Parallel Circuit

توضح الدائرة الكهربائية في شكل رقم (٣- ٢٣) كيفية توصيل ملف مع مقاومة على التوازي، يمكن حساب قيمة وزاوية المعاوقة Z كالتالي:



شكل رقم (٣- ٢٣) مقاومة وملف على التوازي

يمكن حساب قيمة وزاوية المعاوقة Z كالتالي:

$$\bar{Z} = \frac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{R \cdot j\omega L \cdot (R - j\omega L)}{(R + j\omega L) \cdot (R - j\omega L)} = \frac{(R\omega^2 L^2 + jR^2\omega L)}{(R^2 + \omega^2 L^2)} \quad (٩١-٣)$$

$$\bar{Z} = \frac{(R\omega^2 L^2)}{(R^2 + \omega^2 L^2)} + j \frac{(R^2\omega L)}{(R^2 + \omega^2 L^2)} \quad (٩٢-٣)$$

$$|Z| = \sqrt{\left(\frac{(R\omega^2 L^2)}{(R^2 + \omega^2 L^2)}\right)^2 + \left(\frac{(R^2\omega L)}{(R^2 + \omega^2 L^2)}\right)^2} \quad (٩٣-٣)$$

$$\angle \theta_Z = \tan^{-1} \left(\frac{R^2\omega L}{R\omega^2 L^2} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{R}{\omega L} \right) \quad (٩٤-٣)$$

ويمكن بالتالي حساب التيارات كالتالي:

$$\bar{i}_R = \frac{E \angle 0^\circ}{R \angle 0^\circ} = \frac{E}{R} \angle 0^\circ \quad (٩٥-٣)$$

$$\bar{i}_L = \frac{E \angle 0^\circ}{\omega L \angle 90^\circ} = \frac{E}{\omega L} \angle -90^\circ \quad (٩٦-٣)$$

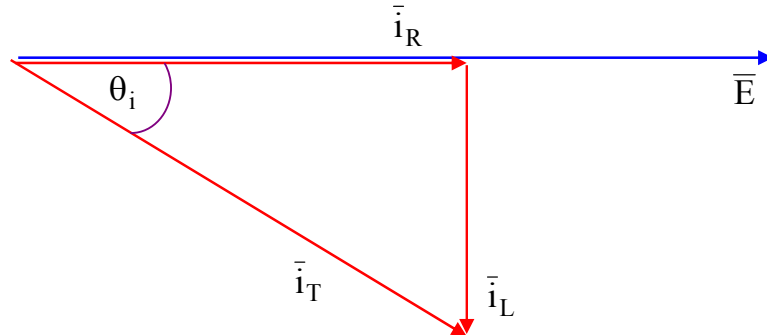
$$\bar{i}_T = \bar{i}_R + \bar{i}_L = \frac{E}{R} \angle 0^\circ + \frac{E}{\omega L} \angle -90^\circ \quad (٩٧-٣)$$

$$\bar{i}_T = \frac{E}{R} (1 + j0) + \frac{E}{\omega L} (0 - j1) = \frac{E}{R} - j \frac{E}{\omega L} = E \left(\frac{1}{R} - j \frac{1}{\omega L} \right) \quad (٩٨-٣)$$

$$|\bar{i}_T| = E \cdot \sqrt{\left(\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2\right)} \quad (٩٩-٣)$$

$$\theta_i = \tan^{-1} \left(-\frac{R}{\omega L} \right) \quad (١٠٠-٣)$$

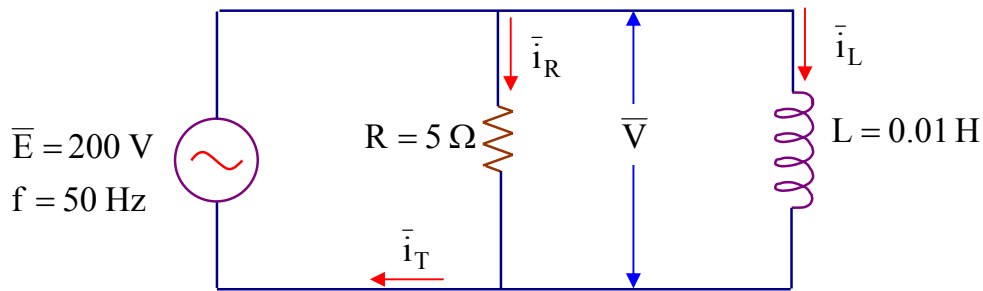
ويمكن بالتالي رسم المخطط الاتجاهي كما هو مبين بشكل رقم (٣ - ٢٤).



شكل رقم (٣- ٢٤) المخطط الاتجاهي للملف ومقاومة على التوازي.

مثال (٣- ٩)

شكل رقم (٣- ٢٥) يبين مقاومة أومية مقدارها 5Ω موصلة على التوازي مع ملف ذي معامل حث ذاتي $L = 0.01$ Henry ، يتم تغذيتهما من مصدر جهد متردد : $|e| = 200$ volts وبتردد : $f = 50$ Hz .
احسب التيار المار في كل منهما ، واحسب التيار الكلي.



شكل رقم (٣- ٢٥) الدائرة الكهربائية للمثال رقم (٣- ٩).

الحل

$$\bar{i}_R = \frac{E \angle 0^\circ}{R \angle 0^\circ} = \frac{E}{R} \angle 0^\circ = \frac{200 \text{ V} \angle 0^\circ}{5 \Omega \angle 0^\circ} = 40 \text{ A} \angle 0^\circ$$

$$\bar{i}_L = \frac{E}{\omega L} \angle -90^\circ = \frac{E}{2 \pi f L} \angle -90^\circ$$

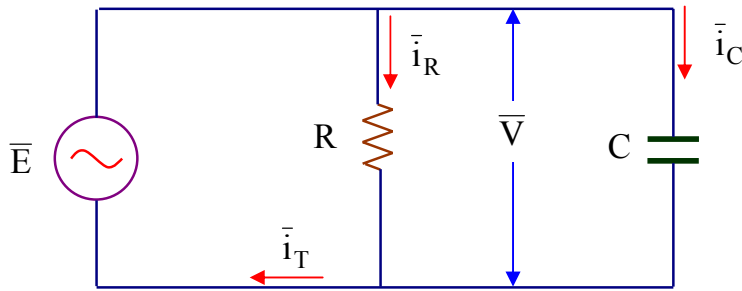
$$\bar{i}_L = \frac{200 \text{ V}}{2 \pi \cdot 50 \cdot 1 \times 10^{-2} \Omega} \angle -90^\circ = 63.7 \text{ A} \angle -90^\circ$$

$$|\bar{i}_T| = E \cdot \sqrt{\left(\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2\right)} = 200 \times \sqrt{\left(\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{3.14}\right)^2\right)} = 75.2 \text{ A}$$

$$\theta_i = \tan^{-1}\left(-\frac{R}{\omega L}\right) = \tan^{-1}\left(-\frac{5}{3.14}\right) = -57.9^\circ$$

٣- ٣- ٤- مقاومة موصلة على التوازي مع مفاعلة سعوية RC Parallel Circuit

توضح الدائرة الكهربائية في شكل رقم (٣- ٢٦) كيفية توصيل مكثف مع مقاومة على التوازي، يمكن حساب قيمة وزاوية المعاوقة Z كالتالي:



شكل رقم (٣- ٢٦) الدائرة الكهربائية لمكثف ومقاومة على التوازي.

$$\bar{Z} = \frac{R \cdot \left(-j\left(\frac{1}{\omega C}\right)\right)}{\left(R - j\left(\frac{1}{\omega C}\right)\right)} = \frac{\left(-j\frac{R}{\omega C}\right)}{\left(\frac{(R\omega C - j)}{\omega C}\right)} \quad (٣-)$$

(١٠١)

$$\bar{Z} = \frac{-jR}{(R\omega C - j)} = \frac{-jR \cdot (R\omega C + j)}{(R\omega C - j) \cdot (R\omega C + j)} \quad (٣-)$$

(١٠٢)

$$\bar{Z} = \frac{-jR \cdot (R\omega C + j)}{(R\omega C - j) \cdot (R\omega C + j)} = \frac{(R - jR^2\omega C)}{(R^2\omega^2 C^2 + 1)} \quad (١٠٣-٣)$$

$$\bar{Z} = \frac{R}{(R^2 \omega^2 C^2 + 1)} - j \frac{R^2 \omega C}{(R^2 \omega^2 C^2 + 1)} \quad (١٠٤-٣)$$

$$|Z| = \sqrt{\left(\frac{R}{(R^2 \omega^2 C^2 + 1)} \right)^2 + \left(\frac{R^2 \omega C}{(R^2 \omega^2 C^2 + 1)} \right)^2} \quad (١٠٥-٣)$$

$$\angle \theta_Z = \frac{\left(- R^2 \omega C / (R^2 \omega^2 C^2 + 1) \right)}{\left(R / (R^2 \omega^2 C^2 + 1) \right)} = \tan^{-1} \left(\frac{- R^2 \omega C}{R} \right) \quad (١٠٦-٣)$$

ويمكن بالتالي حساب التيارات كالآتي:

$$\bar{i}_R = \frac{E \angle 0^\circ}{R \angle 0^\circ} = \frac{E}{R} \angle 0^\circ \quad (١٠٧-٣)$$

$$\bar{i}_C = \frac{E \angle 0^\circ}{\frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ} = E \omega C \angle 90^\circ \quad (١٠٨-٣)$$

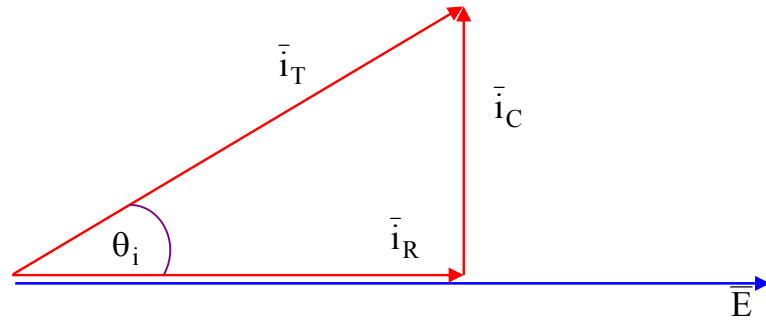
$$\bar{i}_T = \bar{i}_R + \bar{i}_C = \frac{E}{R} \angle 0^\circ + E \omega C \angle 90^\circ \quad (١٠٩-٣)$$

$$\bar{i}_T = \left(\frac{E}{R} + j 0 \right) + (0 + j E \omega C) = \left(\frac{E}{R} + j E \omega C \right) \quad (١١٠-٣)$$

$$|\bar{i}_T| = \sqrt{\left(\frac{E}{R} \right)^2 + (E \omega C)^2} \quad (١١١-٣)$$

$$\angle \theta_i = \tan^{-1} \left(E \omega C / \left(\frac{E}{R} \right) \right) = \tan^{-1} (\omega C R) \quad (١١٢-٣)$$

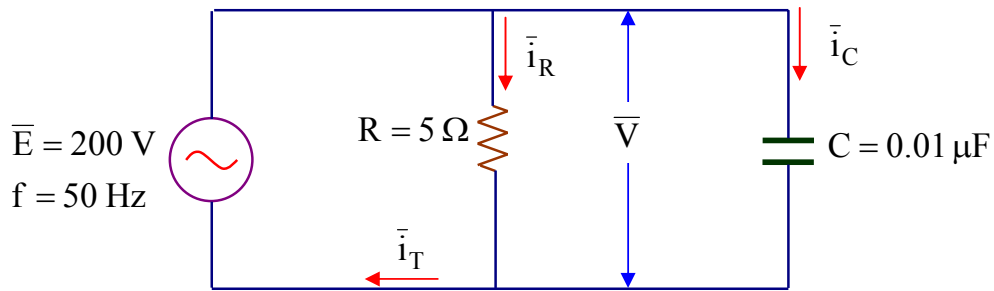
ويمكن بالتالي رسم المخطط الاتجاهي كما هو مبين بشكل رقم (٣-٢٧).



شكل رقم (٣- ٢٧) المخطط الاتجاهي لمكثف ومقاومة على التوازي.

مثال (٣- ١٠)

مقاومة أومية مقدارها 5Ω موصلة على التوازي مع مكثف سعته $C = 0.01 \mu F$ ، يتم تغذيتهما من مصدر جهد متردد: $|e| = 200 \text{ volts}$ وبتردد: $f = 50 \text{ Hz}$ كما هو مبين بشكل رقم (٣- ٢٨). احسب التيار المار في كل منهما واحسب التيار الكلي.



شكل رقم (٣- ٢٨) الدائرة الكهربائية للمثال رقم (٣- ١٠).

الحل

$$\bar{I}_R = \frac{E \angle 0^\circ}{R \angle 0^\circ} = \frac{E}{R} \angle 0^\circ = \frac{200 \text{ V} \angle 0^\circ}{5 \Omega \angle 0^\circ} = 40 \text{ A} \angle 0^\circ$$

$$\bar{I}_C = E \omega C \angle 90^\circ = 200 \times 2 \pi \times 50 \times 0.01 \times 10^{-6} \angle 90^\circ = 62.8 \times 10^{-3} \text{ A} \angle 90^\circ$$

$$|\bar{I}_T| = \sqrt{\left(\frac{E}{R}\right)^2 + (E \omega C)^2} = E \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2} = 200 \times \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + (3.14 \times 10^{-6})^2}$$

$$|\bar{i}_T| = 200 \times \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + (3.14 \times 10^{-6})^2} = 40 \text{ A}$$

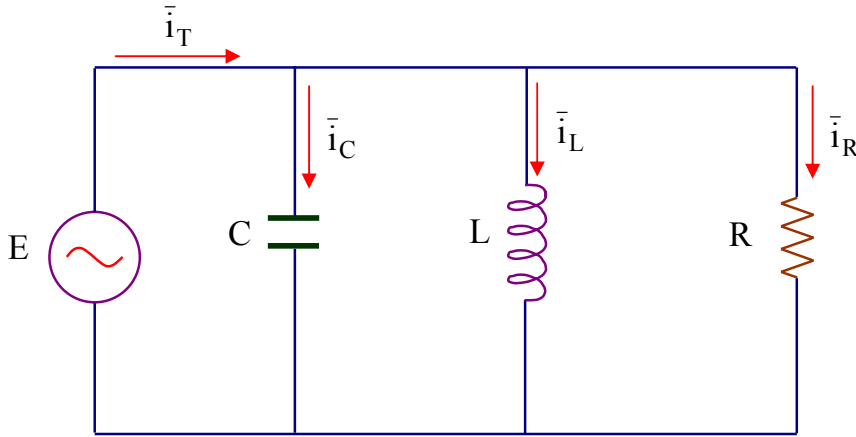
$$\angle \theta_i = \tan^{-1}(\omega CR) = \tan^{-1}(2 \times \pi \times 50 \times 0.01 \times 10^{-6} \times 5) = 0^\circ$$

٣- ٣- ٥ مقاومة موصلة على التوازي مع مفاعلة حثية وعلى التوازي مع مفاعلة سعوية

RLC Parallel Circuit

نفترض توصيل عنصر مقاومة أومية R على التوازي مع ملف ذي معامل حث ذاتي L على التوازي

مع مكثف ذو سعة C على التوازي مع مصدر للتيار المتردد ذو جهد E كما هو مبين بشكل رقم (٣) - (٢٩).



شكل رقم (٣- ٢٩) الدائرة الكهربائية لمقاومة وملف ومكثف على التوازي.

من الشكل فإن التيار الكلي $\bar{i}$ هو مجموع: التيار المار في المقاومة ($\bar{i}_R$) + التيار المار في الملف ($\bar{i}_L$) + التيار المار في المكثف ($\bar{i}_C$).

$$\bar{i} = \bar{i}_R + \bar{i}_L + \bar{i}_C \quad (١١٣-٣)$$

ولأن الجهد E على المقاومة هو نفسه الجهد على الملف وكذلك على المكثف، فسوف نعتبره هنا هو الدليل (أي بزاوية = صفر)

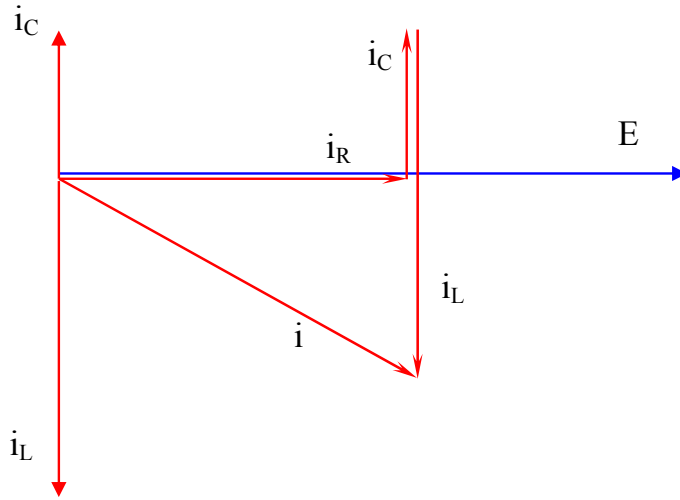
$$\bar{i} = \frac{\bar{E}}{R} + \frac{\bar{E}}{j\omega L} + \frac{\bar{E}}{\left(-\frac{j}{\omega C}\right)} \quad (١١٤-٣)$$

$$\bar{i} = \bar{E} \cdot \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} - \frac{\omega C}{j} \right) = \bar{E} \cdot \left(\frac{1}{R} + j \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \right) \quad (١١٥-٣)$$

$$|i| = |E| \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{R} \right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2} \quad (١١٦-٣)$$

$$\angle \theta_i = \tan^{-1} \left(\left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) / \left(\frac{1}{R} \right) \right) = \tan^{-1} \left(R \left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega L} \right) \right) \quad (١١٧-٣)$$

ويمكن رسم المخطط الاتجاهي كما هو مبين بشكل رقم (٣- ٣٠)

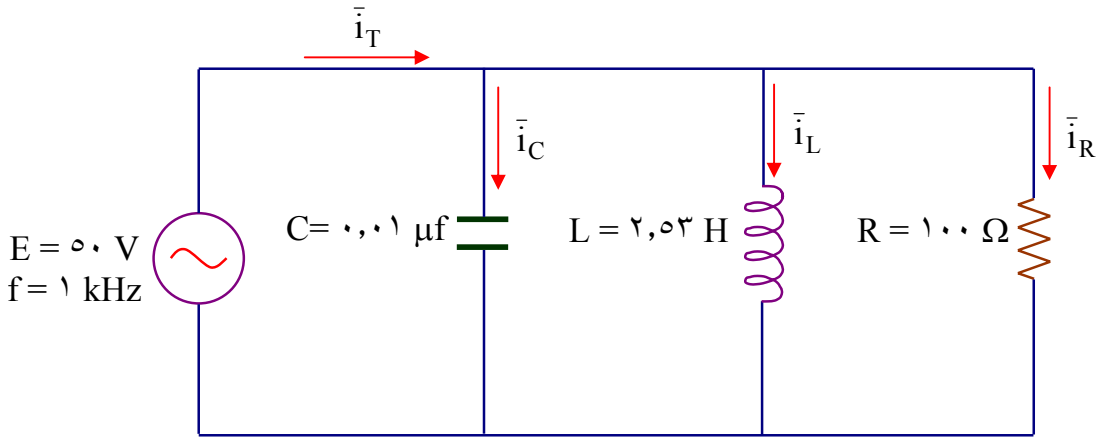


شكل رقم (٣- ٣٠) المخطط الاتجاهي لمقاومة وملف ومكثف على التوازي.

مثال (٣- ١١)

في الدائرة المبينة بشكل رقم (٣- ٣١) احسب التيار المار في كل فرع واحسب أيضاً التيار الكلي.

الحل



شكل رقم (٣- ٣١) الدائرة الكهربائية للمثال رقم (٣- ١١).

$$\bar{i}_R = \frac{50 \text{ V } \angle 0^\circ}{100 \Omega \angle 0^\circ} = 0.5 \text{ A } \angle 0^\circ$$

$$\bar{i}_L = \frac{50 \text{ V } \angle 0^\circ}{(2 \times \pi \times 1000 \times 2.53) \Omega \angle 90^\circ} = 3.145 \text{ mA } \angle -90^\circ$$

$$\bar{i}_C = \frac{50 \text{ V } \angle 0^\circ}{(1/2 \times \pi \times 1000 \times 0.01 \times 10^{-6}) \Omega \angle -90^\circ} = 3.145 \text{ mA } \angle 90^\circ$$

$$\bar{i}_T = \bar{i}_R + \bar{i}_L + \bar{i}_C = 0.5 \text{ A } \angle 0^\circ + 3.145 \text{ mA } \angle -90^\circ + 3.145 \text{ mA } \angle 90^\circ$$

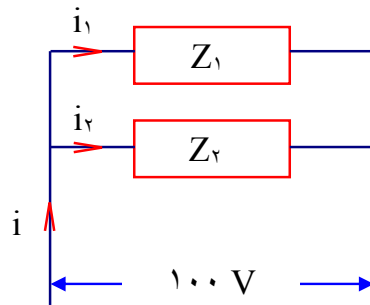
$$\bar{i}_T = 0.5 \text{ A } \angle 0^\circ$$

وتسمى هذه الدائرة دائرة الرنين حيث يتلاشى تأثير كل من الملف والمكثف بتأثير أحدهما على الآخر، وتستخدم بكثرة في مجال الاتصالات.

مثال (٣- ١٢)

في الدائرة المبينة بشكل رقم (٣- ٣٢)، معاومتان متصلتان معاً على التوازي، حيث:
 $Z_1 = 6 + j8$ & $Z_2 = 8 - j6$ ، فإذا كان الجهد المطبق عليهما $E = 100$ volts بتردد $f = 60$ Hz.
 احسب التيار الكلي.

الحل



شكل رقم (٣- ٣٢) الدائرة الكهربائية للمثال رقم (٣- ١٢).

$$\bar{Z}_1 = 6 + j8 = 10 \Omega \angle 51.3^\circ$$

$$\bar{Z}_2 = 8 - j6 = 10 \Omega \angle -36.9^\circ$$

$$\bar{E} = 100 \text{ V} \angle 0^\circ$$

$$\bar{i}_1 = \frac{100 \angle 0^\circ}{10 \angle 51.3^\circ} = 10 \text{ A} \angle -51.3^\circ$$

$$\bar{i}_2 = \frac{100 \angle 0^\circ}{10 \angle -36.9^\circ} = 10 \text{ A} \angle 36.9^\circ$$

$$\bar{Z}_t = \frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} = \frac{(6 + j8)(8 - j6)}{(6 + j8)(8 - j6)}$$

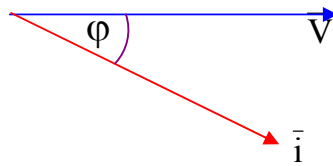
$$\bar{Z}_t = \frac{96 + j28}{14 + j2} = \frac{100 \angle 16.26^\circ}{14.14 \angle 8.13^\circ} = 7.1 \Omega \angle 8.13^\circ$$

$$\bar{i} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_t} = \frac{100 \angle 0^\circ}{7.1 \angle 8.13^\circ} = 14.1 \text{ A} \angle -8.13^\circ$$

٣- ٤ القدرة في التيار المتردد Power in A.C Circuits

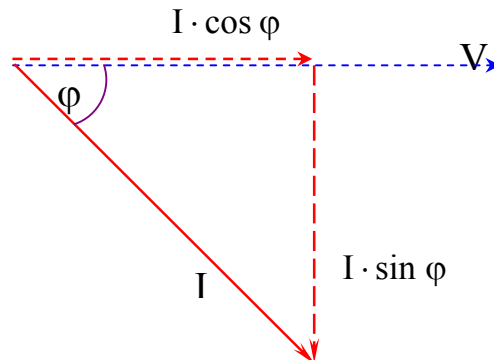
٣- ٤- ١ مثلث القدرة Power Triangle

بما أن كل من الجهد والتيار في دوائر التيار المتردد هي كميات اتجاهية، ويمكن التعامل معها على أنها متجهات، وقد شرحنا كيف يسبق الجهد التيار في بعض الأحيان (Voltage lead) كما أنه في أحيان أخرى يسبق التيار الجهد (Current lead) ويمكن أيضاً أن يكون كل من الجهد والتيار في نفس الحالة أو نفس زاوية الطور فلا يسبق أي منهما الآخر (in phase)، وعلى وجه العموم هناك زاوية تفصل بين الجهد والتيار تسمى زاوية ϕ كما هو مبين بشكل رقم (٣- ٣٣).



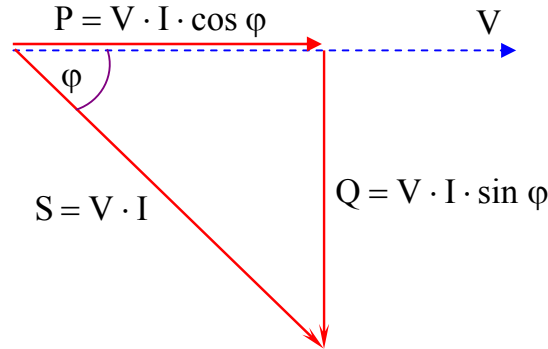
شكل رقم (٣- ٣٣) زاوية الطور بين الجهد والتيار.

ويمكن بالتالي تحليل التيار I إلى مركبتين: مركبة في اتجاه الجهد $I \cdot \cos \phi$ ومركبة عمودية على اتجاه الجهد $I \cdot \sin \phi$ كما هو مبين بشكل رقم (٣- ٣٤).



شكل رقم (٣- ٣٤) القيمة الفعالة والقيمة غير الفعالة للتيار.

تسمى مركبة التيار التي في اتجاه الجهد بالمركبة الفعالة للتيار، أما مركبة التيار العمودية على اتجاه الجهد فتسمى المركبة غير الفعالة للتيار.
وبضرب كل قيمة من قيم التيار ومركباته في الجهد V نحصل على المثلث المبين في شكل رقم (٣-٣٥).



شكل رقم (٣-٣٥) مثلث القدرة

ويسمى هذا المثلث : مثلث القدرة، حيث كل ضلع من أضلاع المثلث يمثل قدرة كهربائية ما على النحو التالي:

(١) القدرة الظاهرية (S) : Apparent Power :

$$S = V \cdot I$$

(٣-١١٨)

(٢) القدرة الفعالة (P) : Active Power :

$$P = V \cdot I \cdot \cos \phi$$

(٣-١١٩)

(٣) القدرة الغير فعالة (Q) : Reactive Power :

$$Q = V \cdot I \cdot \sin \phi$$

(٣-١٢٠)

٣-٤-٢ معامل القدرة Power Factor

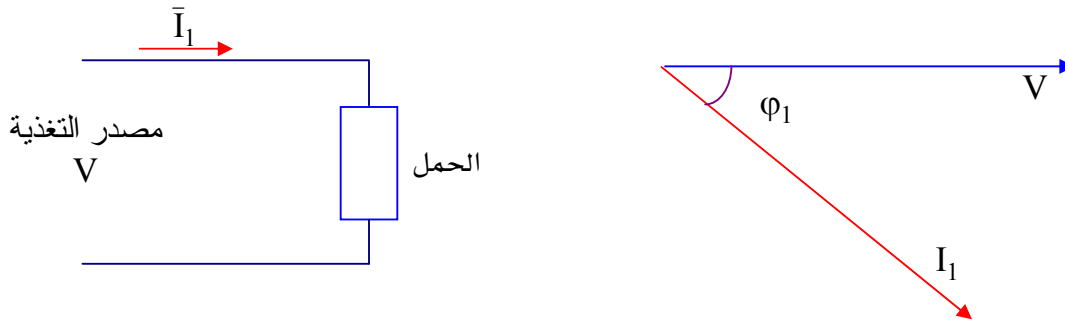
معامل القدرة هو النسبة بين القدرة الفعالة والقدرة الظاهرية وهو بهذا يعادل $\cos \phi$ ، أو جيب تمام الزاوية ϕ الواقعة ما بين الجهد والتيار.

$$\cos(\phi) = \frac{P}{S}$$

(٣-١٢١)

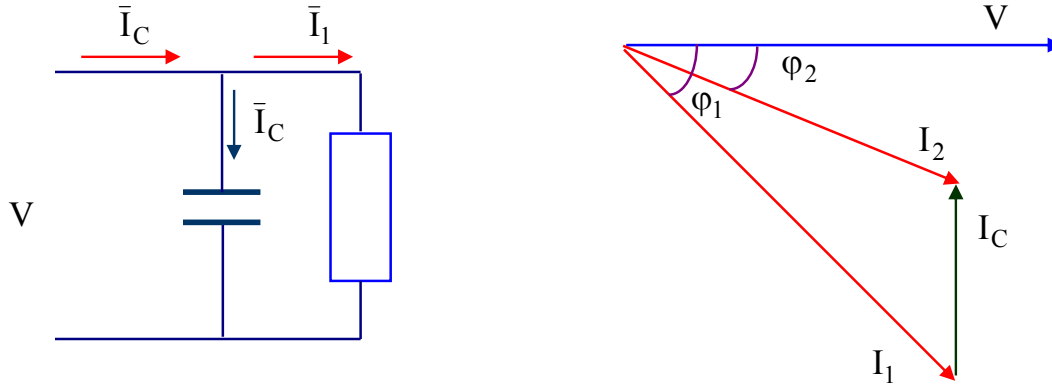
٣- ٤- ٣ تحسين معامل القدرة Power Factor Correction

في معظم الأحمال المنزلية والصناعية المعتادة يكون التيار الكلي متأخراً عن الجهد (Current lag.) كما هو مبين بشكل رقم (٣- ٣٦)، ولو نظرنا إلى مثلث القدرة لوجدنا أن القدرة الظاهرية S تمثل القدرة الكلية للحمل والقدرة الفعالة P تمثل القدرة المستفادة بالفعل. والقدرة غير الفعالة Q هي قدرة غير مستفاد منها للمستهلك، وعلى هذا فإنه من المستحسن أن تكون S قريبة من P بمعنى أن تكون القدرة المستفادة أكبر ما يمكن، وبالتالي القدرة غير الفعالة أقل ما يمكن. وهذا يعني تصغير الزاوية ϕ وبالتالي تكبير $\cos \phi$ أو ما يسمى بمعامل القدرة وهذا هو ما نطلق عليه تحسين معامل القدرة. ولتقريب S من P فإنه تستخدم المكثفات لهذا الغرض.



شكل رقم (٣- ٣٦) الدائرة الكهربائية قبل توصيل المكثفات.

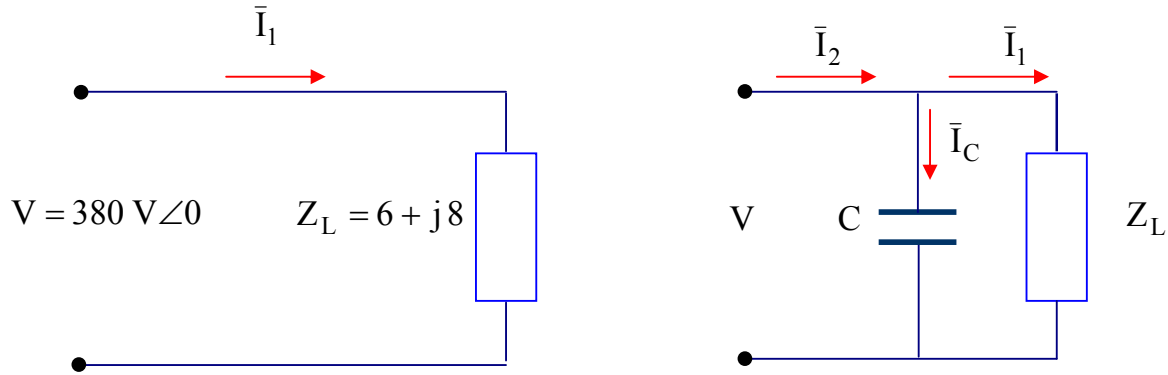
للدوائر الحثية التي يسبق الجهد فيها التيار، وكما هو موضح بالشكل رقم (٣- ٣٦)، فتغذية الحمل مباشرة من المصدر ينتج عن ذلك سحب الحمل لتيار مقداره I_1 من المصدر بزاوية ϕ_1 ، وبالتالي معامل القدرة هو $\cos \phi_1 = P.F_1$. ثم لتحسين معامل القدرة تضاف المكثفات على التوازي مع الحمل (وذلك للدوائر ذات الطبيعة الحثية) حيث تيار المكثف يتقدم دائماً على الجهد وبالتالي، وكما هو مبين بشكل رقم (٣- ٣٧)، تقل الزاوية ϕ وبالتالي يتحسن معامل القدرة.



شكل (٣- ٣٧) تحسين معامل القدرة عن طريق المكثفات.

مثال (٣- ١٣)

شكل رقم (٣- ٣٨) يبين الحمل الكهربائي الخاص بمنشأة صناعية صغيرة، احسب سعة المكثف المطلوب لرفع معامل القدرة إلى واحد صحيح.



شكل (٣- ٣٨) الدائرة الكهربائية للمثال رقم (٣- ١٣).

الحل

نبدأ بحساب المعاوقة Z_L وذلك كقيمة وزاوية:

$$Z_L = \sqrt{(6)^2 + (8)^2} = 10 \Omega$$

ثم نحسب الزاوية θ_{ZL} :

$$\theta_{ZL} = \tan^{-1} \frac{8}{6} = 51.3^\circ$$

ثم نحسب التيار I_1 :

$$I_1 = \frac{380 \angle 0^\circ}{10 \angle 51.3^\circ} = 38 \text{ A} \angle -51.3^\circ$$

ثم لحساب قيمة المكثف، على اعتبار أن معامل القدرة أصبح يساوي الواحد الصحيح، وهذا يعني أن الزاوية ϕ_2 أصبحت تساوي صفر. وعلى هذا فإن قيمة تيار المكثف:

$$I_C = I_1 \cdot \sin \phi_1 = 38 \cdot \sin (-51.3^\circ) = -29.66 \text{ A}$$

ومن المعروف أن زاوية تيار المكثف هي $\theta_C = 90^\circ$:

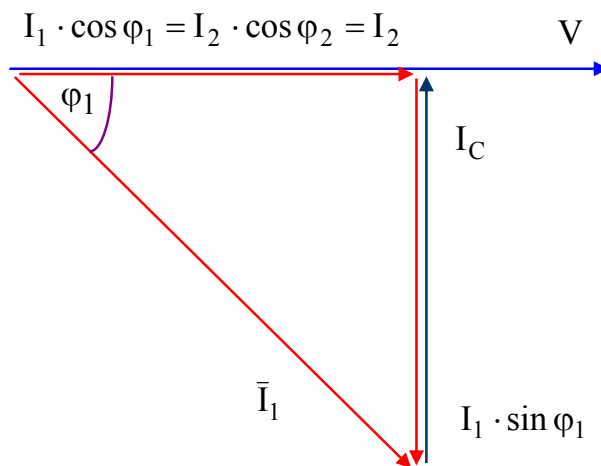
$$\therefore I_C = -29.66 \text{ A} \angle 90^\circ$$

وهكذا يمكن حساب قيمة سعة المكثف:

$$I_C = \frac{V \angle 0}{-j(1/\omega C)} = \frac{V \angle 0}{(1/\omega C) \angle -90} = V\omega C \angle 90$$

$$C = \frac{-29.66}{380 \times 2\pi \times 50} = -248.42 \mu\text{F}$$

ويمكن رسم المخطط الاتجاهي كما هو مبين بشكل رقم (٣- ٣٩).



شكل رقم (٣- ٣٩) رفع معامل القدرة إلى واحد صحيح.

تدريبات على الوحدة الثالثة

أولاً: الأسئلة:

١. أثبت بالقوانين أن الجهد والتيار لهما نفس زاوية الطور لعنصر المقاومة الكهربائية.
٢. أثبت بالقوانين أن الجهد يسبق التيار بزاوية 90° في الملف.
٣. أثبت بالقوانين أن الجهد يتأخر عن التيار بزاوية 90° في المكثف.
٤. استنتج قيمة المفاعلة الحثية للملف X_L .
٥. استنتج قيمة المفاعلة الحثية للمكثف X_C .
٦. استنتج قيمة المعاوقة الكلية لدائرة مكونة من مقاومة وملف على التوالي واحسب زاويتها.
٧. استنتج قيمة المعاوقة الكلية لدائرة مكونة من مقاومة ومكثف على التوالي واحسب زاويتها.
٨. استنتج قيمة المعاوقة الكلية لدائرة مكونة من مقاومة وملف ومكثف على التوالي واحسب زاويتها.
٩. استنتج قيمة المعاوقة الكلية لدائرة مكونة من مقاومة وملف على التوازي واحسب زاويتها.
١٠. استنتج قيمة المعاوقة الكلية لدائرة مكونة من مقاومة ومكثف على التوازي واحسب زاويتها.
١١. استنتج قيمة المعاوقة الكلية لدائرة مكونة من مقاومة وملف ومكثف على التوازي واحسب زاويتها.

ثانياً: التمارين:

١. احسب قيمة المعاوقة الكلية لدائرة مكونة من مقاومة (5Ω) على التوالي مع ملف (5 mH) واحسب زاويتها.
٢. احسب قيمة المعاوقة الكلية لدائرة مكونة من مقاومة (15Ω) على التوالي مع مكثف ($1\mu\text{f}$) واحسب زاويتها.
٣. احسب قيمة المعاوقة الكلية لدائرة مكونة من مقاومة أومية (20Ω) على التوالي مع ملف (5 mH) على التوالي مع مكثف ($1\mu\text{f}$) واحسب زاويتها.

٤. احسب قيمة المعاوقة الكلية لدائرة مكونة من مقاومة (5Ω) على التوازي مع ملف (5 mH) واحسب زاويتها.

٥. احسب قيمة المعاوقة الكلية لدائرة مكونة من مقاومة (15Ω) على التوازي مع مكثف ($1\mu\text{f}$) واحسب زاويتها.

٦. احسب قيمة المعاوقة الكلية لدائرة مكونة من مقاومة أومية (20Ω) على التوازي مع ملف (5 mH) على التوالي مع مكثف ($1\mu\text{f}$) واحسب زاويتها.

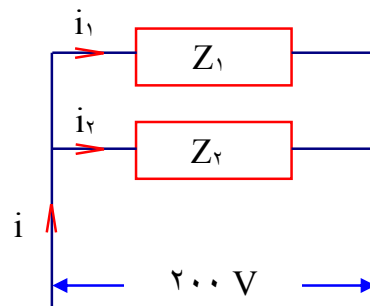
٧. احسب قيمة معامل الحث الذاتي المحصلة للمفنين متصلين على التوالي إذا كانت قيمة أحدهما 50 mH وقيمة الآخر 70 mH .

٨. احسب قيمة معامل الحث الذاتي المحصلة للمفنين متصلين على التوازي إذا كانت قيمة أحدهما 30 mH وقيمة الآخر 20 mH .

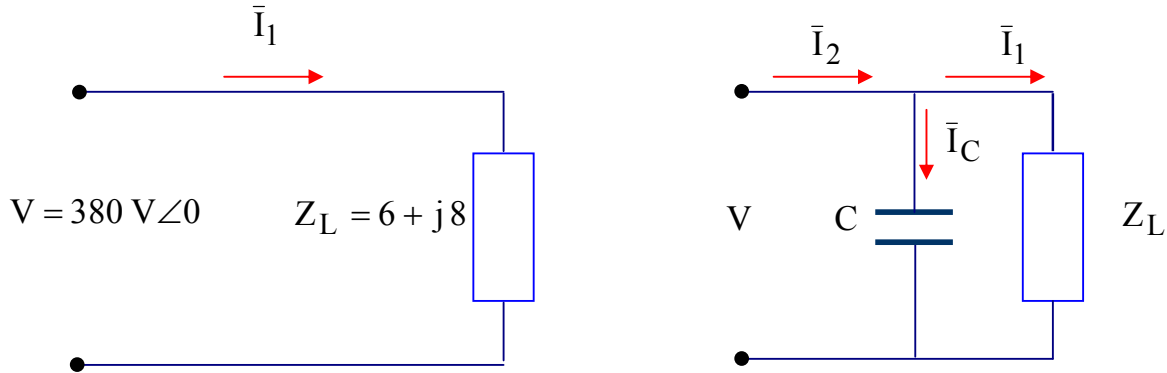
٩. احسب قيمة السعة المحصلة لمكثفين متصلين على التوالي إذا كانت قيمة أحدهما $100\mu\text{F}$ وقيمة الآخر $25\mu\text{F}$.

١٠. احسب قيمة السعة المحصلة لمكثفين متصلين على التوازي إذا كانت قيمة أحدهما $100\mu\text{F}$ وقيمة الآخر $25\mu\text{F}$.

١١. في الدائرة المبينة بالشكل التالي، معاوقتان متصلتان معاً على التوازي، حيث:
 $Z_1 = 8 + j6$ & $Z_2 = 6 - j8$ ، فإذا كان الجهد المطبق عليهما $E = 200\text{ V}$ بتردد ($f = 50\text{ Hz}$).
 احسب التيار الكلي.



١٢. الشكل التالي يبين الحمل الكهربائي الخاص بمنشأة صناعية صغيرة، احسب سعة المكثف المطلوب لرفع معامل القدرة إلى واحد صحيح.



١٣. لدائرة شحن مكثف قيمة سعته $10 \mu F$ ، إذا كان جهد المصدر يساوي $12 V$ وكانت قيمة المقاومة المتواليّة $1 k\Omega$ ، احسب: الثابت الزمني τ ، قيمة جهد المكثف وقيمة تيار الشحن بعد 50 msec . وإذا تم فصل دائرة شحن المكثف عند هذه اللحظة، وبدأ المكثف في التفريغ في مقاومة قيمتها $2 k\Omega$ بعد نزع مصدر الجهد وغلق الدائرة الكهربائيّة، احسب جهد المكثف وتيار التفريغ بعد 30 msec من بدأ التفريغ.



هندسة كهربائية - ٢

النظريات الأساسية المستخدمة في دوائر التيار المتردد

الأهداف العامة للوحدة الرابعة

بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة، يكون الطالب قادراً على معرفة:

- كيفية تطبيق قانون أوم في دوائر التيار المتردد.
- كيفية تطبيق قانونا كيرشوف للتيار والجهد في دوائر التيار المتردد.
- كيفية تطبيق قانون تجزئ التيار في دوائر التيار المتردد المتوازية.
- كيفية تطبيق قانون تجزئ الجهد في دوائر التيار المتردد المتوالية.
- كيفية حساب المعاوقات المتوالية والمتوازية والمركبة.
- كيفية تطبيق طريقة الاختزال لتحليل الدوائر الكهربائية للتيار المتردد.
- كيفية تطبيق طريقة تحويلات الدلتا والنجمة لتحليل الدوائر الكهربائية للتيار المتردد.
- كيفية تطبيق نظرية ثفنن لتحليل الدوائر الكهربائية للتيار المتردد.
- كيفية تطبيق طريقة الحلقة المغلقة لتحليل الدوائر الكهربائية للتيار المتردد.
- كيفية تطبيق نظرية التركيب لتحليل الدوائر الكهربائية للتيار المتردد.

٤-١ مقدمة Introduction

سوف ندرس في هذا الباب النظريات الأساسية المستخدمة في تحليل دوائر التيار المتردد، التي هي في واقع الأمر لا تختلف عن تلك النظريات المستخدمة في تحليل دوائر التيار المستمر إلا في المعالجة فقط.

٤-٢ النظريات الأساسية لدوائر التيار المتردد Basic Theorems of A.C Circuits

٤-٢-١ قانون أوم Ohm's Law

كما رأينا من قبل فإن قانون أوم يطبق على دوائر التيار المتردد تماماً كما يطبق على دوائر التيار المستمر مع الأخذ في الاعتبار أن كل من الجهد V و التيار I وكذلك المعاوقة Z هي كميات اتجاهية مركبة، أي أنها توصف دائماً بكميتين (قيمة و زاوية أو حقيقي و تخيلي) وعلى ذلك يمكن كتابة قانون أوم في صورته الثلاثة كما يلي:

$$(a) \quad \bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}}, \quad i \angle \theta_i = \frac{V \angle \theta_V}{Z \angle \theta_Z} \quad (١-٤)$$

$$(b) \quad \bar{V} = \bar{I} \cdot \bar{Z}, \quad V \angle \theta_V = i \angle \theta_i \cdot Z \angle \theta_Z \quad (٢-٤)$$

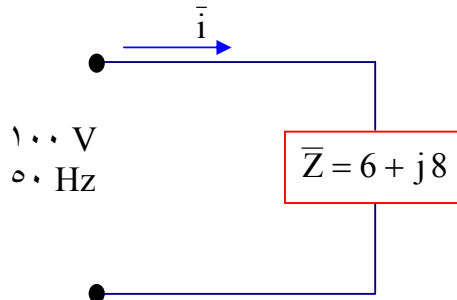
$$(c) \quad \bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}}, \quad Z \angle \theta_Z = \frac{V \angle \theta_V}{i \angle \theta_i} \quad (٣-٤)$$

مثال رقم (٤-١)

من الشكل المقابل:

(١) احسب مكونات المعاوقة $\bar{Z}$.

(٢) احسب التيار $\bar{I}$.



شكل رقم (٤-١) الدائرة الكهربائية لمثال رقم (٤-١).

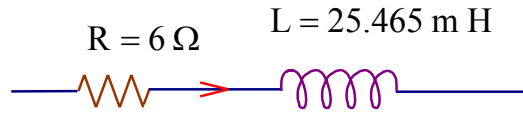
الحل

(١) نبدأ بحساب مكونات المعاوقة $\bar{Z}$ ، كما يلي:

أولاً: الرقم ٦ رقم حقيقي يدل على وجود مقاومة أومية مقدارها 6Ω .

ثانياً: هذه لمقاومة متصلة على التوالي مع مفاعلة حثية (لوجود الإشارة الموجبة) قيمتها $\omega \cdot L = 8 \Omega$ إذن:

$$L = \frac{8 \Omega}{\omega} = \frac{8 \Omega}{2 \pi f} = \frac{8 \Omega}{100 \pi} = 25.465 \text{ m H}$$



شكل رقم (٤- ٢) مكونات المعاوقة $\bar{Z}$ لمثال رقم (٤- ١).

(٢) لحساب التيار $\bar{i}$ ، نبدأ بحساب المعاوقة $\bar{Z}$ ، كما يلي:

$$\bar{Z} = \sqrt{6^2 + 8^2} \angle \tan^{-1} \frac{8}{6} = 10 \Omega \angle 53.13^\circ$$

ثم نحسب التيار $\bar{i}$ ، كما يلي:

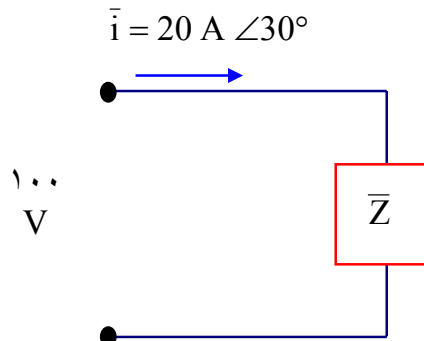
$$\bar{i} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{100 \text{ V} \angle 0^\circ}{10 \Omega \angle 53.13^\circ} = 10 \text{ A} \angle -53.13^\circ$$

مثال رقم (٤- ٢)

من الشكل المقابل:

(١) احسب قيمة المعاوقة $\bar{Z}$

(٢) احسب مكوناتها



شكل رقم (٤- ٣) الدائرة الكهربائية لمثال رقم (٤- ٢).

الحل

(١) نحسب قيمة المعاوقة $\bar{Z}$ من القانون:

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{i}}, \quad Z \angle \theta_Z = \frac{V \angle \theta_V}{i \angle \theta_i}$$

$$\bar{Z} = \frac{100 \text{ V} \angle 0^\circ}{20 \text{ A} \angle 30^\circ} = 5 \Omega \angle -30^\circ$$

(٢) لحساب مكوناتها:

$$\bar{Z} = 5 \Omega \{ \cos(-30) + j \sin(-30) \}$$

$$\bar{Z} = 5 \Omega (0.866 - j 0.5) = 4.33 - j 2.4$$

يتضح من هذه المعادلة الآتي:

تتكون المعاوقة $\bar{Z}$ من:

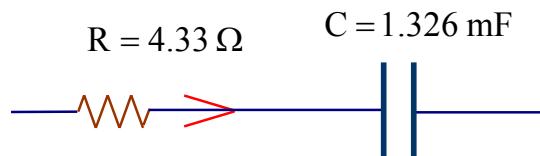
أولاً: الرقم ٤,٣٣ رقم حقيقي يدل على وجود مقاومة أومية مقدارها 4.33Ω

ثانياً: هذه لمقاومة متصلة على التوالي مع مفاعلة سعوية (لوجود الإشارة السالبة) قيمتها 2.4Ω

$$\frac{1}{\omega \cdot C} = 2.4 \Omega$$

إذن:

$$C = \frac{1}{2.4 \omega} = \frac{1}{2.4 \times 100 \times \pi} = 1.326 \text{ mF}$$



شكل رقم (٤-٤) مكونات المعاوقة $\bar{Z}$ لمثال رقم (٤-٢).

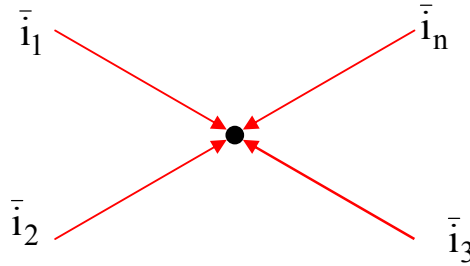
٤- ٢- ٢ قانونا كيرشوف Kirchhoff's Laws

٤- ٢- ١ قانون كيرشوف للتيار Kirchhoff's Current Law

ينص قانون كيرشوف للتيار أن " المجموع الجبري للتيارات الكهربائية اللحظية الداخلة إلى أي عقدة كهربائية يساوي صفراً ، ويعبر عنه رياضياً كما يأتي:

$$\sum_{k=1}^{k=n} \bar{i}_k = 0 \quad (٤-٤)$$

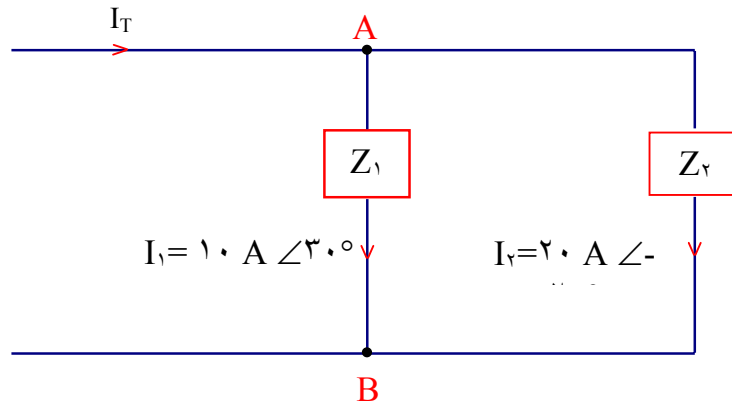
حيث n هو عدد التيارات المتصلة بهذه العقدة الكهربائية ، وتعتبر التيارات اللحظية الداخلة إلى العقدة تيارات سالبة بينما تعتبر التيارات اللحظية الخارجة منها تيارات موجبة ، ويلاحظ هنا أن التيارات جميعها كميات اتجاهية. وشكل رقم (٤- ٥) يوضح أحد هذه العقد الكهربائية.



شكل رقم (٤- ٥) التيارات الجبرية الداخلة إلى العقدة

مثال رقم (٤- ٣)

في الشكل المقابل رقم (٤- ٦) ، احسب قيمة التيار الكلي I_T .



شكل رقم (٤- ٦) الدائرة الكهربائية لمثال رقم (٤- ٣).

الحل

لحساب التيار الكلي I_T ، نطبق قانون كيرشوف للتيارات على أي من النقطتين A أو B كالآتي:

• عند نقطة A:

(أ) مجموع التيارات الداخلة إلى النقطة $(I_T) =$

(ب) مجموع التيارات الخارجة من النقطة $(I_1 + I_2) =$

إذن:

$$(I_T) = (I_1 + I_2)$$

• عند نقطة B:

(أ) مجموع التيارات الداخلة إلى النقطة $(I_1 + I_2) =$

(ب) مجموع التيارات الخارجة من النقطة $(I_T) =$

إذن:

$$(I_1 + I_2) = (I_T)$$

نلاحظ أن تطبيق قانون كيرشوف للتيارات عند أي من النقطتين A أو B يعطي نفس النتيجة.

إذن:

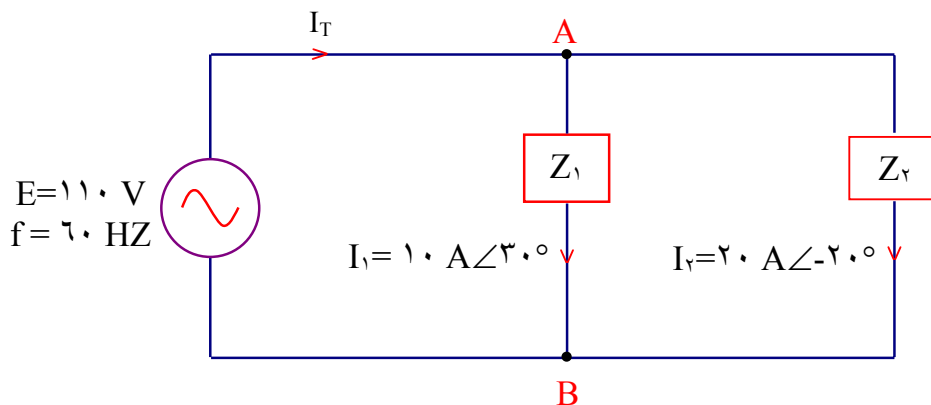
$$I_T = (I_1 + I_2) = 10 \text{ A} \angle 30^\circ + 20 \text{ A} \angle -20^\circ =$$

$$I_T = (8.66 + j5) + (18.8 - j6.84) = 27.46 - j1.84 = 27.5 \text{ A} \angle -3.84^\circ$$

مثال رقم (٤-٤)

في مثال رقم (٤-٣) احسب قيم ومكونات المعاوقات Z_1 , Z_2 ، إذا كان مصدر الجهد:

$$E = 110 \text{ V}, f = 60 \text{ HZ}$$



شكل رقم (٤- ٧) الدائرة الكهربائية لمثال رقم (٤- ٤).

الحل

لحساب قيم المقاومات نستخدم قانون أوم كالاتي::

$$Z_1 = \frac{110 \text{ V} \angle 0^\circ}{10 \text{ A} \angle 30^\circ} = 11 \Omega \angle -30^\circ$$

$$Z_2 = \frac{110 \text{ V} \angle 0^\circ}{20 \text{ A} \angle -20^\circ} = 5.5 \Omega \angle 20^\circ$$

لحساب المكونات:

$$Z_1 = 11 \Omega \angle -30^\circ = 11 \cdot \cos(-30^\circ) + j 11 \cdot \sin(-30^\circ) = 9.52 - j 5.5$$

الرقم ٩,٥٢ رقم صحيح يدل على وجود مقاومة قيمتها $R_1 = 9.52 \Omega$ والإشارة السالبة تعني وجود مكثف على التوالي مع المقاومة، حيث $X_C = 5.5 \Omega$ ، إذن قيمة السعة C_1 يمكن حسابها كالاتي:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$C_1 = \frac{1}{\omega \cdot X_C} = \frac{1}{2\pi \times 60 \times 5.5} = 482.28 \mu\text{F}$$

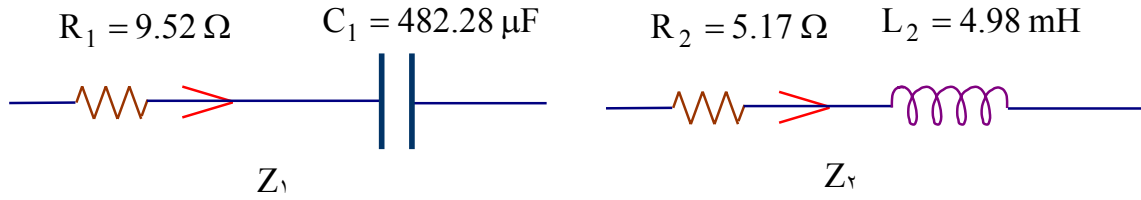
وبالمثل:

$$Z_2 = 5.5 \Omega \angle 20^\circ = 5.5 \cos(20^\circ) + j 5.5 \sin(20^\circ) = 5.17 + j 1.88$$

الرقم ٥,١٧ رقم صحيح يدل على وجود مقاومة قيمتها $R_2 = 5.17 \Omega$ والإشارة الموجبة تعني وجود ملف على التوالي مع المقاومة، حيث $X_L = 1.88 \Omega$ ، إذن قيمة الحث الذاتي للملف L_2 يمكن حسابها كالاتي:

$$X_L = \omega \cdot L_2$$

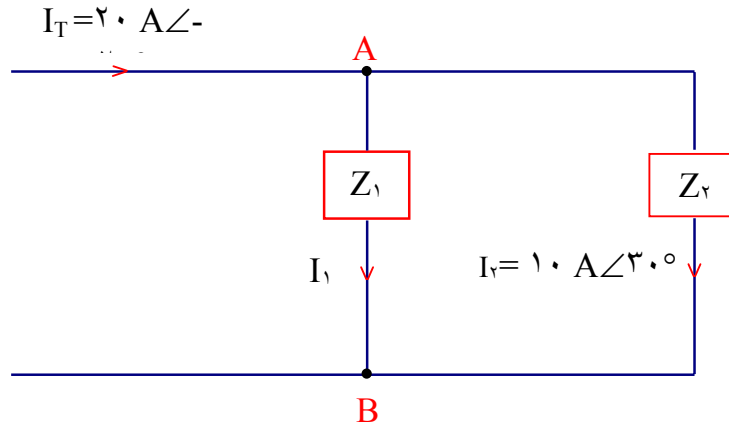
$$L_2 = \frac{X_L}{\omega} = \frac{1.88 \Omega}{2\pi \times 60} = 4.98 \text{ mH}$$



شكل رقم (٤- ٨) مكونات المعاوقات $\bar{Z}_1, \bar{Z}_2$ لمثال رقم (٤- ٤).

مثال رقم (٤- ٥)

في الشكل المقابل رقم (٤- ٩)، احسب قيمة التيار الفرعي I_1 .



شكل رقم (٤- ٩) الدائرة الكهربائية لمثال رقم (٤- ٥).

الحل

لحساب التيار الفرعي I_1 ، نطبق قانون كيرشوف للتيارات على النقطة A كالآتي:

• عند نقطة A:

مجموع التيارات الداخلة إلى النقطة (I_T) = مجموع التيارات الخارجة من النقطة ($I_1 + I_2$)

إذن:

$$(\bar{I}_T) = (\bar{I}_1 + \bar{I}_2)$$

$$(\bar{I}_1) = (\bar{I}_T - \bar{I}_2)$$

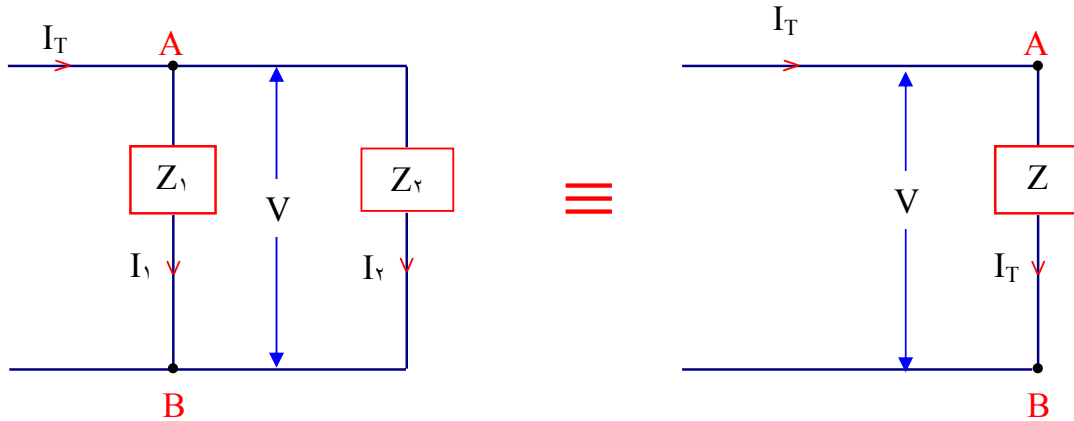
$$\bar{I}_1 = (\bar{I}_T - \bar{I}_2) = 20 \text{ A} \angle 20^\circ - 10 \angle 30^\circ = 18.8 + j 6.84 - (8.66 + j 5)$$

$$\bar{I}_1 = 10.14 + j 1.84 = 10.3 \text{ A} \angle 10.28^\circ$$

وفي مجال الحديث عن قانون كيرشوف للتيار سوف نتناول بعض النظريات الفرعية المنبثقة عنه.

٤- ٢- ١- ١- توصيل المقاومات على التوازي Parallel Connection

بالرجوع إلى شكل رقم (٤- ٧) للمثال رقم (٤- ٤)، نجد أن المقاومتين Z_1 ، Z_2 موصلتين معا بطريقة التوازي (راجع هندسة كهربائية ١- ١)، فنلاحظ أن أطراف بداية المقاومتين موصلتين معا وكذلك أطراف نهايتهما موصلتين معا، وليس هناك في المنتصف أية توصيلات أخرى وأن الجهد الواقع على كل معاوقة هو نفس الجهد V وهذه هي شروط توصيل التوازي.. ويمكن الاستعاضة عن المقاومتين المتوازيتين بمعاوقة واحدة Z مكافئة لهما كما هو مبين بالشكل رقم (٤- ١٠)، ويمكن حساب قيمتها كما يلي:



شكل رقم (٤- ١٠) المقاومات على التوازي

وبهذا يمكن كتابة الجهد بصورة اتجاهية كالآتي:

$$\bar{V} = \bar{I}_1 \bar{Z}_1 = \bar{I}_2 \bar{Z}_2 = \bar{I}_T \bar{Z} \quad (٤-٥)$$

وبتطبيق قانون كيرشوف للتيار:

$$(\bar{I}_T) = (\bar{I}_1 + \bar{I}_2) \quad (٤-٦)$$

وبالتعويض عن قيمة I_2 في المعادلة (٤-٦)، نحصل على:

$$\left(\frac{\bar{V}}{\bar{Z}}\right) = \left(\frac{\bar{V}}{\bar{Z}_1} + \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_2}\right) \quad (٤-٧)$$

وبقسمة الطرفين على Z ، نحصل على الآتي:

$$\left(\frac{1}{\bar{Z}}\right) = \left(\frac{1}{\bar{Z}_1} + \frac{1}{\bar{Z}_2}\right) \quad (٤-٨)$$

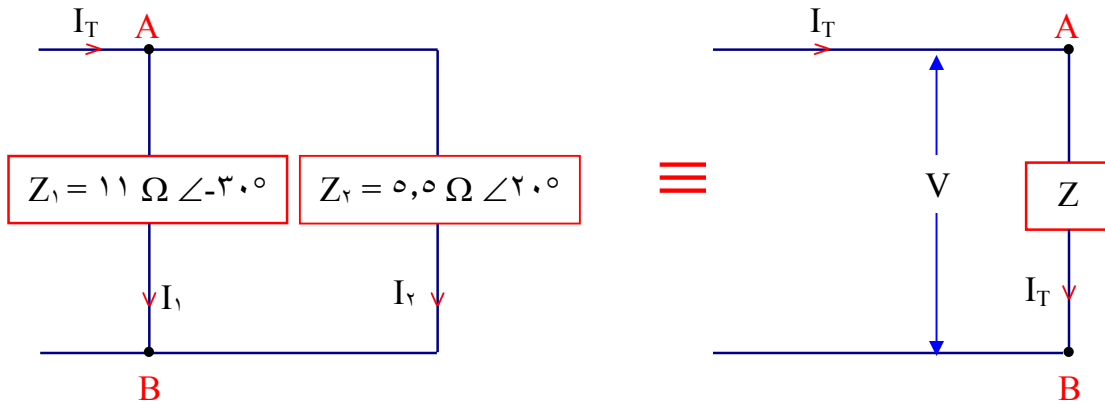
$$\left(\frac{1}{\bar{Z}}\right) = \left(\frac{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2}\right) \quad (٩-٤)$$

$$(\bar{Z}) = \left(\frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2}\right) \quad (١٠-٤)$$

وهذه الصورة هي نفس الصورة في حالة دوائر التيار المستمر مع الأخذ في الاعتبار هنا أن هذه المعادلة هي معادلة اتجاهية.

مثال رقم (٤- ٦)

للمثال رقم (٤- ٤) احسب قيمة المعاوقة المكافئة للمعاوقتين Z_1 & Z_2 .



شكل رقم (٤- ١١) الدائرة الكهربائية لمثال رقم (٤- ٦)

الحل

تم حساب قيمة كل من المعاوقتين Z_1 & Z_2 في المثال رقم (٤- ٤)، وكانت القيم كالآتي:

$$Z_1 = 11 \Omega \angle -30^\circ$$

$$Z_2 = 5.5 \Omega \angle 20^\circ$$

ولحساب المعاوقة المكافئة لهما Z نطبق القانون رقم (٤- ١٠) كالآتي:

$$(\bar{Z}) = \left(\frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2}\right) = \frac{11 \Omega \angle -30^\circ \times 5.5 \Omega \angle 20^\circ}{11 \Omega \angle -30^\circ + 5.5 \Omega \angle 20^\circ} = \frac{11 \Omega \times 5.5 \Omega \angle -30^\circ + 20^\circ}{(9.52 - j 5.5) + (5.17 + j 1.88)}$$

$$(\bar{Z}) = \frac{60.5 \angle -10^\circ}{(14.69 - j 3.62)} = \frac{60.5 \Omega^2 \angle -10^\circ}{15.13 \Omega \angle -13.84^\circ}$$

$$(\bar{Z}) = \frac{60.5 \Omega^2}{15.13 \Omega} \angle (-10^\circ + 13.84^\circ) = 4 \Omega \angle 3.84^\circ$$

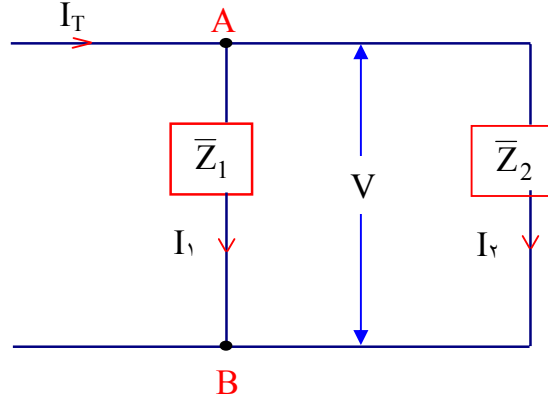
- ولتأكيد هذه القيمة وحسب قانون أوم، يمكن حساب قيمة التيار المار في هذه المعاوقة (مثال رقم ٤) - (٣)، كالآتي:

$$I_T = \frac{110 \text{ V} \angle 0^\circ}{4 \Omega \angle 3.84^\circ} = 27.5 \text{ A} \angle -3.84^\circ$$

وهي نفس القيمة التي حصلنا عليها في المثال رقم (٤ - ٣).

٤- ٢- ١- ٢- قانون تجزؤ التيار Current Divider

بالرجوع إلى شكل (٤ - ١٢) نجد أن التيار الكلي I_T يتفرع إلى تيارين فرعيتين I_1 , I_2 .



شكل رقم (٤ - ١٢) تجزؤ التيار بين المعاوقات $\bar{Z}_1$, $\bar{Z}_2$

ويمكن استنتاج العلاقة بين التيار الكلي I_T والتيارات الفرعية I_1 , I_2 كالآتي:

$$\therefore (\bar{I}_T) = (\bar{I}_1 + \bar{I}_2) \quad (١١-٤)$$

$$\therefore (\bar{I}_2) = (\bar{I}_T - \bar{I}_1) \quad (١٢-٤)$$

$$\therefore \bar{V} = \bar{I}_1 \bar{Z}_1 = \bar{I}_2 \bar{Z}_2 = \bar{I}_T \bar{Z} \quad (١٣-٤)$$

$$\therefore \bar{V} = \bar{I}_1 \bar{Z}_1 = (\bar{I}_T - \bar{I}_1) \bar{Z}_2 \quad (١٤-٤)$$

$$\bar{I}_1 \bar{Z}_1 + \bar{I}_1 \bar{Z}_2 = \bar{I}_T \bar{Z}_2 \quad (١٥-٤)$$

$$\bar{I}_1 (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2) = \bar{I}_T \bar{Z}_2 \quad (١٦-٤)$$

$$\therefore \bar{I}_1 = \bar{I}_T \frac{\bar{Z}_2}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2)} \quad (١٧-٤)$$

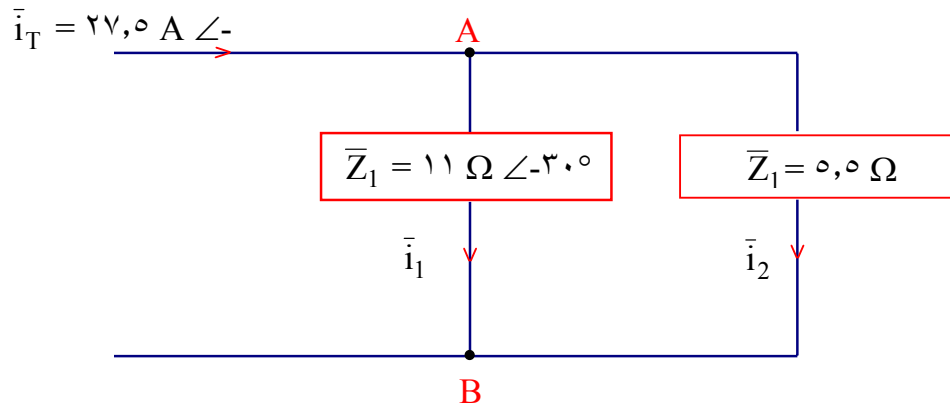
وبالمثل:

$$\therefore \bar{I}_2 = \bar{I}_T \frac{\bar{Z}_1}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2)} \quad (١٨-٤)$$

وهذا هو قانون تقسيم التيارات في الدوائر المتوازية، ويلاحظ التشابه بين هذه الصورة وصورة تقسيم التيار في دوائر التيار المستمر، مع ملاحظة أن المعادلات هنا معادلات اتجاهية.

مثال رقم (٤- ٧)

في الشكل المقابل رقم (٤- ١٣)، احسب التيارات الفرعية $\bar{I}_1, \bar{I}_2$.



شكل رقم (٤- ١٣) الدائرة الكهربائية للمثال رقم (٤- ٧)

الحل

بتطبيق قانون تقسيم التيار رقم (٤- ١٧) و (٤- ١٨)، يمكن أن نحصل على التيارات الفرعية I_1, I_2 كالآتي:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_T \frac{\bar{Z}_2}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2)} = (27.5 \text{ A } \angle -3.84^\circ) \times \left(\frac{5.5 \Omega \angle 20^\circ}{11 \Omega \angle -30^\circ + 5.5 \Omega \angle 20^\circ} \right)$$

$$\bar{I}_1 = (27.5 \text{ A } \angle -3.84^\circ) \times \left(\frac{5.5 \Omega \angle 20^\circ}{(9.53 - j5.5) + (5.17 + j1.88)} \right)$$

$$\bar{I}_1 = (27.5 \text{ A } \angle -3.84^\circ) \times \left(\frac{5.5 \Omega \angle 20^\circ}{14.7 - j3.62} \right)$$

$$\bar{i}_1 = (27.5 \text{ A } \angle -3.84^\circ) \times \left(\frac{5.5 \Omega \angle 20^\circ}{15.14 \Omega \angle -13.84^\circ} \right)$$

$$\bar{i}_1 = (27.5 \text{ A } \angle -3.84^\circ) \times (0.363 \angle 33.84^\circ) = 10 \text{ A } \angle 30^\circ$$

$$\bar{i}_2 = \bar{i}_T \frac{\bar{Z}_1}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2)} = (27.5 \text{ A } \angle -3.84^\circ) \times \left(\frac{11 \Omega \angle -30^\circ}{11 \Omega \angle -30^\circ + 5.5 \Omega \angle 20^\circ} \right)$$

$$\bar{i}_2 = (27.5 \text{ A } \angle -3.84^\circ) \times \left(\frac{11 \Omega \angle -30^\circ}{15.14 \Omega \angle -13.84^\circ} \right) = 20 \text{ A } \angle -20^\circ$$

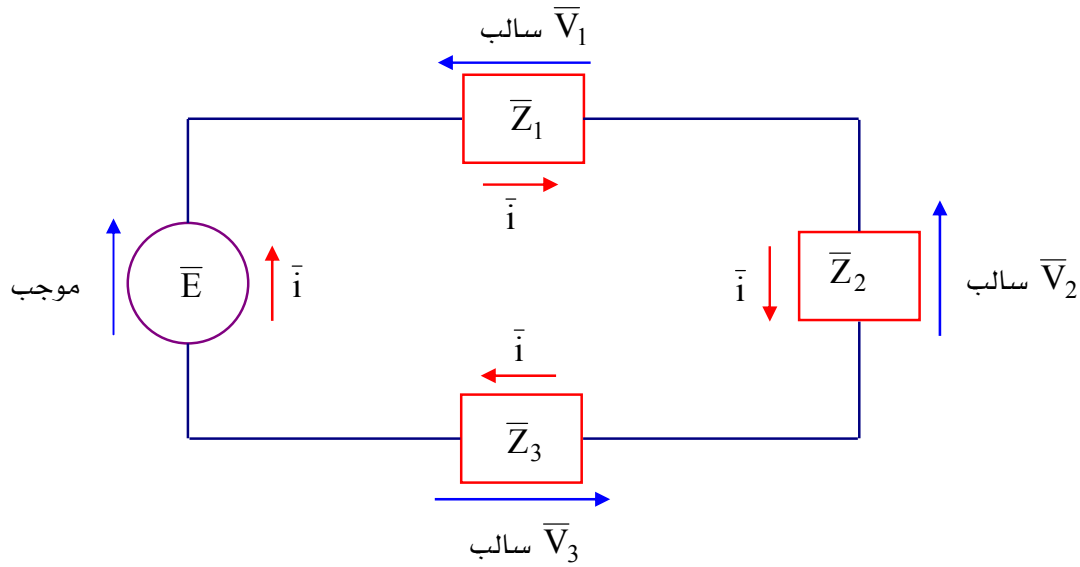
ونلاحظ أن قيم التيارات الفرعية المستنتجة في هذا المثال هي نفس القيم في المثال رقم (٤ - ٣) مما يدل على صحة تطبيق قانون تقسيم التيارات.

٤- ٢- ٢- قانون كيرشوف للجهود Kirchhoff's Voltage Law

ينص قانون كيرشوف للجهود أن " في أي دائرة كهربائية مغلقة يكون المجموع الجبري للجهود الكهربائية اللحظية على مكونات هذه الدائرة يساوي صفراً ، ويعبر عنه رياضياً كما يأتي:

$$\sum_{k=1}^{k=n} \bar{v}_k = 0 \quad (١٩-٤)$$

حيث n هو عدد الجهود الموجودة في هذه الدائرة الكهربائية، وبأخذ التيار مرجعاً تعتبر الجهود اللحظية في اتجاه التيار موجبة بينما الجهود اللحظية في عكس اتجاه التيار تعتبر سالبة. ويلاحظ هنا أن الجهود جميعها كميات اتجاهية. وشكل رقم (٤ - ١٤) يوضح أحد هذه الدوائر الكهربائية.



شكل (٤ - ١٤) تقسيم الجهود في دائرة تيار متردد متوالية

وعلى هذا يمكن أن يكتب قانون كيرشوف للجهود للشكل السابق كالآتي:

$$\bar{E} - \bar{V}_1 - \bar{V}_2 - \bar{V}_3 = 0 \quad (٢٠-٤)$$

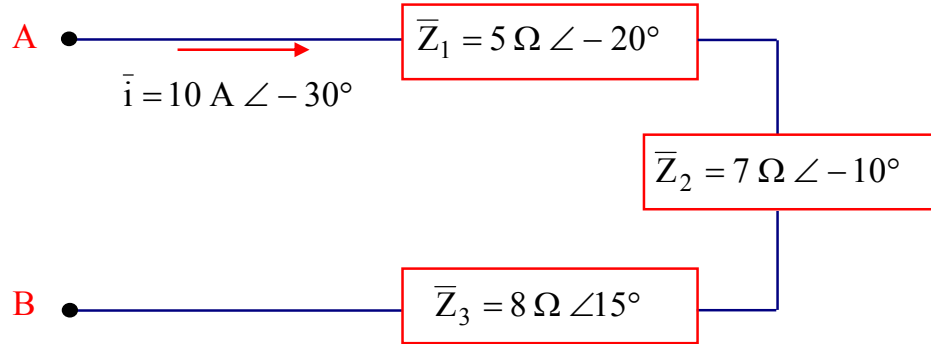
أو بصورة أخرى:

$$\bar{E} = \bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_3 \quad (٢١-٤)$$

يلاحظ أن اتجاه الجهد عكس اتجاه التيار في المعاوقات وفي اتجاه التيار بالنسبة لمصدر الجهد.

مثال رقم (٤- ٨)

في شكل رقم (٤- ١٥) احسب الجهد بين النقطتين A, B.



شكل رقم (٤- ١٥) الدائرة الكهربائية للمثال رقم (٤- ٨)

الحل

لحساب الجهد بين النقطتين، نطبق قانون كيرشوف للجهود كالآتي:

$$\bar{V}_{AB} = \bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_3$$

ويمكن حساب كل جهد من الجهود الثلاثة على حدة كالآتي:

$$\bar{V}_1 = \bar{i} \cdot \bar{Z}_1 = (10 \text{ A} \angle -30^\circ) \cdot (5 \Omega \angle -20^\circ) = 50 \text{ V} \angle -50^\circ$$

$$\bar{V}_2 = \bar{i} \cdot \bar{Z}_2 = (10 \text{ A} \angle -30^\circ) \cdot (7 \Omega \angle -10^\circ) = 70 \text{ V} \angle -40^\circ$$

$$\bar{V}_3 = \bar{i} \cdot \bar{Z}_3 = (10 \text{ A} \angle -30^\circ) \cdot (8 \Omega \angle 15^\circ) = 80 \text{ V} \angle -15^\circ$$

وبالتعويض في معادلة الجهد $\bar{V}_{AB}$ ، نحصل على الآتي:

$$\bar{V}_{A-B} = \bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_3 = 50 \text{ V} \angle -50^\circ + 70 \text{ V} \angle -40^\circ + 80 \text{ V} \angle -15^\circ$$

$$\bar{V}_{AB} = (32.14 - j38.3) + (53.62 - j45) + (77.27 - j20.7) =$$

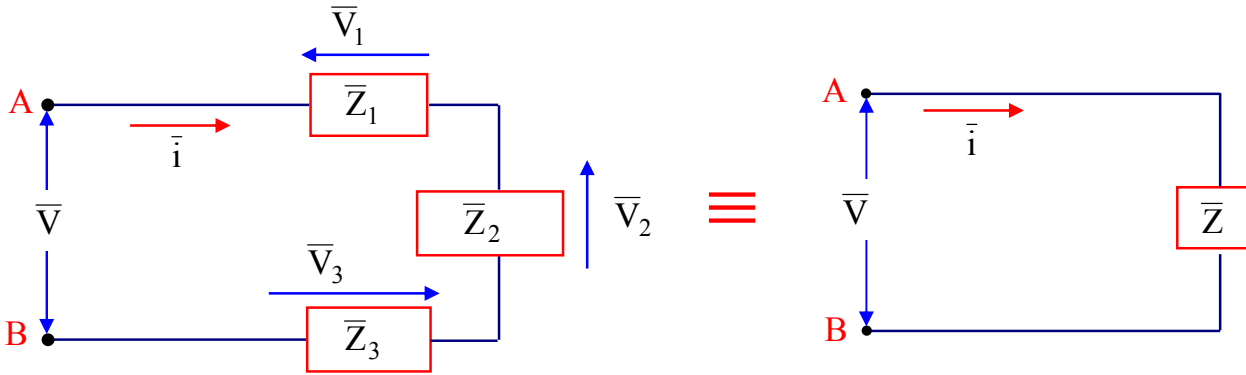
$$\bar{V}_{AB} = 163 - j104 = 193.4 \text{ V} \angle -32.54^\circ$$

وفي مجال الحديث عن قانون كيرشوف للجهود سوف نتناول بعض النظريات الفرعية المنبثقة عنه.

٤- ٢- ٢- ١- توصيل المعاوقات على التوالي Series Connection

بالرجوع إلى شكل رقم (٤- ١٥) للمثال رقم (٤- ٨)، نجد أن المعاوقات $\bar{Z}_1, \bar{Z}_2, \bar{Z}_3$ موصلة معا بطريقة التوالي (راجع هندسة كهربائية - ١)، فنلاحظ أن طرف نهاية المعاوقة $\bar{Z}_1$ موصل مع طرف بداية المعاوقة $\bar{Z}_2$ وكذلك طرف نهاية المعاوقة $\bar{Z}_2$ موصل مع طرف بداية المعاوقة $\bar{Z}_3$ وأن نقط التوصيل بين المعاوقات لا يتصل بها أية معاوقة أخرى وأن التيار المار في المعاوقات الثلاثة هو نفس التيار $\bar{I}$ وهذه هي شروط توصيل التوالي.

ويمكن الاستعاضة عن المعاوقات المتوازية بمعاوقة واحدة $\bar{Z}$ مكافئة لها كما هو مبين بالشكل رقم (٤- ١٦)، ويمكن حساب قيمتها كما يلي:



شكل رقم (٤- ١٦) توصيل المعاوقات على التوالي

من قانون كيرشوف للجهود الجهد $\bar{V}$ يساوي مجموع الجهود الفرعية كما يأتي:

$$\bar{V} = \bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_3$$

وبمساواة الجهد بين النقطتين A, B في الحالتين، نحصل على ما يأتي:

$$\bar{V} = \bar{I} \bar{Z}_1 + \bar{I} \bar{Z}_2 + \bar{I} \bar{Z}_3 = \bar{I} \bar{Z} \quad (٤- ٢٢)$$

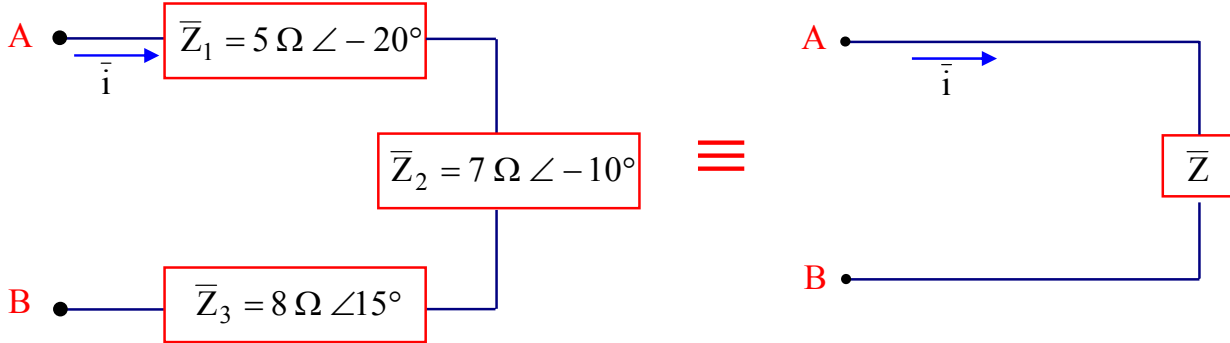
وبقسمة الطرفين على التيار $\bar{I}$ ، نحصل على الآتي:

$$\therefore \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3 = \bar{Z} \quad (٤- ٢٣)$$

أي أن المعاوقة المكافئة لمجموعة من المعاوقات المتوالية تساوي مجموع هذه المعاوقات ويلاحظ هنا أيضاً أن المجموع اتجاهي وليس مجموع جبري.

مثال رقم (٤- ٩)

في المثال رقم (٤- ٨) احسب المعاوقة المكافئة للدائرة.



شكل رقم (٤- ١٧) الدائرة الكهربائية للمثال رقم (٤- ٩)

الحل

نجد في شكل رقم (٤- ١٧) أن طرف نهاية المعاوقة Z_1 موصل مع طرف بداية المعاوقة Z_2 وكذلك طرف نهاية المعاوقة Z_2 موصل مع طرف بداية المعاوقة Z_3 وأن نقط التوصيل بين المعاوقات لا يتصل بها أية معاوقة أخرى وأن التيار المار في المعاوقات الثلاثة هو نفس التيار i وهذه هي شروط توصيل التوالي. إذن المعاوقات الثلاثة موصلة على التوالي، ويمكن بالتالي حساب المعاوقة المكافئة لها كالآتي:

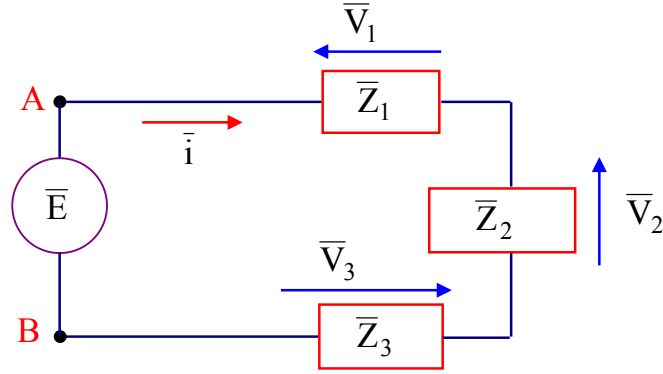
$$\bar{Z}_{eq} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3 = 5 \Omega \angle -20^\circ + 7 \Omega \angle -10^\circ + 8 \Omega \angle 15^\circ$$

$$\bar{Z}_{eq} = (4.7 - j1.71) \Omega + (6.9 - j1.22) \Omega + (7.7 + j2.1) \Omega$$

$$\bar{Z}_{eq} = (19.3 - j0.83) = 19.32 \Omega \angle -2.46^\circ$$

٤- ٢- ٢- ٢- قانون تجزؤ الجهود Potential Divider

بالرجوع إلى شكل رقم (٤- ١٨) نجد أن مجموع الجهود على المعاوقات الثلاثة المتوالية Z_1 , Z_2 و Z_3 هو جهد المصدر E ، وهذا يعني أن الجهد V يتقسم ما بين المعاوقات الثلاثة حسب قيم معاوقتها، وهو ما سوف نشبهه كالتالي:



شكل رقم (٤-١٨) تجزؤ الجهود في الدائرة الكهربائية المتوالية

حسب قانون أوم:

$$\bar{V}_1 = \bar{i} \cdot \bar{Z}_1 \quad (٤-٢٤)$$

$$\bar{V}_2 = \bar{i} \cdot \bar{Z}_2 \quad (٤-٢٥)$$

$$\bar{V}_3 = \bar{i} \cdot \bar{Z}_3 \quad (٤-٢٦)$$

حسب قانون كيرشوف للجهود:

$$\bar{E} = \bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_3 = \bar{i} \cdot (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3) \quad (٤-٢٧)$$

وبقسمة $\bar{V}_1$ على $\bar{E}$ ، نحصل على:

$$\frac{\bar{V}_1}{\bar{E}} = \frac{\bar{Z}_1}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3)} \quad (٤-٢٨)$$

وبضرب الطرفين في $\bar{E}$ ، نحصل على:

$$\bar{V}_1 = \bar{E} \cdot \left(\frac{\bar{Z}_1}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3)} \right) \quad (٤-٢٩)$$

وبالمثل بقسمة الجهد $\bar{V}_2$ على $\bar{E}$ ، نحصل على:

$$\frac{\bar{V}_2}{\bar{E}} = \frac{\bar{Z}_2}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3)} \quad (٣٠-٤)$$

وبضرب الطرفين $\times \bar{E}$ ، نحصل على:

$$\bar{V}_2 = \bar{E} \cdot \left(\frac{\bar{Z}_2}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3)} \right) \quad (٣١-٤)$$

وبالمثل بقسمة الجهد $\bar{V}_3$ على $\bar{E}$ ، نحصل على:

$$\frac{\bar{V}_3}{\bar{E}} = \frac{\bar{Z}_3}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3)} \quad (٣٢-٤)$$

وبضرب الطرفين في $\bar{E}$ ، نحصل على:

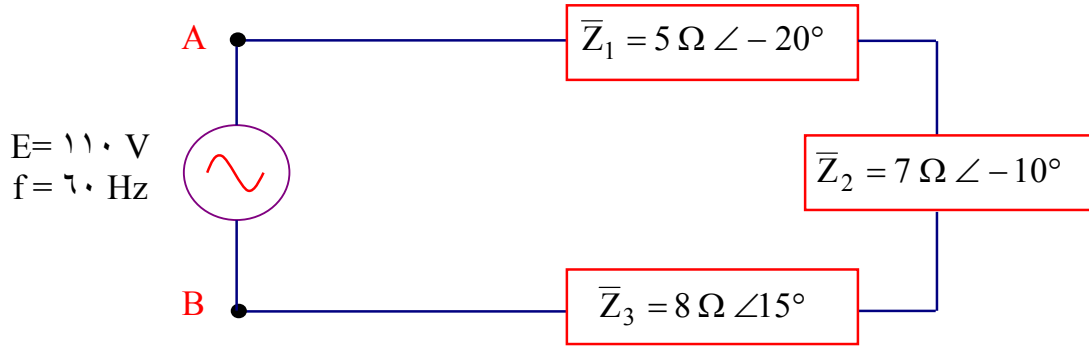
$$\bar{V}_3 = \bar{E} \cdot \left(\frac{\bar{Z}_3}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3)} \right) \quad (٣٣-٤)$$

وعلى وجه العموم يمكن أن نقول أن:

$$\bar{V}_x = \bar{E} \cdot \left(\frac{\bar{Z}_x}{(\bar{Z}_T)} \right)$$

مثال رقم (٤ - ١٠)

في شكل رقم (٤ - ١٩) احسب الجهد على كل معاوقة من المعاوقات الثلاثة باستخدام قانون تقسيم الجهود.



شكل رقم (٤-١٩) الدائرة الكهربائية للمثال رقم (٤-١٠)

الحل

المعاوقات الثلاثة موصلة على التوالي وذلك لاستيفاء الشروط الخاصة بذلك (أثبت ذلك). إذن يمكننا استخدام قانون تجزؤ الجهود كما يلي:

$$\bar{V}_1 = \bar{E} \cdot \left(\frac{\bar{Z}_1}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3)} \right)$$

$$\bar{V}_1 = (110 \text{ V} \angle 0^\circ) \cdot \left(\frac{5 \Omega \angle -20^\circ}{((5 \Omega \angle -20^\circ) + (7 \Omega \angle -10^\circ) + (8 \Omega \angle 15^\circ))} \right)$$

$$\bar{V}_1 = (110 \text{ V} \angle 0^\circ) \cdot \left(\frac{5 \Omega \angle -20^\circ}{((5 \Omega \angle -20^\circ) + (7 \Omega \angle -10^\circ) + (8 \Omega \angle 15^\circ))} \right)$$

$$\bar{V}_1 = (110 \text{ V} \angle 0^\circ) \cdot \left(\frac{5 \Omega \angle -20^\circ}{((4.7 - j1.71) \Omega + (6.9 - j1.22) \Omega + (7.7 + j2.1) \Omega)} \right)$$

$$\bar{V}_1 = (110 \text{ V} \angle 0^\circ) \cdot \left(\frac{5 \Omega \angle -20^\circ}{(19.32 \Omega \angle -2.46^\circ)} \right) = 28.47 \text{ V} \angle -17.54^\circ$$

$$\bar{V}_2 = \bar{E} \cdot \left(\frac{\bar{Z}_2}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3)} \right) = (110 \text{ V} \angle 0^\circ) \cdot \left(\frac{7 \Omega \angle -10^\circ}{(19.32 \Omega \angle -2.46^\circ)} \right)$$

$$\bar{V}_2 = 39.86 \text{ V} \angle -7.54^\circ$$

$$\bar{V}_3 = \bar{E} \cdot \left(\frac{\bar{Z}_3}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3)} \right) = (110 \text{ V} \angle 0^\circ) \cdot \left(\frac{8 \Omega \angle 15^\circ}{(19.32 \Omega \angle -2.46^\circ)} \right)$$

$$\bar{V}_3 = 45.55 \text{ V} \angle 17.46^\circ$$

ولتأكيد صحة الحل نجمع الجهود V_1, V_2, V_3 كالآتي:

$$\bar{E} = \bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_3 = 28.47 \angle -17.54^\circ + 39.86 \angle -7.54^\circ + 45.55 \angle 17.46^\circ$$

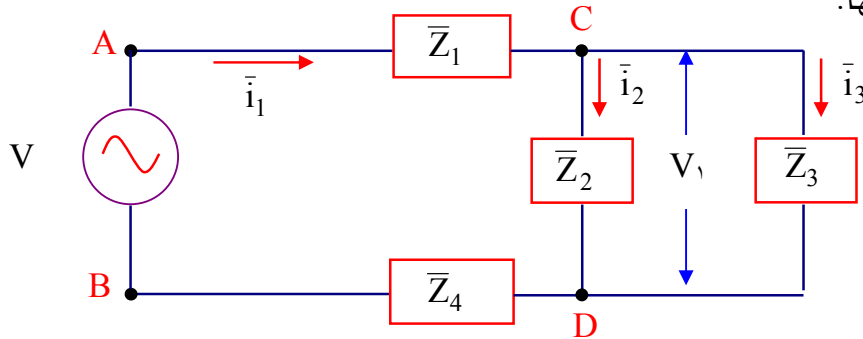
$$\bar{E} = (27.1 - j 8.5) \text{ V} + (39.5 - j 5.2) + (43.4 + j 13.7) = (110 - j 0) = 110 \text{ V} \angle 0^\circ$$

٤- ٢- ٣ الدوائر المركبة Compound Circuits

بعد استعراض توصيل الدوائر على التوالي وتوصيلها على التوازي، سنتعرض الآن إلى التوصيلات المركبة لدوائر التيار المتردد.

في شكل رقم (٤- ٢٠)، تتكون الدائرة الكهربائية من مجموعة من المعاوقات بعضها موصلة على التوازي وبعضها موصل على التوازي، فمثلاً المعاوقتان Z_2, Z_3 موصلتان على التوازي (راجع شروط التوازي)، وكذلك المعاوقتان Z_1, Z_4 موصلتان على التوالي ومعهما مصدر الجهد أيضاً (راجع شروط التوالي).

وهناك كثير من نظريات الدوائر الكهربائية التي تمكنا من التعامل مع مثل هذه الدوائر، سوف نستعرض البعض منها.



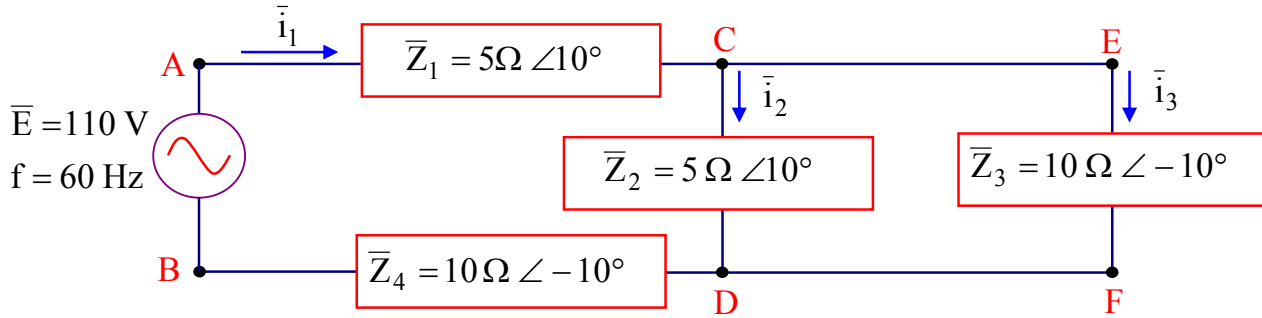
شكل (٤- ٢٠) دائرة كهربائية مركبة

٤- ٢- ٣- ١ طريقة الاختزال Simplification Method

وطريقة الاختزال تتلخص في اختزال الدائرة الكهربائية أو تبسيطها إلى أقل عدد من المعاوقات ويستحسن أن تختزل إلى معاوقة واحدة ومصدر جهد، وبتطبيق قانون أوم وقوانين كيرشوف يمكن حل الدائرة الكهربائية.

مثال رقم (٤- ١١)

في شكل رقم (٤- ٢١) احسب: التيارات $\bar{I}_1$, $\bar{I}_2$ & $\bar{I}_3$.



شكل رقم (٤- ٢١) الدائرة الكهربائية للمثال رقم (٤- ١١)

الحل:

يمكن حل هذه المسألة عن طريق قوانين كيرشوف ويمكن أيضاً حلها عن طريق الاختزال وسوف نعرض كل طريقة منهما.

أولاً: عن طريق قوانين كيرشوف

لحل هذه المسألة المطلوب إيجاد تيارات الدائرة الثلاثة، أي لدينا ثلاثة مجاهيل وعلى ذلك لابد من تكوين ثلاثة معادلات للحصول على هذه المجاهيل الثلاثة. وهذه المعادلات يمكن تكوينها عن طريق قوانين كيرشوف كما يلي:

- عند العقدة C نستطيع تطبيق قانون كيرشوف للتيارات كما يلي:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 + \bar{I}_3$$

- للدائرة المغلقة ACDB يمكن تطبيق قانون كيرشوف للجهود كما يلي:

$$\bar{E} = \bar{I}_1 \bar{Z}_1 + \bar{I}_2 \bar{Z}_2 + \bar{I}_1 \bar{Z}_4 = \bar{I}_1 (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_4) + \bar{I}_2 \bar{Z}_2$$

$$\bar{E} = \bar{I}_1 (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_4) + (\bar{I}_1 - \bar{I}_3) \bar{Z}_2$$

- للدائرة المغلقة CEFD يمكن تطبيق قانون كيرشوف للجهود كما يلي:

$$\bar{I}_2 \bar{Z}_2 = \bar{I}_3 \bar{Z}_3$$

وهو ما يعني أن المعاومتين متوازيتان (الجهود الواقع عليهما واحد)

وبالتالي يمكن حساب التيار $\bar{I}_3$ كما يلي:

$$\bar{I}_3 = \frac{\bar{I}_2 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_3}$$

وبالتعويض في المعادلة الأولى:

$$\bar{i}_1 = \bar{i}_2 + \frac{\bar{i}_2 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_3} = \bar{i}_2 \frac{(\bar{Z}_3 + \bar{Z}_2)}{\bar{Z}_3}$$

وهكذا يمكن حساب التيار $\bar{i}_2$ كما يلي:

$$\bar{i}_2 = \bar{i}_1 \frac{\bar{Z}_3}{(\bar{Z}_3 + \bar{Z}_2)}$$

وبالتعويض في المعادلة الثانية:

$$\bar{E} = \bar{i}_1 (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_4) + \bar{i}_1 \left(\frac{\bar{Z}_3 \bar{Z}_2}{(\bar{Z}_3 + \bar{Z}_2)} \right) = \bar{i}_1 \left(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_4 + \frac{\bar{Z}_3 \bar{Z}_2}{(\bar{Z}_3 + \bar{Z}_2)} \right)$$

وهكذا يمكن حساب التيار $\bar{i}_1$ كما يلي:

$$\bar{i}_1 = \frac{\bar{E}}{\left(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_4 + \frac{\bar{Z}_3 \bar{Z}_2}{(\bar{Z}_3 + \bar{Z}_2)} \right)}$$

$$\bar{i}_1 = \frac{110 \text{ V } \angle 0^\circ}{\left(5 \Omega \angle 10^\circ + 10 \Omega \angle -10^\circ + \frac{(10 \Omega \angle -10^\circ) \cdot (5 \Omega \angle 10^\circ)}{(10 \Omega \angle -10^\circ) + (5 \Omega \angle 10^\circ)} \right)}$$

$$\bar{i}_1 = \frac{110 \text{ V } \angle 0^\circ}{\left(5 \Omega \angle 10^\circ + 10 \Omega \angle -10^\circ + \frac{(50 \Omega^2 \angle 0^\circ)}{(9.85 - j1.74) \Omega + (4.92 + j0.87) \Omega} \right)}$$

$$\bar{i}_1 = \frac{110 \text{ V } \angle 0^\circ}{\left(5 \Omega \angle 10^\circ + 10 \Omega \angle -10^\circ + \frac{(50 \Omega^2 \angle 0^\circ)}{(14.77 - j0.87) \Omega} \right)}$$

$$\bar{i}_1 = \frac{110 \text{ V } \angle 0^\circ}{\left(5 \Omega \angle 10^\circ + 10 \Omega \angle -10^\circ + \frac{(50 \Omega^2 \angle 0^\circ)}{(14.8 \Omega \angle -3.37^\circ)} \right)}$$

$$\bar{i}_1 = \frac{110 \text{ V } \angle 0^\circ}{(5 \Omega \angle 10^\circ + 10 \Omega \angle -10^\circ + 3.38 \Omega \angle 3.37^\circ)}$$

$$\bar{i}_1 = \frac{110 \text{ V } \angle 0^\circ}{((4.92 + j 0.87) \Omega + (9.85 - j 1.74) \Omega + (3.37 + j 0.2) \Omega)}$$

$$\bar{i}_1 = \frac{110 \text{ V } \angle 0^\circ}{(18.14 - j 0.67) \Omega} = \frac{110 \text{ V } \angle 0^\circ}{18.15 \Omega \angle -2.12^\circ} = 6.05 \text{ A } \angle 2.12^\circ$$

ثم بالتعويض في قيمة التيار $\bar{i}_2$:

$$\bar{i}_2 = \bar{i}_1 \frac{\bar{Z}_3}{(\bar{Z}_3 + \bar{Z}_2)} = (6.05 \text{ A } \angle 2.12^\circ) \cdot \left(\frac{(10 \Omega \angle -10^\circ)}{((10 \Omega \angle -10^\circ) + (5 \Omega \angle 10^\circ))} \right)$$

$$\bar{i}_2 = (6.05 \text{ A } \angle 2.12^\circ) \cdot \left(\frac{(10 \Omega \angle -10^\circ)}{((9.85 - j 1.74) \Omega + (4.92 + j 0.87) \Omega)} \right) =$$

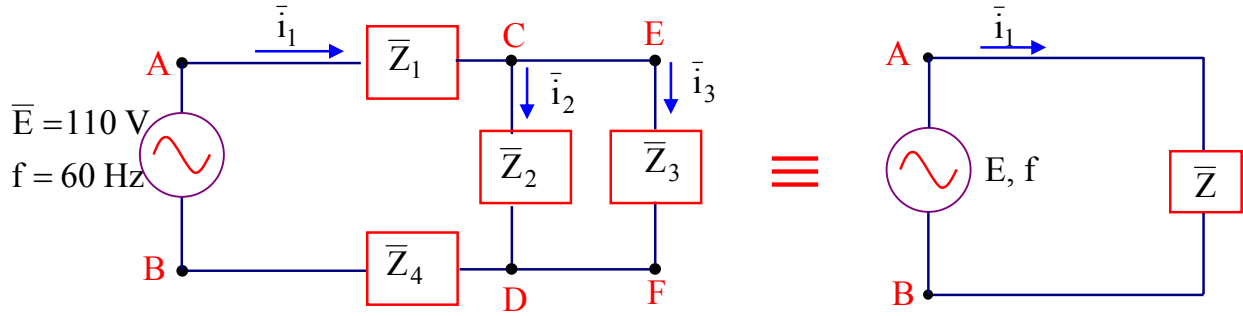
$$\bar{i}_2 = (6.05 \text{ A } \angle 2.12^\circ) \cdot \left(\frac{(10 \Omega \angle -10^\circ)}{(14.77 - j 0.87)} \right) =$$

$$\bar{i}_2 = (6.05 \text{ A } \angle 2.12^\circ) \cdot \left(\frac{10 \Omega \angle -10^\circ}{14.8 \Omega \angle -3.4^\circ} \right) = 4.09 \text{ A } \angle -4.5^\circ$$

ثم بالتعويض في قيمة التيار $\bar{i}_3$:

$$\bar{i}_3 = \frac{\bar{i}_2 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_3} = \frac{(4.09 \text{ A } \angle -4.5^\circ) \cdot (5 \Omega \angle 10^\circ)}{10 \Omega \angle -10^\circ} = 2.05 \text{ A } \angle 15.5^\circ$$

ثانياً: عن طريق الاختزال



شكل رقم (٤- ٢٢) طريقة الاختزال

يمكن كما هو مبين بالشكل رقم (٤- ٢٢)، اختزال الدائرة إلى معاوقة واحدة تحتوي على المعاوقتين Z_2 ، Z_3 موصلتين معاً على التوازي وموصلتين على التوالي مع المعاوقتين Z_1 ، Z_4 وهكذا تكون قيمة المعاوقة المكافئة Z كالآتي:

$$\bar{Z} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_4 + \frac{\bar{Z}_2 \bar{Z}_3}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3}$$

وبالتالي يكون التيار الكلي المار في هذه المعاوقة هو التيار $\bar{I}_1$ ، الذي يمكن حساب قيمته كالآتي:

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{E}}{\left(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_4 + \frac{\bar{Z}_2 \bar{Z}_3}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3} \right)}$$

ويلاحظ أن هذه المعادلة هي نفس معادلة التيار $\bar{I}_1$ في طريقة كيرشوف السابقة، وبالتالي تكون قيمة التيار $\bar{I}_1$ ، كما تم حسابها سابقاً كالآتي:

$$\bar{I}_1 = 6.05 \text{ A} \angle 2.12^\circ$$

و للحصول على قيمة التيار $\bar{I}_2$ ، نستخدم قانون تقسيم التيار كما يلي:

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_1 \frac{\bar{Z}_3}{(\bar{Z}_3 + \bar{Z}_2)}$$

وبلاحظ أن هذه المعادلة هي نفس معادلة التيار $\bar{I}_2$ في طريقة كيرشوف السابقة، وبالتالي تكون قيمة التيار $\bar{I}_2$ ، كما تم حسابها سابقاً كالآتي:

$$\bar{I}_2 = 4.09 \text{ A } \angle -4.5^\circ$$

و للحصول على قيمة التيار $\bar{I}_3$ ، يمكن استخدام عدة طرق لذلك:

- نستخدم قانون تقسيم التيار:

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_1 \frac{\bar{Z}_2}{(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3)}$$

$$\bar{I}_3 = (6.05 \text{ A } \angle 2.12^\circ) \frac{5 \Omega \angle 10^\circ}{(14.8 \Omega \angle -3.4^\circ)} = 2.05 \text{ A } \angle 15.5^\circ$$

يلاحظ هنا أننا استخدمنا القيمة $\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3$ المحسوبة في طريقة كيرشوف

- نستخدم قانون كيرشوف للتيارات:

$$\therefore \bar{I}_1 = \bar{I}_2 + \bar{I}_3$$

$$\therefore \bar{I}_3 = \bar{I}_1 - \bar{I}_2$$

$$\therefore \bar{I}_3 = (6.05 \text{ A } \angle 2.12^\circ) - (4.09 \text{ A } \angle -4.5^\circ) =$$

$$\therefore \bar{I}_3 = (6.05 + j0.22) - (4.08 - j0.32) = 1.97 + j0.54 = 2.05 \text{ A } \angle 15.5^\circ$$

- نستخدم قانون مساواة الجهد على المعاوقات الموازية:

$$\bar{I}_3 \bar{Z}_3 = \bar{I}_2 \bar{Z}_2$$

وبقسمة الطرفين على $\bar{Z}_3$ ، نحصل على:

$$\therefore \bar{I}_3 = \frac{\bar{I}_2 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_3}$$

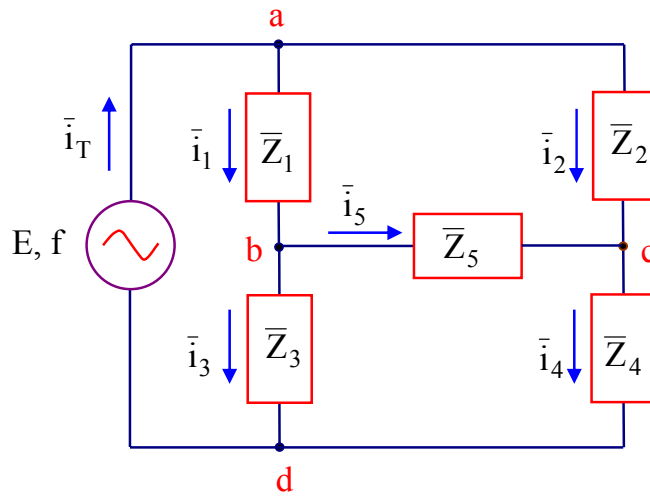
وبلاحظ أن هذا القانون هو نفسه المستخدم في الحل السابق بطريقة كيرشوف حيث كانت النتيجة:

$$\therefore \bar{I}_3 = 2.05 \text{ A } \angle 15.5^\circ$$

يلاحظ أن الطرق الثلاثة أعطت نفس الناتج لقيمة التيار $\bar{I}_2$.

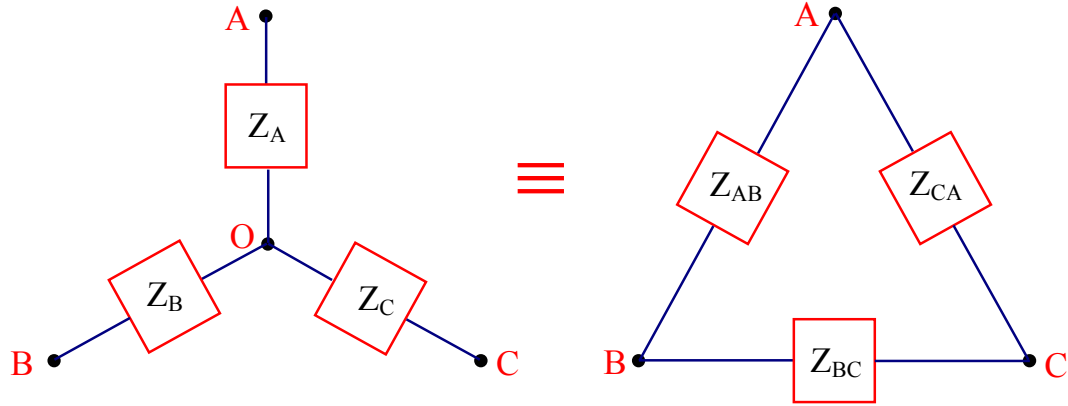
٤- ٢- ٣- ٢- تحويلات الدلتا -نجمة والنجمة -دلتا Star-Delta, Delta-Star Conversion

لو نظرنا إلى الشكل رقم (٤- ٢٣)، لوجدنا أن توصيل المعاوقات في الدائرة لا يتبع توصيلات التوالي ولا يتبع أيضاً توصيلات التوازي. وبالتالي فإن الحل عن طريق الاختزال يصبح غير ممكن. وتصبح طريقة الحل المتاحة هي طريقة قوانين كيرشوف، التي كما رأينا تتطلب جهداً كبيراً الذي قد يتطلب وقتاً كبيراً وتطلب أيضاً حرصاً في الحل لأن مصادر الأخطاء هنا تكون كثيرة.



شكل (٤- ٢٣) دائرة كهربائية ذات توصيلات مركبة

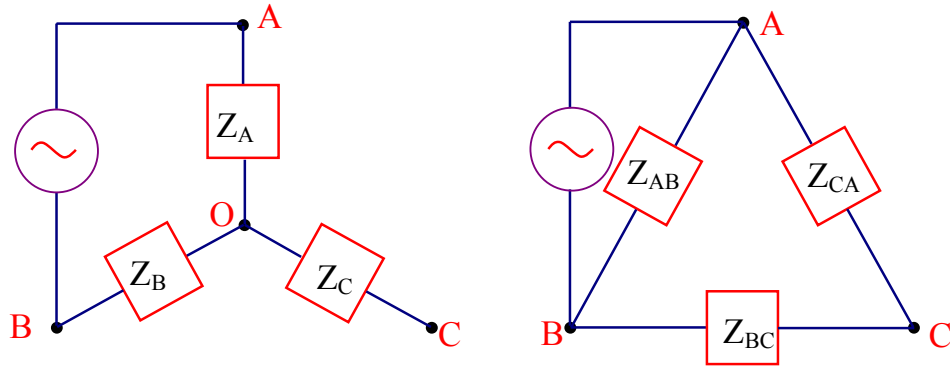
وتحويلات النجمة -دلتا والدلتا -نجمة هي إحدى الطرق أو النظريات التي تسهل الحل في مثل هذه الدوائر. ولشرح هذه الطريقة أو النظرية، نستعين بشكل رقم (٤- ٢٤) حيث أن النقاط الرئيسية A, B, C هي النقاط الرئيسية في الدائرة. وتسمى التوصيلة في الرسم الأيمن توصيلة الدلتا ويرمز لها بالرمز (Δ) في حين تسمى التوصيلة في الرسم الأيسر توصيلة النجمة ويرمز لها بالرمز (Y). ويمكن تحويل أي منهما إلى الأخرى.



شكل رقم (٤ - ٢٤) توصيلات الدلتا والنجمة

وفي بعض الدوائر الكهربائية نجد أن العائق الأكبر في حل الدائرة بطريقة الاختزال هو وجود توصيلة الدلتا أو وجود توصيلة النجمة ويمكن حل الدائرة بسهولة عن طريق الاختزال إذا تم تحويل التوصيلة الموجودة إلى التوصيلة الأخرى. وسوف نستعرض هنا كيفية تحويل كل منهما إلى الأخرى. تحويل النجمة إلى دلتا

بالرجوع إلى شكل رقم (٤ - ٢٥)، إذا تخيلنا وجود مصدر للجهد بين النقطتين A, B فتكون المعاوقة الكلية للتوصيلة ما بين النقطتين A, B بالنسبة للتوصيلة Δ متساوية مع المعاوقة الكلية للتوصيلة ما بين النقطتين A, B بالنسبة للتوصيلة Y. وعلى ذلك يمكن استنتاج ما يلي:



شكل رقم (٤ - ٢٥) المعاوقات متساوية بين النقطتين A, B

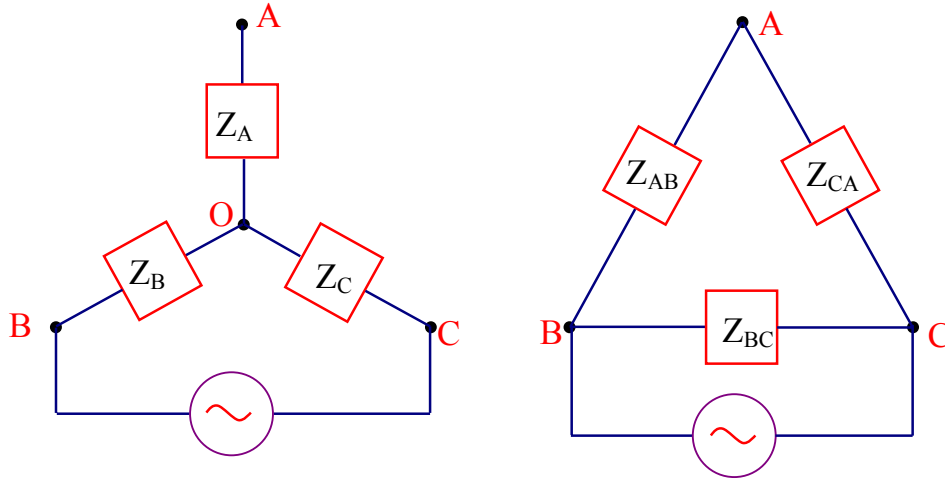
$$(\bar{Z}_A + \bar{Z}_B) = \left(\frac{\bar{Z}_{AB} \cdot (\bar{Z}_{BC} + \bar{Z}_{CA})}{\bar{Z}_{AB} + (\bar{Z}_{BC} + \bar{Z}_{CA})} \right) \quad (٣٤-٤)$$

$$(\bar{Z}_A + \bar{Z}_B) = \left(\frac{\bar{Z}_{AB} \cdot (\bar{Z}_{BC} + \bar{Z}_{CA})}{\bar{Z}_{AB} + (\bar{Z}_{BC} + \bar{Z}_{CA})} \right) = \left(\frac{\bar{Z}_{AB} \bar{Z}_{BC} + \bar{Z}_{AB} \bar{Z}_{CA}}{(\bar{Z}_{AB} + \bar{Z}_{BC} + \bar{Z}_{CA})} \right) \quad (٣٥-٤)$$

و بالرجوع إلى شكل رقم (٤- ٢٦)، نجد أنه بالمثل إذا تخيلنا وجود مصدر للجهد بين النقطتين B, C فتكون المعاوقة الكلية للتوصيلة ما بين النقطتين B, C بالنسبة للتوصيلة Δ متساوية مع المعاوقة الكلية للتوصيلة ما بين النقطتين B, C بالنسبة للتوصيلة Y. وعلى ذلك يمكن استنتاج ما يلي:

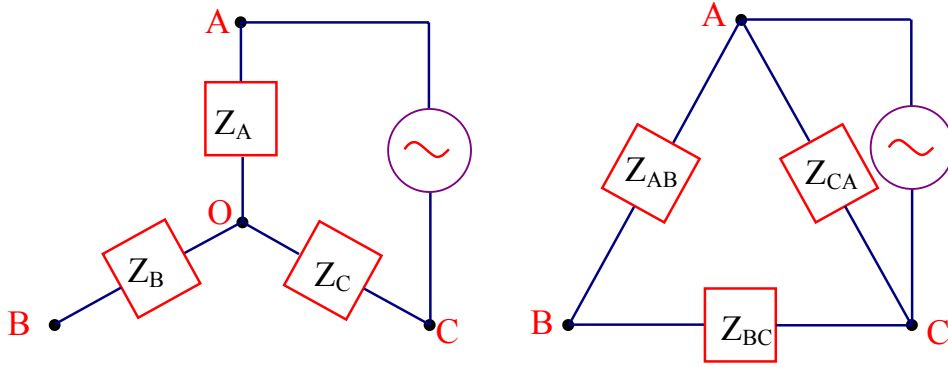
$$(\bar{Z}_B + \bar{Z}_C) = \left(\frac{\bar{Z}_{BC} \cdot (\bar{Z}_{AB} + \bar{Z}_{CA})}{\bar{Z}_{BC} + (\bar{Z}_{AB} + \bar{Z}_{CA})} \right) \quad (٣٦-٤)$$

$$(\bar{Z}_B + \bar{Z}_C) = \left(\frac{\bar{Z}_{BC} \cdot (\bar{Z}_{AB} + \bar{Z}_{CA})}{\bar{Z}_{BC} + (\bar{Z}_{AB} + \bar{Z}_{CA})} \right) = \frac{\bar{Z}_{BC} \bar{Z}_{AB} + \bar{Z}_{BC} \bar{Z}_{CA}}{(\bar{Z}_{AB} + \bar{Z}_{BC} + \bar{Z}_{CA})} \quad (٣٧-٤)$$



شكل رقم (٤- ٢٦) المعاوقات متساوية بين النقطتين B, C

و بالرجوع إلى شكل رقم (٤- ٢٧)، نجد أنه أيضاً بالمثل إذا تخيلنا وجود مصدر للجهد بين النقطتين A, C فتكون المعاوقة الكلية للتوصيلة ما بين النقطتين A, C بالنسبة للتوصيلة Δ متساوية مع المعاوقة الكلية للتوصيلة ما بين النقطتين A, C بالنسبة للتوصيلة Y. وعلى ذلك يمكن استنتاج ما يلي:



شكل رقم (٤-٢٧) المعاوقات متساوية بين النقطتين A, C

$$(\bar{Z}_C + \bar{Z}_A) = \left(\frac{\bar{Z}_{CA} \cdot (\bar{Z}_{AB} + \bar{Z}_{BC})}{\bar{Z}_{CA} + (\bar{Z}_{AB} + \bar{Z}_{BC})} \right) \quad (٤-٣٨)$$

$$(\bar{Z}_C + \bar{Z}_A) = \left(\frac{\bar{Z}_{CA} \bar{Z}_{AB} + \bar{Z}_{CA} \bar{Z}_{BC}}{\bar{Z}_{CA} + \bar{Z}_{AB} + \bar{Z}_{BC}} \right) \quad (٤-٣٩)$$

وهكذا من المعادلات رقم (٤-٣٥) و (٤-٣٧) و (٤-٣٩) يمكن استنتاج أن:

$$\bar{Z}_A = \left(\frac{\bar{Z}_{CA} \cdot \bar{Z}_{AB}}{\bar{Z}_{CA} + \bar{Z}_{AB} + \bar{Z}_{BC}} \right) \quad (٤-٤٠)$$

$$\bar{Z}_B = \left(\frac{\bar{Z}_{BC} \cdot \bar{Z}_{AB}}{\bar{Z}_{AB} + \bar{Z}_{BC} + \bar{Z}_{CA}} \right) \quad (٤-٤١)$$

$$\bar{Z}_C = \left(\frac{\bar{Z}_{CA} \cdot \bar{Z}_{AB}}{\bar{Z}_{CA} + \bar{Z}_{AB} + \bar{Z}_{BC}} \right) \quad (٤-٤٢)$$

ويمكن أيضاً استنتاج أن:

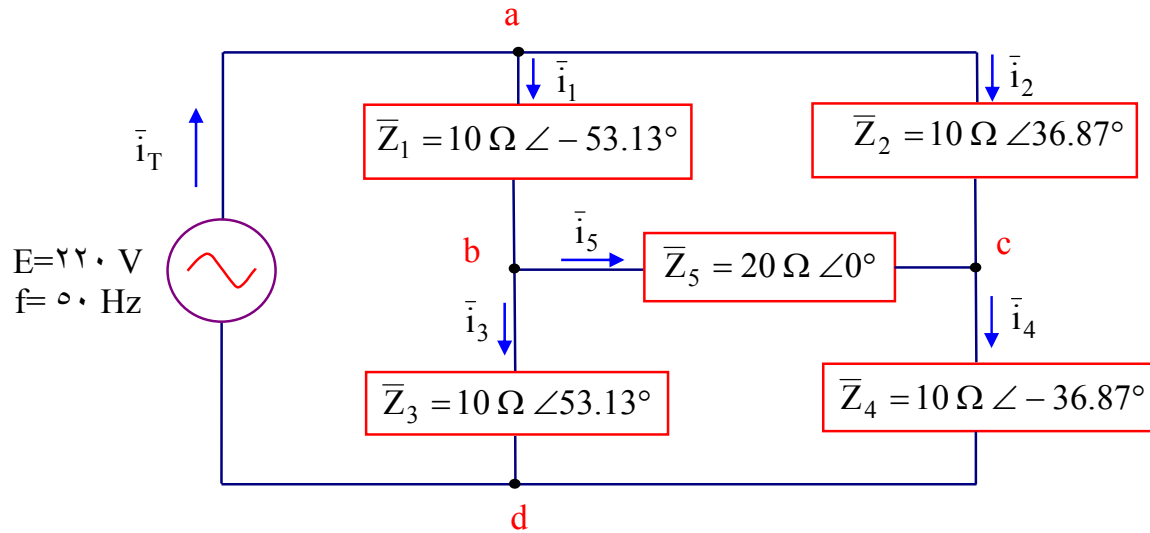
$$\bar{Z}_{AB} = \bar{Z}_A + \bar{Z}_B + \frac{\bar{Z}_A \cdot \bar{Z}_B}{\bar{Z}_C} \quad (٤-٤٣)$$

$$\bar{Z}_{BC} = \bar{Z}_B + \bar{Z}_C + \frac{\bar{Z}_B \cdot \bar{Z}_C}{\bar{Z}_A} \quad (٤-٤٤)$$

$$\bar{Z}_{CA} = \bar{Z}_C + \bar{Z}_A + \frac{\bar{Z}_C \cdot \bar{Z}_A}{\bar{Z}_B} \quad (٤٥-٤)$$

مثال رقم (٤- ١٢)

للدائرة الكهربائية المبينة بشكل رقم (٤- ٢٨)، احسب التيار المسحوب من المصدر باستخدام تحويلات (Δ-Y) أو تحويلات (Y-Δ).



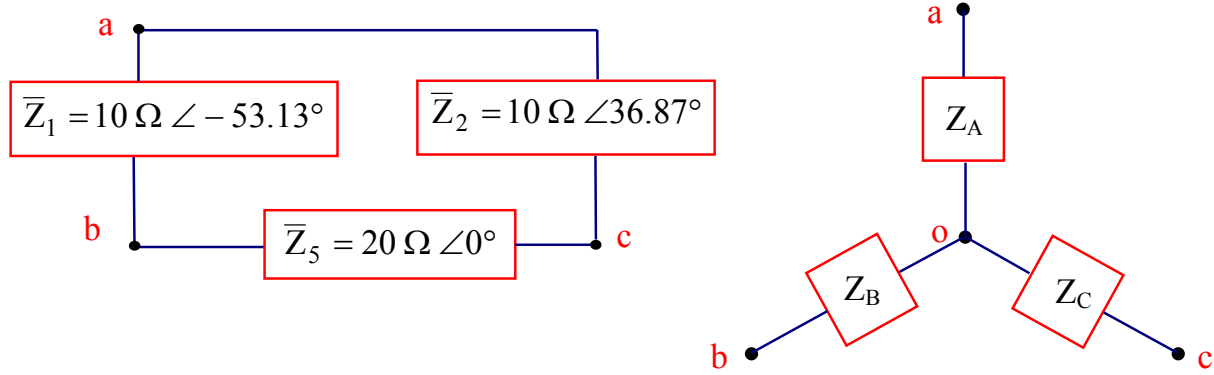
شكل رقم (٤- ٢٨) الدائرة الكهربائية للمثال رقم (٤- ١٢)

الحل

نلاحظ أن التوصيلات في الدائرة ليست على التوالي ولا على التوازي ونلاحظ أيضاً أن بين الثلاث نقاط a, b, c توجد توصيلة على شكل Δ، وأيضاً بين النقاط b, c, d توجد توصيلة أخرى على شكل Δ، كما توجد بين الثلاث نقاط a, c, d توصيلة على شكل Y مركزها نقطة b، كما توجد بين الثلاث نقاط a, b, d توصيلة على شكل Y مركزها نقطة c. والفكرة الآن هي تحويل أي توصيلة من التوصيلات المذكورة بالتوصيلة الأخرى المكافئة لها. وسنأخذ كمثال التوصيلة التي على هيئة Δ الموجودة بين النقاط a, b, c ونحولها إلى توصيلة Y المكافئة.

ولحساب معاوقات توصيلة النجمة المكافئة، نستخدم المعادلات من رقم (٤- ٤٠) إلى رقم (٤- ٤٢)، كالآتي:

$$\bar{Z}_A = \left(\frac{\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_5} \right) = \left(\frac{(10 \Omega \angle -53.13^\circ) \cdot (10 \Omega \angle 36.87^\circ)}{10 \Omega \angle -53.13^\circ + 10 \Omega \angle 36.87^\circ + 20 \Omega \angle 0^\circ} \right)$$



شكل رقم (٤- ٢٩)

$$\bar{Z}_A = \left(\frac{(100 \Omega^2 \angle -16.26^\circ)}{(6 - j8)\Omega + (8 + j6)\Omega + (20 + j0)\Omega} \right) = \frac{(100 \Omega^2 \angle -16.26^\circ)}{(34 - j2)\Omega}$$

$$\bar{Z}_A = \frac{(100 \Omega^2 \angle -16.26^\circ)}{(34 \Omega \angle -3.4^\circ)} = 2.94 \Omega \angle -12.86^\circ$$

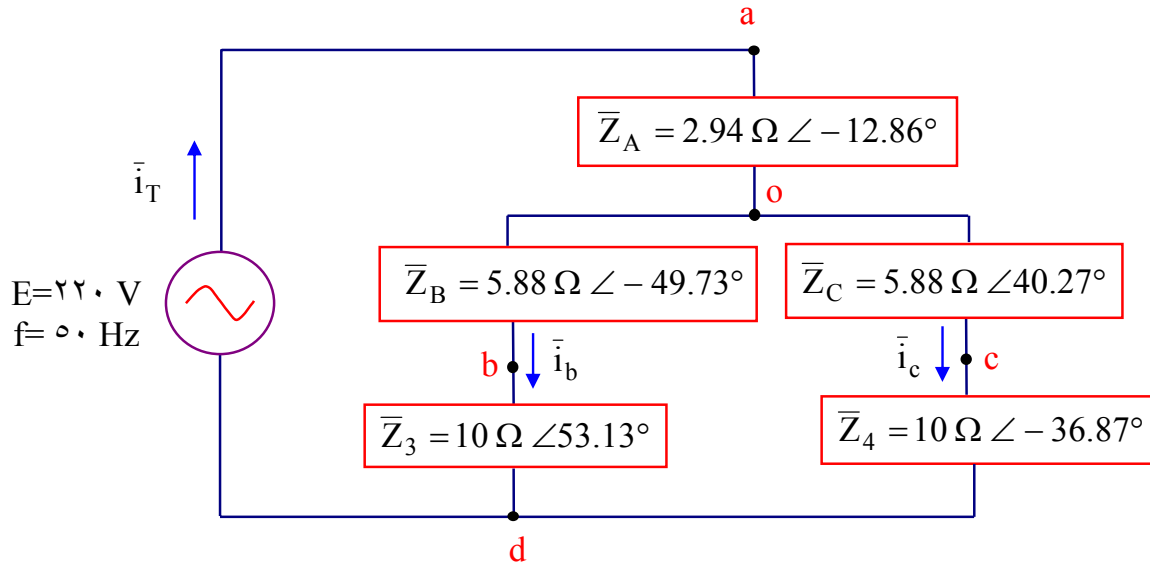
$$\bar{Z}_B = \left(\frac{\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_5}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_5} \right) = \frac{(10 \Omega \angle -53.13^\circ) \cdot (20 \Omega \angle 0^\circ)}{(34 \Omega \angle -3.4^\circ)}$$

$$\bar{Z}_B = \frac{(200 \Omega^2 \angle -53.13^\circ)}{(34 \Omega \angle -3.4^\circ)} = 5.88 \Omega \angle -49.73^\circ$$

$$\bar{Z}_C = \left(\frac{\bar{Z}_2 \cdot \bar{Z}_5}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_5} \right) = \frac{(10 \Omega \angle 36.87^\circ) \cdot (20 \Omega \angle 0^\circ)}{(34 \Omega \angle -3.4^\circ)}$$

$$\bar{Z}_C = \frac{200 \Omega \angle 36.87^\circ}{34 \Omega \angle -3.4^\circ} = 5.88 \Omega \angle 40.27^\circ$$

وهكذا يمكننا إعادة رسم الدائرة باستبدال التوصيلة الدلتا المختارة بالتوصيلة النجمة المكافئة لها
كما هو موضح بشكل رقم (٤- ٣٠).



شكل رقم (٤ - ٣٠)

ويلاحظ من شكل رقم (٤ - ٣٠) أن المعاوقتين Z_B , Z_C موصلتان على التوالي مكونتان مجموعة أولى، وكذلك المعاوقتان Z_C , Z_4 موصلتان على التوالي مكونتان مجموعة ثانية، والمجموعتان موصلتان على التوازي مكونتان مجموعة ثالثة موصلة على التوالي مع المعاوقة Z_A . ولكي نستطيع حساب التيار المسحوب من المصدر لابد من حساب المعاوقة المكافئة للدائرة Z_{eq} ، كما يلي:

$$\bar{Z}_{eq} = \left(\frac{(\bar{Z}_3 + \bar{Z}_B) \cdot (\bar{Z}_4 + \bar{Z}_C)}{(\bar{Z}_3 + \bar{Z}_B) + (\bar{Z}_4 + \bar{Z}_C)} \right) + \bar{Z}_A$$

$$(\bar{Z}_3 + \bar{Z}_B) = ((10 \Omega \angle 53.13^\circ) + (5.88 \Omega \angle -49.73^\circ)) = (6 + j8) + (3.8 - j4.5)$$

$$(\bar{Z}_3 + \bar{Z}_B) = 9.8 + j3.5 = 10.41 \Omega \angle 19.65^\circ$$

$$(\bar{Z}_4 + \bar{Z}_C) = ((10 \Omega \angle -36.87^\circ) + (5.88 \Omega \angle 40.27^\circ)) = (8 - j6) + (4.5 + j3.8)$$

$$(\bar{Z}_4 + \bar{Z}_C) = 12.5 - j2.2 = 12.7 \Omega \angle -10^\circ$$

$$(\bar{Z}_3 + \bar{Z}_B) + (\bar{Z}_4 + \bar{Z}_C) = (9.8 + j3.5) + (12.5 - j2.2)$$

$$(\bar{Z}_3 + \bar{Z}_B) + (\bar{Z}_4 + \bar{Z}_C) = 22.3 + j1.3 = 22.34 \Omega \angle 3.34^\circ$$

$$\bar{Z}_{eq} = \left(\frac{(10.41 \Omega \angle 19.65^\circ) \cdot (12.7 \Omega \angle -10^\circ)}{(22.34 \Omega \angle 3.34^\circ)} \right) + (2.94 \Omega \angle -12.86^\circ)$$

$$\bar{Z}_{eq} = (5.92 \Omega \angle 6.31^\circ) + (2.94 \Omega \angle -12.86^\circ)$$

$$\bar{Z}_{eq} = (5.88 + j0.65) \Omega + (2.87 - j0.65) \Omega = (8.75 + j0) \Omega = 8.75 \Omega \angle 0^\circ$$

ويلاحظ في قيمة المعاوقة المكافئة Z_{eq} ، اختفاء الجزء التخيلي بما يعني أنها تكافئ مقاومة أومية خالصة. ولحساب قيمة التيار المسحوب من المصدر نطبق قانون أوم في صورته الاتجاهية كالآتي:

$$\bar{I}_T = \frac{220 \text{ V} \angle 0^\circ}{8.75 \Omega \angle 0^\circ} = 25.1 \text{ A} \angle 0^\circ$$

مثال رقم (٤ - ١٣)

في المثال السابق رقم (٤ - ١٢)، احسب التيار $\bar{I}_5$ باستخدام تحويلات $(\Delta-Y)$ أو تحويلات $(Y-\Delta)$.

الحل

بالرجوع إلى شكل (٤ - ٢٨)، لحساب قيمة التيار $\bar{I}_5$ يتم حساب فرق الجهد بين النقطتين b, c ثم بقسمة فرق الجهد المحسوب V_{bc} على المعاوقة $\bar{Z}_5$ نحصل على التيار المطلوب $\bar{I}_5$.

ونرجع إلى شكل رقم (٤ - ٣٠) لحساب فرق الجهد V_{bc} بين النقطتين b, c نطبق قانون كيرشوف للجهود في الدائرة obc كما في شكل رقم (٤ - ٣١) كالآتي:

$$\bar{V}_{ob} + \bar{V}_{bc} + \bar{V}_{co} = 0$$

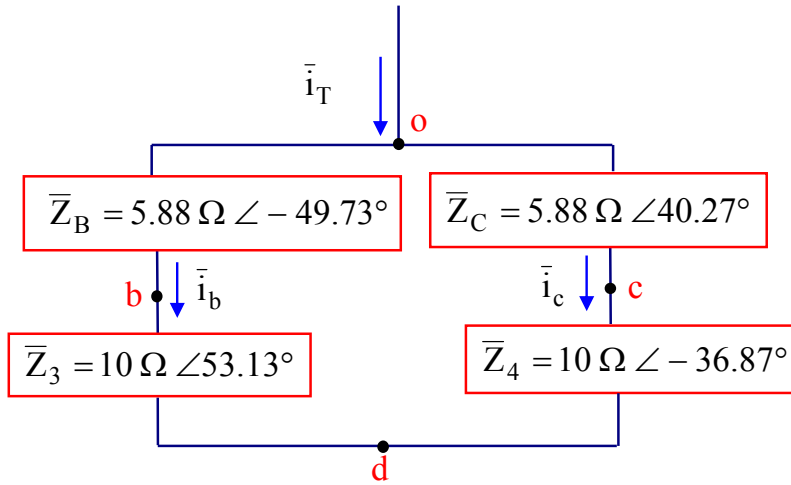
وبالدوران في اتجاه دوري واحد obc نجد أن اتجاه التيار بين النقطتين o, b في اتجاه معاكس للتيار ما بين النقطتين o, c، إذن الجهد V_{ob} ، والجهد V_{co} في اتجاهين متضادين، وبافتراض الجهد V_{bc} في اتجاه أحدهما وليكن في اتجاه الجهد V_{ob} ، إذن يمكن إعادة كتابة المعادلة كالآتي:

$$\bar{V}_{bc} - \bar{V}_{co} + \bar{V}_{ob} = 0$$

أو كتابتها على الصورة الآتية:

$$\bar{V}_{bc} = \bar{V}_{co} - \bar{V}_{ob}$$

$$\bar{V}_{bc} = \bar{I}_c \cdot \bar{Z}_C - \bar{I}_b \cdot \bar{Z}_B$$



شكل رقم (٤ - ٣١)

وبالتالي لابد أولاً من حساب قيم التيارات $\bar{I}_b$ ، $\bar{I}_c$ ، وذلك عن طريق قانون تقسيم التيار كالاتي:

$$\bar{I}_b = \bar{I}_T \cdot \left(\frac{(\bar{Z}_C + \bar{Z}_4)}{(\bar{Z}_C + \bar{Z}_4) + (\bar{Z}_B + \bar{Z}_3)} \right)$$

$$\bar{I}_b = (25.14 \text{ A } \angle 0^\circ) \cdot \left(\frac{(12.7 \Omega \angle -10^\circ)}{(22.34 \Omega \angle 3.34^\circ)} \right) = 14.29 \text{ A } \angle -13.34^\circ$$

وبالمثل:

$$\bar{I}_c = \bar{I}_T \cdot \left(\frac{(\bar{Z}_B + \bar{Z}_3)}{(\bar{Z}_C + \bar{Z}_4) + (\bar{Z}_B + \bar{Z}_3)} \right)$$

$$\bar{I}_c = (25.14 \text{ A } \angle 0^\circ) \cdot \left(\frac{(10.41 \Omega \angle 19.65^\circ)}{(22.34 \Omega \angle 3.34^\circ)} \right) = 11.72 \text{ A } \angle 16.31^\circ$$

ثم نحسب قيمة فرق الجهد $\bar{V}_{bc}$ كالاتي:

$$\bar{V}_{bc} = \bar{I}_c \cdot \bar{Z}_C - \bar{I}_b \cdot \bar{Z}_B$$

$$\bar{V}_{bc} = (11.72 \text{ A } \angle 16.31^\circ) \cdot (5.88 \Omega \angle 40.27^\circ) - (14.29 \text{ A } \angle -13.34^\circ) \cdot (5.88 \Omega \angle -49.73^\circ)$$

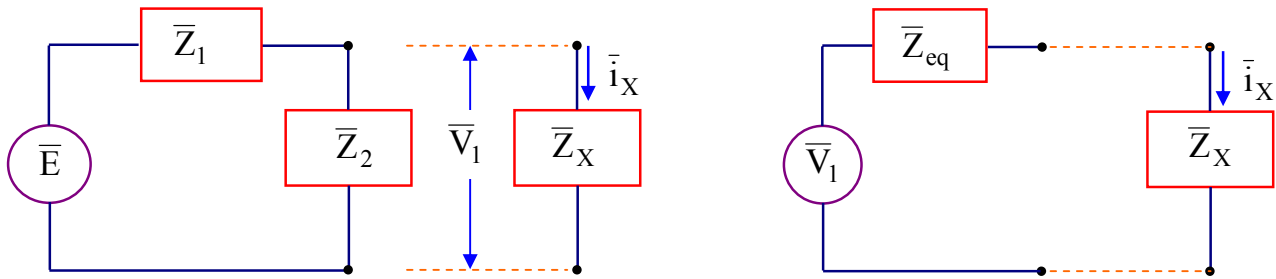
$$\bar{V}_{bc} = (68.91 \text{ V } \angle 56.58^\circ) - (84.03 \text{ V } \angle -63.1^\circ)$$

$$\bar{V}_{bc} = (38 + j57.5) - V(38 - j75) \text{ V} = 0 + j132.5 \text{ V} = 132.5 \text{ V } \angle 90^\circ$$

$$\bar{i}_5 = \frac{\bar{V}_{bc}}{\bar{Z}_5} = \frac{132.5 \text{ V } \angle 90^\circ}{20 \Omega \angle 0^\circ} = 6.63 \text{ A } \angle 90^\circ$$

٤- ٢- ٣- نظرية ثفنن Thevenin's Theorem

تهدف نظرية ثفنن إلى إيجاد التيار في أحد أفرع الدائرة الكهربائية بطريقة مبسطة ومختصرة. وتعتمد هذه الطريقة على أنه في حالة إضافة فرع جديد $\bar{Z}_X$ للدائرة الكهربائية المبسطة (كما في شكل رقم (٤- ٣٢))، يمكن حساب التيار المار في هذا الفرع الجديد $\bar{i}_X$ باعتبار أن تأثير الدائرة الأصلية على الفرع الجديد هو الجهد الكهربائي $\bar{V}_1$ ومعاوقة مكافئة للدائرة الأصلية $\bar{Z}_{eq}$ تحسب من منظور الفرع الجديد للدائرة الأصلية (باعتبار معاوقة مصدر الجهد تساوي صفراً).



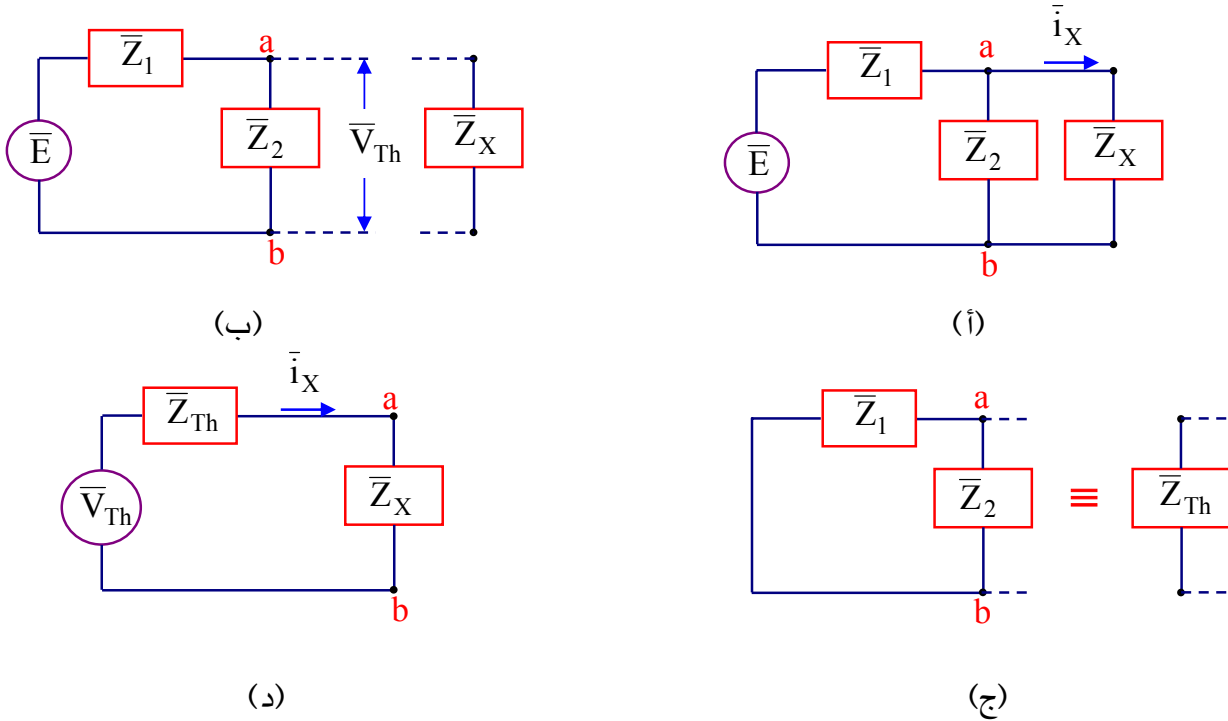
شكل رقم (٤- ٣٢)

وهكذا تعتمد نظرية ثفنن لحساب التيار الكهربائي في أحد أفرع الدائرة الكهربائية على الطريقة العكسية لما سبق شرحه. حيث تتم الخطوات التالية:

- يتم نزع الفرع المطلوب إيجاد التيار فيه من الدائرة الكهربائية الكاملة الموجودة في شكل رقم (٤- ٣٣- أ)، واعتبار الدائرة الكهربائية بدون هذا الفرع هي الدائرة الأصلية كما هو مبين في شكل رقم (٤- ٣٣- ب).
- على الوضع الجديد يتم حساب فرق الجهد في الدائرة الكهربائية ما بين النقطتين اللتين تمثلان طرفي الفرع المنزوع (a, b) ويسمى هذا الجهد $\bar{V}_{Th}$ كما هو مبين في شكل رقم (٤- ٣٣- ب).
- على هذا الوضع أيضاً يتم نزع مصدر الجهد من الدائرة وعمل دائرة قصر بين أطرافها (مكان مصدر الجهد المنزوع) كما هو مبين في شكل رقم (٤- ٣٣- ج)،

- يتم حساب المعاوقة المكافئة للدائرة ما بين طرفي الفرع المنزوع (a, b) وتسمى المعاوقة المكافئة $\bar{Z}_{Th}$.
- يتم حساب التيار المطلوب $\bar{I}_X$ من الدائرة المبينة في شكل رقم (٤- ٣٣- د)، باعتبار الدائرة مكونة من الفرع المنزوع $\bar{Z}_X$ على التوالي مع مصدر الجهد $\bar{V}_{Th}$ والمعاوقة $\bar{Z}_{Th}$ بتطبيق قانون أوم كما يلي:

$$\bar{I}_X = \frac{\bar{V}_{Th}}{(\bar{Z}_{Th} + \bar{Z}_X)} \quad (٤-٤٦)$$



شكل رقم (٤- ٣٣)

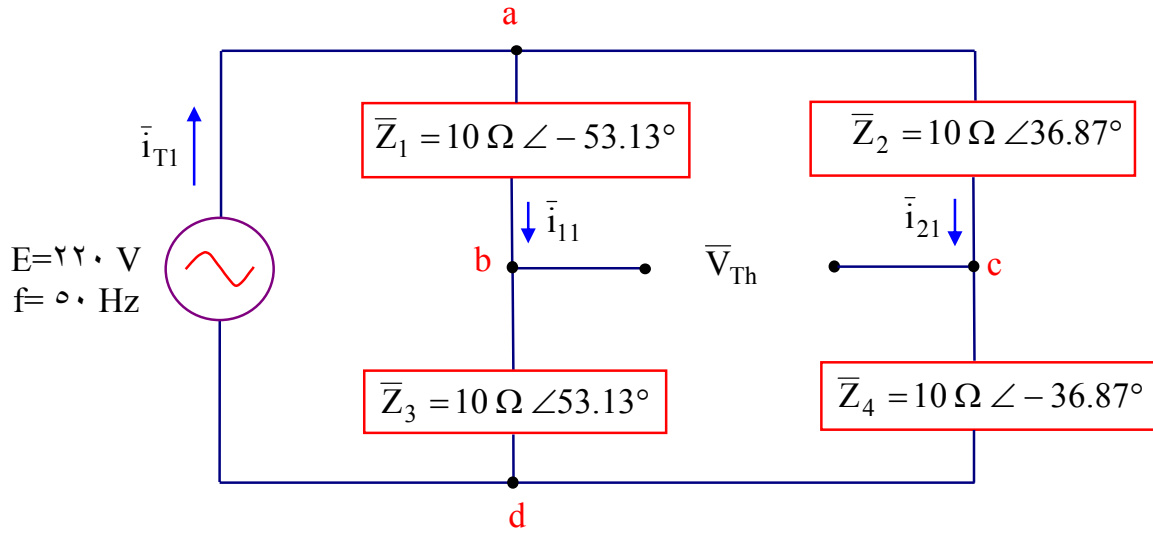
مثال رقم (٤- ١٤)

في مثال رقم (٤- ١٢) احسب قيمة التيار $\bar{I}_5$ باستخدام نظرية ثفنن.

الحل

بالرجوع إلى شكل رقم (٤- ٢٨)، نجد أنه يمكن تطبيق نظرية ثفنن للحصول على التيار $\bar{I}_5$ كما يلي:

- أولاً: يتم نزع المعاوقة $\bar{I}_5$ وهي تمثل الفرع المطلوب إيجاد التيار فيه، فتصبح الدائرة كما هي مبينة في شكل رقم (٤-٣٤).



شكل رقم (٤-٣٤)

- ثانياً: يتم حساب الجهد $\bar{V}_{Th}$ كما هو مبين من شكل رقم (٤-٣٤)، بتطبيق قانون كيرشوف للجهود كما يلي:

$$\bar{V}_{ab} + \bar{V}_{Th} + \bar{V}_{ca} = 0$$

$$\bar{V}_{ab} = \bar{i}_{11} \cdot \bar{Z}_1$$

$$\bar{V}_{ca} = -\bar{i}_{21} \cdot \bar{Z}_2$$

$$\bar{V}_{Th} + \bar{i}_{11} \cdot \bar{Z}_1 - \bar{i}_{21} \cdot \bar{Z}_2 = 0$$

$$\bar{V}_{Th} = \bar{i}_{21} \cdot \bar{Z}_2 - \bar{i}_{11} \cdot \bar{Z}_1$$

ولهذا يجب أولاً حساب التيارين $\bar{i}_{11}$ ، $\bar{i}_{21}$ كما يلي:

$$\bar{i}_{11} = \frac{\bar{E}}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_3)} = \frac{220 \text{ V } \angle 0^\circ}{(10 \Omega \angle -53.13^\circ) + (10 \Omega \angle 53.13^\circ)}$$

$$\bar{i}_{11} = \frac{220 \text{ V } \angle 0^\circ}{(6 - j8)\Omega + (6 + j8)\Omega} = \frac{220 \text{ V } \angle 0^\circ}{(12 + j0)\Omega} = \frac{220 \text{ V } \angle 0^\circ}{12 \Omega \angle 0^\circ} = 18.33 \text{ A } \angle 0^\circ$$

$$\bar{i}_{21} = \frac{\bar{E}}{(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_4)} = \frac{220 \text{ V } \angle 0^\circ}{(10 \Omega \angle 36.87^\circ) + (10 \Omega \angle -36.87^\circ)}$$

$$\bar{i}_{21} = \frac{220 \text{ V } \angle 0^\circ}{(8 + j6)\Omega + (8 - j6)\Omega} = \frac{220 \text{ V } \angle 0^\circ}{(16 + j0)\Omega} = \frac{220 \text{ V } \angle 0^\circ}{16 \Omega \angle 0^\circ} = 13.75 \text{ A } \angle 0^\circ$$

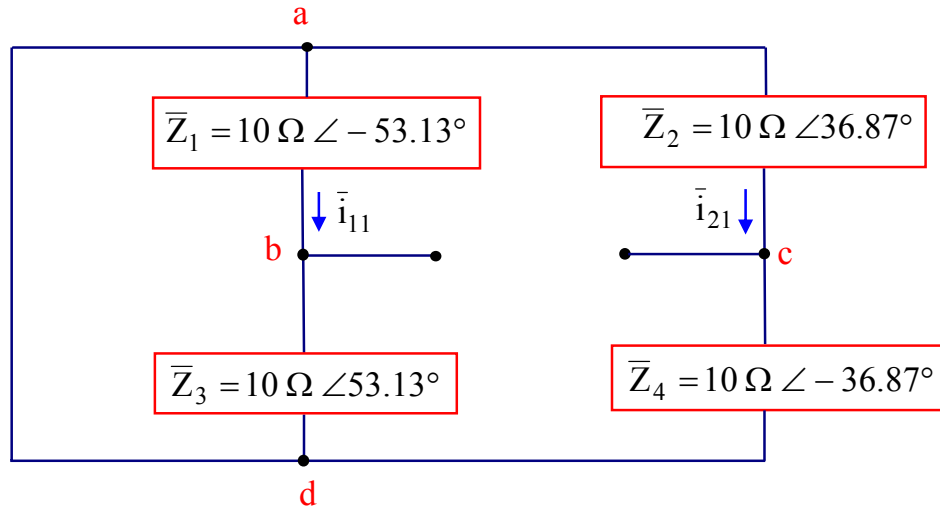
$$\bar{V}_{Th} = (13.75 \text{ A } \angle 0^\circ) \cdot (10 \Omega \angle 36.87^\circ) - (18.33 \text{ A } \angle 0^\circ) \cdot (10 \Omega \angle -53.13^\circ)$$

$$\bar{V}_{Th} = (137.5 \text{ V } \angle 36.87^\circ) - (183.3 \text{ V } \angle -53.13^\circ)$$

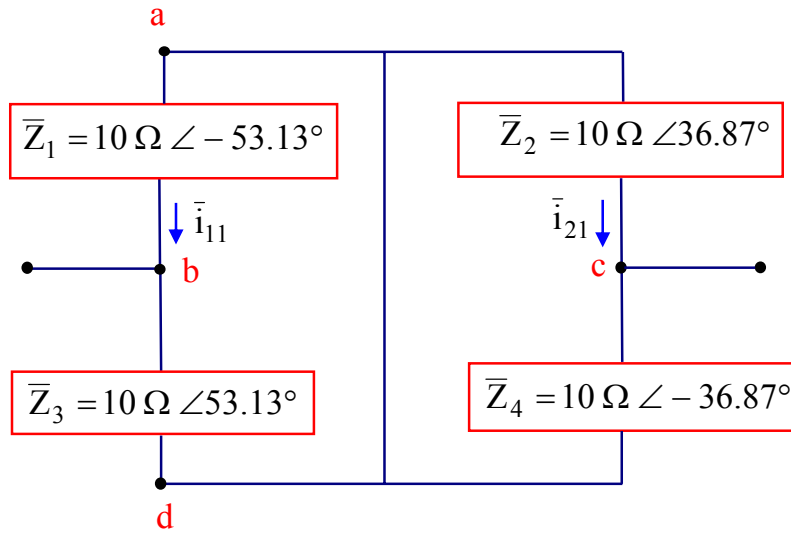
$$\bar{V}_{Th} = (110 + j82.5) \text{ V} - (110 - j146.64) \text{ V}$$

$$\bar{V}_{Th} = (0 + j229.14) \text{ V} = 229.14 \text{ V } \angle 90^\circ$$

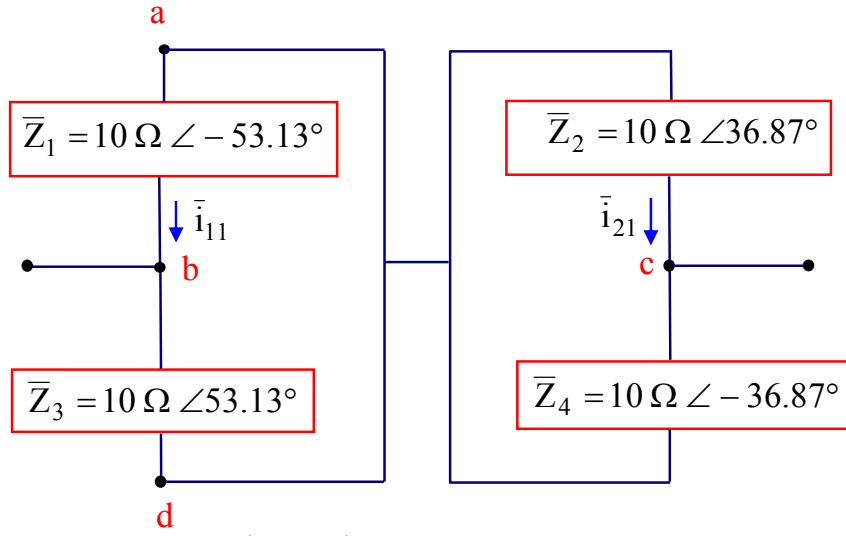
- لحساب المعاوقة المكافئة $\bar{Z}_{Th}$ نقوم بنزع مصدر الجهد من الدائرة وعمل دائرة قصر بين أطرافها (مكان مصدر الجهد المنزوع) ثم نحسب المعاوقة المكافئة للدائرة بين الطرفين c, b، كما هو مبين بالشكل رقم (٤ - ٣٥). وشكل رقم (٤ - ٣٦) وشكل رقم (٤ - ٣٧) يوضحان تبسيط هذه الدائرة حيث قصر الدائرة بين النقطتين d, a يؤدي إلى أن المعاوقتان $\bar{Z}_1$, $\bar{Z}_3$ موصلتان على التوازي ويكونان مجموعة أولى، كذلك المعاوقتين $\bar{Z}_2$, $\bar{Z}_4$ موصلتان على التوازي ويكونان مجموعة ثانية، والمجموعتان الأولى والثانية موصلتان على التوازي.



شكل رقم (٤- ٣٥)



شكل رقم (٤- ٣٦)



شكل رقم (٤- ٣٧)

إذن يمكن حساب المعاوقة المكافئة $\bar{Z}_{Th}$ كما يلي:

$$\bar{Z}_{Th} = \left(\frac{\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_3}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_3} \right) + \left(\frac{\bar{Z}_2 \cdot \bar{Z}_4}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_4} \right) =$$

$$\bar{Z}_{Th} = \left(\frac{(10 \Omega \angle -53.13^\circ) \cdot (10 \angle 53.13^\circ)}{(10 \Omega \angle -53.13^\circ) + (10 \angle 53.13^\circ)} \right) + \left(\frac{(10 \Omega \angle 36.87^\circ) \cdot (10 \angle -36.87^\circ)}{(10 \Omega \angle 36.87^\circ) + (10 \angle -36.87^\circ)} \right)$$

$$\bar{Z}_{Th} = \left(\frac{100 \Omega^2 \angle 0^\circ}{(6 - j8) \Omega + (6 + j8) \Omega} \right) + \left(\frac{100 \Omega^2 \angle 0^\circ}{(8 + j6) \Omega + (8 - j6) \Omega} \right)$$

$$\bar{Z}_{Th} = \left(\frac{100 \Omega^2 \angle 0^\circ}{(12 - j0) \Omega} \right) + \left(\frac{100 \Omega^2 \angle 0^\circ}{(16 + j0) \Omega} \right) = \left(\frac{100 \Omega^2 \angle 0^\circ}{(12 \Omega \angle 0^\circ)} \right) + \left(\frac{100 \Omega^2 \angle 0^\circ}{(16 \Omega \angle 0^\circ)} \right)$$

$$\bar{Z}_{Th} = (8.33 \Omega \angle 0^\circ) \Omega + (6.25 \Omega \angle 0^\circ) \Omega$$

$$\bar{Z}_{Th} = (8.33 + j0) \Omega + (6.25 + j0) \Omega = 14.583 \Omega \angle 0^\circ$$

• يمكن الآن حساب قيمة التيار $\bar{I}_5$ كالآتي:

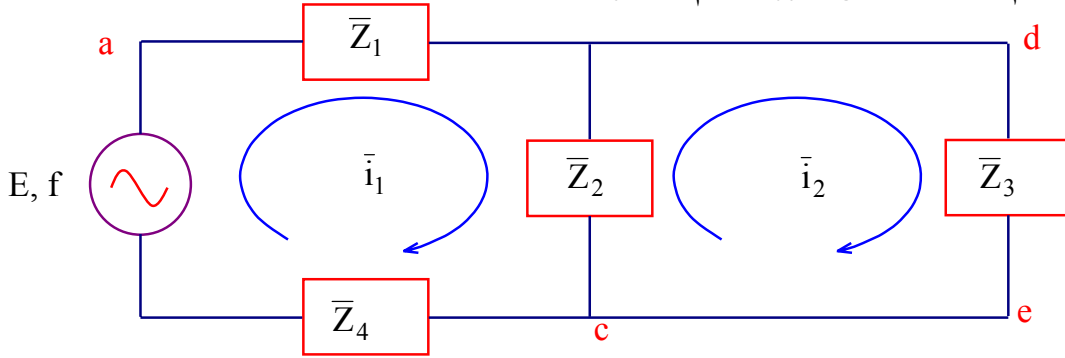
$$\bar{I}_5 = \frac{\bar{V}_{Th}}{\bar{Z}_{Th} + \bar{Z}_5} = \frac{229.14 \text{ V} \angle 90^\circ}{(14.583 \Omega \angle 0^\circ) + (20 \Omega \angle 0^\circ)} = \frac{229.14 \text{ V} \angle 90^\circ}{(14.583 + j0) \Omega + (20 + j0) \Omega}$$

$$\bar{i}_5 = \frac{229.14 \text{ V } \angle 90^\circ}{(34.583 + j0)\Omega} = \frac{229.14 \text{ V } \angle 90^\circ}{34.583 \Omega \angle 0^\circ} = 6.63 \text{ A } \angle 90^\circ$$

ونلاحظ أن قيمة التيار $\bar{i}_5$ المحسوبة بطريقة ثفنن هي نفس قيمتها المحسوبة عن طريق التحويلات $(\Delta-Y)$ أو تحويلات $(Y-\Delta)$ في المثال السابق.

٤- ٣- ٢- طريقة الحلقة المغلقة (طريقة ماكسويل) Closed Loop (Mesh) method

تعتمد طريقة الحلقة المغلقة على قانونا كيرشوف للتيارات وللجهود، حيث أقترح ماكسويل هذه الطريقة بترتيب قانونا كيرشوف في نظام معادلات خطية على طريقة المصفوفات. حيث اقترح ماكسويل تياراً دواراً لكل دائرة كهربائية مغلقة، وبتطبيق قوانين كيرشوف يمكن تنظيم المعادلات على صورة نظام مصفوفات.



شكل (٤- ٣٨)

من شكل رقم (٤- ٣٨) يمكن اعتبار التيار الدوار $\bar{i}_1$ هو التيار الخاص بالدائرة المغلقة abc (أو الدائرة رقم ١) وكذلك يمكن اعتبار التيار $\bar{i}_2$ هو التيار الخاص بالدائرة المغلقة bdec (أو الدائرة رقم ٢). ويكون بالتالي التيار المار في كل من المعاوقات $\bar{Z}_1, \bar{Z}_4$ هو التيار $\bar{i}_1$ والتيار المار في المعاوقة $\bar{Z}_3$ هو التيار $\bar{i}_2$ أما المعاوقة $\bar{Z}_2$ فيمر فيها التيار $\bar{i}_1 - \bar{i}_2$ ويمكن بالتالي كتابة قوانين كيرشوف كالتالي:

- بالنسبة للدائرة abc (أو الدائرة رقم ١):

$$\bar{E} = \bar{i}_1 \cdot (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_4) + (\bar{i}_1 - \bar{i}_2) \cdot \bar{Z}_2 \quad (٤٧-٤)$$

$$\bar{E} = \bar{i}_1 \cdot (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_4 + \bar{Z}_2) - \bar{i}_2 \cdot \bar{Z}_2 \quad (٤٨-٤)$$

- بالنسبة للدائرة bdec (أو الدائرة رقم ٢):

$$0 = \bar{i}_2 \cdot \bar{Z}_3 - (\bar{i}_1 - \bar{i}_2) \cdot \bar{Z}_2 \quad (٤٩-٤)$$

$$0 = -\bar{i}_1 \cdot \bar{Z}_2 + \bar{i}_2 \cdot (\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3) \quad (٥٠-٤)$$

• ويمكن ترتيب المعادلات على صورة نظام معادلات خطية من الدرجة الأولى كالتالي:

$$\begin{bmatrix} (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_4 + \bar{Z}_2) & -\bar{Z}_2 \\ -\bar{Z}_2 & (\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_1 \\ \bar{i}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{E} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (٥١-٤)$$

ويلاحظ في هذا النظام ما يلي:

١. يمكن التعبير عن هذا النظام بأنه نظام المعادلات الخطية لقانون أوم لدوائر التيار المتردد على الصورة $[\bar{V}][\bar{Z}] = [\bar{E}]$ حيث تسمى $[\bar{Z}]$ بمصفوفة المعاوقات ويسمى $[\bar{i}]$ بمتجه التيارات ويسمى $[\bar{V}]$ بمتجه الجهود.
٢. يكون متجه التيارات $[\bar{i}]$ في الغالب هو المجهول وهو يمثل التيارات الدوارة في الدائرة الكهربائية المكونة من مجموعة k من الدوائر الكهربائية المغلقة.
٣. يمكن بناء مصفوفة المعاوقات بداية من القطر حيث تكون هذه المصفوفة مربعة ومتماثلة $(k \times k)$ وتكون مكونات القطر فقط موجبة أما باقي المكونات تكون سالبة. وتكون مفردات مكونات القطر وهي $\bar{Z}_{11}$ و $\bar{Z}_{22}$ ، ... حتى $\bar{Z}_{kk}$ هي مجموع معاوقات الدائرة المغلقة رقم ١ و ٢ حتى رقم k، ويمكن التعبير عن ذلك رياضياً لشكل رقم (٤- ٣٨) كما يلي:

$$\bar{Z}_{11} = (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_4 + \bar{Z}_2) \quad (٥٢-٤)$$

$$\bar{Z}_{22} = (\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3) \quad (٥٣-٤)$$

حيث $k = ٢$ في هذه الحالة.

أما المكونات التي هي خارج القطر فتكون سالبة وهي على الصورة العامة $\bar{Z}_{mn}$ حيث هي المعاوقة المشتركة بين الدائرة رقم m والدائرة رقم n، ويلاحظ أن $\bar{Z}_{nm} = \bar{Z}_{mn}$ حيث أن المعاوقة المشتركة بين الدائرة رقم n والدائرة رقم m هي نفسها المعاوقة المشتركة بين الدائرة رقم m والدائرة رقم n.

٤. يمكن بناء متجه الجهود $[\bar{V}]$ بأنه مجموعة من مفردات الجهود $\bar{V}_x = \bar{V}_1, \bar{V}_2, \dots, \bar{V}_k$ حيث يمثل $\bar{V}_x$ مجموع مصادر الجهد في الدائرة رقم x، حيث: $\bar{V}_1$ هو مجموع مصادر الجهد في الدائرة المغلقة رقم ١، و $\bar{V}_2$ هو مجموع مصادر الجهد في الدائرة المغلقة رقم ٢ و

$\bar{V}_k$ هو مجموع مصادر الجهد في الدائرة المغلقة رقم k . ويكون الاتجاه الموجب للجهد $\bar{V}_x$ هو اتجاه سريان التيار $\bar{I}_x$.

٥. ويكون حل هذا النظام الخطي للمعادلات بالطرق القياسية المعروفة في رياضيات المصفوفات، حيث يكون الحل العام على الصورة: $[\bar{I}] = [\bar{Z}]^{-1} [\bar{V}]$ ، وهناك العديد من طرق حل هذا النظام الخطي لمعادلات الدرجة الأولى التي تعتمد في مجملها على كيفية إيجاد معكوس المصفوفة $[\bar{Z}]$ على صورة $[\bar{Z}]^{-1}$. وسوف نوجز هنا إحدى الطرق التي تعتمد على المحددات في حل هذا النظام. وفي هذه الطريقة يتم الآتي:

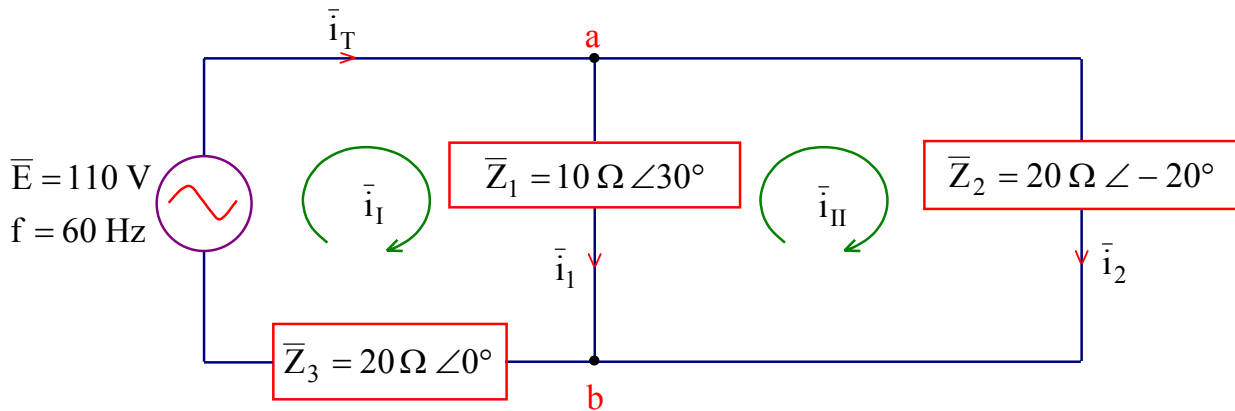
- حساب المحددة الرئيسية للمصفوفة $[\bar{Z}]$ على شكل $|\bar{Z}|$
- حساب المحددة رقم X للمصفوفة $[\bar{Z}]$ على صورة $|\bar{Z}|_X$ وذلك بحساب محددة المصفوفة بعد استبدال العمود رقم X للمصفوفة بمتجه الجهود $[\bar{V}]$.
- حساب التيار رقم X كالتالي:

$$\bar{I}_X = \frac{|\bar{Z}|_X}{|\bar{Z}|} \quad (٥٤-٤)$$

- حساب التيارات الخاصة بكل جزء من أجزاء الدائرة مع الأخذ في الاعتبار أجزاء الدائرة التي يسري فيها أكثر من تيار باعتبار محصلة هذه التيارات.

مثال رقم (٤- ١٥)

في الدائرة المبينة بشكل رقم (٤- ٣٩) احسب التيار في الفرع ab بطريقة الحلقة المغلقة (ماكسويل).



شكل رقم (٤ - ٣٩)

الحل

نلاحظ أن الدائرة الكهربائية تتكون من دائرتين كهربائيتين مغلقتين، وبالتالي نفترض وجود تيارين دوارين $\bar{I}_I$ & $\bar{I}_{II}$ كما هو مبين بشكل رقم (٤ - ٣٩). وحل الدائرة الكهربائية يعتمد بطريقة أساسية على إيجاد هذين التيارين.

خطوات الحل:

- نبدأ أولاً ببناء مصفوفة المعاوقات وهي مصفوفة مربعة (٢×٢) متماثلة حول قطرها كالتالي:

$$[\bar{Z}] = \begin{bmatrix} (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_3) & (-\bar{Z}_1) \\ (-\bar{Z}_1) & (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2) \end{bmatrix}$$

ونحسب بالتالي مكونات القطر كالتالي:

$$(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_3) = (10 \Omega \angle 30^\circ) + (20 \Omega \angle 0^\circ) = 28.66 + j 5 = 29.09 \Omega \angle 9.9^\circ$$

$$(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2) = (10 \Omega \angle 30^\circ) + 20 \Omega \angle -20^\circ = 27.45 - j 1.84 = 27.51 \Omega \angle -3.84^\circ$$

$$\therefore [\bar{Z}] = \begin{bmatrix} 29.09 \angle 9.9^\circ & -10 \angle 30^\circ \\ -10 \angle 30^\circ & 27.51 \Omega \angle -3.84^\circ \end{bmatrix}$$

- ونبني بالتالي أيضاً متجه التيارات كالتالي:

$$[\bar{I}] = \begin{bmatrix} \bar{I}_I \\ \bar{I}_{II} \end{bmatrix}$$

- ونبني أيضاً متجه الجهود كالتالي:

$$[\bar{V}] = \begin{bmatrix} 110 \angle 0^\circ \\ 0 \angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

وهكذا يمكن كتابة النظام الكامل للمعادلات الخاصة بالدائرة الكهربائية، كالتالي:

$$\begin{bmatrix} 29.09 \angle 9.9^\circ & -10 \angle 30^\circ \\ -10 \angle 30^\circ & 27.51 \Omega \angle -3.84^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_I \\ \bar{I}_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110 \angle 0^\circ \\ 0 \angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

ويكون الحل الرياضي لهذا النظام على الصورة الرياضية الآتية:

$$\begin{bmatrix} \bar{i}_I \\ \bar{i}_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29.09 \angle 9.9^\circ & -10 \angle 30^\circ \\ -10 \angle 30^\circ & 27.51 \Omega \angle -3.84^\circ \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 110 \angle 0^\circ \\ 0 \angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

• حساب المحددة الرئيسية للمصفوفة:

$$\begin{aligned} |\bar{Z}| &= \begin{vmatrix} 29.09 \angle 9.9^\circ & -10 \angle 30^\circ \\ -10 \angle 30^\circ & 27.51 \Omega \angle -3.84^\circ \end{vmatrix} \\ &= ((29.09 \angle 9.9^\circ) \cdot (27.51 \Omega \angle -3.84^\circ)) - ((-10 \angle 30^\circ) \cdot (-10 \angle 30^\circ)) \\ &= 800.27 \angle 6.06^\circ - 100 \angle 60^\circ = 745.8 - j 2.12 = 745.8 \angle 0.2^\circ \end{aligned}$$

• حساب المحددات الفرعية للمصفوفة:

$$\begin{aligned} |Z|_1 &= \begin{vmatrix} 110 \angle 0^\circ & -10 \angle 30^\circ \\ 0 \angle 0^\circ & 27.51 \angle -3.84^\circ \end{vmatrix} = (110 \angle 0^\circ) \cdot (27.51 \angle -3.84^\circ) - 0 \angle 0^\circ \\ &= 3026.1 \angle -3.84^\circ \end{aligned}$$

$$|Z|_2 = \begin{vmatrix} 29.09 \angle 9.9^\circ & 110 \angle 0^\circ \\ -10 \angle 30^\circ & 0 \angle 0^\circ \end{vmatrix} = -(110 \angle 0^\circ) \cdot (-10 \angle 30^\circ) - 0 \angle 0^\circ = 1100 \angle 30^\circ$$

• نحسب التيارات الدوارة، كما يلي:

$$\bar{i}_I = \frac{|\bar{Z}|_1}{|\bar{Z}|} = \frac{3026.1 \angle -3.84^\circ}{745.8 \angle 0.2^\circ} = 4.06 \text{ A} \angle -4.04^\circ$$

$$\bar{i}_{II} = \frac{|\bar{Z}|_2}{|\bar{Z}|} = \frac{1100 \angle 30^\circ}{745.8 \angle 0.2^\circ} = 1.475 \text{ A} \angle 29.8^\circ$$

• نحسب التيار $\bar{i}_I$ كما يلي:

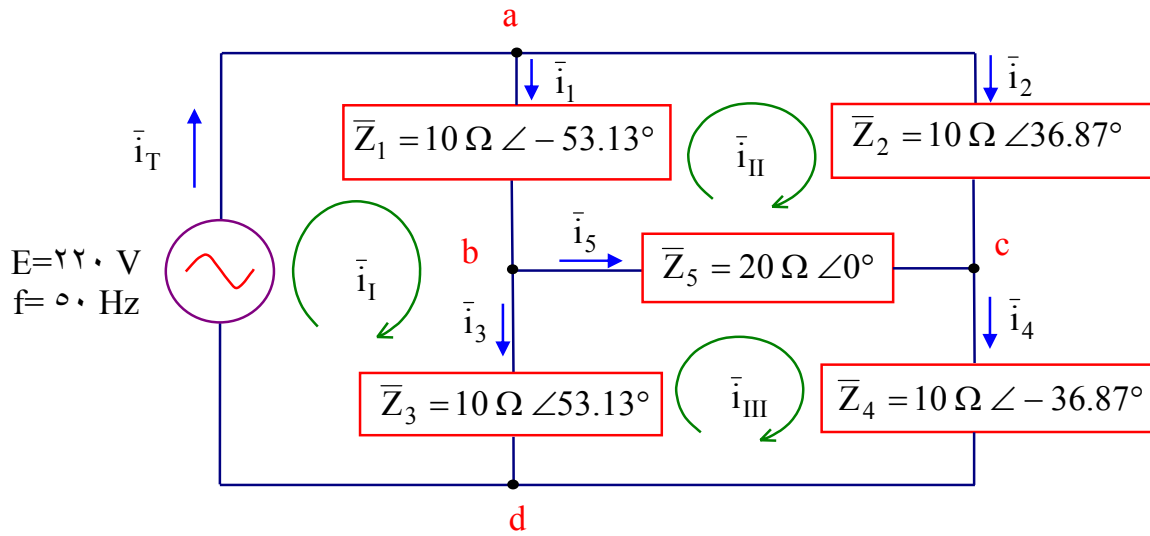
$$\begin{aligned} \bar{i}_1 &= (\bar{i}_I - \bar{i}_{II}) = (4.06 \text{ A} \angle -4.04^\circ) - (1.475 \text{ A} \angle 29.8^\circ) \\ &= 2.77 - j 1.02 = 2.95 \text{ A} \angle -20.2^\circ \end{aligned}$$

مثال رقم (٤- ١٦)

في مثال رقم (٤- ١٢) احسب قيمة التيار $\bar{I}_5$ باستخدام طريقة الحلقة المغلقة (ماكسويل).

الحل

نلاحظ أن الدائرة الكهربائية تتكون من ثلاثة دوائر كهربائية مغلقة، وبالتالي نفترض وجود ثلاثة تيارات دوارة $\bar{I}_I, \bar{I}_{II}, \bar{I}_{III}$ كما هو مبين بشكل رقم (٤- ٤٠). وحل الدائرة الكهربائية يعتمد بطريقة أساسية على إيجاد هذه التيارات الثلاثة.



شكل رقم (٤- ٤٠)

فيلاحظ أن:

$$\bar{I}_T = \bar{I}_I: \text{التيار}$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_I - \bar{I}_{II}: \text{التيار}$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{II}: \text{التيار}$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_I - \bar{I}_{III}: \text{التيار}$$

$$\bar{I}_4 = \bar{I}_{III}: \text{التيار}$$

$$\bar{I}_5 = \bar{I}_{III} - \bar{I}_{II}: \text{التيار}$$

وبالتالي تؤدي هذه الطريقة بالإضافة إلى تنظيم الحل بطريقة روتينية، إلى اختصار عدد المجاهيل.

نبدأ ببناء مصفوفة المعاوقات، وهي مصفوفة مربعة متماثلة (3×3) حيث عدد الدوائر $k = 3$ ، ونبدأ بمكونات القطر كآتي:

$$\bar{Z}_{11} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_3 = (12 \Omega \angle 0^\circ)$$

$$\bar{Z}_{22} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_5 = (34 \Omega \angle -3.4^\circ)$$

$$\bar{Z}_{33} = \bar{Z}_3 + \bar{Z}_4 + \bar{Z}_5 = (10 \Omega \angle 53.13^\circ) + (10 \Omega \angle -36.87^\circ) + (20 \Omega \angle 0^\circ)$$

$$\bar{Z}_{33} = (34 + j2) \Omega = 34.06 \Omega \angle 3.8^\circ$$

وبالتالي يمكن كتابة مصفوفة المعاوقات كالآتي:

$$[\bar{Z}] = \begin{bmatrix} 12 \angle 0^\circ & -10 \angle -53.13^\circ & -10 \angle 53.13^\circ \\ -10 \angle -53.13^\circ & 34.06 \angle -3.4^\circ & -20 \angle 0^\circ \\ -10 \angle 53.13^\circ & -20 \angle 0^\circ & 34.06 \angle 3.4^\circ \end{bmatrix}$$

ويمكن كتابة متجه التيارات كالآتي:

$$[\bar{i}] = \begin{bmatrix} \bar{i}_I \\ \bar{i}_{II} \\ \bar{i}_{III} \end{bmatrix}$$

ويمكن كتابة متجه الجهود كالآتي:

$$[\bar{V}] = \begin{bmatrix} 220 \angle 0^\circ \\ 0 \angle 0^\circ \\ 0 \angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

وهكذا يمكن كتابة النظام الكامل للمعادلات الخاصة بالدائرة الكهربائية،

كالآتي:

$$\begin{bmatrix} 12 \angle 0^\circ & -10 \angle -53.13^\circ & -10 \angle 53.13^\circ \\ -10 \angle -53.13^\circ & 34.06 \angle -3.4^\circ & -20 \angle 0^\circ \\ -10 \angle 53.13^\circ & -20 \angle 0^\circ & 34.06 \angle 3.4^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_I \\ \bar{i}_{II} \\ \bar{i}_{III} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 220 \angle 0^\circ \\ 0 \angle 0^\circ \\ 0 \angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

ويكون الحل الرياضي لهذا النظام على الصورة الرياضية الآتية:

$$\begin{bmatrix} \bar{i}_I \\ \bar{i}_{II} \\ \bar{i}_{III} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \angle 0^\circ & -10 \angle -53.13^\circ & -10 \angle 53.13^\circ \\ -10 \angle -53.13^\circ & 34.06 \angle -3.4^\circ & -20 \angle 0^\circ \\ -10 \angle 53.13^\circ & -20 \angle 0^\circ & 34.06 \angle 3.4^\circ \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 220 \angle 0^\circ \\ 0 \angle 0^\circ \\ 0 \angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

وأحد الحلول لهذا النظام وهي طريقة المحددات، كالآتي:

$$\bar{i}_I = \frac{\begin{vmatrix} 220 \angle 0^\circ & -10 \angle -53.13^\circ & -10 \angle 53.13^\circ \\ 0 \angle 0^\circ & 34.06 \angle -3.4^\circ & -20 \angle 0^\circ \\ 0 \angle 0^\circ & -20 \angle 0^\circ & 34.06 \angle 3.4^\circ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 12 \angle 0^\circ & -10 \angle -53.13^\circ & -10 \angle 53.13^\circ \\ -10 \angle -53.13^\circ & 34.06 \angle -3.4^\circ & -20 \angle 0^\circ \\ -10 \angle 53.13^\circ & -20 \angle 0^\circ & 34.06 \angle 3.4^\circ \end{vmatrix}}$$

$$\bar{i}_{II} = \frac{\begin{vmatrix} 12 \angle 0^\circ & 220 \angle 0^\circ & -10 \angle 53.13^\circ \\ -10 \angle -53.13^\circ & 0 \angle 0^\circ & -20 \angle 0^\circ \\ -10 \angle 53.13^\circ & 0 \angle 0^\circ & 34.06 \angle 3.4^\circ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 12 \angle 0^\circ & -10 \angle -53.13^\circ & -10 \angle 53.13^\circ \\ -10 \angle -53.13^\circ & 34.06 \angle -3.4^\circ & -20 \angle 0^\circ \\ -10 \angle 53.13^\circ & -20 \angle 0^\circ & 34.06 \angle 3.4^\circ \end{vmatrix}}$$

$$\bar{i}_{III} = \frac{\begin{vmatrix} 12 \angle 0^\circ & -10 \angle -53.13^\circ & 220 \angle 0^\circ \\ -10 \angle -53.13^\circ & 34.06 \angle -3.4^\circ & 0 \angle 0^\circ \\ -10 \angle 53.13^\circ & -20 \angle 0^\circ & 0 \angle 0^\circ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 12 \angle 0^\circ & -10 \angle -53.13^\circ & -10 \angle 53.13^\circ \\ -10 \angle -53.13^\circ & 34.06 \angle -3.4^\circ & -20 \angle 0^\circ \\ -10 \angle 53.13^\circ & -20 \angle 0^\circ & 34.06 \angle 3.4^\circ \end{vmatrix}}$$

• ونبدأ بحساب المحددات، كالآتي:

i. المحددة الرئيسية للمصفوفة:

$$|\bar{Z}| = \begin{vmatrix} 12 \angle 0^\circ & -10 \angle -53.13^\circ & -10 \angle 53.13^\circ \\ -10 \angle -53.13^\circ & 34.06 \angle -3.4^\circ & -20 \angle 0^\circ \\ -10 \angle 53.13^\circ & -20 \angle 0^\circ & 34.06 \angle 3.4^\circ \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} |\bar{Z}| &= (12 \angle 0^\circ) ((34.06 \angle -3.4^\circ)(34.06 \angle 3.4^\circ) - (-20 \angle 0^\circ)(-20 \angle 0^\circ)) \\ &\quad + (10 \angle -53.13^\circ) ((-10 \angle -53.13^\circ)(34.06 \angle 3.4^\circ) - (10 \angle 53.13^\circ)(20 \angle 0^\circ)) \\ &\quad + (-10 \angle 53.13^\circ) ((10 \angle -53.13^\circ)(20 \angle 0^\circ) + (10 \angle 53.13^\circ)(34.06 \angle -3.4^\circ)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\bar{Z}| &= (12 \angle 0^\circ) ((1160 \angle 0^\circ) - (400 \angle 0^\circ)) \\ &\quad + (10 \angle -53.13^\circ) ((-340.6 \angle -49.73^\circ) - (200 \angle 53.13^\circ)) \\ &\quad - (10 \angle 53.13^\circ) ((200 \angle -53.13^\circ) + (340.6 \angle 49.73^\circ)) \\ &= (12 \angle 0^\circ)(760 + j0) + (10 \angle -53.13^\circ)(-340.16 + j99.88) \\ &\quad - (10 \angle 53.13^\circ)(340.16 + j99.88) \\ &= (12 \angle 0^\circ)(760 \angle 0^\circ) + (10 \angle -53.13^\circ)(354.52 \angle 163.63^\circ) \\ &\quad - (10 \angle 53.13^\circ)(354.5 \angle 16.4^\circ) \\ &= (9120 \angle 0^\circ) + (3545.2 \angle 110.5^\circ) - (3545 \angle 69.53^\circ) = 6638.7 - j0.5 \\ &= 6638.7 \angle 0^\circ \end{aligned}$$

ii. المحددة الأولى للمصفوفة:

$$|\bar{Z}|_1 = \begin{vmatrix} 220 \angle 0^\circ & -10 \angle -53.13^\circ & -10 \angle 53.13^\circ \\ 0 \angle 0^\circ & 34.06 \angle -3.4^\circ & -20 \angle 0^\circ \\ 0 \angle 0^\circ & -20 \angle 0^\circ & 34.06 \angle 3.4^\circ \end{vmatrix}$$

وواضح أنه من الأسر أن نضك المحددة من العمود الأول كالتالي:

$$\begin{aligned} |\bar{Z}|_1 &= (220 \angle 0^\circ) ((34.06 \angle -3.4^\circ)(34.06 \angle 3.4^\circ) - (-20 \angle 0^\circ)(-20 \angle 0^\circ)) \\ &= (220 \angle 0^\circ) ((1160 \angle 0^\circ) - (400 \angle 0^\circ)) = (220 \angle 0^\circ)(760 + j0) \\ &= (220 \angle 0^\circ)(760 \angle 0^\circ) = 167200 \angle 0^\circ \end{aligned}$$

iii. المحددة الثانية للمصفوفة:

$$|\bar{Z}|_2 = \begin{vmatrix} 12 \angle 0^\circ & 220 \angle 0^\circ & -10 \angle 53.13^\circ \\ -10 \angle -53.13^\circ & 0 \angle 0^\circ & -20 \angle 0^\circ \\ -10 \angle 53.13^\circ & 0 \angle 0^\circ & 34.06 \angle 3.4^\circ \end{vmatrix}$$

وواضح أنه من الأسر أن نضك المحددة من العمود الثاني كالتالي:

$$\begin{aligned}
 |\bar{Z}|_2 &= (-220 \angle 0^\circ)((-10 \angle -53.13^\circ)(34.06 \angle 3.4^\circ) - (-10 \angle 53.13^\circ)(-20 \angle 0^\circ)) \\
 &= (-220 \angle 0^\circ)((-340.6 \angle -49.73^\circ) - (200 \angle 53.13^\circ)) \\
 &= (-220 \angle 0^\circ)(-340.16 + j 99.88) = (-220 \angle 0^\circ)(340.16 - j 99.88) \\
 &= (-220 \angle 0^\circ)(354.52 \angle 163.64^\circ) = -77994.53 \angle 163.64^\circ = 77994.53 \angle -163.64^\circ
 \end{aligned}$$

iv. المحددة الثانية للمصفوفة:

$$|\bar{Z}|_3 = \begin{vmatrix} 12 \angle 0^\circ & -10 \angle -53.13^\circ & 220 \angle 0^\circ \\ -10 \angle -53.13^\circ & 34.06 \angle -3.4^\circ & 0 \angle 0^\circ \\ -10 \angle 53.13^\circ & -20 \angle 0^\circ & 0 \angle 0^\circ \end{vmatrix}$$

وواضح أنه من الأسر أن نفك المحددة من العمود الثالث كالتالي:

$$\begin{aligned}
 |\bar{Z}|_3 &= (220 \angle 0^\circ)((-10 \angle -53.13^\circ)(-20 \angle 0^\circ) - (-10 \angle 53.13^\circ)(34.06 \angle -3.4^\circ)) \\
 &= (220 \angle 0^\circ)((200 \angle -53.13^\circ) + (340.6 \angle 49.73^\circ)) = (220 \angle 0^\circ)(340.16 + j 99.88) \\
 &= (220 \angle 0^\circ)(354.5 \angle 16.36^\circ) = 77994.55 \angle 16.36^\circ
 \end{aligned}$$

• ثم نحسب التيارات كالتالي:

$$\bar{i}_I = \frac{|\bar{Z}|_1}{|\bar{Z}|} = \frac{167200 \angle 0^\circ}{6638.7 \angle 0^\circ} = 25.16 \text{ A } \angle 0^\circ$$

$$\bar{i}_{II} = \frac{|\bar{Z}|_2}{|\bar{Z}|} = \frac{77994.53 \angle -163.64^\circ}{6638.7 \angle 0^\circ} = 11.75 \text{ A } \angle -163.64^\circ$$

$$\bar{i}_{III} = \frac{|\bar{Z}|_3}{|\bar{Z}|} = \frac{77994.55 \angle 16.4^\circ}{6638.7 \angle 0^\circ} = 11.75 \text{ A } \angle 16.4^\circ$$

• ثم نحسب التيارات المطلوبة:

$$\bar{i}_T = \bar{i}_I = 25.16 \text{ A } \angle 0$$

$$\bar{i}_1 = \bar{i}_I - \bar{i}_{II} = (25.16 \angle 0^\circ) - (11.75 \angle -163.64^\circ) = 13.89 + j 3.31 = 14.3 \text{ A } \angle 13.4^\circ$$

$$\bar{i}_2 = \bar{i}_{II} = 11.75 \text{ A } \angle -163.64^\circ$$

$$\bar{i}_3 = \bar{i}_I - \bar{i}_{III} = 25.16 \text{ A } \angle 0^\circ - 11.75 \text{ A } \angle 16.4^\circ = 13.89 - j 3.32 = 14.3 \text{ A } \angle -13.4^\circ$$

$$\bar{i}_4 = \bar{i}_{III} = 11.75 \text{ A } \angle 16.4^\circ$$

$$\bar{i}_5 = \bar{i}_{III} - \bar{i}_{II} = 11.75 \text{ A } \angle 16.4^\circ - (11.75 \text{ A } \angle -163.64^\circ)$$

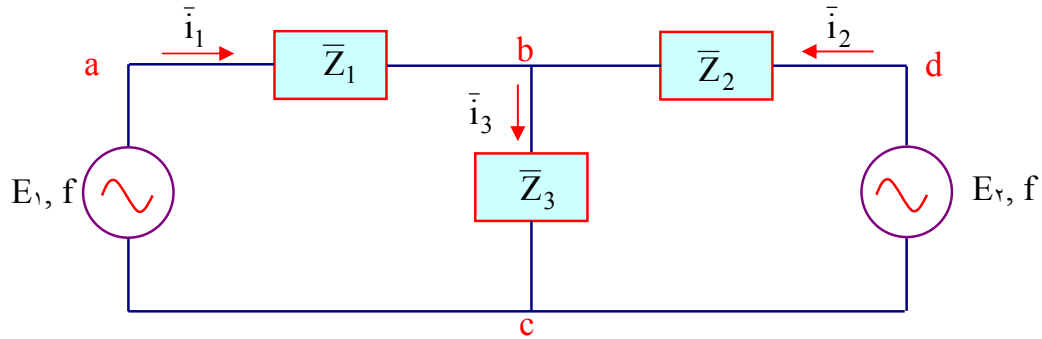
$$\bar{i}_5 = 11.75 \text{ A } \angle 16.4^\circ + 11.75 \text{ A } \angle 163.64^\circ = 0 + j 6.63 = 6.63 \text{ A } \angle 90^\circ$$

وبلاحظ اتفاق قيمة التيار $\bar{i}_T$ المحسوبة بهذه الطريقة مع قيمته المحسوبة في المثال رقم (٤- ١٢) وكذلك اتفاق قيمة التيار $\bar{i}_5$ مع قيمته المحسوبة في المثالين رقم (٤- ١٣) ورقم (٤- ١٤).

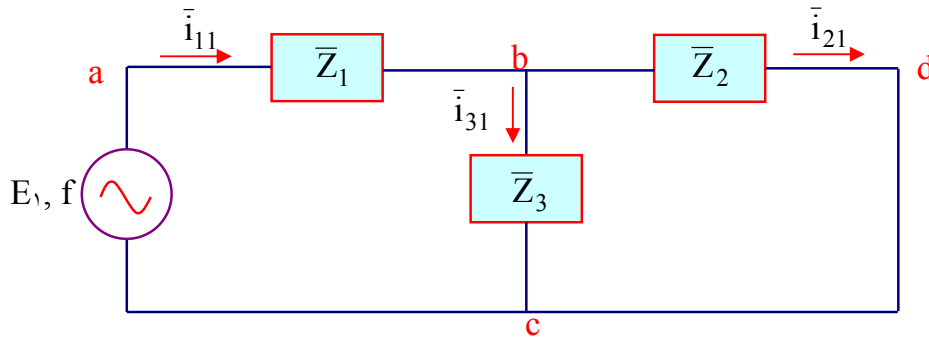
٤- ٢- ٣- ٥ نظرية التركيب Superposition Theorem

كما درسنا في منهاج هندسة كهربائية - ١ ، تعتمد نظرية التركيب أو التجميع على الحقيقة العلمية التي تنص على أن التأثير الكهربائي في أي فرع من أفرع الدائرة الكهربائية التي تحتوي على أكثر من مصدر هو مجموع تأثيرات كل مصدر على حده في هذا الفرع.

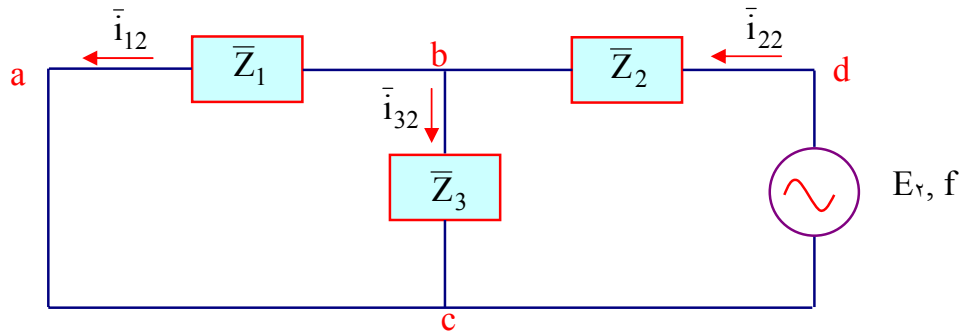
كمثال على ذلك ، الدائرة الكهربائية في شكل رقم (٤- ٤١) التي تحتوي على مصدري الجهد $\bar{E}_1, \bar{E}_2$ معاً ، فإن التيارات $\bar{i}_1, \bar{i}_2, \bar{i}_3$ هي محصلة للتأثيرات الفردية لكل من $\bar{E}_1, \bar{E}_2$ على حدة كما هو مبين بالشكلين رقم (٤- ٤٢) و (٤- ٤٣).



شكل رقم (٤-٤١) محصلة تأثيرات المصدرين $\bar{E}_1, \bar{E}_2$



شكل رقم (٤-٤٢) تأثير المصدر $\bar{E}_1$ فقط



شكل رقم (٤-٤٣) تأثير المصدر $\bar{E}_2$ فقط

وعلى ذلك يكون:

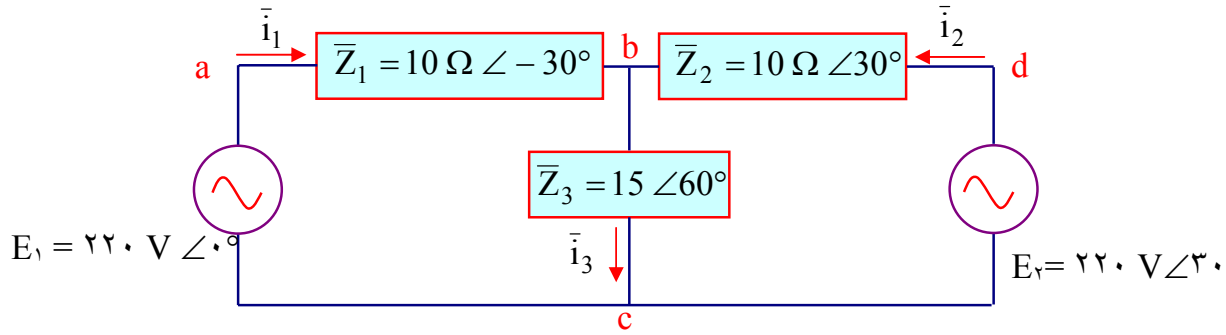
$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{11} - \bar{I}_{12} \quad (٥٥-٤)$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{22} - \bar{I}_{21} \quad (٥٦-٤)$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_{31} + \bar{I}_{32} \quad (٥٧-٤)$$

مثال رقم (٤- ١٧)

باستخدام نظرية التركيب، احسب تيارات الدائرة الكهربائية المبينة في شكل رقم (٤- ٤٤).

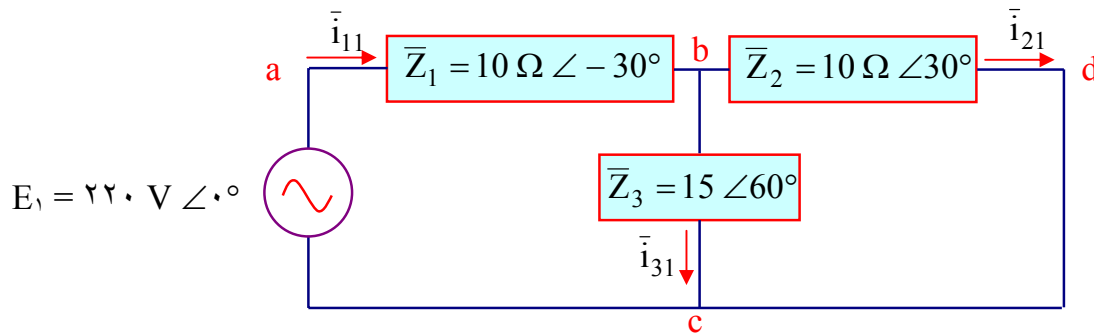


شكل رقم (٤- ٤٣) الدائرة الكهربائية للمثال رقم (٤- ١٧)

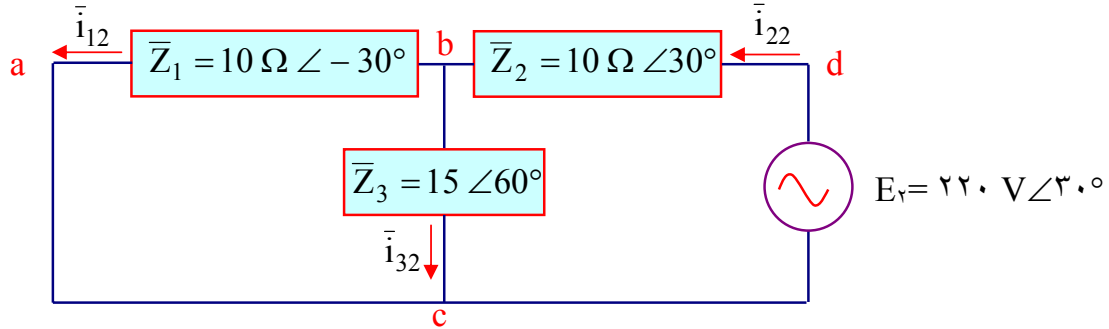
الحل

يمكن اعتبار الدائرة الكهربائية في شكل رقم (٤- ٤٣) هي محصلة الدائرتين الموضحتين في الشكلين رقم (٤- ٤٤) و (٤- ٤٥)، أي محصلة أو مجموع تأثير كل مصدر على حده في الدائرة الكهربائية، وعلى ذلك يمكن حساب التيارات كالآتي:

$$\bar{i}_{11} = \frac{\bar{E}_1}{\bar{Z}_1 + \frac{\bar{Z}_2 \bar{Z}_3}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3}} = \frac{\bar{E}_1 \cdot (\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3)}{(\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 + \bar{Z}_1 \bar{Z}_3 + \bar{Z}_2 \bar{Z}_3)}$$



شكل رقم (٤- ٤٤) تأثير E1 فقط



شكل رقم (٤-٥) تأثير E_v فقط

$$\bar{i}_{11} = \frac{220 \text{ V } \angle 0^\circ \cdot (10 \Omega \angle 30^\circ + 15 \Omega \angle 60^\circ)}{(10 \Omega \angle -30^\circ \cdot 10 \Omega \angle 30^\circ + 10 \Omega \angle -30^\circ \cdot 15 \Omega \angle 60^\circ + 10 \Omega \angle 30^\circ \cdot 15 \Omega \angle 60^\circ)}$$

$$\bar{i}_{11} = \frac{220 \text{ V } \angle 0^\circ \cdot (23.15 + j18) \Omega}{(100 \Omega^2 \angle 0^\circ + 150 \Omega^2 \angle 30^\circ + 150 \Omega^2 \angle 90^\circ)} = \frac{220 \text{ V } \angle 0^\circ \cdot 29.32 \Omega \angle 37.85^\circ}{230 + j225}$$

$$\bar{i}_{11} = \frac{220 \text{ V } \angle 0^\circ \cdot 29.32 \Omega \angle 37.85^\circ}{321.75 \Omega^2 \angle 44.4^\circ} = 20.05 \text{ A } \angle -6.55^\circ$$

ثم من قانون تقسيم التيارات:

$$\bar{i}_{21} = \bar{i}_{11} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3} = (20.05 \text{ A } \angle -6.55^\circ) \cdot \frac{10 \Omega \angle 30^\circ}{29.32 \Omega \angle 37.85^\circ} = 8.84 \text{ A } \angle -14.4^\circ$$

$$\bar{i}_{31} = \bar{i}_{11} \frac{\bar{Z}_3}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3} = (20.05 \text{ A } \angle -6.55^\circ) \cdot \frac{15 \Omega \angle 60^\circ}{29.32 \Omega \angle 37.85^\circ} = 10.26 \text{ A } \angle -15.6^\circ$$

$$\bar{i}_{22} = \frac{\bar{E}_2}{\bar{Z}_2 + \frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}_3}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_3}} = \frac{\bar{E}_2 \cdot (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_3)}{(\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 + \bar{Z}_1 \bar{Z}_3 + \bar{Z}_2 \bar{Z}_3)}$$

$$\bar{i}_{22} = \frac{220 \text{ V } \angle 30^\circ \cdot (10 \Omega \angle -30^\circ + 15 \Omega \angle 60^\circ)}{321.75 \Omega^2 \angle 44.4^\circ} = \frac{220 \text{ V } \angle 30^\circ \cdot (16.16 + j8)}{321.75 \Omega^2 \angle 44.4^\circ}$$

$$\bar{i}_{22} = \frac{(220 \text{ V } \angle 30^\circ) \cdot (18.03 \Omega \angle 26.31^\circ)}{321.75 \Omega^2 \angle 44.4^\circ} = 12.33 \text{ A } \angle 12^\circ$$

$$\bar{i}_{12} = \bar{i}_{22} \frac{\bar{Z}_3}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_3} = \frac{(12.33 \text{ A } \angle 12^\circ) \cdot (15 \Omega \angle 60^\circ)}{18.03 \Omega \angle 26.31^\circ} = 10.25 \text{ A } \angle 45.6^\circ$$

$$\bar{i}_{32} = \bar{i}_{22} \frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_3} = \frac{(12.33 \text{ A } \angle 12^\circ) \cdot (10 \Omega \angle -30^\circ)}{18.03 \Omega \angle 26.31^\circ} = 6.84 \text{ A } \angle -44.4^\circ$$

ثم تجمع التيارات:

$$\bar{i}_1 = \bar{i}_{11} - \bar{i}_{12} = (20.05 \text{ A } \angle -6.55^\circ) - (10.25 \text{ A } \angle 45.6^\circ) = 12.75 - j 9.6$$

$$\bar{i}_1 = 15.97 \text{ A } \angle -37^\circ$$

$$\bar{i}_2 = \bar{i}_{22} - \bar{i}_{21} = (12.33 \text{ A } \angle 12^\circ) - (8.84 \text{ A } \angle -14.4^\circ) = 2.18 - j 0.217$$

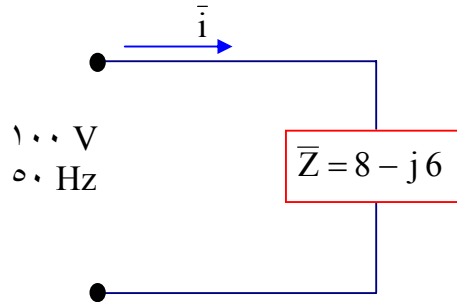
$$\bar{i}_2 = 2.2 \text{ A } \angle -5.7^\circ$$

$$\bar{i}_3 = \bar{i}_{31} + \bar{i}_{32} = (10.26 \text{ A } \angle -15.6^\circ) + (6.84 \text{ A } \angle -44.4^\circ) = 14.77 - j 2.03$$

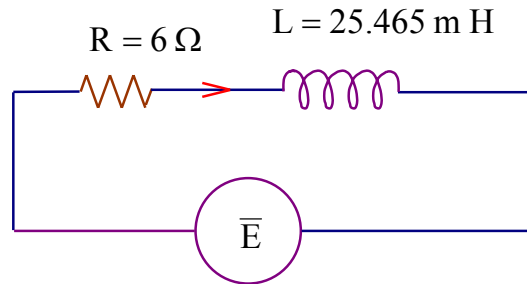
$$\bar{i}_3 = 14.9 \text{ A } \angle -7.8^\circ$$

تدريبات على الوحدة الرابعة

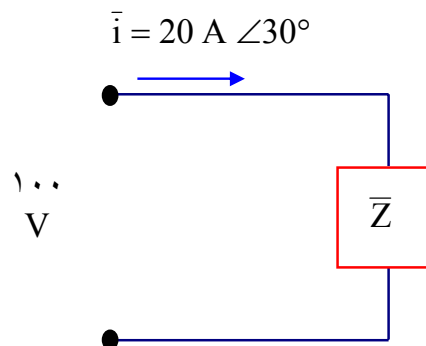
١. احسب قيمة التيار المسحوب من المصدر للشكل التالي، واحسب مكونات المعاوقة $\bar{Z}$.



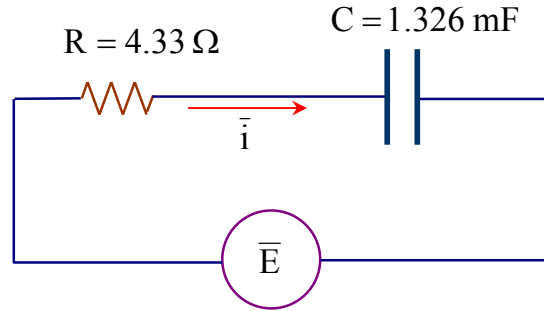
٢. احسب قيمة التيار المسحوب من المصدر للشكل التالي، إذا كانت قيمة جهد المصدر $\bar{E} = 110 \text{ V } \angle 0^\circ$ ، علماً بأن قيمة التردد تساوي 60 Hz.



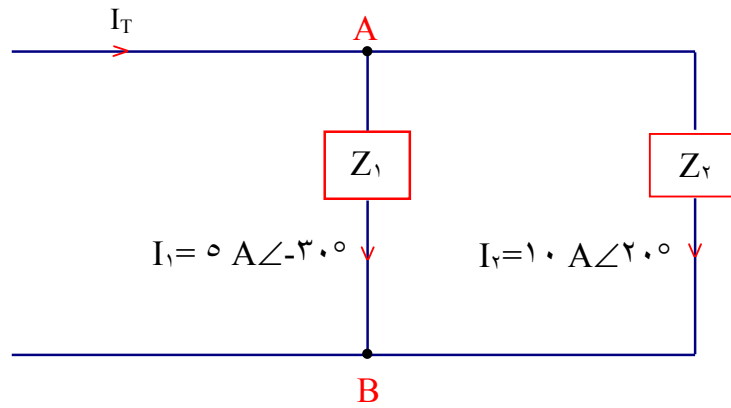
٣. احسب قيمة المعاوقة $\bar{Z}$ للشكل التالي واحسب مكوناتها.



٤. للشكل التالي، احسب قيمة التيار المسحوب من المصدر $\bar{I}$ ، إذا كانت قيمة جهد المصدر $\bar{E} = 110 \text{ V} \angle 0^\circ$ ، علماً بأن قيمة تردد المصدر يساوي ٥٠ Hz.

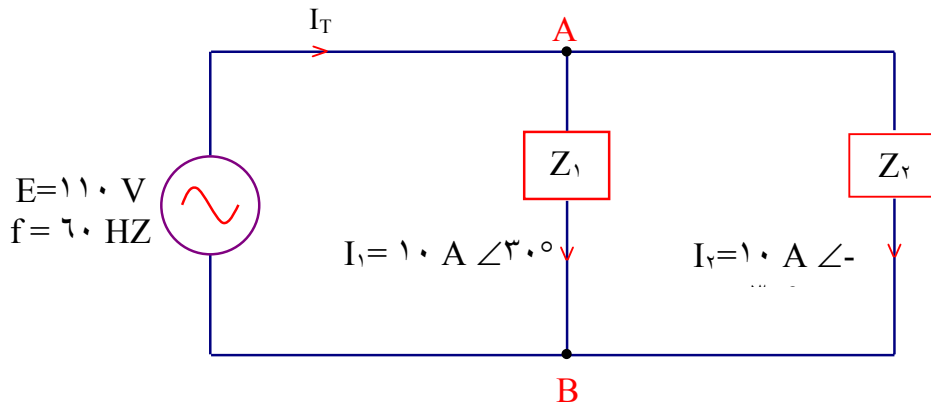


٥. للشكل التالي، احسب قيمة التيار الكلي I_T .

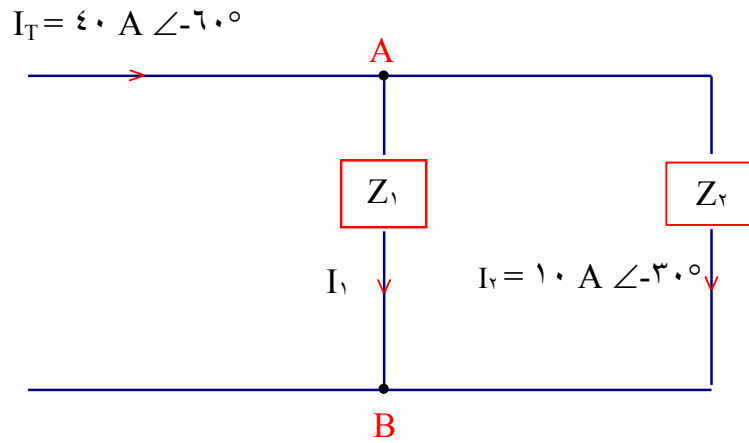


٦. للشكل التالي، احسب قيم ومكونات المعاوقات Z_1, Z_2 ، إذا كان مصدر الجهد:

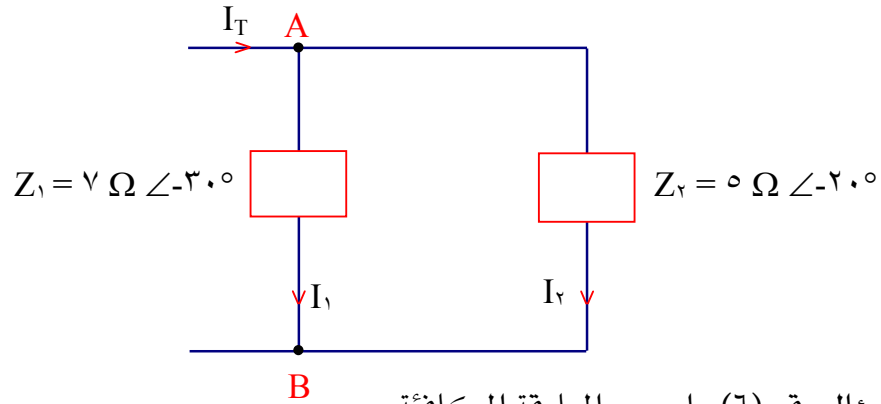
$$E = 110 \text{ V}, f = 60 \text{ HZ}$$



٧. في الشكل التالي، احسب قيمة التيار الفرعي I_1 .

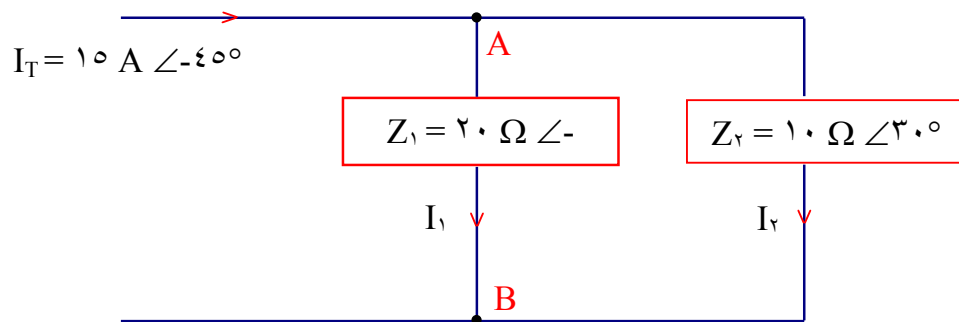


٨. احسب قيمة المعاوقة المكافئة للشكل التالي.

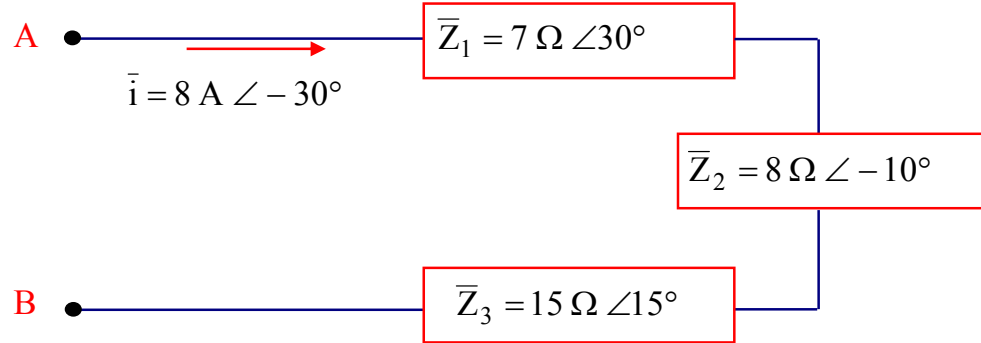


٩. للسؤال رقم (٦)، احسب المعاوقة المكافئة.

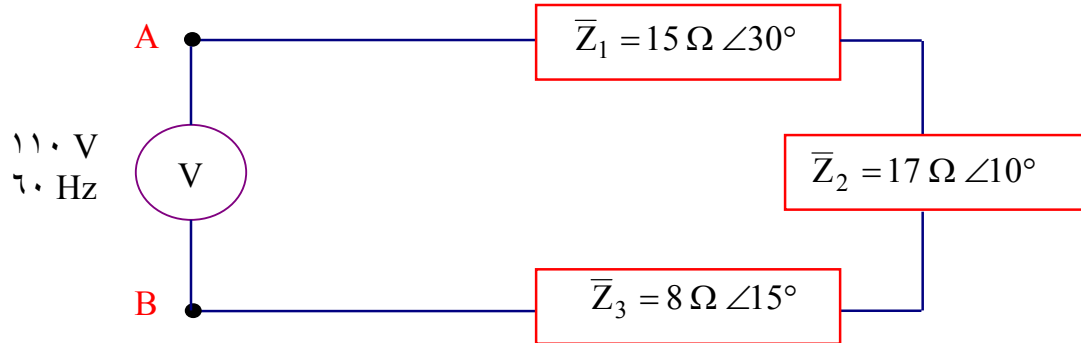
١٠. في الشكل المقابل رقم (٤-١٣)، احسب التيارات الفرعية I_1 ، I_2 ، باستخدام قانون تجزؤ التيار.



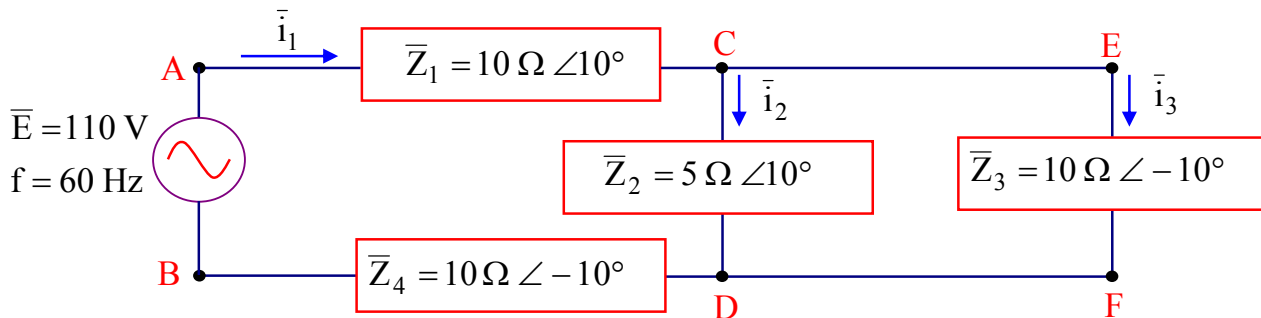
١١. في الشكل المقابل، احسب الجهد بين النقطتين A, B، واحسب كذلك المعاوقة المكافئة.



١٢. في الشكل المقابل، احسب تيار الدائرة، ثم احسب الجهد على كل معاوقة من المعاوقات الثلاثة باستخدام قانون تقسيم الجهود.

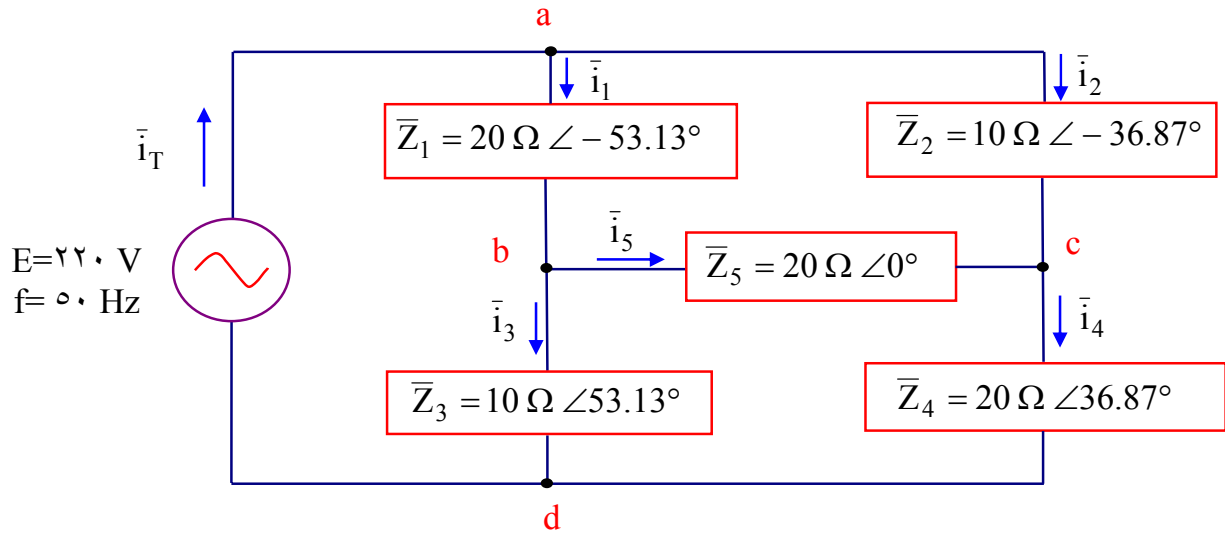


١٣. في شكل المقابل، احسب التيارات $\bar{i}_1$, $\bar{i}_2$ & $\bar{i}_3$ ، باستخدام طريقة الاختزال.



١٤. في السؤال رقم (١٣)، احسب التيار $\bar{I}_2$ باستخدام نظرية ثفنن.

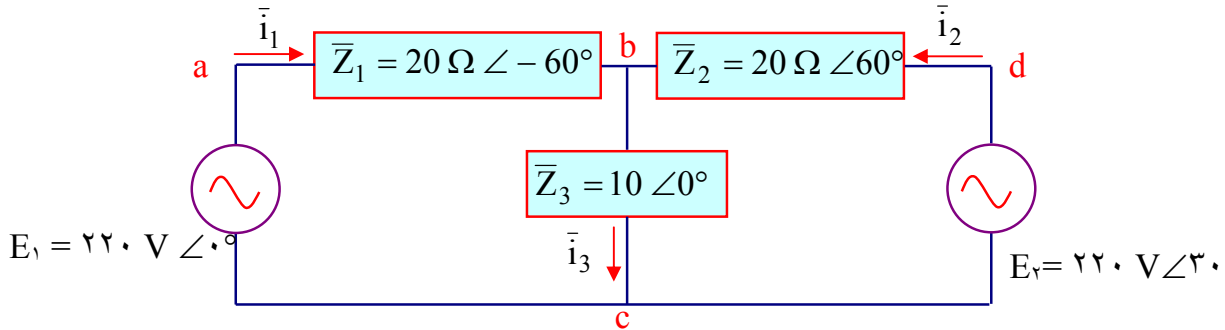
١٥. للدائرة الكهربائية المبينة بشكل رقم (٤-٢٨)، احسب التيار المسحوب من المصدر باستخدام تحويلات (Y-Δ) أو تحويلات (Δ-Y).



١٦. في السؤال رقم (١٥)، احسب التيار $\bar{I}_5$ باستخدام نظرية ثفنن.

١٧. في السؤال رقم (١٥)، احسب التيار $\bar{I}_5$ باستخدام نظرية الحلقة المغلقة.

١٨. باستخدام نظرية التركيب، احسب تيارات الدائرة الكهربائية المبينة في الشكل المقابل.



١٩. في السؤال رقم (١٨)، احسب التيار $\bar{I}_3$ باستخدام تحويلات (Δ-Y).



هندسة كهربائية - ٢

دوائر الارتباط المغناطيسية والحث المتبادل

الأهداف العامة للوحدة الخامسة

بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة، يكون الطالب قادراً على معرفة:

- الحث المغناطيسي من حث ذاتي وحث متبادل بين ملفين.
- كيفية حساب معامل الحث الذاتي الحث المتبادل بين ملفين.
- العلاقات بين القوة الدافعة الكهربائية المستحثة والتيار المار في الملف ومعامل الحث الذاتي ومعامل الحث المتبادل بين ملفين.
- نظرية عمل المحول الكهربائي.
- تركيب المحول الكهربائي.
- العلاقات الكهربائية بين الجهد والتيار للملفي المحول الكهربائي.
- كفاءة المحول الكهربائي.
- تطبيقات عملية على المحول الكهربائي.

٥ - مقدمة Introduction

سبق أن تحدثنا في الوحدة الثانية والوحدة الثالثة عن الارتباط الوثيق بين المجال المغناطيسي و التيار الكهربائي المتردد حيث إنهما ظاهرتان فيزيائيتان متلازمتان ، أي لتوليد التيار الكهربائي المتردد لابد من وجود مجال مغناطيسي وفي المقابل فإن سريان التيار الكهربائي المتردد في دائرة كهربائية ينتج عنه بالضرورة مجال مغناطيسي. وتحدثنا أيضا عن التأثير المغناطيسي للتيار المتردد في الملف وكيفية توليد قوة دافعة كهربائية في الملف نتيجة قطع المجال المغناطيسي للملف أو قطع الملف للمجال المغناطيسي. وفي هذا الباب سوف نتطرق إلى بعض التفصيلات الخاصة بهذه الظاهرة الفيزيائية الهامة.

٥ - ٢ الحث المغناطيسي Magnetic Induction

٥ - ٢- ١ الحث الذاتي للملف Self Inductance of a Coil

سبق الحديث في الوحدة الثالثة بصورة عامة عن معامل الحث الذاتي للملف (L) من حيث كونه أحد العناصر الهامة في دوائر التيار المتردد ، وسوف نوجز هنا بعض التفصيلات الخاصة به.

تعريف الحث الذاتي للملف

الحث الذاتي للملف هو التأثير الكهرومغناطيسي الحادث في الملف عند تغير شدة التيار المار به.

تعريف ملف الحث

هو الملف الذي تتولد بين أطرافه قوة دافعة كهربائية مستحثة عند تغير شدة التيار المار به.

٥ - ٢- ١- ١ العوامل التي يتوقف عليها معامل الحث الذاتي للملف

Factors that Affect the Self Inductance

يتوقف معامل الحث الذاتي للملف على العوامل التالية

١. عدد لفات الملف

٢. طول الملف (وبما أن الملف يتكون من عدد N من اللفات المتطابقة ، إذن طول الملف يتناسب مع عدد اللفات N).

٣. الصفات المغناطيسية للوسط المار به المجال المغناطيسي في قلب الملف (النفاذية المغناطيسية للقلب).

٤. هندسة شكل الملف.

٥- ٢- ١- حساب الحث الذاتي للملف Calculation of Self Inductance

طبقاً للمعادلة رقم (٣- ١٠) التي تصف العلاقة الرياضية بين القوة الدافعة الكهربائية المتولدة نتيجة الحث الكهرومغناطيسي على الملف والمتسببة نتيجة تغير التيار i وبين معامل الحث الذاتي للملف L ومعدل تغير التيار بالنسبة للزمن $\frac{di}{dt}$ ، والتي على الصورة الآتية:

$$E = -N \frac{d\phi}{dt} = -L \frac{di}{dt} \quad (١-٥)$$

يمكن حساب معامل الحث الذاتي للملف L كما يأتي:

$$L = \frac{-E}{(di/dt)} \quad (٢-٥)$$

$$L = N \frac{d\phi}{di} \quad (٣-٥)$$

وبالتالي يمكن تعريف معامل الحث الذاتي للملف كآتي:

تعريف معامل الحث الذاتي للملف (L)

يعرف معامل الحث الذاتي للملف بأنه القوة الدافعة الكهربائية المتولدة في الملف نتيجة الحث الكهرومغناطيسي بين الملف ونفسه (الذاتي) عندما يكون المعدل الزمني لتغير التيار فيه واحد أمبير لكل ثانية.

وتسمى وحدة قياس معامل الحث الذاتي بالهنري (Henry)، وتعرف بأنها (فولت . ثانية / أمبير).

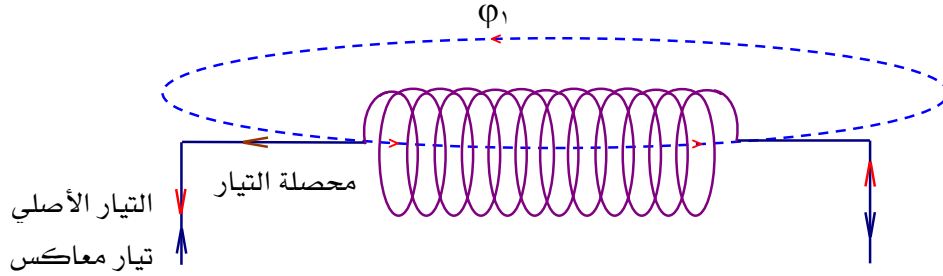
تعريف وحدة الهنري

يعرف الهنري أنه معامل الحث الذاتي للملف الذي يتولد بين أطرافه قوة دافعة كهربائية نتيجة الحث الكهرومغناطيسي بين الملف ونفسه تساوي فولتاً واحداً عندما يكون المعدل الزمني لتغير التيار فيه أمبيراً واحداً لكل ثانية.

وبالرجوع إلى المعادلة رقم (٥- ٢)، يلاحظ أن الإشارة السالبة تعني أن القوة الدافعة الكهربائية الناتجة نتيجة الحث الكهرومغناطيسي بين الملف ونفسه نتيجة تغير التيار المار في الملف يكون في اتجاه معاكس لاتجاه التيار المسبب لهذه القوة وذلك مطابق لقاعدة لنز.

٥- ٢- ١- ٣- أثر الحث الذاتي على العلاقة بين القوة الدافعة الكهربائية والتيار في الملف

Effect of Self Inductance on the Relation between induced emf & Current



شكل رقم (٥ - ١) تأثير الحث الذاتي على التيار في الملف

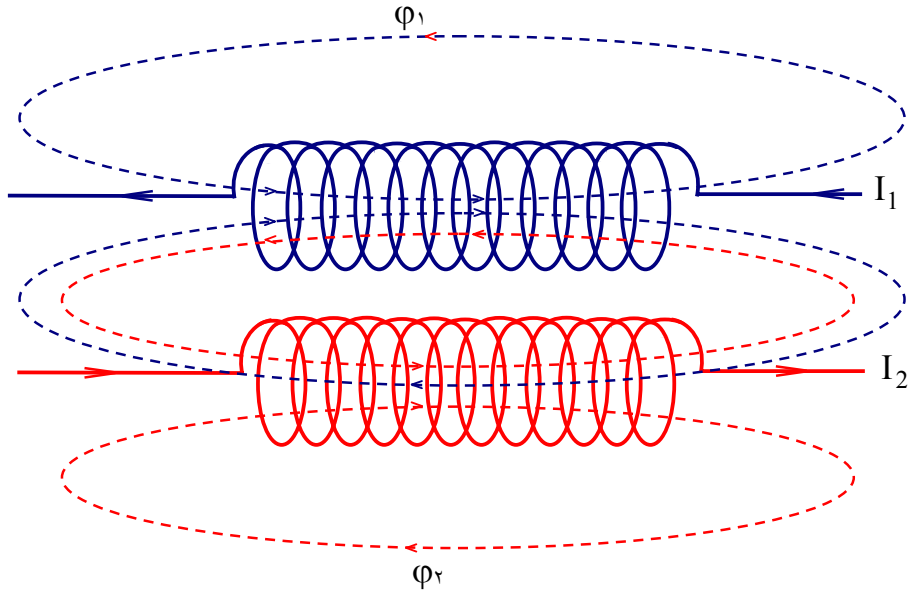
في حالة مرور تيار متغير القيمة في الملف يتولد مجال مغناطيسي متغير من الملف يعاود قطعه فتتولد قوة دافعة كهربائية عكسية تسبب سريان تيار مستحث ذاتياً عكسي في الملف يقاوم التيار الأصلي (كما هو مبين بشكل رقم (٥ - ١)) ويجعل نموه بطيئاً وهذا هو السبب الفيزيائي لما هو معروف عن تأخر التيار عن الجهد في الملف.

٥- ٢- ٢- الحث المتبادل Mutual Inductance

في حالة مرور تيار متغير القيمة في ملف ما (الملف الابتدائي) يتولد مجال مغناطيسي متغير القيمة، وفي حالة قطع هذا المجال المغناطيسي ملف آخر مجاور للملف الأول (الملف الثانوي)، تتولد في الملف الثانوي قوة دافعة كهربائية مستحثة وتيار مستحث، وينشأ عن التيار المستحث في الملف الثانوي مجال مغناطيسي يعمل على مقاومة التغير في المجال المغناطيسي الأصلي الناشئ عن تيار الملف الابتدائي كما هو مبين بشكل رقم (٥ - ٢). أي أن كلا من الملفين الابتدائي والثانوي يؤثر على الآخر ولذلك يسمى الحث في هذه الحالة بالحث المتبادل.

تعريف الحث المتبادل بين ملفين:

الحث المتبادل بين ملفين هو التأثير الكهرومغناطيسي الحادث بين ملفين متجاورين يمر بأحدهما تيار كهربائي متغير الشدة.



شكل رقم (٥-٢) الحث المتبادل بين ملفين

٥-٢-١ معامل الحث المتبادل بين ملفين Mutual Inductance Coefficient

- ♦ عند مرور تيار شدته I في الملف الابتدائي يتولد حوله فيض مغناطيسي يتناسب مع معدل تغيره تناسباً طردياً مع معدل التغير في شدة التيار، أي أن:

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \propto \frac{\Delta I_1}{\Delta t} \quad (٤-٥)$$

- ♦ تبعاً لتغير الفيض المغناطيسي الذي يقطع الملف الثانوي يتولد فيه قوة دافعة كهربائية مستحثة ξ_2 تتناسب مع معدل التغير في الفيض المغناطيسي طبقاً لقانون فاراداي، أي أن:

$$\xi_2 \propto \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad (٥-٥)$$

- ♦ من المعادلة رقم (٥-٤) و المعادلة رقم (٥-٥) نجد أن:

$$\xi_2 \propto \frac{\Delta I_1}{\Delta t} \quad (٦-٥)$$

- ♦ ويمكن وضع المعادلة رقم (٥-٦) على الصورة:

$$\xi_2 = -M \frac{\Delta I_1}{\Delta t} \quad (٧-٥)$$

- ♦ يسمى المعامل M في المعادلة رقم (٥-٧) بمعامل الحث المتبادل بين الملفين.
- ♦ يلاحظ الإشارة السالبة التي تدل على أن اتجاه القوة الدافعة الكهربائية المستحثة أو التيار المستحث يكون في اتجاه بحيث يقاوم التغير المسبب له حسب قاعدة لنز.

تعريف معامل الحث المتبادل بين ملفين

يلاحظ من المعادلة رقم (٥-٧) أن معامل الحث المتبادل M يمكن أن تكتب على الصورة الآتية:

$$-M = \frac{\xi_2}{\left(\frac{\Delta I_1}{\Delta t}\right)} = \xi_2 \frac{\Delta t}{\Delta I_1} \quad (٥-٨)$$

يعرف معامل الحث المتبادل بين ملفين بأنه القوة الدافعة الكهربائية المستحثة المتولدة في أحد ملفي الحث عند تغير شدة التيار في الملف الآخر بمعدل ١ أمبير في الثانية.

وحدة قياس معامل الحث المتبادل

يلاحظ من المعادلة رقم (٥-٨) أن أبعاد معامل الحث المتبادل هي أبعاد (جهد $\times$ زمن $\div$ تيار). وتسمى وحدة قياس معامل الحث المتبادل بالهنري (Henry)، وتعرف بأنها (فولت . ثانية / أمبير).

مثال رقم (٥-١)

احسب معامل الحث المتبادل بين ملفين، إذا كان معدل تغير التيار في أحدهما قدره 5 mA/sec قد تسبب في نشوء جهد مستحث بين طرفي الملف الآخر قدره 0.5 V .

الحل

بتطبيق المعادلة رقم (٥-٨)، نجد الآتي:

$$-M = \frac{\xi_2}{\left(\frac{\Delta I_1}{\Delta t}\right)} = \frac{0.5 \text{ V}}{5 \times 10^{-3} \text{ A/sec}} = 100 \text{ V} \cdot \text{sec/A}$$

٥ - ٣ المحول الكهربائي Transformer

٥ - ٣ - ١ وظيفة المحول الكهربائي Function of Transformer

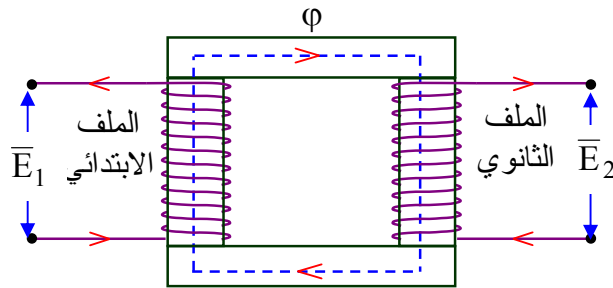
رفع أو خفض القوة الدافعة الكهربائية المترددة. وتبنى نظرية عمله على الحث المتبادل بين ملفين.

٥ - ٣ - ٢ تطبيقات المحول الكهربائي Transformer Applications

- ♦ يستخدم لإمداد معظم الأجهزة الإلكترونية بالطاقة الكهربائية.
- ♦ يستخدم لتشغيل كثير من الأجهزة المنزلية.
- ♦ يستخدم لنقل الطاقة الكهربائية من محطات توليد الكهرباء (كما ذكر في الوحدة الأولى) إلى مناطق الاستخدام البعيدة.

٥ - ٣ - ٣ تركيب المحول Construction of Transformer

لمعرفة تركيب المحول نعود إلى الوحدة الثانية شكل رقم (٢ - ٥) حيث الملف المعزول ملفوف على قلب حديدي مغلق، ويسمى هذا الملف في هذه الحالة بالملف الابتدائي عند توصيله بمصدر للقوة الدافعة الكهربائية $\bar{E}_1$ المراد رفعها أو خفضها، وبلف ملف معزول آخر على نفس القلب الحديدي ويسمى بالملف الثانوي يتولد على أطرافه قوة دافعة كهربائية مستحثة ثانوية $\bar{E}_2$ كما هو مبين بشكل رقم (٥ - ٣).



شكل رقم (٥ - ٣) الفكرة الأساسية للمحول الكهربائي

ويلاحظ أن القلب الحديدي مكون من عدة شرائح رقيقة من الحديد السيليكوني معزولة عن بعضها للإقلال من التيارات الإعصارية وللإقلال من فقد الطاقة.

٥ - ٣ - ٤ نظرية عمل المحول Transformer Operation

يمكن شرح عمل المحول الكهربائي طبقاً للخطوات التالية:

١. يوصل طرفا الملف الابتدائي بمصدر الجهد المتردد المراد تغييره، بينما يوصل طرفا الملف الثانوي بالدائرة المراد إمدادها بالجهد الآخر.
٢. يمر تيار متردد في الملف الابتدائي ويسبب تدفقاً للفيض المغناطيسي في القلب الحديدي.
٣. يعمل القلب الحديدي على تجميع خطوط الفيض المغناطيسي فيقطع بالتالي الملف الثانوي فيتولد بين طرفيه قوة دافعة كهربائية مترددة مستحثة.
٤. عند غلق دائرة الملف الثانوي يمر تيار متردد في الدائرة ويكون تردد هذا التيار مساوياً لتردد التيار المار في الملف الابتدائي.
٥. يتولد عن تيار الملف الثانوي فيض مغناطيسي يعاكس الفيض المغناطيسي الناشئ عن الملف الابتدائي.

٥ - ٣ - ٥ العلاقة بين القوتين الدافعتين الكهربائيتين في ملفي المحول emf Relationship

يمكن إيجاد العلاقة بين القوتين الدافعتين الكهربائيتين في ملفي المحول طبقاً للخطوات التالية:

١. نفترض أن عدد لفات الملف الابتدائي N_1 وأن عدد لفات الملف الثانوي N_2 .
٢. عند مرور التيار المتردد في الملف الابتدائي وغلق دائرة الملف الثانوي، يتولد في الملف الثانوي قوة دافعة كهربائية مستحثة $\bar{E}_2$ يمكن حساب قيمتها كالآتي:

$$\bar{E}_2 = N_2 \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \quad (٩-٥)$$

٣. عند فتح دائرة الملف الثانوي مع البقاء على اتصال الملف الابتدائي بالمصدر الكهربائي، فإن تيار الملف الابتدائي يكاد ينعدم وذلك لأن الحث الذاتي للملف الابتدائي يعمل على توليد قوة دافعة كهربائية مستحثة تتزن مع القوة الدافعة الكهربائية للمصدر فتتوقف مرور التيار وتكون القوة الدافعة الكهربائية المستحثة المتولدة بالحث الذاتي في الملف الابتدائي كالآتي:

$$\bar{E}_1 = N_1 \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \quad (١٠-٥)$$

٤. بقسمة المعادلة رقم (٩- ٥) على المعادلة رقم (١٠- ٥) نحصل على الآتي:

$$\frac{\bar{E}_2}{\bar{E}_1} = \frac{\left(N_2 \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \right)}{\left(N_1 \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \right)} \quad (١١-٥)$$

$$\frac{\bar{E}_2}{\bar{E}_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad (١٢-٥)$$

٥. من المعادلة رقم (١٢- ٥) يمكن حساب القوة الدافعة الكهربائية المتولدة في الملف الثانوي كالآتي:

$$\bar{E}_2 = \bar{E}_1 \cdot \frac{N_2}{N_1} \quad (١٣-٥)$$

٦. يلاحظ أنه بضبط النسبة بين عدد لفات الملف الثانوي إلى عدد لفات الملف الابتدائي يمكن رفع الجهد في الملف الثانوي أو خفضه بالنسبة لجهد الملف الابتدائي.

٥- ٣- ٦ العلاقة بين شدتي التيارين في ملفي المحول Currents Relationship

على اعتبار أن المحول جهاز وسيط مثالي، بمعنى أنه يقوم بنقل القدرة الكهربائية كاملة من الملف الابتدائي إلى الملف الثانوي، يمكن كتابة المعادلة الرياضية الآتية:

$$P_1 = P_2 \quad (١٤-٥)$$

وهذا يعني أن:

$$\bar{E}_1 \cdot \bar{i}_1 = \bar{E}_2 \cdot \bar{i}_2 \quad (١٥-٥)$$

ويمكن إعادة كتابة هذه المعادلة كالآتي:

$$\frac{\bar{i}_1}{\bar{i}_2} = \frac{\bar{E}_2}{\bar{E}_1} \quad (١٦-٥)$$

وبالتعويض في المعادلة رقم (١٢- ٥)، نحصل على الآتي:

$$\frac{\bar{i}_1}{\bar{i}_2} = \frac{\bar{E}_2}{\bar{E}_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad (١٧-٥)$$

أي أن تيار الملف الثانوي يمكن حسابه كالآتي:

$$\bar{i}_2 = \bar{i}_1 \cdot \frac{N_1}{N_2} \quad (١٨-٥)$$

ويلاحظ أن نسبة تحويل التيار هي عكس نسبة تحويل الجهد وهذا يعني أن رفع الجهد في الملف الثانوي يعني خفض التيار والعكس صحيح أن خفض الجهد يعني رفع للتيار.

مثال رقم (٥ - ٢)

إذا كانت النسبة بين عدد لفات الملف الابتدائي إلى عدد لفات الملف الثانوي هي $\frac{1}{20}$ ، احسب الجهد المتولد على أطراف الملف الثانوي والتيار المار فيه إذا كان الجهد على أطراف الملف الابتدائي 50 V والتيار المار فيه 1 A .

الحل

من المعادلة رقم (٥ - ١٣)، يمكن حساب الجهد على أطراف الملف الثانوي كالآتي:

$$\bar{E}_2 = \bar{E}_1 \cdot \frac{N_2}{N_1} = 50\text{ V} \cdot (20) = 1000\text{ V}$$

ومن المعادلة رقم (٥ - ١٨)، يمكن حساب التيار في الملف الثانوي كالآتي:

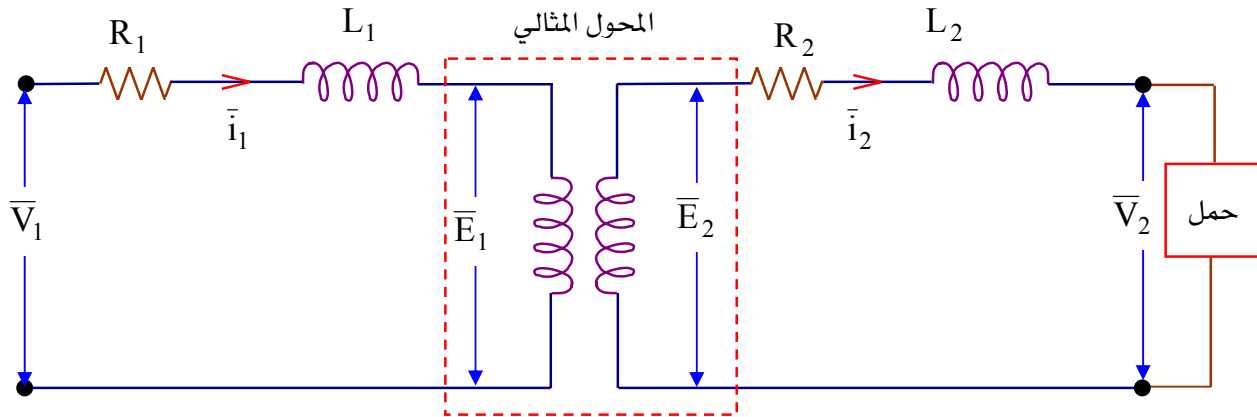
$$\bar{i}_2 = \bar{i}_1 \cdot \frac{N_1}{N_2} = 1\text{ A} \cdot \left(\frac{1}{20}\right) = 0.05\text{ A} = 50\text{ mA}$$

٥ - ٣ - ٧ كفاءة المحول الكهربائي Transformer Efficiency

لأن المحول الكهربائي في حقيقة الأمر جهاز حقيقي واقعي وليس جهازاً مثالياً، يمكن تصور كفاءة المحول الكهربائي كالآتي:

كفاءة المحول الكهربائي تعني ببساطة النسبة المئوية من القدرة المنقولة من الملف الابتدائي إلى الملف الثانوي، وذلك لأن المحول الكهربائي ليس مثالياً وأن ذلك يعني فقداً في القدرة المنقولة بين الملفين. وعلى ذلك يمكن تعريف كفاءة المحول η رياضياً كالآتي:

$$\eta = \frac{\bar{V}_2 \cdot \bar{i}_2}{\bar{V}_1 \cdot \bar{i}_1} \quad (١٩-٥)$$



شكل رقم (٥-٤) الدائرة المكافئة للمحول

حيث الدائرة المكافئة للمحول الحقيقي مبينة في شكل رقم (٥-٤). ومن هذه الدائرة يمكن تصور الفقد في القدرة $Losses_T$ على أنه الفقد في القدرة $Losses_1$ في المقاومة R_1 بالإضافة إلى الفقد في القدرة $Losses_2$ في المقاومة R_2 . ويمكن تعريف الفقد في المقاومتين رياضياً كالآتي:

$$Losses_1 = \bar{i}_1^2 \cdot R_1 \quad (٢٠-٥)$$

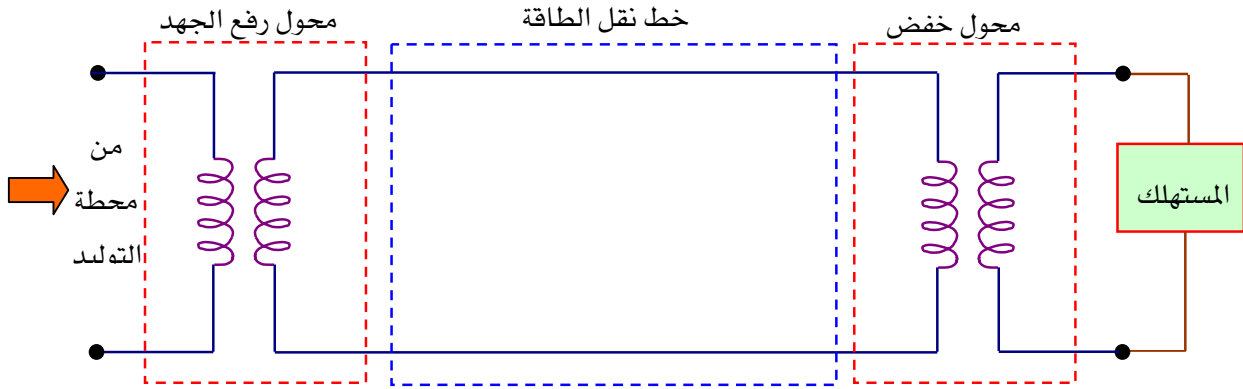
$$Losses_2 = \bar{i}_2^2 \cdot R_2 \quad (٢١-٥)$$

$$Losses_T = Losses_1 + Losses_2 = \bar{i}_1^2 \cdot R_1 + \bar{i}_2^2 \cdot R_2 \quad (٢٢-٥)$$

وذلك بالإضافة إلى الفقد في القدرة نتيجة مغنطة القلب الحديدي والفقد في القدرة نتيجة التيارات الإعصارية.

٥-٣-٨ استخدام المحولات في نقل القدرة الكهربائية Transformers in Power Networks

تستخدم المحولات في نقل القدرة الكهربائية من محطة التوليد الكهربائي إلى أماكن استخدامها دون فقد كبير في القدرة الكهربائية باستخدام محول رفع عند بداية خط نقل القدرة الكهربائية لرفع الجهد الكهربائي (القوة الدافعة الكهربائية) بمقدار كبير فتقل بالتالي شدة التيار بمقدار كبير ويقل بالتالي الفقد في القدرة في الأسلاك مستخدمة لنقل هذه القدرة. ثم يستخدم محول خفض في نهاية الخط وترداد بالتالي شدة التيار لتصل إلى المستهلك، كما هو مبين بشكل رقم (٥-٥).

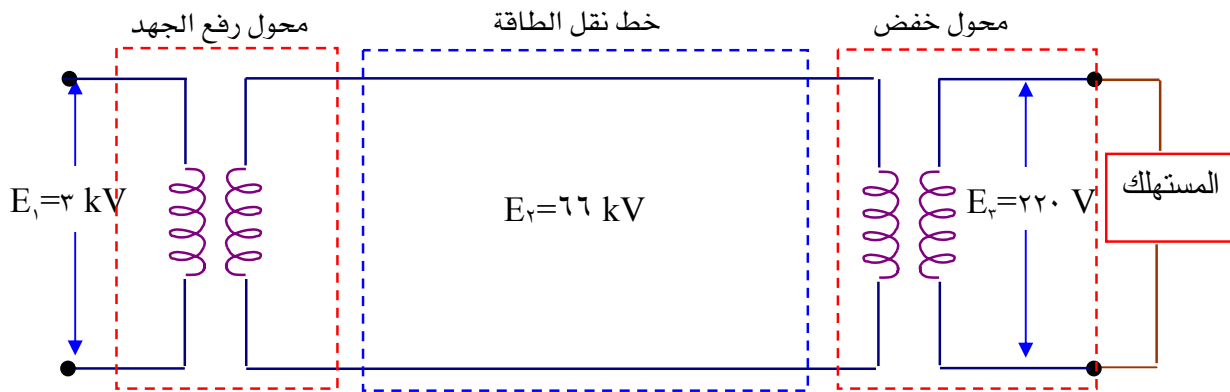


شكل رقم (٥- ٥) نظام نقل الطاقة الكهربائية من محطة التوليد إلى المستهلك

مثال رقم (٥- ٣)

إذا كان الجهد المولد في محطة توليد الكهرباء 3 kV ، والمطلوب إمداد المستهلك بالطاقة الكهربائية بجهد 220 V عبر خط نقل الطاقة الكهربائية بجهد 66 kV ، احسب نسبة التحويل $\frac{N_1}{N_2}$ في كل من محولي الرفع والخفض.

الحل



شكل رقم (٥- ٦) نظام نقل الطاقة الكهربائية للمثال رقم (٥- ٣)

الحل

لحساب نسبة التحويل $\frac{N_1}{N_2}$ لمحول الرفع، نستخدم المعادلة رقم (٥- ١٢) كما يلي:

$$\frac{\bar{E}_2}{\bar{E}_1} = \frac{N_{12}}{N_{11}} = \frac{66000}{3000} = 22$$

$$\frac{N_{11}}{N_{12}} = \frac{1}{22}$$

لحساب نسبة التحويل $\frac{N_1}{N_2}$ لمحول الخفض، نستخدم نفس التعبير الرياضي كما يلي:

$$\frac{\bar{E}_3}{\bar{E}_2} = \frac{N_{22}}{N_{12}} = \frac{220 \text{ V}}{66000 \text{ V}} = \frac{1}{300}$$

تدريبات على الوحدة الخامسة

١. عرف الحث الذاتي للملف.
٢. عرف ملف الحث.
٣. عرف معامل الحث الذاتي للملف (L).
٤. عرف وحدة الهنري.
٥. اذكر العوامل التي يتوقف عليها معامل الحث الذاتي للملف.
٦. عرف معامل الحث المتبادل بين ملفين.
٧. عرف الحث المتبادل للملف.
٨. أشرح وظيفة المحول الكهربائي.
٩. اذكر بعض التطبيقات للمحول الكهربائي.
١٠. استنتج العلاقة بين القوتين الدافعتين الكهربائيتين في ملفي المحول.
١١. استنتج العلاقة بين شدتي التيارين في ملفي المحول.
١٢. اشرح استخدام المحولات في نقل القدرة الكهربائية.
١٣. احسب معامل الحث المتبادل بين ملفين، إذا كان معدل تغير التيار في أحدهما قدره 1 mA/sec قد تسبب في نشوء جهد مستحث بين طرفي الملف الآخر قدره 0.8 V .
١٤. احسب معامل الحث المتبادل بين ملفين، إذا كان معدل تغير التيار في أحدهما قدره 3 mA/sec قد تسبب في نشوء جهد مستحث بين طرفي الملف الآخر قدره 1.5 V .
١٥. إذا كانت النسبة بين عدد لفات الملف الابتدائي إلى عدد لفات الملف الثانوي هي $\frac{1}{200}$ ، احسب الجهد المتولد على أطراف الملف الثانوي والتيار المار فيه إذا كان الجهد على أطراف الملف الابتدائي 100 V والتيار المار فيه 1 A .
١٦. إذا كانت النسبة بين عدد لفات الملف الابتدائي إلى عدد لفات الملف الثانوي هي 200 ، احسب الجهد المتولد على أطراف الملف الثانوي والتيار المار فيه إذا كان الجهد على أطراف الملف الابتدائي 100 V والتيار المار فيه 1 A .
١٧. إذا كانت النسبة بين عدد لفات الملف الابتدائي إلى عدد لفات الملف الثانوي هي 20 ، احسب الجهد المتولد على أطراف الملف الثانوي والتيار المار فيه إذا كان الجهد على أطراف الملف الابتدائي 100 V والتيار المار فيه 0.1 A .

١٨. إذا كان الجهد المولد في محطة توليد الكهرباء kV ١، والمطلوب إمداد المستهلك بالطاقة الكهربائية بجهد V ١١٠ عبر خط نقل الطاقة الكهربائية بجهد kV ٣٣، احسب نسبة التحويل N_2/N_1 في كل من محولي الرفع والخفض.

١٩. إذا كان الجهد المولد في محطة توليد الكهرباء kV ٣، والمطلوب إمداد المستهلك بالطاقة الكهربائية بجهد V ٢٢٠ عبر خط نقل الطاقة الكهربائية بجهد kV ٦٦، احسب نسبة التحويل N_2/N_1 في كل من محولي الرفع والخفض.

المراجع (References)

- [١] Thomas L. Floyed, Electrical Engineering Fundamentals, Prentice, Inc, sixth edition, ٢٠٠٠.
- [٢] B. L. Theraja, A. K. Theraja, " Electrical Technology", published by Ninja Construction development Co. Ltd. Ram Nagar, New Delhi, ١١٠٠٥٥, ١٩٩٥.
- [٣] M. A. PAI, "Introduction to Electric Circuits and Machines", Affiliated east west presses private limited, ١٩٧٥.

المحتويات

الصفحة	المحتويات
	مقدمة
	الوحدة الأولى: تحويل الطاقة وتوليد الطاقة الكهربائية
	الأهداف العامة للوحدة الأولى
١	١- مقدمة
٢	٢- تحويل الطاقة
٢	١- ٢- ١- مصادر الطاقة الابتدائية
٢	١- ٢- ١- المصادر الأحفورية للطاقة
٤	١- ٢- ١- الطاقة النووية
٤	١- ٢- ١- الطاقة المتجددة
٦	٣- توليد الطاقة الكهربائية
٦	١- ٣- ١- محطات توليد الكهرباء بواسطة التربينات المائية
٨	١- ٣- ٢- المحطات الحرارية لتوليد الكهرباء
١٠	١- ٣- ٣- محطات توليد الكهرباء بواسطة التربينات الغازية
١١	١- ٣- ٤- محطات توليد الكهرباء بواسطة ماكينات الديزل
١١	١- ٣- ٥- محطات توليد الكهرباء من الطاقة المتجددة
١٤	تدريبات على الوحدة الأولى
	الوحدة الثانية: مبادئ وأسس توليد التيار المتردد
	الأهداف العامة للوحدة الثانية
١٥	٢- ١- مقدمة
١٦	٢- ٢- التأثير المغناطيسي للتيار الكهربائي
١٦	٢- ٢- ١- توليد وتركيز المجال المغناطيسي
١٩	٢- ٢- ٢- قانون فاراداي
١٩	٢- ٣- نظرية عمل المولد الكهربائي
٢١	٢- ٣- ١- توليد الموجة الجيبية

٢٢	٢- ٣- ٢ التحليل الرياضي للموجة الجيبية
٢٤	٢- ٣- ٣ القيمة الحسائية للموجة الجيبية
٢٤	٢- ٣- ٣- ١ القيمة المتوسطة للموجة الجيبية
٢٥	٢- ٣- ٣- ٢ القيمة الفعالة للموجة الجيبية
٢٧	٢- ٣- ٤ زاوية الطور
٢٩	٢- ٣- ٥ التمثيل الاتجاهي للموجة الجيبية
٢٩	٢- ٣- ٥- ١ التمثيل الرياضي للمتجهات:
٣٢	٢- ٣- ٥- ٢ بعض المبادئ البسيطة لرياضيات المتجهات
٣٤	تدريبات على الوحدة الثانية
	الوحدة الثالثة: عناصر ودوائر التيار المتردد
٣٧	الأهداف العامة للوحدة الثالثة
٣٨	٣- ١ مقدمة
٣٨	٣- ٢ عناصر التيار المتردد
٣٨	٣- ٢- ١ عنصر المقاومة الأومية
٣٩	٣- ٢- ٢ عنصر المفاعلة الحثية للملف
٤٠	٣- ٢- ٣ عنصر المفاعلة السعوية للمكثف
٤١	٣- ٢- ٣- ١ شحن المكثف
٤٢	٣- ٢- ٣- ٢ تفريغ المكثف
٤٤	٣- ٢- ٣- ٣ المكثف كعنصر فعال في دوائر التيار المتردد
٤٥	٣- ٣ دوائر التيار المتردد
٤٥	٣- ٣- ١ استخدام المعامل j في الدائرة الكهربائية
٤٧	٣- ٣- ٢ التوصيل على التوالي
٤٧	٣- ٣- ٢- ١ توصيل الملفات على التوالي
٤٧	٣- ٣- ٢- ٢ توصيل المكثفات على التوالي
٤٩	٣- ٣- ٢- ٣ مقاومة موصلة على التوالي مع مفاعلة حثية
٥١	٣- ٣- ٢- ٤ مقاومة موصلة على التوالي مع مفاعلة سعوية
٥٥	٣- ٣- ٢- ٥ مقاومة موصلة على التوالي مع مفاعلة حثية وعلى التوالي مع مفاعلة

سعودية

٥٩	٣- ٣- ٣- التوصيل على التوازي
٥٩	٣- ٣- ٣- ١- توصيل الملفات على التوازي
٦٠	٣- ٣- ٣- ٢- توصيل المكثفات على التوازي
٦١	٣- ٣- ٣- ٣- مقاومة موصلة على التوازي مع مفاعلة حثية
٦٤	٣- ٣- ٣- ٤- مقاومة موصلة على التوازي مع مفاعلة سعوية
٦٧	٣- ٣- ٣- ٥- مقاومة موصلة على التوازي مع مفاعلة حثية وعلى التوازي مع مفاعلة

سعودية

٧١	٣- ٤- القدرة في التيار المتردد
٧١	٣- ٤- ١- مثلث القدرة
٧٢	٣- ٤- ٢- معامل القدرة
٧٣	٣- ٤- ٣- تحسين معامل القدرة

٧٦ تدريبات على الوحدة الثالثة

الوحدة الرابعة: النظريات الأساسية لدوائر التيار المتردد

٧٩ الأهداف العامة للوحدة الرابعة

٨٠ ٤- ١- مقدمة

٨٠ ٤- ٢- النظريات الأساسية لدوائر التيار المتردد

٨٠ ٤- ٢- ١- قانون أوم

٨٣ ٤- ٢- ٢- قانونا كيرشوف

٨٣ ٤- ٢- ٢- ١- قانون كيرشوف للتيار

٨٧ ٤- ٢- ٢- ١- توصيل المعاوقات على التوازي

٨٩ ٤- ٢- ٢- ١- قانون تجزؤ التيار

٩١ ٤- ٢- ٢- ٢- قانون كيرشوف للجهود

٩٤ ٤- ٢- ٢- ١- توصيل المعاوقات على التوالي

٩٥ ٤- ٢- ٢- ٢- قانون تجزؤ الجهود

٩٩ ٤- ٢- ٣- الدوائر المركبة

٩٩ ٤- ٢- ٣- طريقة الاختزال

١٠٥	٤- ٢- ٣- ٢- تحويلات الدلتا -نجمة و النجمة -دلتا
١١٤	٤- ٢- ٣- ٣- نظرية ثفنن
١٢٠	٤- ٢- ٣- ٤- طريقة الحلقة المغلقة (طريقة ماكسويل)
١٣٠	٤- ٢- ٣- ٥- نظرية التركيب
١٣٥	تدريبات على الوحدة الرابعة
	الوحدة الخامسة : دوائر الارتباط المغناطيسية والحث المتبادل
١٤٠	الأهداف العامة للوحدة الخامسة
١٤١	٥- ١- مقدمة
١٤١	٥- ٢- الحث المغناطيسي
١٤١	٥- ٢- ١- الحث الذاتي للملف
١٤١	٥- ٢- ١- ١- العوامل التي يتوقف عليها معامل الحث الذاتي للملف
١٤٢	٥- ٢- ١- ٢- حساب الحث الذاتي للملف
١٤٣	٥- ٢- ١- ٣- أثر الحث الذاتي على العلاقة بين القوة الدافعة الكهربائية والتيار
١٤٣	٥- ٢- ٢- الحث المتبادل
١٤٤	٥- ٢- ٢- ١- معامل الحث المتبادل بين ملفين
١٤٦	٥- ٣- المحول الكهربائي
١٤٦	٥- ٣- ١- وظيفة المحول الكهربائي
١٤٦	٥- ٣- ٢- تطبيقات المحول الكهربائي
١٤٦	٥- ٣- ٣- تركيب المحول
١٤٧	٥- ٣- ٤- نظرية عمل المحول
١٤٧	٥- ٣- ٥- العلاقة بين القوتين الدافعتين الكهربائيتين في ملفي المحول
١٤٨	٥- ٣- ٦- العلاقة بين شدتي التيارين في ملفي المحول
١٤٩	٥- ٣- ٧- كفاءة المحول الكهربائي
١٥٠	٥- ٣- ٨- استخدام المحولات في نقل القدرة الكهربائية
١٥٣	تدريبات على الوحدة الخامسة
١٥٥	المراجع

تقدر المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني الدعم

المالي المقدم من شركة بي آيه إي سيستمز (العمليات) المحدودة

GOTEVOT appreciates the financial support provided by BAE SYSTEMS

BAE SYSTEMS