الأكاديمية العربية الدولية
Arab International Academy

إسم المادة: الهياكل المتقطعة

اسم المحاضِر: م. خليل المحمد

الأكاديمية العربية الدولية – منصة أعد

مقدمة في الهياكل المتقطعة

1. تعريف الهياكل المتقطعة:

1.1 الفروق بين الهياكل المتقطعة والهياكل المستمرة:

الهياكل المتقطعة هي دراسة الأنظمة التي تتعامل مع القيم التي يمكن تمثيلها بأعداد صحيحة أو منفصلة، ولا تحتوي على تغييرات مستمرة.

الفروق بين الهياكل المتقطعة والهياكل المستمرة

الهياكل المتقطعة تختلف عن الهياكل المستمرة في عدة جوانب:

- **التمثيل الرياضي**:الهياكل المتقطعة تستخدم الأعداد الصحيحة، المجموعات، الرسوم البيانية وغيرها من الهياكل التي لا تحتوي على أجزاء غير محددة بين عناصرها. في المقابل، الهياكل المستمرة تتعامل مع الأعداد الحقيقية والمجالات المستمرة التي يمكن تقسيمها بلا حدود.
- **التحليل**:في الهياكل المتقطعة، يتم تحليل المشكلات من خلال العد والإحصاء والمبادئ الرياضية مثل التوافقيات والاحتمالات المنفصلة. بينما في الهياكل المستمرة، يتم استخدام حساب التفاضل والتكامل لمعالجة المشكلات المتعلقة بالتغيير المستمر.
- **التطبيقات**:الهياكل المتقطعة تُستخدم في تصميم الخوارزميات، هياكل البيانات، والشبكات الرقمية، بينما الهياكل المستمرة أكثر شيوعًا في المجالات التي تتطلب تحليل تغيرات مستمرة مثل الفيزياء والهندسة.

مقدمة في الهياكل المتقطعة

1.2 تطبيقات الهياكل المتقطعة في هندسة الحاسوب:

الهياكل المتقطعة تلعب دورًا حاسمًا في هندسة الحاسوب حيث تُستخدم في:

- **تصميم الخوارزميات**: تعتمد العديد من الخوارزميات على مفاهيم الهياكل المتقطعة، مثل خوارزميات البحث في الرسوم البيانية، تحليل التوافقيات، وخوارزميات الترتيب والفرز.
- **هياكل البيانات**: مثل القوائم المرتبطة، الأشجار الثنائية، والجداول التجزئة التي تعتمد على الهياكل المتقطعة لتحسين الكفاءة.
- **الشبكات**: الرسوم البيانية، التي تعتبر جزءًا من الهياكل المتقطعة، تُستخدم في تصميم وتحليل الشبكات الحاسوبية، بما في ذلك الشبكات المحلية (LAN) وشبكات الإنترنت.
- **التشفير**: مفاهيم من الرياضيات المتقطعة تُستخدم في التشفير الحديث مثل التشفير القائم على نظرية الأعداد والتحليل التوافقي.

لماذا ندرس الهياكل المتقطعة؟

1. أهميتها في البرمجة

- إدارة الذاكرة: تساعد في تصميم هياكل بيانات فعالة من حيث استخدام الذاكرة مثل الجداول التجزئة (Hash Tables) والقوائم المرتبطة.
- التحكم في تدفق البرمجة: الرسوم البيانية الحلقية والشبكات يمكن استخدامها لتمثيل تدفق البرامج وتصميم المنطق الشرطي.
- خوارزميات الترتيب والبحث: مثل الفرز السريع (Quick Sort) والبحث الثنائي (Binary Search) تعتمد بشكل كبير على مفاهيم الرياضيات المتقطع

2. تحليل الخوارزميات:

- **تحليل التعقيد الزمني** :يستخدم الرياضيات المتقطعة لتقدير التعقيد الزمني للخوارزميات باستخدام مفاهيم مثل التوافقيات والاحتمالات.
- **تحليل التعقيد المكاني** :تساعد في تقييم استهلاك الذاكرة الخاصة بالخوارزميات عن طريق تمثيل هياكل البيانات المناسبة مثل الأشجار الثنائية أو الرسوم البيانية.
- **خوارزميات الرسوم البيانية** :مثل خوارزميات البحث BFS) و DFS) تُستخدم بشكل واسع في تحليل الرسوم البيانية التي تعتمد على الهياكل المتقطعة.

لماذا ندرس الهياكل المتقطعة؟

3. حل المشكلات المعقدة

الهياكل المتقطعة توفر إطارًا منطقيًا لحل المشكلات التي تتطلب تقسيم البيانات إلى أجزاء منفصلة ومنظمة. على سبيل المثال:

- **المجموعات والعلاقات** :تساعد المبرمج على فهم كيفية تنظيم البيانات بشكل فعال عبر العمليات على المجموعات (مثل الاتحاد والتقاطع)، وهو أمر مفيد عند إدارة قواعد البيانات أو تحليل البيانات المتشابكة.
- **الأشجار والرسوم البيانية** :تُستخدم في حل المشكلات التي تتعلق بالعلاقات المتعددة بين العناصر، مثل إيجاد المسارات الأقصر أو إدارة البيانات الهرمية.

4. تصميم هياكل البيانات

تعد الهياكل المتقطعة أساسًا لتصميم هياكل البيانات مثل القوائم المرتبطة، الأكوام، الطوابير، والأشجار. هذه الهياكل تجعل من السهل التعامل مع البيانات بطرق مختلفة مثل:

- **تخزين البيانات بشكل فعال** :الهياكل المتقطعة تساعد على تحديد أفضل الطرق لتنظيم وتخزين البيانات. على سبيل المثال، الأشجار الثنائية (Binary Trees) تُستخدم لتسريع عمليات البحث والإدخال والحذف في قواعد البيانات.
- **الوصول إلى البيانات بسرعة** :باستخدام هياكل متقطعة مثل الجداول المجزأة (Hash Tables) أو الرسوم البيانية، يمكن تحسين سرعة استرجاع البيانات أو البحث عنها بشكل كبير.

مفاهيم أساسية في الرياضيات المتقطعة

1. **المجموعات:** المجموعة هي تجميع لعدد من العناصر المميزة.

- **أمثلة على المجموعات:**
  - مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة.{1, 2, 3, ...}
  - مجموعة الأحرف الإنجليزية.{A, B, C, ...}

2. **العلاقات:** هي ارتباط بين عناصر مجموعتين. يمكن تمثيل العلاقة بين المجموعات باستخدام الرسوم البيانية

- **أمثلة على العلاقات:**
  - العلاقة "أكبر من" بين مجموعة الأعداد الطبيعية.
  - العلاقة "صديق" بين مجموعة من الأشخاص.

3. **الدوال:** هي نوع خاص من العلاقات، تربط كل عنصر من مجموعة تسمى "المجال" بعنصر واحد فقط من مجموعة أخرى تسمى "المدى".

4. **الأعداد الصحيحة وخصائصها:** الأعداد الصحيحة هي أحد أنواع الأعداد المتقطعة، وتُستخدم بكثرة في البرمجة وعلوم الحاسوب.

- **العمليات على الأعداد الصحيحة** :مثل الجمع، الطرح، الضرب والقسمة.
- **القسمة الصحيحة (Modulus)**: عملية إيجاد الباقي بعد قسمة عدد على آخر، وهي عملية شائعة في تطوير الخوارزميات.

المجموعات - الانواع

1. **المجموعة المنتهية:(Finite Set)** : هي مجموعة تحتوي على عدد محدود من العناصر. مثلًا، المجموعة A={1,2,3} هي مجموعة منتهية لأن عدد عناصرها محدود.
2. **المجموعة غير المنتهية:(Infinite Set)** : هي مجموعة تحتوي على عدد غير محدود من العناصر. على سبيل المثال، مجموعة الأعداد الطبيعية . N={1,2,3,...}
3. **المجموعة الفارغة:(Empty Set)** : هي مجموعة لا تحتوي على أي عنصر، وتُسمى المجموعة الفارغة. يتم تمثيلها بالرمز ∅ أو {}.
4. **المجموعة الشاملة:(Universal Set)** : هي المجموعة التي تحتوي على جميع العناصر الممكنة في سياق معين. على سبيل المثال، إذا كانت مجموعتنا تتعلق بالأعداد الطبيعية، فإن المجموعة الشاملة هي مجموعة جميع الأعداد الطبيعية.
5. **المجموعة الجزئية:(Subset)** : هي مجموعة يكون كل عنصر فيها موجودًا في مجموعة أخرى. على سبيل المثال، إذا كانت A={1,2,3} B={1,2,3,4,5}
6. **المجموعات المتساوية:(Equal Sets)** : مجموعتان تكونان متساويتين إذا كانت تحتويان على نفس العناصر. على سبيل المثال، إذا كانت A={1,2,3} و B={3,2,1}،
7. **المجموعة المتناقضة:(Disjoint Sets)** : هي مجموعات لا تحتوي على أي عناصر مشتركة. على سبيل المثال، إذا كانت A={1,2} و B={3,4}، فإن A و B متناقضتان لأنه لا يوجد عنصر مشترك بينهما.

العمليات على المجموعات

1. **الاتحاد (Union):** هو عملية جمع جميع العناصر من مجموعتين أو أكثر في مجموعة جديدة، دون تكرار العناصر. يتم تمثيل الاتحاد بالرمز ∪. إذا كانت $A=\{1,2,3\}$ و $B=\{3,4,5\}$، فإن: $A \cup B=\{1,2,3,4,5\}$

2. **التقاطع (Intersection):** هو عملية إيجاد العناصر المشتركة بين مجموعتين. يتم تمثيل التقاطع بالرمز ∩. إذا كانت $A=\{1,2,3\}$ و $B=\{3,4,5\}$، فإن: $A \cap B=\{3\}$

3. الفرق (Difference): هو مجموعة تحتوي على العناصر التي تنتمي للمجموعة الأولى، ولكنها لا توجد في المجموعة الثانية. يتم تمثيل الفرق بالرمز −.

إذا كانت $A=\{1,2,3\}$ و $B=\{3,4,5\}$ فإن: $A-B=\{1,2\}$ و $B-A=\{4,5\}$

4. المتممة (Complement): هي مجموعة تحتوي على جميع العناصر التي لا تنتمي إلى المجموعة المعطاة، بناءً على المجموعة الشاملة Universal Set . يتم تمثيل المتممة بالرمز A' أو إذا كانت المجموعة الشاملة $U=\{1,2,3,4,5\}$ والمجموعة $A=\{1,2,3\}$، فإن: $A'=\{4,5\}$

5. الفرق المتماثل (Symmetric Difference): هو مجموعة تحتوي على العناصر التي توجد في إحدى المجموعتين، ولكن ليست مشتركة بينهما. يتم تمثيله بالرمز $A \Delta B$. إذا كانت $A=\{1,2,3\}$ و $B=\{3,4,5\}$ فإن: $A \Delta B=\{1,2,4,5\}$

6. الضرب الكارتيزي (Cartesian Product): الضرب الكارتيزي بين مجموعتين A و B هو مجموعة الأزواج المرتبة، حيث يكون العنصر الأول من A والعنصر الثاني من B. يتم تمثيله بالرمز $A \times B$. إذا كانت $A=\{1,2\}$ و $B=\{x,y\}$ ، فإن: $A \times B=\{(1,x),(1,y),(2,x),(2,y)\}$

العلاقات بين المجموعات

أنواع العلاقات: توجد أنواع مختلفة من العلاقات بين المجموعات، بناءً على كيفية توزيع الأزواج المرتبة:

1. **العلاقة العكسية (Inverse Relationship)**: إذا كانت هناك علاقة بين عنصر $a \in A$ وعنصر $b \in B$ ، فإن العلاقة العكسية تكون بين $b \in B$ و $a \in A$.
   - **مثال**: إذا كانت العلاقة الأصلية (1,a)، فإن العلاقة العكسية هي (a,1)
2. **العلاقة المنعكسة (Reflexive Relation)**: تكون العلاقة منعكسة إذا كان كل عنصر من مجموعة A يرتبط بنفسه.
   - **مثال**: إذا كانت $A=\{1,2,3\}$، فإن العلاقة المنعكسة هي $\{(1,1),(2,2),(3,3)\}$.
3. **العلاقة التماثلية (Symmetric Relation)**: تكون العلاقة تماثلية إذا كان $(a,b) \in R$ يعني أيضًا أن $(b,a) \in R$.
   - **مثال**: إذا كانت العلاقة تحتوي على (1,2)، فإن العلاقة التماثلية يجب أن تحتوي أيضًا على (2,1).
4. **العلاقة الانتقالية (Transitive Relation)**: تكون العلاقة انتقالية إذا كان $(a,b) \in R$ و $(b,c) \in R$ يعني أن $(a,c) \in R$.
   - **مثال**: إذا كانت العلاقة تحتوي على (1,2) و (2,3)، فإنها انتقالية إذا كانت تحتوي أيضًا على (1,3).

قوانين دي مورغان De Morgan's Laws

قوانين دي مورغان: هي مجموعة من القواعد المنطقية المهمة في الرياضيات المتقطعة وتستخدم لفهم العمليات على المجموعات والعلاقات بين المجموعات.

تنص قوانين دي مورغان على أن العمليات على المجموعات مثل الاتحاد والتقاطع يمكن عكسها عندما نأخذ المكملات (Complement) لهذه المجموعات. المكمل يعني جميع العناصر التي لا تنتمي إلى المجموعة المعنية.

1. **القانون الأول** :مكمل اتحاد مجموعتين يساوي تقاطع مكمل كل منهما: $(A \cup B)' = A' \cap B'$ $(A \cup B)' = A' \cap B'$

الشرح :مكمل اتحاد مجموعتين هو مجموعة تحتوي على جميع العناصر التي لا تنتمي إلى A ولا إلى B، وهو نفس نتيجة تقاطع مكملات المجموعتين A و B.

2. **القانون الثاني** :مكمل تقاطع مجموعتين يساوي اتحاد مكمل كل منهما: $(A \cap B)' = A' \cup B'$ $(A \cap B)' = A' \cup B'$

الشرح :مكمل تقاطع مجموعتين هو مجموعة تحتوي على جميع العناصر التي لا تنتمي إلى A أو B، وهو نفس نتيجة اتحاد مكملات المجموعتين A و B.

- **في المنطق الرياضي** :تُستخدم قوانين دي مورغان لتحويل التعبيرات المنطقية ولتبسيط المعادلات.
- **في البرمجة** :تُستخدم عند كتابة شفرات التحكم في الشروط الشرطية لتبسيط العمليات المنطقية.
- **في قواعد البيانات** :تُستخدم في استعلامات قواعد البيانات لتعريف العلاقات بين المجموعات وتصفية البيانات بناءً على شروط معينة.

الرسوم البيانية

الرسم البياني هو هيكل رياضي يتكون من مجموعة من **العقد (Nodes)** أو **الرؤوس(Vertices)** ، ومجموعة من **الحواف (Edges)** التي تربط بين هذه العقد.

أنواع الرسوم البيانية:

1. **الرسم البياني غير الموجه:(Undirected Graph)** : في هذا النوع، لا توجد اتجاهات للحواف. إذا كانت هناك حافة بين العقدتين AوB، فإن العلاقة تعتبر متبادلة.
2. **الرسم البياني الموجه: :(Directed Graph)** : في الرسم البياني الموجه، تكون الحواف لها اتجاه معين. الحافة بين العقدتين A وB قد تعني أن العلاقة من Aإلى B، ولكن ليس بالضرورة من Bإلى A.
3. **الرسم البياني ذو الحواف الموزونة:(Weighted Graph)** : هذا النوع من الرسوم البيانية يتضمن حوافاً لها أوزان تشير إلى تكلفة أو قوة العلاقة بين العقدتين. الأوزان يمكن أن تكون مسافة، وقت، أو كلفة.
4. **الرسم البياني ثنائي:(Bipartite Graph)** : في الرسم البياني الثنائي، تُقسم العقد إلى مجموعتين منفصلتين بحيث تربط الحواف فقط بين العقدتين من مجموعتين مختلفتين.

التمثيل الرياضي للرسوم البيانية

1. مصفوفة الجوار Adjacency Matrix : هي طريقة لتمثيل الرسوم البيانية باستخدام مصفوفة ثنائية D matrix2 ، حيث يكون حجم المصفوفة هو عدد العقد في الرسم البياني. إذا كان الرسم البياني يحتوي على nعقد، فإن مصفوفة الجوار ستكون بمقاس n×n

كل عنصر في المصفوفة يمثل وجود حافة بين عقدتين: إذا كانت هناك حافة بين العقدة i والعقدة j، فإن العنصر عند الموقع [i,j] يكون 1.

إذا لم توجد حافة بين العقدتين، فإن العنصر عند الموقع [i,j] يكون 0.

مميزات مصفوفة الجوار: يمكن استخدامها بسهولة للتحقق مما إذا كانت هناك حافة بين عقدتين - مفيدة في الرسوم البيانية الكثيفة (dense graphs) حيث تكون العديد من العقد متصلة ببعضها.

عيوب مصفوفة الجوار: تستهلك مساحة كبيرة في الرسوم البيانية الضخمة ذات العدد الكبير من العقد والحواف القليلة، لأن المصفوفة تتطلب n2 مساحة.

مثال: افترض أن لدينا رسمًا بيانيًا يحتوي على ثلاث عقد A، B، C مصفوفة الجوار ستكون على الشكل التالي: في هذا المثال، العقدة Aمتصلة بالعقدة B، والعقدة Bمتصلة بكل من Aو C.

	A	B	C
A	0	1	0
B	1	0	1
C	0	1	0

التمثيل الرياضي للرسوم البيانية

2. قائمة الجوار(Adjacency List) : هي طريقة أخرى لتمثيل الرسوم البيانية، حيث يتم تمثيل كل عقدة في الرسم البياني بقائمة تحتوي على العقد المجاورة لها.

بدلاً من استخدام مصفوفة، تُنشأ لكل عقدة قائمة تحتوي على جميع العقد التي ترتبط بها. هذه الطريقة أكثر كفاءة من حيث المساحة مقارنة بمصفوفة الجوار، خاصة في الرسوم البيانية التي تحتوي على عدد قليل من الحواف.

مميزات قائمة الجوار: تستهلك مساحة أقل مقارنة بمصفوفة الجوار، خاصة في الرسوم البيانية قليلة الحواف.(sparse graphs) - يسهل استخدامها في الرسوم البيانية التي تحتوي على عدد كبير من العقد وعدد قليل من الحواف.

عيوب قائمة الجوار: البحث عن وجود حافة بين عقدتين قد يتطلب وقتًا أطول مقارنة بمصفوفة الجوار

مثال : لنفس الرسم البياني السابق A، B، C ، ستكون قائمة الجوار على الشكل التالي:

- A: [B]
- B: [A, C]
- C: [B]

في هذا المثال، العقدة A مرتبطة بالعقدة B فقط، والعقدة B مرتبطة بكل من A و C.

الرسوم البيانية الشهيرة

1. الرسوم البيانية الكاملة Complete Graphs: هو نوع من الرسوم البيانية حيث تكون كل عقدة متصلة بجميع العقد الأخرى بحافة مباشرة.

خصائص الرسم البياني الكامل:

- عدد العقد: إذا كان الرسم البياني يحتوي على n عقد، فكل عقدة مرتبطة بجميع العقد الأخرى.
- عدد الحواف: عدد الحواف في الرسم البياني الكامل هو $n(n-1)/2$ يعني أن كل عقدة متصلة بباقي العقد.
- مزايا: الرسوم البيانية الكاملة لها أهمية في خوارزميات المسار الأقصر وتحليل الشبكات الكثيفة.

أمثلة تطبيقية: تستخدم الرسوم البيانية الكاملة في تحليل الشبكات ذات الروابط الكثيرة، مثل شبكات التواصل الاجتماعي التي تكون فيها كل فرد على اتصال مع جميع الأفراد الآخرين.

2. الرسوم البيانية الثنائية Bipartite Graphs: هو نوع من الرسوم البيانية الذي يمكن تقسيم مجموعة عقده إلى مجموعتين منفصلتين بحيث تكون الحواف فقط بين العقد التي تنتمي إلى المجموعتين المختلفتين، وليس داخل أي مجموعة.

خصائص الرسوم البيانية الثنائية:

- مجموعتان من العقد: الرسم البياني الثنائي يحتوي على مجموعتين من العقد، ولا توجد حواف تربط بين عقدتين داخل نفس المجموعة.
- التطبيقات: الرسوم البيانية الثنائية شائعة في مشاكل التخصيص والتوافق، حيث يجب ربط عناصر من مجموعتين مختلفتين.

الرسوم البيانية الشهيرة

أمثلة تطبيقية:

- الرسوم البيانية الثنائية تستخدم في نظم التوصية (مثل ربط المستخدمين بالعناصر الموصى بها).
- أيضًا تستخدم في حل مشاكل مثل مطابقة الزواج (Stable Marriage Problem) ومشاكل التخصيص.

3. الأشجار Trees: هي نوع خاص من الرسوم البيانية، وهو رسم بياني متصل لا يحتوي على دوائر Cycles

خصائص الأشجار:

- عدم وجود الدوائر: أي مسار بين أي عقدتين في الشجرة لا يمكن أن يعود إلى نفس النقطة.
- عدد الحواف: في شجرة تحتوي على nnعقد، يكون عدد الحواف دائمًا .n−1n−1
- الجذر والأوراق: غالبًا ما يتم تعريف الأشجار بعقدة جذر (Root)وعدة عقد أوراق (Leaves)تمثل العقد التي ليس لها أطفال.

أمثلة تطبيقية:

- الأشجار تُستخدم في هياكل البيانات مثل شجرة البحث الثنائية (Binary Search Treeالتي تسهل عمليات البحث والإدخال والحذف بكفاءة.
- أيضًا تُستخدم في بناء هياكل الملفات والشبكات الهرمية.

تطبيقات الرسوم البيانية في هندسة الحاسوب - الشبكات

الرسوم البيانية هي أداة قوية تستخدم في العديد من تطبيقات هندسة الحاسوب. بفضل قدرتها على تمثيل العلاقات والاتصالات بين العناصر المختلفة، تُعد الرسوم البيانية أساسًا للعديد من المجالات مثل الشبكات، البرمجة، وتحليل البيانات.

1. استخدام الرسوم البيانية في الشبكات

- **تمثيل الشبكات**:
تُستخدم الرسوم البيانية على نطاق واسع لتمثيل الشبكات مثل شبكات الحاسوب أو شبكات الاتصالات. في هذا السياق، تمثل العقد Nodes أجهزة الحاسوب أو مكونات الشبكة مثل أجهزة التوجيه Routers ، بينما تمثل الحواف Edges الروابط أو الاتصالات بين هذه الأجهزة.
  - **شبكات الإنترنت**: تُستخدم الرسوم البيانية لفهم بنية الإنترنت حيث تمثل العقد أجهزة الشبكة، والحواف هي الاتصالات بينها.
  - **توجيه الحزم Packet Routing**: الرسوم البيانية تستخدم في نمذجة مسارات الحزم في الشبكات وتحديد المسارات الأمثل لتوصيل البيانات من عقدة إلى أخرى.

- **شبكات النقل**:
في الشبكات الحاسوبية أو أنظمة نقل البيانات، تُستخدم الرسوم البيانية لتحديد المسار الأقصر بين الأجهزة، وتحسين الكفاءة وتقليل التأخير في التوصيل. تطبيقات مثل **خوارزمية دكسترا Dijkstra** تُستخدم لحساب أقصر مسار في الرسوم البيانية.

تطبيقات الرسوم البيانية في هندسة الحاسوب - البرمجة

2. استخدام الرسوم البيانية في البرمجة

- **تمثيل هياكل البيانات:**

الرسوم البيانية تُستخدم لتمثيل هياكل البيانات التي تربط بين العناصر بطرق معقدة. على سبيل المثال، المخططات البيانية Flowcharts ونماذج البيانات مثل **البيانات المُوجهة Directed Acyclic Graph – DAG** تُستخدم لتمثيل التبعيات بين المهام أو العمليات في البرامج.

- **الجداول الزمنية Scheduling**: الرسوم البيانية تُستخدم لتمثيل التبعيات بين العمليات المختلفة في الجدولة الحاسوبية. مثلاً، يمكن استخدام DAG في جدولة العمليات في نظم التشغيل أو في تخطيط المهام في البرمجة المتوازية.
- **أنظمة الملفات**: في أنظمة الملفات، تُستخدم الرسوم البيانية لتمثيل الارتباطات بين الملفات والمجلدات، خصوصًا عندما توجد ملفات متصلة أو أنظمة ملفات موزعة.

- **تمثيل التدفقات المنطقية:**

المخططات البيانية تُستخدم أيضًا لتمثيل التدفق المنطقي لبرنامج أو خوارزمية. كل عقدة تمثل خطوة أو عملية، والحواف تمثل تدفق التحكم بين هذه العمليات.

تطبيقات الرسوم البيانية في هندسة الحاسوب - BFS وDFS

- **خوارزمية البحث بعرض الرسوم البيانية Breadth-First Search – BFS** :

BFS هي خوارزمية تُستخدم للبحث أو استكشاف العقد في الرسم البياني بدءًا من عقدة معينة. تعمل عن طريق استكشاف جميع العقد المجاورة لعقدة البداية أولًا، ثم الانتقال إلى العقد في المستويات التالية.

- **التطبيقات**: BFS تُستخدم في إيجاد أقصر مسار في الرسوم البيانية غير الموزونة Unweighted Graphs ، وكذلك في اكتشاف الشبكات والتحقق من الاتصالات.

- **خوارزمية البحث بعمق الرسوم البيانية (Depth-First Search - DFS):**

DFS هي خوارزمية أخرى لاستكشاف الرسوم البيانية. تبدأ من عقدة معينة وتستكشف إلى عمق الرسم البياني بالانتقال من عقدة إلى العقدة المجاورة لها حتى تصل إلى نهاية المسار قبل أن تعود وتستكشف المسارات غير المستكشفة.

- **التطبيقات**: تُستخدم DFS في العثور على المكونات المتصلة في الرسم البياني، واكتشاف الدورات Cycles ، والتحقق من التبعيات في الأنظمة الهرمية.

التوافقيات Combinatorics

المبادئ الأساسية في التوافقيات

1. مبدأ الجمع Addition Principle : ينص **مبدأ الجمع** على أنه إذا كان لدينا مجموعتان منفصلتان، تحتوي المجموعة الأولى على 1n عنصرًا والمجموعة الثانية على 2n عنصرًا، فإن العدد الإجمالي للعناصر التي يمكن اختيارها من إحدى المجموعتين هو n1+n2 ، طالما أن العناصر في كل مجموعة منفصلة تمامًا عن العناصر في المجموعة الأخرى.

- **مثال**: إذا كان لديك 3 أنواع من الحلويات و5 أنواع من الفواكه، فيمكنك اختيار نوعًا واحدًا إما من الحلويات أو الفواكه بعدد 3+5=8 طرق.

2. مبدأ الضرب Multiplication Principle : ينص **مبدأ الضرب** على أنه إذا كان هناك إجراء يتم على مرحلتين، حيث يمكن إتمام المرحلة الأولى بـ 1n طريقة، والمرحلة الثانية بـ 2n طريقة، فإن العدد الإجمالي للطرق الممكنة لإتمام الإجراء بالكامل هو n1×n2 .

- **مثال**: إذا كان لديك 3 أنواع من الحلويات و4 أنواع من المشروبات، فإن عدد الطرق الممكنة لاختيار نوع حلويات ونوع مشروب هو 3×4=12 طريقة.

التباديل والتوافيق Permutations and Combinations

- **التباديل (Permutations):** التباديل هو طريقة لحساب عدد الترتيبات الممكنة لمجموعة من العناصر مع مراعاة ترتيب العناصر. أي أنه في التباديل يهمنا الترتيب الذي تظهر به العناصر.
  - **الشرح:** إذا كان لديك مجموعة مكونة من n عناصر، وتريد ترتيب r منها في تسلسل محدد، فإن عدد التباديل هو العدد الكلي للترتيبات الممكنة لهذه العناصر مع اعتبار أن الترتيب مهم.
  - **مثال:** تخيل أن لديك ثلاثة أحرف A :، B، و C. عدد الطرق الممكنة لترتيب هذه الأحرف الثلاثة هو 6، حيث الترتيب مهم : ABC، ACB، BAC، BCA، CAB، CBA .

- **التوافيق (Combinations):** التوافيق هو طريقة لحساب عدد المجموعات الممكنة من مجموعة من العناصر دون مراعاة الترتيب.
  - **الشرح:** إذا كان لديك مجموعة مكونة من n عناصر، وتريد اختيار r عناصر منها، دون الاهتمام بالترتيب، فإن عدد التوافيق هو العدد الكلي للطرق الممكنة لاختيار هذه العناصر بدون النظر إلى ترتيبها.
  - **مثال:** إذا كان لديك نفس الثلاثة أحرف A ، B، وC، فإن عدد المجموعات الممكنة لاختيار حرفين من هذه الأحرف هو 3 : AB، AC، BC ، حيث الترتيب غير مهم.

حساب التباديل والتوافيق مع الأمثلة

12.2 حساب التباديل والتوافيق مع الأمثلة

- **حساب التباديل:** لحساب عدد التباديل لمجموعة من n عناصر، نستخدم الصيغة التالية:

$$\frac{!n}{!(n-r)} = P(n,r)$$

حيث:

- $P(n,r)$ هو عدد التباديل،
- n هو العدد الإجمالي للعناصر،
- r هو عدد العناصر التي سيتم ترتيبها،
- و$!n$ يمثل "العاملي" أو مضروب العدد n (أي $n \times (1-n) \times (2-n) \times \cdots \times 1$)
- **مثال:** إذا كنت تريد ترتيب 3 عناصر من مجموعة من 5 عناصر، فإن عدد التباديل سيكون:

$$60 = \frac{3 \times 4 \times 5}{1 \times 2} = \frac{!5}{!(3-5)} = P(5,3)$$

هذا يعني أن هناك 60 طريقة لترتيب 3 عناصر من مجموعة من 5.

- **حساب التوافيق:** لحساب عدد التوافيق لمجموعة من n عناصر، نستخدم الصيغة التالية:

$$\frac{!n}{!r!(n-r)} = C(n,r)$$

حيث:

- $C(n,r)$ هو عدد التوافيق،
- n هو العدد الإجمالي للعناصر،
- r هو عدد العناصر المختارة.
- **مثال:** إذا كنت تريد اختيار 3 عناصر من مجموعة مكونة من 5 عناصر، فإن عدد التوافيق هو:

$$10 = \frac{3 \times 4 \times 5}{1 \times 2 \times 3} = \frac{!5}{!(3-5) \times !3} = C(5,3)$$

هذا يعني أنه هناك 10 طرق لاختيار 3 عناصر من مجموعة مكونة من 5 عناصر دون الاهتمام بالترتيب.

التوافقيات مع التكرار Combinatorics with Repetition

حساب التوافقيات في حالات التكرار

•التوافقيات مع التكرار Combinations with Repetition: في التوافقيات التقليدية، لا يتم تكرار العناصر عند اختيارها. ولكن في التوافقيات مع التكرار، يمكن تكرار نفس العنصر أكثر من مرة عند تكوين مجموعة معينة.

- **الشرح:** إذا كان لديك n عنصرًا وتريد اختيار r عنصرًا منها، مع السماح بتكرار نفس العنصر أكثر من مرة، فإن عدد التوافيق مع التكرار يُحسب باستخدام الصيغة التالية:

$$\frac{!(n+r-1)}{!r!(n-1)} = (r\,,1-r+C(n$$

حيث:

- n هو عدد العناصر المتاحة للاختيار،
- r هو عدد العناصر التي ترغب في اختيارها مع التكرار.
- **مثال:** إذا كان لديك 3 أنواع من الحلوى (A، B، C) وتريد اختيار 2 منها مع إمكانية اختيار نفس النوع مرتين، فإن عدد الطرق لاختيار نوعين هو:

$$6 = \frac{!4}{!2!2} = C(4,2) = (2\,,1-2+C(3$$

أي أن هناك 6 طرق لاختيار نوعين من الحلوى مع التكرار.

أمثلة عملية من هندسة الحاسوب

- **تخصيص الموارد:** عند تصميم الأنظمة الحاسوبية، تحتاج في بعض الأحيان إلى تخصيص الموارد (مثل الذاكرة أو وحدات المعالجة) لعناصر متعددة. في هذه الحالة، يمكن أن يتم استخدام التوافقيات مع التكرار لحساب عدد الطرق الممكنة لتخصيص مجموعة من الموارد المحدودة لعناصر متعددة مع السماح بتكرار بعض الموارد.
  - **مثال:** إذا كان لديك 4 خوادم متاحة وتريد توزيعها على 3 تطبيقات مع السماح لكل تطبيق باستخدام أكثر من خادم، يمكن استخدام التوافقيات مع التكرار لحساب عدد الطرق المختلفة لتوزيع الخوادم.

- **توزيع المهام:** في البرمجة، قد ترغب في توزيع مجموعة من المهام بين عدة معالجات، وبعض المهام قد تتكرر أو تحتاج إلى معالجين أو أكثر. هنا أيضًا، التوافيق مع التكرار تلعب دورًا في حساب عدد الطرق الممكنة لتوزيع المهام مع تكرار.
  - **مثال:** إذا كان لديك 5 مهام وترغب في توزيعها على 3 معالجات بحيث يمكن أن يعالج نفس المعالج أكثر من مهمة، يمكن حساب عدد الطرق لتوزيع هذه المهام باستخدام التوافيق مع التكرار.

التطبيقات العملية في هندسة الحاسوب:

- **أمن البيانات وتوزيع المفاتيح:** في نظم التشفير والأمان، يمكن استخدام التوافيق مع التكرار لتوزيع المفاتيح السرية أو الرموز على مجموعة من المستخدمين أو الأنظمة مع السماح بتكرار بعض المفاتيح أو الرموز.

- **التوزيع المتوازي للموارد:** في أنظمة الحوسبة الموزعة، حيث يمكن أن يتم تعيين نفس الموارد أو البيانات لمجموعة من الخوادم بشكل متكرر، تُستخدم التوافيق مع التكرار لحساب خيارات التوزيع.

العبارات المنطقية Logical Statements

1. الجمل المنطقية والمشغلين المنطقيين AND, OR, NOT

- **الجمل المنطقية Logical Statements :** هي عبارة يمكن أن تكون صحيحة أو خاطئة. في الرياضيات والمنطق، كل جملة يمكن تقييمها على أنها صحيحة True أو خاطئة False. على سبيل المثال: "العدد 5 هو عدد فردي" هي جملة صحيحة. "العدد 4 هو عدد فردي" هي جملة خاطئة.

- **المشغلين المنطقيين Logical Operators :** يتم استخدام المشغلين المنطقيين لدمج الجمل المنطقية وتقييمها. الأكثر شيوعاً هم:

  - **AND و :** الجملة المركبة باستخدام المشغل "و" تكون صحيحة فقط إذا كانت كلا الجملتين صحيحين. إذا كانت إحدى الجملتين أو كلاهما خاطئة، تكون النتيجة خاطئة. مثال: "العدد 5 فردي **AND** العدد 4 زوجي" (النتيجة صحيحة).

  - **OR أو :** الجملة المركبة باستخدام المشغل "أو" تكون صحيحة إذا كانت إحدى الجملتين صحيحة أو كلاهما صحيح. تكون الجملة خاطئة فقط إذا كانت الجملتان خاطئتين. مثال: "العدد 5 فردي **OR** العدد 4 فردي" (النتيجة صحيحة).

  - **NOT ليس :** هذا المشغل يستخدم لعكس حالة الجملة. إذا كانت الجملة صحيحة، تصبح خاطئة والعكس صحيح.

    - مثال: " NOTالعدد 4 فردي" (النتيجة صحيحة لأن 4 ليس عدد فردي).

خوارزميات التشفير في الهياكل المتقطعة

التشفير باستخدام الهياكل المتقطعة: هو عملية حماية المعلومات من خلال تحويلها إلى صيغة غير قابلة للفهم أو الوصول إليها دون المفتاح المناسب. يُستخدم التشفير في مجالات عديدة مثل الإنترنت والبنوك والشبكات الخاصة الافتراضية.(VPN)

- التشفير يعتمد بشكل كبير على **الهياكل المتقطعة**، مثل الأعداد الأولية والرسوم البيانية والمجموعات، لبناء أنظمة أمان قوية.
  - مثال :**تشفير المفتاح العام (RSA)** يستخدم الأعداد الأولية الكبيرة في تكوين المفاتيح الخاصة والعامة.
  - **التشفير المتناظر** يستخدم مفاتيح مشتركة لتشفير وفك التشفير، ويعتمد على التباديل والتوافيق لإنشاء مفاتيح معقدة.

تطبيقات الرسوم البيانية والمجموعات في التشفير: يمكن استخدامها في تشفير البيانات لضمان الخصوصية في نقل المعلومات. الرسوم البيانية تمثل العلاقات بين المفاتيح، المستخدمين، والخوادم في الشبكات.

- مثال :**رسوم بيانية موجهة** تمثل حركة البيانات وتوزيع المفاتيح في الشبكات.
- الرسوم البيانية تُستخدم أيضًا في **إخفاء المعلومات** عن طريق إخفاء العلاقات بين العقد في الشبكات.

- **المجموعات** :تلعب المجموعات دورًا أساسيًا في خوارزميات التشفير حيث تُستخدم في بناء المفاتيح وتحديد العمليات الرياضية المستخدمة في التشفير وفك التشفير.
  - مثال :**المجموعة الضربية** للأعداد المكونة من بقايا القسمة تلعب دورًا مهمًا في أنظمة التشفير مثل **RSA**، حيث تُستخدم العمليات الحسابية على المجموعات لتوليد المفاتيح.

الاحتمالات في الهياكل المتقطعة

- **الاحتمالات** هي فرع من الرياضيات المتقطعة يهتم بدراسة **احتمال** حدوث حدث معين. الاحتمال هو رقم يتراوح بين 0 و1، حيث: **0** يمثل حدثًا مستحيل الحدوث. **1** يمثل حدثًا مؤكد الحدوث.

1. **الأحداث المستقلة وغير المستقلة:**

الأحداث المستقلة :إذا كان احتمال حدوث أحد الأحداث لا يؤثر على احتمال حدوث الحدث الآخر.

- مثال :**رمي عملة** و**سحب بطاقة من مجموعة أوراق لعب** هما حدثان مستقلان.

الأحداث غير المستقلة :إذا كان حدوث أحد الأحداث يؤثر على احتمال حدوث الآخر.

- مثال: إذا قمت **بسحب كرة من كيس** يحتوي على كرات حمراء وزرقاء دون إعادة الكرة إلى الكيس، فإن احتمال السحب الثاني يتأثر بنتيجة السحب الأول.

2. **التطبيقات العملية في هندسة الحاسوب**

- **تحليل الخوارزميات** :يتم استخدام الاحتمالات لتقدير الوقت الذي ستستغرقه خوارزمية لحل مشكلة معينة، خاصة عندما يكون أداء الخوارزمية يعتمد على مدخلات عشوائية.
- **التعرف على الأنماط** :في تطبيقات الذكاء الاصطناعي، يتم استخدام الاحتمالات لتقييم مدى دقة النماذج في التعرف على الأنماط أو اتخاذ القرارات بناءً على البيانات.
- **الأمن الإلكتروني** :الاحتمالات تلعب دورًا هامًا في خوارزميات التشفير حيث يُستخدم حساب الاحتمالات لتحديد مدى قوة نظام التشفير في مواجهة الهجمات.
- **الشبكات الحاسوبية** :تُستخدم الاحتمالات في تحليل أداء الشبكات وتقدير احتمالية فقدان البيانات أو تأخيرها أثناء النقل.

الهياكل المتقطعة في الذكاء الاصطناعي

تمثيل المعرفة باستخدام الهياكل المتقطعة: تمثيل المعرفة في الذكاء الاصطناعي يشير إلى كيفية تخزين المعلومات بطريقة تتيح للأنظمة معالجة وفهم البيانات. الهياكل المتقطعة مثل المجموعات والرسوم البيانية تُستخدم بشكل واسع لهذا الغرض.

- **أنظمة الاستدلال:**

o تُستخدم الهياكل المتقطعة في بناء أنظمة استدلال تعتمد على القواعد، حيث تُعبر القواعد عن المعرفة وتُستخدم لبرمجة الأنظمة لاتخاذ قرارات بناءً على تلك المعرفة.

o يتم استخدام الشجرات لتكوين أنظمة استدلال تعتمد على المنطق، حيث تُساعد في هيكلة المعرفة بطريقة تسهل عملية الاستدلال.

- **مستودعات المعرفة:**

o تُعتبر الهياكل المتقطعة مفيدة في إنشاء مستودعات المعرفة، حيث يتم تنظيم المعلومات بشكل يتيح الوصول السريع والسهل إليها.

o على سبيل المثال، يمكن لمستودع المعرفة المكون من قواعد بيانات هيكلية أن يستخدم مصفوفات الجوار أو قوائم الجوار لتمثيل البيانات بطريقة فعالة.

استخدام الهياكل المتقطعة في الذكاء الاصطناعي

- **البحث عن الحلول المثلى:** يُعتبر البحث عن الحلول المثلى أحد أهم جوانب الذكاء الاصطناعي، حيث يُهدف إلى إيجاد الحلول الأكثر فعالية لمشكلة معينة.
  - تُستخدم الهياكل المتقطعة مثل الرسوم البيانية والخرائط لتطبيق خوارزميات البحث المختلفة.
- **الخوارزميات المستخدمة:** خوارزميات مثل **خوارزمية** A* (A-star Algorithm) تُستخدم بشكل واسع في البحث عن الحلول المثلى. تعتمد هذه الخوارزمية على استخدام الرسم البياني لتمثيل المسارات الممكنة وتقييم كل مسار بناءً على تكلفة الوصول إليه.
  - خوارزميات **BFS** و**DFS** تُستخدم أيضًا في البحث داخل الرسوم البيانية للوصول إلى الحلول المثلى عن طريق استكشاف العقد المختلفة.
- **تحسين الأداء:** استخدام الهياكل المتقطعة يُساعد في تحسين أداء خوارزميات البحث، حيث يمكن تصميم خوارزميات تأخذ في الاعتبار مجموعة من العوامل (مثل التكلفة والزمن) لتحديد المسار الأفضل.
  - في التطبيقات العملية مثل **الروبوتات** وأنظمة الملاحة، يُستخدم التمثيل الرسومي للبيئة المحيطة لتوجيه الروبوتات نحو الأهداف المحددة بكفاءة.
- **تطبيقات في الذكاء الاصطناعي:** في مجالات مثل **تحليل البيانات** و**توصية المنتجات**، يتم استخدام الهياكل المتقطعة لتحديد الأنماط وتقديم الحلول المثلى بناءً على تفضيلات المستخدم.
  - في **تطبيقات الألعاب**، تُستخدم الهياكل المتقطعة لتطوير استراتيجيات اللعب المثلى.

بشكل عام، تُعتبر الهياكل المتقطعة أداة أساسية في تطوير نظم الذكاء الاصطناعي، حيث تساعد في تمثيل المعرفة بشكل منظم وتسهيل البحث عن الحلول المثلى بطرق فعالة.

خاتمة

آمل أن تكونوا قد حققتم الفائدة