الأكاديمية العربية الدولية

الأكاديمية العربية الدولية
Arab International Academy

الأكاديمية العربية الدولية

المقررات الجامعية

www.aiacademy.info | care@aiacademy.info

المحتويـــات

الموضـــوع	رقم الصفحة
الفصـــل الأول : * مقاييس النزعة المركزية	١ – ٥٨
الفصـل الثانـى : * العينـــات	٥٩ – ١٤٢
الفصـل الثالث : * التنبؤ الإحصائي	١٤٣ – ١٦٦
الفصل الرابـع : * الأرقام القياسية	١٦٧ – ١٩٤
الفصـــل الخامس : * السلاسل الزمنية	١٩٥ – ٢٥٥

الفصــل الأول

مقاييس النزعـــة المركزيـــة

مقاييس النزعة المركزية
Measures of Central Tendency

مقدمـــــة:

مقاييس النزعة المركزية لمجموعة من البيانات عبارة عن قيم رقمية تميــل أن تتركز أو تقع في وسط مجموعة البيانات. واصطلاح المتوســطات غالبــاً مــا يرتبط بهذه المقاييس، إذ أن كل من مقاييس النزعة المركزية يمكن أن يطلق عليــه لفظ قيمة متوسطة.

كما بينا فى الباب السابق أن التوزيع التكرارى بأنواعه المختلفة بهدف إلـــى تبويب البيانات فى صورة مناسبة موجزة توضح أهــم معالمهـــا الرئيـــسية. لكـــن الدراسة الإحصائية لا تكتفي بمثل هذا الإيجاز والوصف بل تمضى إلـــى مـــا هـــو أعمق من هذا الأمر. وذلك حينما نحاول أن تلخص أهم صـــفات تلـــك البيانـــات الرقمية فى عدد واحد يرمز لها ويدل عليها ويقوم مقامها. وحيث أنـــه مـــن غيـــر المستساغ أن يعبر رقم واحد عن المجموعة كلها لذلك عمد الإحصائيون إلى ابتكار الطرق والوسائل التي تمكن من الحكم على مدى تمثيل هذا الرقم الواحد لمجموعـــة الأرقام الأصلية وهذا الرقم الذي نعتبره دليلاً على المجموعة يطلـــق عليـــه اســـم المتوسط.

وبناءاً على ذلك فإن المتوسط يعرف بأنه قيمة تقع فـــى وســـط مجموعـــة الأرقام أو فى مركزها بحيث تلف وتنتشر حولها بقية الأرقام الأخـــرى. ويعتبـــر المتوسط بالنسبة لبقية الأرقام بمثابة النواة بالنسبة للخلية فكما أن أجزاء الخلية الحية ترتبط بالنواة وتتمركز حولها فكذلك الحالة بالنسبة للمتوسط حيـــث تـــرتبط بقيمـــة الأرقام به ويكون لديها النزعة للتمركز حوله ومن ثم أطلق عليـــه أســـم (مقـــاييس

النزعة المركزية) وكذلك فإن تحديد المتوسط يعنى تحديد موضعه بالنسبة لباقى البيانات ولذا يطلق عليه أحياناً أسم (مقاييس الموضع)٠

وتتلخص أهم مقاييس النزعة المركزية (مقاييس الموضع) فى الوسط الحسابي بأنواعه المختلفة ويطلق عليه اختصاراً أسم المتوسط وكذلك الوسط الهندسي والوسط التوافقي والوسيط والمنوال٠

وأيا كان المتوسط الذي نستخدمه فإنه يحقق لنا هدفين أساسيين:

١-المتوسط يصف كيفية توزيع الظاهرة موضوع الدراسة بطريقة مختصرة٠

٢-المتوسط بصف بطريقة غير مباشرة كيفية توزيع الظاهرة فى المجتمع الأصلي الذى سحبت منه العينة٠

وقبل البدء بالدراسة التفصيلية لهذه المقاييس، سنتعرض لبعض الملاحظات الهامة:

أ-**الرموز المستخدمة**: فى حالة وجود أو مجموعة من المتغيرات فإننا نحتاج إلى وضع مجموع قيمة المتغير أو المتغيرات فى صورة مبسطة ومسهلة فى القراءة٠

فإذا رمزنا لأحدج المتغيرات بالرمز (س) مثلاً ولتكن معبرة عن درجات الطلاب فى أحد الامتحانات ولكى نميز درجات كل طالب عن الطالب الآخر فإننا نتبع الطريقة التالية٠

نضع $س_١$ نرمز إلى درجة الطالب رقم (١) حيث الرقم (١) يشير إلى نمرة الطالب والرمز س يرمز لدرجته٠

وكذلك الحال $س_٢$ ترمز إلى درجة الطالب رقم (٢)

$س_٣$ ترمز إلى درجة الطالب رقم (٣)٠

وبصفـــة عــامة:

$س_{ر}$ ترمز إلى درجة الطالب رقم (ر)

حيث (ر) هى دليل المتغير س وترمز إلى رقم المفردة فــإذا كــان لــدينا ن مــن الطلاب فإنه يمكن أن تعبر عن درجاتهم بصورة رمزية كالتالى:

$س_{١}$، $س_{٢}$، $س_{٣}$، ٠٠٠٠، $س_{ر}$، $س_{ر+١}$، ٠٠٠٠، $س_{ن-١}$، س ن

حيث $س_{ن}$ هى درجة الطالب رقم (ن) الأخير٠

كذلك إذا أردنا معرفة درجات الطلاب فإننا نرمز إليه فى الشكل التالى:

مجموعة درجات الطلاب = $س_{١} + س_{٢} + س_{٣} + ٠٠٠٠ + س_{ن}$

فإذا كان $س_{ر}$ تشير إلى درجة الطالب رقم فإنه

- يوضع ر= ١ تحصل على درجة الطالب الأول $س_{١}$
- يوضع ر = ٢ تحصل على درجة الطالب الثانى $س_{٢}$
- يوضع ر=٣ تحصل على درجة الطالب الثالث $س_{٣}$
- يوضع ر=ن تحصل على درجة الطالب النونى الأخير

وإذا كانت العلامة (مجـــ) تستخدم للدلالة على جمع القيم المختلفة للمتغيـــر س لذلك يمكن التعبير عن علاقة الجمع الصورة التالية:

$$س_{١} + س + س_{٣} + ٠٠٠٠ + س_{ن} = \underset{ر=١}{\overset{ن}{مجـــ}} س\ ر$$ وتقرأ

(مجـــ $س_{ر}$ ابتداءاً من ر=١ حتى ن) ويمكن كتابتها بصورة مختصرة فـــى الـــشكل (مجـــ س) بدلاً من $\underset{ر=١}{\overset{ن}{مجـــ}} س\ ر$ فمثلاً أردنا جمع درجات ٥ طلاب فيكون :

$$س_{١} + س_{٢} + س_{٣} + ٠٠٠٠ + س_{٥} = \underset{ر=١}{\overset{٥}{مجـــ}} س\ ر$$

وكذلك:

$$س_7 + س_8 + س_9 + \cdots + س_{10} = \sum_{ر=7}^{10} س_ر$$

وهكذا يمكن التعبير على علاقة الجمع في الصورة المختصرة مجـ س .

ب - بعض خصائص علاقة الجمع :

١ -$\sum_{ر=1}^{ن} (س_ر \pm ص_ر) = \sum_{ر=1} س_ر + \sum_{ر=1} ص_ر$

ويمكننا كتابتها فى الصورة المختصرة التالية:

مجـ (س +ص) = مجـ س + مجـ ص

كذلك مجـ (س + ص+ع+ل) = مجـ س + مجـ ص+ مجـ ع +مجـ ل

٢ -إذا ضرب مقدار ثابت فى المتغير وأردنا إجراء علامة الجمع فإن

مجـ أس= أ مجـ س فمثلاً مجـ ٥ س =٥ مجـ س

٣ -مجموع مقدار ثابت (ن) من المرات يساوى حاصل ضرب هذا المقدار الثابت فى العدد (ن) أى أن

$\sum^{ن}$ أ = ن أ = (أ + أ + أ + ...ن من المرات)

فمثلاً ٥ + ٥ +٥ +٥ = مجـ ٥ = ٤ × ٥ = ٢٠

٤ - $\sum_{ر=1}$ (أ س + ب ص + جـ ع)

= أ مجـ س + ب مجـ ص + جـ مجـ ع

٥ -مجموع مربعات المتغير يمكن كتابتها في الصورة

$$س^2_1 + س^2_2 + س^2_3 + \cdots + س^2_ن = \sum س^2_ر$$

٦ -مربع مجموع قيم المتغير لا تساوى مجموع مربعات قيم المتغير: أى أن

$$(س_1 + س_2 + س_3 + \cdots + س_ن)^2 \neq س^2 + س^2 + س^2 + س^3 + \cdots + س^2$$

وبصورة مختصرة

(مجـ س) ≠ مجـ س٢ وسوف نتناول بشئ من التفصيل خمسة أنواع من المتوسطات وهى:

١– المتوسط الحسابي Arithmetic Mean :

أ- **تعريف المتوسط الحسابى**: يعرف البعض المتوسط الحسابى بأنه القيمة التى لو وزعت على كل فرد من أفراد العينة لكان مجموع هذه القيم بعد التوزيع هو نفسه المجموع الحقيقي للقيم الأصلية. أو بعبارة أخرى هو القيمة التى لو استبدلت بها كل قيم المتغير لكان مجموع القيم بعد الاستبدال مساوياً مجموع القيم الأصلية قبل الاستبدال.

ولتفسير هذا التعريف نفرض أن درجات مجموعة من الطلاب عددها ن فى الصورة التالية:

الدرجات الأصلية

س١

س٢

س٣

⋮

سن

وإذا فرضنا أن المتوسط الحسابي وسترمز له بالرمز س قد حل محل قيم الدرجات الأصلية للطلاب فإن

الدرجات الأصلية	الدرجات بعد الاستبدال
س١	$\overline{\text{س}}$
س٢	$\overline{\text{س}}$
س٣	$\overline{\text{س}}$
⋮	⋮
سن	$\overline{\text{س}}$

∴ مجـ $\overline{\text{س}}$ = $\overline{\text{س}}$ + $\overline{\text{س}}$ + $\overline{\text{س}}$ + …… + $\overline{\text{س}}$

وحيث أن س مقدار ثابت فإنه طبقاً للقواعد السابقة فإن

مجـــس = ن $\overline{س}$

ومنها $\overline{س}$ = $\frac{مجـــ س}{ن}$

أى أن الوسط الحسابى لمجموعة من القيم = مجموع هذه القيم ÷ عدد هـــذه القيم والجدير بالذكر أن الوسط الحسابى يأخذ نفس وحدة قياس القيم فمثلاً فإذا كانت وحدة قياس القيم هى السنة فإن وحدة قياس المتوسط هى السنة وهكذا٠

ب -طرق حساب الوسط الحسابى:

هناك ثلاث طرق للحصول على المتوسط الحسابى هى:

١ -الطريقة العادية أو الشائعة وتستخدم فى حالة البيانات الخام غير المبوبة٠

٢ -طريقة مراكز الفئات وتستخدم فى حالة البيانات التكرارية٠

٣ -الطريقة المختصرة المختزلة وتستخدم لتبسيط الأرقام٠

وسنعرض لهذه الطريقة فيما يلى:

- **الطريقة العادية أو الشائعة**: وهى التى تستخدمها فى حياتنا اليومية وقــد ســبق الحديث عنها حيث افترضنا أن قيم المشاهدات الخام هى $س_{١}$، $س_{٢}$، ٠٠٠$س_{ن}$

ويكون المتوسط الحسابى فى الصورة التالية:

$$\bar{س} = \frac{مجـ\ س}{ن} = \frac{س_1 + س_2 + س_3 + \ldots\ldots + س_ن}{ن} = \frac{مجموع\ القيم}{عددها}$$

حيث ن تمثل عدد المشاهدات

$\bar{س}$ تمثل المتوسط الحسابى

مجـــ س تمثل مجموع المشاهدات

أى أنه لإيجاد الوسط الحسابى لمجموعة من القيم فإننا توجد مجموع هـــذه القيم ثم تقسيمها على عددها فمثلاً إذا كانت لدينا القيم التالية:

١٢، ١٥، ٢١، ٧ ، ١٣ ، ٨

وأردنا إيجاد المتوسط الحسابى لها قما علينا إلا نجمع هذه القيم ثـــم نقـــسمها علـــى عددها أى:

$$\bar{س} = \frac{١٢ + ١٥ + ٢١ + ٧ + ١٣ + ٨}{٦} = \frac{٧٦}{٦} = ١٢,٦٧$$

وذلك لأن مجـــ س = ٧٦

ن = ٦

٢ - **طريقة مراكز الفئات**: وتستخدم هذه الطريقة عندما يكون لدينا عدد كبير جـــداً من المفردات يصعب معه التعامل بالطريقة العادية، لهذا يجـــب وضـــع هـــذه البيانات فى صورة جداول توزيع تكرارى وبالتالى يسهل اســـتخدام طريقـــة مراكز الفئات.

وتقوم طريقة مراكز الفئات على الخطوات التالية:

أ-توزيع القيم فى جدول توزيع تكرارى خصوصاً إذا كانت فى صورتها الخام.

ب-الحصول على مراكز الفئات ويتم الحصول على مركز الفئة كما سبق أن ذكرنا بالطرق التالية:

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة} + \text{الحد الأعلى للفئة}}{٢}$$

$$\text{أو} = \text{الحد الأدنى للفئة} + \frac{١}{٢}\,\text{طول الفئة}$$

$$\text{أو} = \text{الحد الأعلى للفئة} - \frac{١}{٢}\,\text{طول الفئة}$$

وسوف نرمز لمركز الفئة بالرمز س وقيمة التكرار بالرمز (ك)

جـ-يتم ضرب مراكز الفئات في التكرارات (س × ك)، بمعنى أن نضرب مركز كل فئة في تكرارها.

د- نقوم بجمع حاصل ضرب مراكز الفئات في تكرارها أي مجـ س ×ك

هـ- نطبق القانون الآتي:

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ س × ك}}{\text{مجـ ك}}$$

حيث (مجـ ك) تمثل مجموع التكرارات في جدول التوزيع التكرارى.

مثال (١) : نفرض أن لدينا جدول التوزيع التكراري التالي

فئات	تكرارات
٧ –	٧
٩ -	٩
١١ -	١٠
١٣ -	٢٠
١٥ - ١٧	٤
المجموع	**٥٠**

احسب الوسط الحسابي لهذه البيانات ٠

الحـل: حيث أن البيانات فى صورة جدول تكرارى فإننا نستخدم طريقــة مراكــز الفئات وتتلخص خطوات الحل فى الجدول التالى:

فئات	تكرارات	مركز الفئة (س)	س × ك
٧-	٧	٨	٧ × ٩ = ٥٦
٩-	٩	١٠	٩ × ١٠ = ٩٠
١١-	١٠	١٢	١٠ × ١٢ = ١٢٠
١٣-	٢٠	١٤	٢٠ × ١٤ = ٢٨٠
١٥- ١٧	٤	١٦	٤ × ١٦ = ٦٤
المجموع	مجـ ك = ٥٠		مجـــ س ك = ٦١٠

ويكون الوسط الحسابى فى الصورة التالى:

$$\overline{س} = \frac{\text{مجـ س ك}}{\text{مجـ ك}} = \frac{٦١٠}{٥٠} = ١٢,٢$$

لاحظ ما يلى:

$$١\text{- مركز الفئة الأولى} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة الأولى + الحد الأعلى للفئة الأولى}}{٢}$$

وحيث أن الحد الأدنى للفئة الأولى = ٧ ، الحد الأعلى للفئة الأولى = ٩

$$\text{فإن مركز الفئة الأولى } س_{١} = \frac{٧ + ٩}{٢} = \frac{١٦}{٢} = ٨$$

$$\text{كذلك مركز الفئة الثانية } س_{٢} = \frac{٩ + ١١}{٢} = \frac{٢٠}{٢} = ١٠$$

وهكذا بالنسبة لباقي المراكز ويظهر ذلك في العمود الثالث من الجدول

٢- تم الحصول على العمود الرابع بضرب كل قيمة من قيم العمود الثانى فى القيمة المناظرة لها فى العمود الثالث ويظهر ذلك فى الجدول السابق٠

٣- **الطريقة المختصرة والمختزلة**: ويستخدم هذه الطريقة سواء مع الطريقة العادية أو طريقة مراكز الفئات حيث تقوم على اختصار أو اختزال أو كليهما للقيم لتسهيل العمل الحسابى خصوصاً مع وجود أرقام كبيرة ومراكز فئات بها كسور عشرية وتقوم هذه الطريقة على أساس أن نحدد رقماً فرضياً يسمى الوسط الفرضى وسوف نرمز له بالرمز أ مثلاً، ويستحسن أن يكون هذا الرقم رقماً متوسطاً بين الأرقام المطلوب تبسيطها وهى مراكز الفئات، ثم تقوم بطرح هذا الرقم المتوسط من كل رقم أصلى لينتج مراكز فئات فرضية٠ ثم يتم ضرب الانحراف الفرضى فى التكرارات ويتم توضيح ذلك فى المثال التالى:

مثال (٢): **إذا كان لدينا جدول التوزيع التالى**:

فئات	تكرارات
٥-	٤
١٠-	٨
١٥-	١٥
٢٠	١٢
٢٥-	٦
٣٠-	٣
٣٥-٤٠	٢
المجموع	**٥٠**

أحسب المتوسط الحسابى بالطريقة المختصرة

الحل: تتلخص خطوات الحل فى الجدول التالى:

فئات	تكرارات	مركز الفئة (س)	(س- أ) = ح	ك × ح
٥-	٤	٧,٥	- ١٥	- ٦٠
١٠-	٨	١٢,٥	- ١٠	- ٨٠
١٥-	١٥	١٧,٥	- ٥	- ٧٥
٢٠-	١٢	٢٢,٥	صفر	صفر
٢٥-	٦	٢٧,٥	٥	٣٠
٣٠-	٣	٣٢,٥	١٠	٣٠
٣٥-٤٠	٢	٣٧,٥	١٥	٣٠
المجموع	٥٠			- ٢١٥ + ٩٠ = - ١٢٥

ويكون المتوسط الحسابي فى الصورة التالية

$$\bar{س} = \left(\frac{مجـ\ ك \times ح}{مجـ\ ك}\right) + أ$$

حيث مجـ (ك×ح) = مجموع حاصل ضرب كل تكرار فى المركز الفرضي للفئة

أ= الوسط الفرضي المستخدم = ٢٢,٥ فى هذا المثال.

أي أن

$$س = \frac{-١٢٥}{٥٠} + ٢٢,٥ = -٢,٥ + ٢٢,٥ = ٢٠$$

لاحظ ما يلـــي:

١- حساب الانحراف الفرضي (المركز الفرضي للفئة) رمزنا له بالرمز ح وقد تـم حسابه لكل فئة من فئات الجدول وذلك بطرح قيمة الوسط الفرضي المختـار

فى منتصف الجدول من كل مركز فئة فى الجدول أي أنه إذا كـــان الوســـط الفرضي أ = ٢٢,٥ فإن ح = س – أ .

فى الصورة التالية:

ح١=٧,٥ - ٢٢,٥ = -١٥

ح٢=١٢,٥ – ٢٢,٥ =-١٠

ح٣= ١٧,٥ – ٢٢,٥ = -٥

ح٤= ٢٢,٥ – ٢٢,٥ =صفر

ح٥ = ٢٧,٥ – ٢٢,٥ = ٥

ح٦= ٣٢,٥ – ٢٢,٥ ١٠

ح٧ = ٣٧,٥ – ٢٢,٥ =١٥

٢- يتم ضرب كل مركز فرض × التكرار المناظر له أي ح× ك

فمثلا للفئة الأولي = ٤×-١٥ = -٦٠

للفئة الثانية = ٨ × ١٠٩ = -٨٠

للفئة الثالثة = ١٥ ×-٥ = -٧٥

للفئة الرابعة = ١٢ + صفر = صفر

للفئة الخامسة = ٦ × ٥ =٣٠

للفئة السادسة = ٣ × ١٠ = ٣٠

للفئة السابعة = ٢× ١٥ =٣٠

٣- يتم جمع حواصل الضرب السابقة أي مجـــ ك × ح = -١٢٥

٤- يتم قسمة (مجـــ ك× ح) على (مجـــ ك) ثم نضيف إلى الناتج قيمـــة الوســـط الفرضي الذي سبق وأن طرحناه من مراكز الفئات أي نضيف إلـــى الوســـط المختصر $\frac{\text{مجـ ك} \times \text{ح}}{\text{مجـ ك}}$ قيمة أ= ٢٢,٥ فينتج الوسط الحسابي للقيم الأصلية أي أن :

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ ك} \times \text{ح}}{\text{مجـ ك}} + \text{أ} = \frac{-١٢٥}{٥٠} + ٢٢,٥ = ٢٠$$

وخلاصة القول يمكن بتلخيص طريقة حساب المتوسط بالطريقة المختـــصرة فى الصورة التالية:

(أ) تحدد مراكز الفئات = س

(ب) نحدد قيمة الوسط الفرضى ويستحسن أن يكون فى منتصف القيم٠

(جـــ) نحدد قيم ح = س – أ بطرح الوسط الفرضى من كل قيمة٠

(د) نضرب كل قيمة من قيم ح × التكرار المناظر أى (ح × ك)٠

(هـــ) توجد مجـــ ك × ح ونقسم الناتج على مجـــ ك

(و) نضيف قيمة أ إلى الخطوة (هـــ) فينتج الوسط الحسابى للقيم الأصلية

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ ك} \times \text{ح}}{\text{مجـ ك}} + \text{أ}$$

٥- إذا نظرنا إلى الجدول السابق فى العمود الرابع الخاص بقيم ح نجد أنه يمكـــن تبسيط هذه الأرقام بأخذ عامل مشترك بينهم حيث لو دققنا النظر قليلاً لوجدنا أن جميع القيم تقبل القسمة على ٥ فإذا قسمنا جميع قيم ح على العامـــل المـــشترك وسنرمز له بالرمز م = ٥ نحصل على قيم ج المختزلـــة حيـــث تـــم إختزالهـــا وسوف نرمز للقيم الجديدة بالرمز ح/، وهذا يعنى أنه يمكن الحصول على قيمـــة

$ح^/$ باختصار قيمة بطرح الوسط الفرضى ثم باختزال القيمة الناتجة بالقسمة على العامل المشترك ومن هنا يمكن أن نطلق على قيمة $ح^/$ × التكرار المناظر لها ثم الجميع ينتج مجـ ك × $ح^/$ فإذا قسمنا الناتج على مجـ ك ينتج الوسط الحسابى المختصر المختزل فإذا ضربنا الناتج فى العامل المشترك م والذى سبق وأن قسمنا قيم ح عليه ينتج الوسط الحسابى المختصر فقط فإذا أضفنا إلى الناتج قيمة أ الوسط الفرضى المختار والذى سبق وأن طرحناه من كل قيمة فينتج الوسط الحسابى للقيم الأصلية ويطلق على هذه الطريقة المختصرة المختزلة ويمكن توضيح ذلك فى الجدول التالى:

فئات	ك	س	ح = س-أ	$ح^/ = \frac{س - أ}{م}$	ك × $ح^/$
٥-	٤	٧,٥	- ١٥	-٣	١٢
١٠-	٨	١٢,٥	- ١٠	-٢	- ١٦
١٥-	١٥	١٧,٥	- ٥	-١	- ١٥
٢٠-	١٢	٢٢,٥	صفر	صفر	صفر
٢٥-	٦	٢٧,٥	٥	١	٦
٣٠-	٣	٣٢,٥	١٠	٢	٦
٣٥-٤٠	٢	٣٧,٥	١٥	٣	٦
المجموع	٥٠				-٤٣ + ١٨ = - ٢٥

ويكون الوسط الحسابى للقيم الأصلية فى الصورة التالية:

$$\bar{س} = \left(\frac{مجـ\ ك \times ح^/}{مجـ\ ك} \times م \right) + أ = \left(\frac{-٢٥}{٥٠} \times ٥ \right) + ٢٢,٥ = ٢٠$$

لاحظ أن : إذا أمعنا النظر قليلاً نجد أن العامل المشترك يساوى طول الفئة خصوصاً إذا كانت الفئات متساوية الطول إلا أن هذا ليس شرطاً ضرورياً فيمكن أن نأخذ أى عامل مشترك بحيث تقبل قيم ح عليه دون باق وإذا لم يوجد هذا العامل المشترك فيكفى بالقيم المختصرة فقط٠

مثال (٣) : لديك بيانات الجدول التالى:

فئات	تكرارات
٥-	٥
١٠-	٨
١٥-	١٢
٢٠	٦
٢٥-	٣
٣٠-٣٥	١
المجموع	**٣٥**

والمطلوب : حساب الوسط الحسابى بالطريقة المختصرة المختزلة٠

الحـل: تتلخص الحسابات فى الجدول التالى:

فئات	ك	س	ح	ح/	ك × ح/
٥-	٥	٧,٥	صفر	صفر	صفر
١٠-	٨	١٢,٥	٥	١	٨
١٥-	١٢	١٧,٥	١٠	٢	٢٤
٢٠-	٦	٢٢,٥	١٥	٣	١٨
٢٥-	٣	٢٧,٥	٢٠	٤	١٢
٣٠-	١	٣٢,٥	٢٥	٥	٥
المجموع	٥٠				٦٧

ويكون $\overline{س}$ = $\left(\frac{٦٧}{٣٥} \times ٥ \right) + ٧,٥ = ١٧,٧$

لاحظ ما يلى:

١- أننا أخذ الوسط الفرضى أ = ٧,٥ ليس فى منتصف الجدول وهذا ممكن إلا أنه أثقل علينا فى بعض الحسابات ولهذا سيتحسن أخذه فى المنتصف ولكن

٢- ليس شرطاً ضرورياً ويمكن أخذه بأى رقم والمهم هـو تبـسيط وتـسهيل الحسابات٠

٣- ثم إجراء نفس خطوات الحل فى الطريقة المختـصرة المختزلـة دون أى تغيير٠

والجدير بالذكر أن الطريقة المختصرة أو الطريقة المختصرة المختزلة ليـست قاصرة على طريقة مراكز الفئات أى ليس قاصرة على جداول التوزيع التكـرارى فقط ولكن يمكن استخدامها أيضاً فى الطريقة العادية لتبسيط العمل الحـسابى بهـا ويتضح ذلك من المثال التالى:

مثال (٤): لديك البيانات التاليـة ٤، ٧، ٨، ٩، ٢ اسـتخدم الطريقـة المختـصرة المختزلة فى حساب المتوسط الحسابى لها٠

الحـل

١- إذا أخذنا وسط فرض أ = ٤ فإن القيم المختصرة تكون فى الصورة التالية:

٤ - ٤ = صفر

٧ - ٤ = ٣

٨ - ٤ = ٤

٩ - ٤ = ٥

٢-٤ = -٢

٢- لاحظ أن قيم ح الناتجة لا تحتوى على عامل مشترك وذلك سنكتفى بالطريقة المختصرة فقط أى أن

مجـ ح = صفر + ٣ + ٤ + + ٥ – ٢ = ١٠

ويكون الوسط الحسابى للقيم الأصلية فى الصورة التالية

$$\bar{س} = \frac{مجـ\ ح}{ن} + أ$$

حيث ن عدد المشاهدات وهى فى هذا المثال ٥ مفردات فقط مجـ ح تمثل مجموع قيم ح

أ الوسط الفرض ويساوى فى هذا المثال ٤ أى أن :

$$\bar{س} = \frac{١٠}{٥} + ٤ = ٦$$

مثال (٥): لدينا البيانات التالية ٤، ٧، ١٠، ١٣، ١٦ · أحسب الوسط الحسابى بالطريقة المختصرة أو المختصرة المختزلة·

الحـل : **الوسط الفرضى أ = ٤ ·**

أى أن

القيم س	س – أ = ح	ح/
٤	صفر	صفر
٧	٣	١
١٠	٦	٢
١٣	٩	٣
١٦	١٢	٤
المجموع		**٥٠**

ويكون الوسط الحسابى $\bar{س}$ = $\left(\frac{١٠}{٥} \times ٣ \right) + ٤ = ١٠$

لاحظ أن استخدام الطريقة المختصرة المختزلة نظراً لوجود عامل مشترك بين قيم ح كما ظهر فى الجدول السابق.

بعض خصائص الوسط الحسابى:

١- إن إضافة أو حذف مقدار ثابت عل (أو من) كل القيم يجعل الوسط الحسابى للقيم الجديدة يساوى الوسط الحسابى الأصلى مضافاً إليه (أو مطروحاً منه) قيمة هذا الثابت فإذا كانت القيم الأصلية هى $س_ر$ فإن المجموع الأصلى = مجـ $س_ر$.

ويكون الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجـ س}}{ن} = \bar{س}$

فإذا أضفنا أو طرحنا مقداراً ثابت من القيم الأصلية $س_ر$ لأصبحت القيم الجديدة هى ($س_ر$ ± أ) = مجـ $س_ر$ ± ن أ

ويكون الوسط الحسابى للقيم الجديدة = $\frac{\text{مجـ } س_ر \pm ن أ}{ن}$ = س ± أ

أى أن الوسط الحسابى الجديد = الوسط الحسابى القديم ± أ.

٢- إذا ضرب (أو قسم) كل قيمة فى (أو على) مقدار ثابت فإن الوسط الحسابى للقيم الجديدة بعد الضرب (أو القسمة) يساوى حاصل ضرب (أو خارجه قسمة) الوسط الحسابى للقيم الأصلية فى (أو على) المقدار الثابت.

فإذا كانت القيمة الأصلية $س_ر$ الوسط الحسابى لها = $\frac{\text{مجـ } س_ر}{ن} = \bar{س}$

فإذا ضربنا أو قسمنا القيم الأصلية فى (أو على) مقدار ثابت أ فإن القيم الجديدة تصبح أ $س_ر$ $\left(\frac{س_ر}{أ}\right)$ ويكون مجموع القيم الجديدة هى مجـ أ $س_ر$ $\left(\frac{مجـ\ س_ر}{أ}\right)$

$$\text{الوسط الحسابى للقيم الجديدة} = \frac{مجـ\ أ\ س_ر}{ن} = أ\ \frac{مجـ\ س_ر}{ن} = أ\ \bar{س}$$

$$أو = \frac{مجـ \left(\frac{س_ر}{أ}\right)}{ن} = \frac{١}{أ}\ \frac{مجـ\ س_ر}{ن} = \frac{\bar{س}}{أ}$$

٣- مجموع انحرافات المشاهدات عن وسطها الحسابي = صفر حيث أن المشاهدة هى $س_ر$ ويكون انحرافها عن الوسط الحسابي هو ($س_ر$ – $\bar{س}$) وبالتالى يكون المجموع فى الصورة التالية:

$$مجـ\ (س_ر - ن\ \bar{س}) = مجـ\ س_ر - ن\ \bar{س}$$

$$= مجـ\ س_ر - ن\ \left(\frac{مجـ\ س_ر}{ن}\right)$$

$$= مجـ\ س_ر - مجـ\ س_ر = صفر$$

٤- يتأثر المتوسط بالقيم المتطرفة تأثراً كبيراً وتجعله غير صالح كمقياس للنزعة المركزية.

٥- الوسط الحسابى لمجموع ظاهرتين يساوى الوسط الحسابى للظاهرة الأولى مضاف إليه الوسط الحسابى للظاهرة الثانية. أى أن.

إذا كانت لدينا المتغير ع ويساوى مجموع التغير بين س، ص، فإن

$$\frac{\text{مجـ ع}}{\text{ن}} = \frac{\text{مجـ (س + ص)}}{\text{ن}} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}} + \frac{\text{مجـ ص}}{\text{ن}}$$

$$\bar{\text{ع}} = \bar{\text{س}} + \bar{\text{ص}}$$

٦- الوسط الحسابى لقيمة ثانية يساوى القيمة الثابتة نفسها أى أن:

$$\text{أ} = \frac{\text{مجـ أ}}{\text{ن}} = \frac{\text{ن أ}}{\text{ن}} = \text{أ}$$

٧- الوسط الحسابى لمجموعة قيم مضروبة فى عدد ثابت يساوى حاصل ضـــرب المقدار الثابت فى الوسط الحسابى للقيم نفهسا أى أن

$$\frac{\text{مجـ أ س}}{\text{ن}} = \frac{\text{أ مجـ س}}{\text{ن}} = \text{أ}\ \bar{\text{س}}$$

مثـــال (٦) : (عام) فيما يلى بيانات تكرارية عن توزيع طلاب أحد الفصول حسب درجاتهم التى حصلوا عليها فى أحد المواد.

فئات	تكرارات
-٧	٧
-٩	٩
-١١	١٠
-١٣	٢٠
١٥-١٧	٤
المجموع	**٥٠**

أحسب : الوسط الحسابى لهذه البيانات بالطرق المختلفة لحساب المتوسط

الحـــل

فئات	تكرارات (ك)	س	ك × س
-٧	٧	٨	٥٦
-٩	٩	١٠	٩٠
-١١	١٠	١٢	١٢٠
-١٣	٢٠	١٤	٢٨٠
١٥-١٧	٤	١٦	٦٤
المجموع	٥٠		٦١٠

أولاً: طريقة مراكز الفئات العامة: وفيها تحدد مراكز الفئات ثم نضرب تكرار كـل فئة فى التكرارات ينتج الوسط الحسابي ويظهر ذلك فى الجدول التالى :

$$\therefore \bar{س} = \frac{مجـ\ ك\ س}{مجـ\ ك} = \frac{٦١٠}{٥٠} = ١٢,٢ \text{ درجة}$$

ثانياً: الطريقة المختصرة: وفيما يتم اختيار وسط فرض ويستحسن أن يكون في وسط الفئات وتطرحه من جميع مراكــز الفئــات وتــتلخص فــي خطوات الحل في الجدول التالي:

فئات	ك	س	ح	ك ح
٧-	٧	٨	٤-	٢٨-
٩-	٩	١٠	٢-	١٨-
١١-	١٠	١٢	صفر	صفر
١٣-	٢٠	١٤	٢	٤٠
١٥-١٧	٤	١٦	٤	١٦
المجموع	٥٠			٤٦- ٥٦+ ١٠+

لاحظ أن الوسط الفرضى المختار أ = ١٢ ويمكن للطالب إختيار أى رقم آخر فى أول أو وسط أو آخر الجدول ويكون الوسط الحسابى فى الصورة التالية:

$$\therefore \bar{س} = \left(\frac{\text{مجـ ك ح}}{\text{مجـ ك}} \right) + أ$$

$$\therefore \bar{س} = \left(\frac{١٠}{٥} \right) + ١٢ = ٠,٢ + ٢ = ١٢,٢$$

وهو نفس الوسط الحسابي فى الطريقة الأولى

ثالثاً: الطريقة المختزلة: وفيما نأخذ عامل مختزل من قيم مراكز الفئات بعد اختصارها أى من قيم (ح) فى العمود الرابع من الجدول السابق ومن

الواضح أن العامل المشترك بين ارقام العمود الرابع هو م=٢ ويمكن تلخيص الحسابات فى الجدول التالى:

فئات	ك	س	ح	ح/	ك ح/
٧-	٧	٨	-٤	-٢	-١٤
٩-	٩	١٠	-٢	-١	-٩
١١-	٠	١٢	صفر	صفر	صفر
١٣-	٢٠	١٤	٢	١	٢٠
١٥-١٧	٤	١٦	٤	٢	٨
المجموع	٥٠				-٢٣ +٢٨ +٥

ويكون الوسط الحسابي فى الصورة التالية:

$$\therefore \bar{\text{س}} = \left(\frac{\text{مجـ ك ح}^{/}}{\text{مجـ ك}} \times \text{أ} \right) + \text{أ}$$

$$= \left(\frac{٥}{٥٠} \times ٢ \right) + ١٢$$

$$= \left(\frac{١}{١٠} \times ٢ \right) = ٠,٢ + ١٢ = ١٢,٢$$

وهكذا تتطابق النماذج لحساب الوسط الحسابى بأى أسلوب من الأساليب الثلاثة السابقة:

٢- الوسيط وبعض المقاييس الاحصائية الترتيبية المشابهة:

أولاً: الوسيط Median :

يعرف الوسيط بأنه القيمة التى تقع فى منتصف القيم وتقسمها إلى قسمين متساويين بحيث أن أى قيمة قبلها أقل منها وأى قيمة بعدها أكبر منها٠ ويعنى هذا أنه إذا رتبنا البيانات أو المشاهدات ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً فان الوسيط هو تلك القيمة التى نجد أن نصف قيم المشاهدات أقل منها والنصف الاخر أكبر منها٠ أو بعبارة أخرى هو القيمة الوسطى لعدد فردى من المشاهدات المرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً، وهو الوسط الحسابى لقيمتين وسيطتين لعدد زوجى من المشاهدات المرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً٠

أ-الوسيط من بيانات مفردة (أو غير مبوبة):

لحساب الوسيط فى حالة البيانات غير المبوبة فإننا نرتبها تصاعدياً أو تنازلياً ثم نحدد ترتيب القيمة الوسيطية حيث يكون:

١-إذا كان عدد البيانات فردياً فإن:

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{عدد المفردات} + ١}{٢} = \frac{ن + ١}{٢}$$

ويكون الوسيط هو القيمة التى رتبتها $\frac{ن + ١}{٢}$

٢-إذا كان عدد البيانات زوجياً فإنه يوجد قيمتين وسيطتين رتبتهما:

$$= \frac{\text{عدد المفردات} + ١}{٢} \text{ ، } \frac{\text{عدد المفردات}}{٢} + ١$$

أى أن $\frac{ن}{٢}$ ، $\frac{ن}{٢}$ + ١

ويكون قيمة الوسيط هو الوسط الحسابى للقيمتين الوسيطين التى رتبتها

أى أن $\frac{ن}{٢}$ ، $\frac{ن}{٢}$ + ١ المثال التالى يوضح هذه الفكرة.

مثال (٧) توضيحى : إذا كان لدينا البيانات التالية:

٢١، ٢٨ ، ١٩ ، ٢٢، ٢٣ ، ١٧، ٢٠ ، ١٨ ، ٢٤

أحسب الوسيط لهذه القيم:

الحــل لحساب الوسيط نتبع الخطوات التالية:

١-نرتب القيم ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً فى الصورة

١٧، ١٨ ، ١٩ ، ٢٠ ، ٢١ ، ٢٢ ، ٢٣، ٢٤ ، ٢٨

٢-نحدد موقع الوسيط أو ترتيب الوسيط حيث نلاحظ أن عــدد المفــردات فردياً (ن = ٩).

ترتيب الوسيط (موقع الوسيط $= \frac{ن + ١}{٢} = \frac{٩ + ١}{٢} = \frac{١٠}{٢} = ٥$

٣- قيمة الوسيط هو القيمة التى رتبتها أو موقعها الخامسة، وبــالنظر إلــى البيانات السابقة نجد أن القيمة التى موقعها الخامسة هى ٢١ أى أن قيمة الوسيط لهذه القيم = ٢١ .

ملاحظـة: أحسب الوسيط إذا أضفنا إلى القيم السابقة القيمة ٢٧

ومن الملاحظ أنه بإضافة القيمة الجديدة يصبح عدد المشاهدات زوجياً ولذلك نرتب القيم كما سبق مع وضع القيمة الجديدة فى ترتيبها الصحيح ثم نحدد موقع الوسيط وقيمته طبقاً للطريقة السابقة شرحها أى أن:

القيم مرتبة تصاعدياً: ١٧، ١٨، ١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢٧، ٢٨ حيث عدد المشاهدات أصبح زوجياً (ن = ١٠) فإن هناك قيمتين وسيتطين موقعها

$$\frac{ن}{٢} ، \frac{ن}{٢} + ١$$

أى أن $\frac{١٠}{٢} = ٥$ ، $\frac{١٠}{٢} + ١ = ٥ + ١ = ٦$

أى أن أن القيمة الوسيطية الأولى هى القيمة الخامسة أو القيمة الوسيطية الثانية هى القيمة السادسة ويكون قيمة الوسيط هو الوسيط الحسابى للقيمتين الوسيتطين أى أن:

القيمة الخامسة = ٢٠

القيمة السادسة = ٢١

$$\text{الوسيط} = \frac{٢٠ + ٢١}{٢} = ٢٠,٥$$

مع ملاحظة أنه فى حالة وجود عدد كبير من البيانات فانه يمكن أن نأخذ $\frac{ن}{٢}$(عدد البيانات مقسوماً على ٢) للدلالة على ترتيب الوسيط بعض النظر عن كود العدد (ن) فردياً أو زوجياً، وأن كان من الأفضل فى مثل

هذه الحالات بتبويب البيانات فى صورة جدول تكرارى أولاً للتغلب على صعوبة وجود عدد كبير جداً من البيانات٠

ب-الوسيط فى حالة البيانات المبوبة (توزيع تكرارى):

إذا كانت بيانات الظاهرة معروضة فى جدول توزيع تكرارى فاننا إما أن نلجأ إلى طريقة لرسم أو الطريقة الحسابية لتقدير الوسيط وسوف نوضح كل من الطريقتين لبيانات تقدير الوسيط من خلال المثال التالى:

مثال (٨) : لدينا الجدول التكرارى التالى:

فئات	٥٠-	٥٥-	٦-	٦٥-	٧٠-	٧٥-	٨٠-	٨٥-	٩٠-	٩٠-١٠٠	المجموع
تكرارا		١	٢	١٠	١٢	٢١	٦	٩	٤	٤	٨٠

أحسب الوسيط لكل من: أ- الطريقة البيانية (الرسم) ب-الطريقة الحسابية٠

الحـــل

حيث أن الوسيط مقياس ترتيبى يعتمد على ترتيب البيانات تصاعدياً (أو تنازلياً) فان تقدير الوسيط فى حالة الجداول التكرارية سيكون من جداول التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد او الهابط وذلك باستخدام الحدود العليا للفئات فى حالة المتجمع الصاعد واستخدام الحدود الدنيا للفئات فى حالة المتجمع الهابط كما سبق أن ذكرنا، ثم نقدر الوسيط سواء بيانياً أو حسابياً فى الصورة التالية:

جدول التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد

فئات الصاعد	تكرارات الصاعد
أقل من ٥٥	١
أقل من ٦٠	٣
أقل من ٦٥	١٤
أقل من ٧٠	٢٤
أقل من٧٥	٣٦
أقل من ٨٠	٥٧
أقل من ٨٥	٦٣
أقل من ٩٠	٧٢
أقل من ٩٥	٧٦
أقل من ١٠٠	٨٠

أولاً: الطريقة الحسابية:

١ -بعد تحديد جدول التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد (أو الهابط) نحدد موقع الوسيط أو ترتيبه فى الصورة التالية:

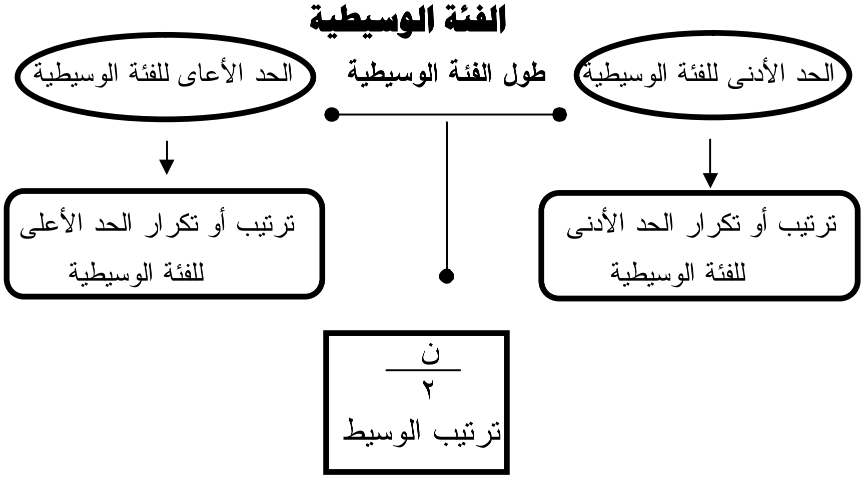
$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{ن}}{٢} = \frac{٨٠}{٢} = ٤٠$$

لاحظ أنه نظراً لأن البيانات فى صورة جدول تكرارى فان موقع الوسيط أو ترتيب الوسيط يتحدد دائماً بقسمة عدد المشاهدات على ٢ بصرف النظر عن كون عدد البيانات زوجياً أو فردياً٠

٢- تحديد الفئة التى يقع داخلها الوسيط وحيث أن ترتيب الوسيط أى موقعه يساوى ٤٠ فنجد أنها تنحصر بين التكرار المتجمع ٣٦ الذى يناظر حد الفئة ٧٥ والتكرار المتجمع الذى يناظر حد الفئة ٨٠ ٠

أى أن رتبة الوسيط تقع بين رتبتى ٣٦ ، ٥٧ وبالتالى فإن قيمة الوسيط تقع بين حدى ٧٥، ٨٠، ومن ثم يطلق على الفئة ٧٥- ٨٠ بالفئة الوسيطية وتكون القيمة ٧٥ هو الحد الدنى للفئة الوسيطية، والقيمة ٨٠ هو الحد الأعلى للفئة الوسيطية أما الرقم ٣٦ فهو تكرار الحد الأدنى، والرقم ٥٧ هو تكرار الحد الأعلى، ويطلق على الفرق بين الحد الأعلى للفئة الوسيطية والحد الأدنى لها بمدى أو طول الفئة الوسيطية ويمكن توضيح ذلك فى الشكل التالى:

الفئة الوسيطية



ويمكن حساب الوسيط بالعلاقة التالية:

$$\text{قيمة الوسيط} = \text{الحد الأدنى للفئة الوسيطية} + \frac{\text{ترتيب الوسيط} - \text{تكرار الحد الأدنى}}{\text{تكرار الحد الأعلى} - \text{تكرارالحد الأدنى}} \times \text{طول الفئة الوسيطية}$$

$$\text{أى أن الوسيط} = ٧٥ + \left(\frac{٤٠ - ٣٦}{٥٧ - ٣٦}\right) \times ٥$$

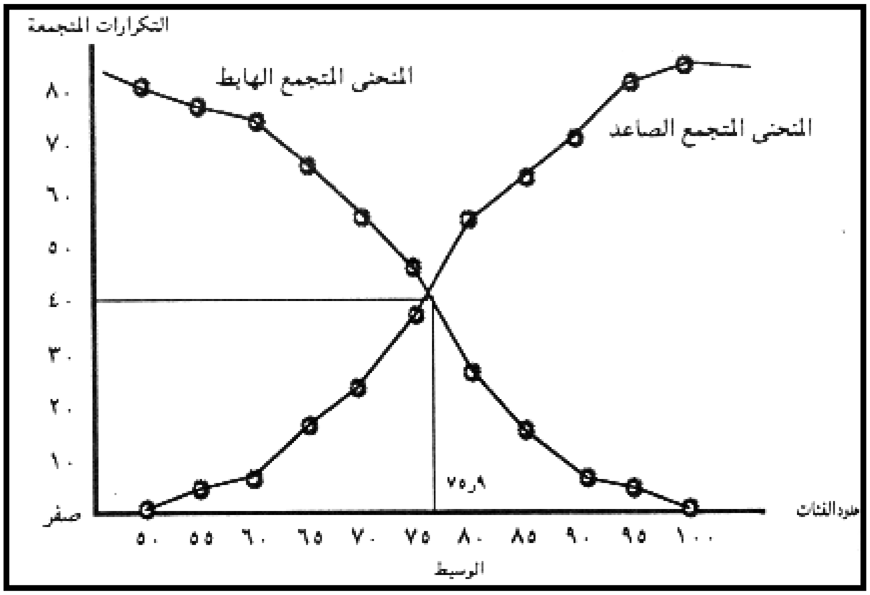
$$٧٥,٩٥٢ = \frac{٢٠}{٢١} + ٧٥ = ٥ \times \left(\frac{٤}{٢١}\right) + ٧٥ =$$

فئات الصاعد	تكرارات الصاعد
أقل من ٥٥	١
أقل من ٦٠	٣
أقل من ٦٥	١٤
أقل من ٧٠	٢٤
أقل من ٧٥	٣٦
أقل من ٨٠	٥٧
أقل من ٨٥	٦٣
أقل من ٩٠	٧٢
أقل من ٩٥	٧٦
أقل من ١٠٠	٨٠

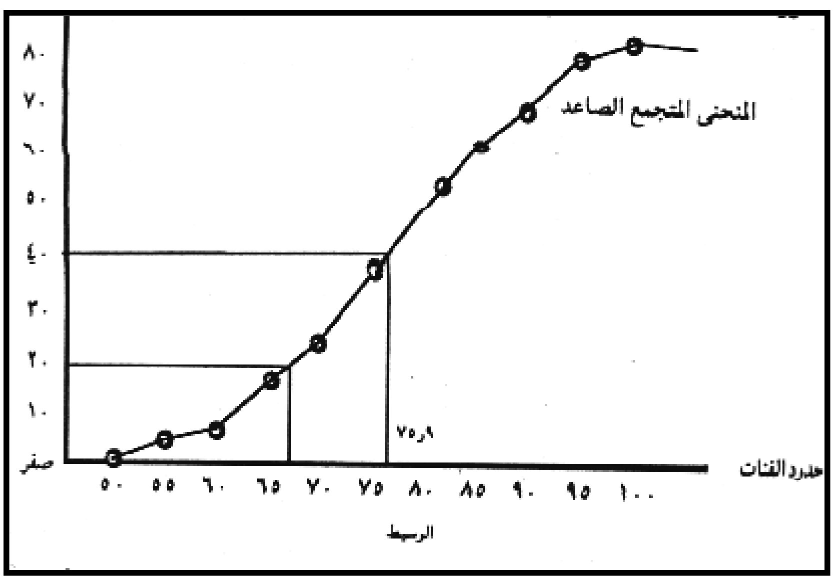
فئات الهابط	تكرارات الهابط
٥٠ فأكثر	٨٠
٥٥ فأكثر	٧٩
٦٠ فأكثر	٧٧
٦٥ فأكثر	٦٦
٧٠ فأكثر	٥٦
٧٥ فأكثر	٤٤
٨٠ فأكثر	٢٣
٨٥ فأكثر	١٧
٩٠ فأكثر	٨
٩٥ فأكثر	٤

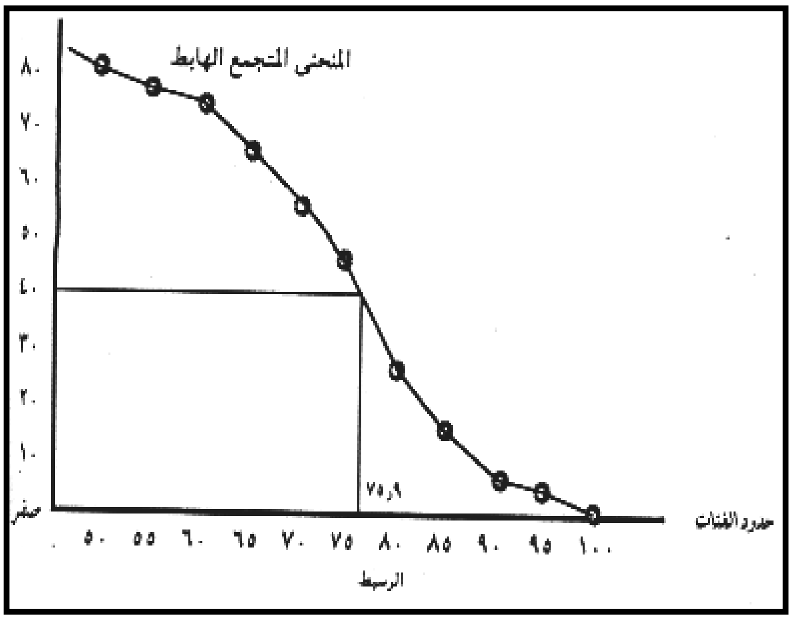
وهذا يعنى أنه إذا رتبنا البيانات الثمانين ترتيباً تصاعدياً أو تنازليـــاً، فإن القيمة ٧٥,٩٥٢ نقسم البيانات أو المشاهدات إلى قسمين: القسم الأول هو أقل منها والقسم الثانى أكبر منها.

ثانياً: الطريقة البيانية: لتقدير الوسيط بيانياً فإننا نرسم المنحنى المتجمع الصاعد والمنحنى المتجمع الهابط فى شكل واحد وتكون نقطة تقاطعهما ممثلة للوسيط فى الشكل التالى.



ويمكن الحصول على قيمة الوسيط باستخدام أحد المنحنين المتجمعين فقط فيمكن الحصول عليه برسم المنحنى المتجمع الصاعد فقط أو المنحنى المتجمع الهابط فقط فى الصورة التالية





لاحظ أن الوسيط هو القيمة التى تثمل ٥٠% من قـيم المـشاهدات فإنـه يمكن بنفس الطريقة تحديد القيم التى تمثل نسبة مئوية معنويـة. أى القيمـة التى تقل ٥٠% من المشاهدات أو التى تزيد ٥٠% من المـشاهدات عنهـا. وبالتالى فإنه يمكن بنفس الطريقة تحديد القيمة التى يقل نسبة مئوية معينة من البيانات عنها أو تزيد نسبة مئوية من البيانات عنها فمثلاً القيمة التـى تمثـل ٢٥% من القيم أى $\frac{ن}{٤} = \frac{٨٠}{٤} = ٢٠$.

يمكن الحصول عليها من المحنى المتجمع الصاعد كما هو واضح من الشكل السابق وهذه الفكرة هى أساس بقية المقاييس الترتيبية الأخرى والتى سنوضحها فيما يلى:

بعض مقاييس الموضع الترتيبية:

توجد مقاييس موضع ترتيبية وهى ليست متوسطات ولكن تحدد موضع قيمة أخرى غير الوسط مثل القيمة التى تقسم البيانات بنسب ربيعية أو خماسية أو عشرية أو مثينية وهكذا. والسبب فى ذكرها هنا هو أن طريقة تقديرها وحسابها مماثلة لطريقة تقدير الوسيط. ومن هذه المقاييس ما يلى:

أ-الربيعات:

إذا قسمنا مجموعة البيانات بعد ترتيبها إلى أربعة مجموعات متساوية فى العدد فإن القيمة التى يسبقها $\frac{١}{٤}$ القيم تسمى بالربيع الأول أو الربيع الأدنى. أما القيمة التى يسبقها $\frac{٣}{٤}$ القيم فتسمى بالربيع الثالث أو الربيع الأعلى، وبالتالى فإن الوسيط يكون بمثابة الربيع الثانى أو الربيع الأوسط نظراً لأنه القيمة التى يسبقها $\frac{٢}{٤}$ القيم أى نصف القيم.

ولإيجاد أى من الربيعات يتبع ما يلى:

١-ترتيب البيانات ترتيباً تصاعدياً.

٢-توجد موضع أو ترتيب الربيع المطلوب فإذا كان الربيع الأول فيكون ترتيبه $\frac{ن}{٤}$ وإذا كان الربيع الثانى فإن ترتيبه $\frac{ن}{٢}$ وإذا كان الربيع الثالث فإن ترتيبه $\frac{٣ن}{٤}$.

٣-توحد القيمة التى موضعها أو ترتيبها أو تكرارها هو الترتيب المطلوب فيكون الربيع المطلوب وهذه هى نفس طريقة الوسيط.

٤ -نتبع نفس طريقة تقدير الوسيط فى حالة البيانات ذات الجداول التوزيعية التكرارية لإيجاد الربيعات حيث توجد أولاً جدول التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد ثم تحدد ترتيب الربيع المطلوب فإذا كان الأول يكون ترتيبه $\frac{ن}{٤}$ وإذا كان الثالث يكون ترتيبه $\frac{٣ ن}{٤}$ وهكذا۰

ثم تحدد الفئة الربيعية المطلوبة ومنها نستخدم إما الطريقة الجبرية أو العلاقة التالية:

فمثلاً:

$$\text{الربيع المطلوب} = \text{الحد الأدنى للفئة الربيعية} + \frac{\text{ترتيب الربيع} - \text{تكرار الحد الأدنى}}{\text{تكرار الحد الأعلى} - \text{تكرار الحد الأدنى}} \times \text{طول الفئة الربيعية}$$

فمثلاً :

$$\text{الربيع الأول} = \text{الحد الأدنى للفئة الربيعية الأولى} + \frac{\text{ترتيب الربيع} - \text{تكرار الحد الأدنى}}{\text{تكرار الحد الأعلى} - \text{تكرار الحد الأدنى}} \times \text{طول الفئة الربعية}$$

ويمكن إيجاد قيم الربيعات بطريقة الرسم البيانى بنفس طريقة إيجاد الوسيط بيانياً والجديد بالذكر أنه إذا وقع أى من هذه الربيعات على حدود أحد الفئات فإن قيمة الربيع تساوى قيمة الحد الأعلى للفئة الربعية فى حالة المتجمع الصاعد ويساوى قيمة الحد الأدنى للفئة الربعية فى حالة المتجمع الهابط۰

ب-العشيرات والمنينات:

فى كثير من الأحيان يكون المطلوب هو البحث عـن القيمـة التـى يسبقها $\frac{١}{١٠}$ القيم وبالتالى يليها $\frac{٩}{١٠}$ القيم أو عن القيمة التى تسبقها $\frac{٢}{١٠}$ من القيم ويليها $\frac{٨}{١٠}$ القيم وهكذا، ومن الواضح أن هذه القـيم تقسم البيانات إلى عشرة أقسام متساوية العـدد ولـذلك يطلـق عليهـا أسـم العشيرات فالعشير الأول هو تلك القيمة التى يسبقها القيم فى حـين أن العشير الثانى هو تلك القيمة التى يسبقها القيم ويليها القـيم والعشير السابع هو تلك القيمة التى يسبقها القيم ويليها القيم وهكذا.

وبنفس الطريقة يمكن تقسيم البيانات إلى مائة قسم وتسمى القيمة التـى تحـدد كل قسم بالميئنى فمثلاً المئينى الأول هو تلك القيمة التى يسبقها $\frac{١}{١٠٠}$ من القيم ويليها $\frac{٩٩}{١٠٠}$ من القيم ، أما المئين الثانى فهو تلك القيمة التـى يسبقها $\frac{٢}{١٠٠}$ من القيم ويليها $\frac{٩٨}{١٠٠}$ من القيم، والمئينى السابع عشر مثلاً هو تلك القيمة التى يسبقها $\frac{١٧}{١٠٠}$ من القيم ويليها $\frac{٨٣}{١٠٠}$ من القيم وهكذا. ونفس الشئ يمكن تقسيم البيانات إلى عشرين قسم أو ثلاثين قـسم أو

خمسين قسم وهكذا، وتسمى القيم بالعشرينات أو الثلاثينيات أو الخمسينيات وهكذا، إتباع نفس طريقة تقدير الربيعات ف تقدير العشيرات أو العشرينات أو الثلاثينيات أو الخمسينيات أو المئينيات،

مثال (٩): **توضيحي لديك البيانات التالية في جدول تكراري**:

فئات	تكرارات
-٢٠	١٢
-٢٥	١٧
-٣٠	٢٠
-٣٥	٣٥
-٤٠	٥٨
-٤٥	٣٨
-٥٠	١١
٥٥-٦٠	٩
المجموع	٢٠٠

أحسب ما يلى:

الوسيط – الربيع الأول – الربيع الثالث- العشير الأول – المئينى الخامس،

الحـــل

أولاً: يجب أن نحدد جدول التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد أولاً فى الصورة التالية:

فئات المتجمع الصاعد	تكرارات المتجمع الصاعد
أقل من ٢٥	١٢
أقل من ٣٠	٢٩
أقل من ٣٥	٤٩
أقل من ٤٠	٨٤
أقل من ٤٥	١٤٢
أقل من ٥٠	١٨٠
أقل من ٥٥	١٩١
أقل من ٦٠	٢٠٠

ثانياً: تحديد مواضع وترتيبات المقاييس المطلوبة:

١ -**ترتيب الوسيط** = $\frac{\text{ن}}{٢}$ = $\frac{٢٠٠}{٢}$ = ١٠٠

وتكون الفئة الوسيطية هى (٤٠- ٤٥)

الوسيط = الحد الأدنى للفئة الوسيطية + $\frac{\text{ترتيب الوسيط – تكرار الحد الأدنى}}{\text{تكرار الحد الأعلى – تكرار الحد الأدنى}}$ × طول الفئة الوسيطية

= ٤٠ + $\frac{١٠٠ - ٨٤}{١٤٢ - ١٠٠}$ × ٥ = ٤٠ + $\left[\frac{١٦}{٥٨} \times ٥\right]$ = ٤١,٣٨

٢ - فيجاد الربيع الأول تحدد ما يلى:

ترتيب الربيع الأول = $\frac{\text{ن}}{٤}$ = $\frac{٢٠٠}{٤}$ = ٥٠

وبالتالى فإن الفئة الربيعية الأولى ى ٣٥ – ٤٠

$$\text{ر}_{1} = \text{الحد الأدنى للفئة الربيعية الأولى} + \frac{\text{ترتيب الربيع الأول – تكرار الحد الدنى}}{\text{تكرار الحد الأعلى – تكرار الحد الأدنى}} \times \text{طول الفئة الربيعية}$$

أى أن

$$\text{ر}_{1} = \text{٣٥} + \frac{\text{٥٠} - \text{٤٩}}{\text{٨٤} - \text{٤٩}} \times \text{٥} = \text{٣٥,١٤}$$

٣ - لإيجاد الربيع الثالث نحدد

$$\text{ترتيب الربيع الثالث} = \frac{\text{٣ن}}{\text{٤}} = \frac{\text{٣} \times \text{٢٠٠}}{\text{٤}} = \text{١٥٠}$$

وتكون الفئة الربيعية الثالثة

$$ر_٣ = \text{الحد الأدنى للفئة الربيعية الثالثة} + \frac{\text{ترتيب الربيع الثالث} - \text{تكرار الحد الدنى}}{\text{تكرار الحد الأعلى} - \text{تكرار الحد الأدنى}} \times \text{طول الفئة الربيعية}$$

$$ر_٣ = ٤٥ + \frac{١٥٠ - ٤٢}{١٨٠ - ١٤٢} \times ٥ = ٤٦,٠٥$$

٤ - لإيجاد العشير الأول تحدد:

$$\text{ترتيب العشير الأول} \quad \frac{٢٠٠}{١٠} = ٢٠$$

وتكون الفئة العشيرية الأولى هى (٢٥-٣٠)

$$ع_١ = \text{الحد الأدنى للفئة العشيرية الأولى} + \frac{\text{ترتيب العشير الأول} - \text{تكرار الحد الدنى}}{\text{تكرار الحد الأعلى} - \text{تكرار الحد الأدنى}} \times \text{طول الفئة العشرية}$$

$$ع_١ = ٢٥ + \frac{٢٠ - ١٢}{٢٩ - ١٢} \times ٥ = ٢٧,٣٥$$

٥ - لإيجاد المئيى الخامس نحدد:

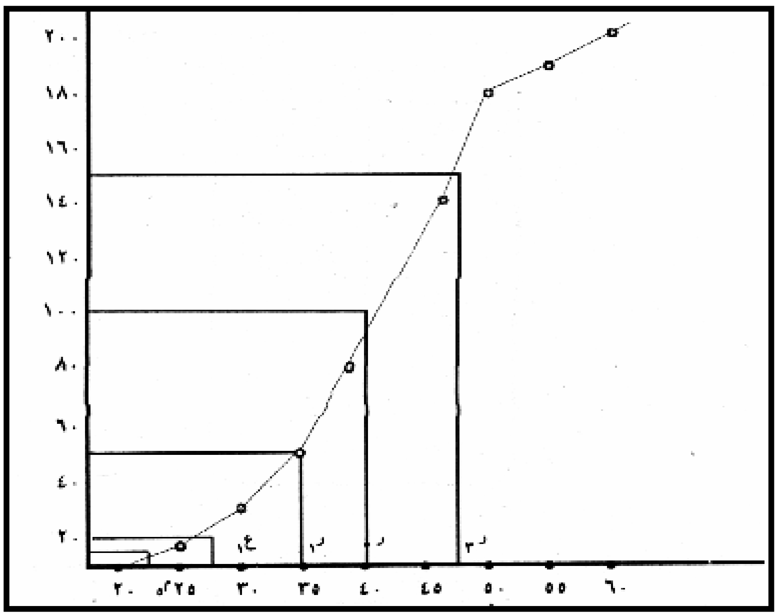
$$\text{ترتيب المئبى الخامس} = \frac{٢٠٠}{١٠٠} \times ٥ = ١٠$$

وتكون الفئة المئيتية الخامسة هى (٢٠ – ٢٥)

$$م_٥ = \text{الحد الأدنى للفئة المئيتية الخامسة} + \frac{\text{ترتيب المئيتى الخامس} - \text{تكرار الحد الدنى}}{\text{تكرار الحد الأعلى} - \text{تكرار الحد الأدنى}} \times \text{طول الفئة العشرية}$$

$$\text{م}_{\text{ه}} = ٢٠ + \frac{٢٠ - \text{صفر}}{١٢ - \text{صفر}} = ٥ = ٢٤,١٧$$

ويمكن الوصول إلى تلك المقاييس الترتيبية بيانياً إذا رسمنا المنحنى التجميـــع الصاعد فى الشكل التالي:



مثال (١٠)

: لديك الجدول التالى:

فئات	تكرارات
٢٠-	٢
٢٥-	٧
٣٠-	١٠
٣٥-	١٥
٤٠-	١٨
٤٥-	٨
٥٠-	٣
٥٥-٦٠	٥

أحسب الوسيط حسابياً

الحـل : تحدد جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد

فئات	تكرارات
أقل من ٢٥	٢
أقل من ٣٠	٩
أقل من ٣٥	١٩
أقل من ٤٠	٣٤
أقل من ٤٥	٥٢
أقل من ٥٠	٦٠
أقل من ٥٥	٦٣
أقل من ٦٠	٦٨

$$ترتيب الوسيط = \frac{٦٨}{٢} = ٣٤$$

وبالبحث في جدول التوزيع التكراري المتجمع نجد أن ترتيب الوسيط يقابل الفئة التي حدها الأعلى ٤٠ ويكون هو قيمة الوسيط.

مثال (١١): لديك الجدول التكراري التالي:

فئات	تكرارات
٥ -	١
٨ -	٧
١١ -	٩
١٤ -	صفر
١٧ -	٦
٢٠ -	٧
٢٣ -	٢
٢٦ - ٢٨	٣
المجموع	٣٤

احسب الوسيط حسابياً:

الحـــل: تكون جدول التكرار المتجمع الصاعد

فئات الصاعد	تكرارات الصاعد
أقل من ٨	١
أقل من ١١	٨
أقل من ١٤	١٧
أقل من ١٧	١٧
أقل من ٢٠	٢٣
أقل من ٢٣	٣٠
أقل من ٢٦	٣٢
أقل من ٢٨	٣٤

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{٣٤}{٢} = ١٧$$

لاحظ أن تكرار الوسيط ١٧ يوجد مرتين فى الجدول الأول تقابل الحد الأدنى ١٤ والثانية تقابل الحد الأعلى ١٧ ٠ ومن ثم يمكن حساب الوسيط على أنه٠

الوسط الحسابى للقيمتين الوسيطين أى أن:

$$\text{الوسيط} = \frac{١٤ + ١٧}{٢} = \frac{٣١}{٢٠} ٣ = ١٥,٥$$

بعض الخصائص الإحصائية للوسيط :

أ- سبق أن بينا أن مجموع انحرافات القيم عن وسطها يساوى صفر بشرط أن يكون هذا الجمع جمعاً جبرياً بحيث يحتفظ كل انحراف بإشاراته سواء كانت موجبه أو سالبة٠

وإذا جمعنا هذه الانحرافات بحيث لا تراعى الإشارة، بل تعاملها جميعاً على أنها موجبة وهى ما يطلق عليها أسم الانحرافات المطلقة لوجدنا أن مجموع الانحرافات المطلقة عن الوسيط أصغر من مجموع الانحرافات المطلقة عن الوسط الحسابى٠

فإذا فرضنا مثلاً أنه لدينا البيانات التالية:

٥ ، ٩ ، ١٢ ، ١٦ ، ٢٨

$$\text{فإن الوسط الحسابى س-} = \frac{٧٠}{٥} = ١٤$$

الوسيط = ١٢

وتكون الإنحرافات المطلقة فى الصورة التالية:

الانحرافات المطلقة		
س	س - س	الانحراف عن الوسيط س -س٢
٥	٥-١٤=٩	٥-٢= ٧
٩	٩-١٤=٥	٩-١٢=٣
١٢	١٢-١٤=٢	١٢-١٢ = صفر
١٦	١٦-١٤=٢	١٦-٢ = ٤
٢٨	٢٨-١٤=١٤	٢٨- ١٢ = ١٦

لاحظ أن مجموع الانحرافات المطلقة عن الوسيط أصغر من مجموع الانحرافات المطلقة عن الوسط الحسابى.

ب- يتأثر الوسيط بالقيم الوسطى أكثر مما يتأثر بالقيم المتطرفة فى التوزيع التكرارى. وهو بهذا يكون على نقيض المتوسط الذى يتأثر القيم المتطرفة أكثر من تأثره بالقيم الوسطى.

ومن ثم يصلح الوسيط كمقياس للنزعة المركزية أكثر من المتوسط عندما تكون أطراف التوزيع متراكمة متجمعة غير مستوية (متطرفة كأن يكون التوزيع ملتو إما جهة اليمين أو جهة اليسار.

جـ- الوسيط يصلح فى الحالات التى تهدف إلى قسمة التوزيع التكرارى إلى قسمين متساويين من وسطه، فيصبح بذلك التوزيع ثنائياً أى أعلى من الوسيط وأقل من الوسيط. وهذه الخاصية لها أهميتها فى حساب

معاملات الإرتباط التى تعتمد على مثل هذه التقسيم الثنائى مثل معاملات الإرتباط الرباعية.

٣-المنوال Mode :

يعرف المنوال بأنه القيمة الاكثر تكرار أو الأكثر شيوعاً بين القيم، ولذلك يستخدم المنوال كمقياس من مقاييس الموضع الذى يعبر عن بيانات وصفته حيث تستطيع أن نميز الصفة الشائعة بين أوجه الظاهرة، والمنوال لمجموعة مفردات قد يكون وحيد القيمة وقد لا يكون وحيداً بمعنى أنه قد يوجد قيمتين منواليتين أو أكثر لمجموعة مفردات بمعنى أنه قد يكون هناك قيمتين أو أكثر أو صفتين أو أكثر لهما تكرارات متساوية أكثر شيوعاً وقد لا توجد قيمة متوالية لمجموعة المفردات على الاطلاق بمعنى أنه قد لا توجد قيمة أو صفة تستأثر بأكبر التكرارات داخل المجموعة فمثلاً البيانات ٢، ٣، ٥، ٧ ،٩، ٩، ١٠، ١١، ١٢ لها منوال واحد Unimodal` وهو القيم (٩) حيث تكررت ثلاث مرات أكثر من غيرها من القيم كذلك فإن ٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٠، ١٢، ١ ، ١٦ ليس لها منوال حيث لا توجد قيمة تكررت أكثر من غيرها، أما البيانات ٢، ٣ ، ٤ ، ٤ ، ٥ ، ٥ ، ٧، ٧، ٧، ٧، ٩ فلها قيمتين منواليتين هما ٤ ، ٧ حيث تكررت كل منهما بعدد تكرارات متساوية أكبر من أى تكرارات أخرى٠

وهذا وإذا كانت البيانات الإحصائية مبوبة فى صورة جدول توزيع ترارى فإن المنوال يعتبر هو نقطة (أو نقط) النهاية العظمى لمنحنى التوزيع التكرارى بمعنى أنه القيمة (أو القيم) التى تناظر قيمة (أو قمم) منحنى التوزيع التكرارى لهذه البيانات٠

تقدير المنوال:

توجد عدة طرق لتقدير المنوال نستعرض بعضها فيما يلى:

الطريقة الأولى: طريقة مركز الفئة المنوالية:

إذا كانت الفئة المنوالية لأى توزيع تكرارى هى تلك الفئة التى تناظر أكبر تكرارات قيه فإن يمكن اعتبار مركز الفئة المنوالية هو تقدير المنوال التوزيع.

وهذه الطريقة تعتبر من أسهل طرق تقدير المنوال إلا أنها غير دقيقة لأن قيمة المنوال فى هذه الحالة تنحاز إلى بداية الفئة المنوالية أو إلى نهاية الفئة المنوالية وذلك حسب كون تكرار الفئة قبل المنوالية أكبر من أو أصغر من تكرار الفئة بعد المنوالية وهذا يعنى أن قيمة المنوال لا يمكن أن تكون فى مركز الفئة المنوالية اللهم إلا إذا تساوى كل من تكرارى الفئتين السابقة واللاحقة للفئة المنوالية.

الطريقة الثانية: طريقة الفروق "طريقة كارل بيرسون"

فى هذه الطريقة نتبع الخطوات التالية:

١- ننتزع كل من الفئة السابقة للفئة المنوالية والفئة المنوالية نفسها والفئة اللاحقة للفئة المنوالية من جدول التوزيع التكرارى البسيط.

٢- نحسب $ف_١$ التى تمثل الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة السابقة أى أن إذا كان تكرار الفئة السابقة $ك_١$ وتكرار الفئة المنوالية ك وتكرار الفئة اللاحقة $ك_٢$ فإن $ف_١ = ك - ك_١$.

٣- نحسب ف٢ التى تمثل الفرق بين الفئة المنوالية وتكرار الفئة اللاحقة أى أن $ف_٢ = ك - ك_٢$.

وإذا كانت $ح_1$ تمثل الحد الأدنى للفئة المنوالية كما أن ط تمثل طول الفئة المنوالية فإنه يمكن حساب قيمة المنوال من العلاقة التالية:

$$\text{المنوال} = \text{الحد الدنى للفئة المنوالية} + \frac{ف_1}{ف_1 + ف_2} \times \text{طول الفئة المنوالية}$$

$$\text{أى أن المنوال} = ح_1 + \left(\frac{ف_1}{ف_1 + ف_2}\right) \times ط$$

مثال (١٢) : إذا كان لديك البيانات التالية :

فئات	تكرارات
١١-	١
١٤-	٣
١٤٧-	٩
٢٠-	١٣
٢٣-	١١
٢٦-	٣
المجموع	٤٠

أحسب المنوال بالطريقتين السابقتين

الحـــــل:

أولا: طريقة مركز الفئة

نلاحظ أن الفئة (٢٠-٢٣) هي الفئة التي تقابل أكبـر تكـرار فـى الجدول ومن ثم فهي الفئة المنوالية ويكون مركز هذه الفئـة هو $\frac{٢٣+٢٠}{٢}$ ٢١,٥ يمثل قيمةالمنوال.

ثانيا طريقة الفروق: نحدد ف_{1}= ١٣ – ٩ = ٤

ف_{2} = ١٣ – ١١= ٢

ط = ٢٣- ٢٠ = ٣

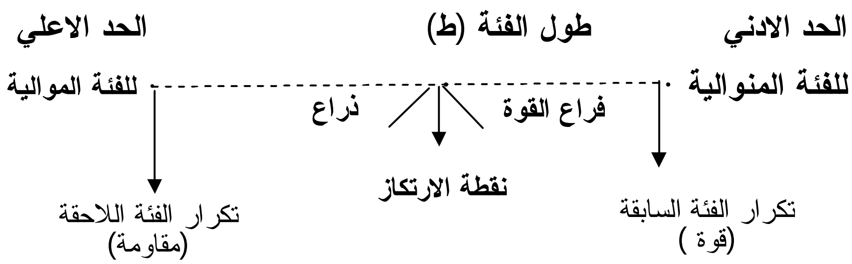
نطبق العلاقة السابقة كالتالي

$$\text{المنوال} = \text{ح}_{1} + \frac{\text{ف}_{1}}{\text{ف}_{1}+\text{ف}_{2}} \times \text{ط}$$

$$= ٢٠ + \frac{٤}{٤+٢} \times ٣ = ٢٠ + \frac{٤}{٦}\ ٣ = ٢٢$$

الطريقة الثالثة طريقة الرافعة :

وهذه الطريقة مستوحاه من فكرة الرافعة فى الشكل التالي:



وقانون الرافعة هو:

القوة × ذراعها = المقاومة × ذراعها

فإذا فرضنا أن ذراع القوة س فإن ذراع المقاومة هو ط – س حيث ط هو طول الفئة ذراع الرافعة كله) وتكون نقطة المنوال على بعد س من الحد الادنـــي، (ط - س) من الحد الاعلي وتتحدد فيمتها فى الصورة التالية

المنوال = الحد الادني للفئة المنوالية + س

أو = الحد الاعلي للفئة المنوالية – (ط – س)

وتتحدد قيمة س من قانون الرافعة فى الصورة التالية

تكرار الفئة السابقة × س = تكرار الفئة اللاحقة × (ط – س)

أي أن $ك_1 \times س = ك_2 \times (ط - س)$

أي أن $س = \frac{ك_2}{ك_1 + ك_2} \times ط$

أي أن $س = \frac{\text{تكرار الفئة اللاحقة}}{\text{تكرار الفئة السابقة + تكرار الفئة اللاحقة}} \times$ طول الفئة المنوالية

ومن ثم فإن قيمة المنوال تكون فى ا لصورة

المنوال = الحد الادني للفئة المنوالية + $\frac{\text{تكرار الفئة اللاحقة}}{\text{تكرار الفئة السابقة + تكرار الفئة اللاحقة}} \times$ طول الفئة المنوالية

$= ح_1 + \frac{ك_2}{ك_1 + ك_2} \times ط$

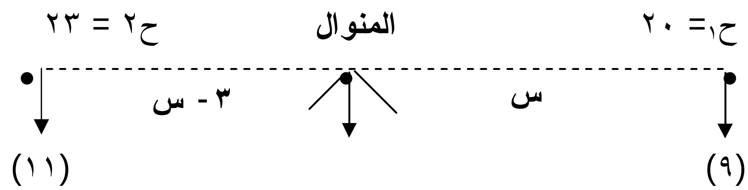
فإذا طبقا هذه الطريقة على بيانات المثال السابقة نجد أن

الحد الادني للفئة المنوالية =٢

تكرار الفئة السابقة =٩

تكرار الفئة اللاحقة= ١١

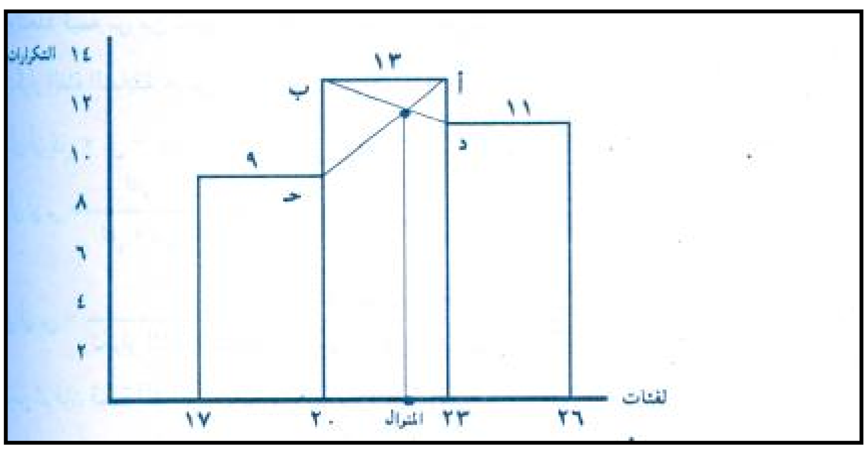
طوله الفئة المنوالية =٣



أي أن المنوال = $٢٠ + \frac{١١}{٩+١١} \times ٣ = ٢٠ + \frac{١١}{٢٠} \times ٣ = ٢١,٦٥$

الطريقة الرابعة: الطريقة البيانية:

وفي هذه الطريقة يتم رسم المدرج التكراري المناظر للفئات الثلاث وهي الفئة السابقة للفئة المنوالية والفئة المنوالية نفسها، والفئة اللاحقة والفئة المنوالية ثم نصل النقطة (أ) بالنقطة (جـ) وتصل النقطة (ب) بالنقطة (د) الموضحة بالرسم التالي، ومن نقطة تقاطع المستقيم ب د ننزل عمود على المحور الأفقي فيلاقيه فى نقطة هي تقدير المنوال بالرسم.



لاحظ أنه إذا كانت فئات جدول التوزيع التكرار غير متساوية فإنــه يجب أولا إيجاد التكرارات المعدلة وذلك التكرارات الأصلية لكل فئــة علــى طول هذه الفئة ثم نتبع نفس الطرق السابقة لتقدير المنوال

مثال (١٣) : إذ كان لديك الجدول التالي

فئات	تكرارات
١٤-	١٣
١٨-	٣٨
٢٠-	٦٩
٢٥-	٢٨
٣٢-	١٧
٣٥-٤٠	٦

احسب المنوال بالطرق المختلفة

الحــل: بالنظر السابقة نجد فتاته غير متساوية ومــن ثــم يجــب إجــراء تعديلات للحوصل على التكرارات المعدلة فى الجدول التالي:

فئات	تكرارات	طول	التكرارات المعادلة
١٤-	١٣	٤	$\frac{١٣}{٤}$ = ٣,٢٥
١٨-	٣٨	٢	$\frac{٢٨}{٢}$ = ١٩
٢٠-	٦٩	٥	$\frac{٦٩}{٥}$ =١٣,٨
٢٥-	٢٨	٧	$\frac{٢٨}{٧}$ =٤
٣٢-	١٧	٣	$\frac{١٧}{٣}$ = ٥,٦٧
٣٥-٤٠	٦	٥	$\frac{٦}{٥}$ = ١,٢٠
المجموع	١٧١		

واضح أن الفئة المتوالية هي ١٨- ٢٠ وتكررها المعدل ك = ١٩

أولا: طريقة مركز الفئة

المنوال = مركز الفئة المتوالية =١٩

ثانيا: طريقة الفروق

ف$_{١}$= ك - ك$_{١}$= ١٩- ٣,٢٥ = ١٥,٧٥

ف$_{٢}$ = ك – ك$_{٢}$ = ١٩ – ١٣,٨ = ٥,٢

ط = طول الفئة المنوالية =٢

ح_{1} = الحدي الأدنى للفئة المنوالية =١٨

$$\text{المنوال} = \text{الحد الأدنى للفئة المنوالية} + \frac{\text{ف}1}{\text{ف}1 + \text{ف}2} \times \text{ط}$$

$$= 18 + \frac{15,75}{5,2 + 15,75} \times 2$$

$$= 18 + \frac{15,75}{20,95} \times 2 = 19,50$$

$$\text{المنوال} = \text{الحد الأدنى للفئة المنوالية} + \frac{\text{ك}_{2}}{\text{ك}_{1} + \text{ك}_{2}} \times \text{ط}$$

ثالثا: طريقة الرافعة:

$$\text{المنوال} = 18 + \frac{13,8}{13,8 + 3,25} \times 2 = 18 + \frac{13,8}{13,8 + 3,25} \times 2 = 19,62$$

حساب المنوال من الوسيط والوسط

قد تواجه الباحث صعوبات كثيرة فى حساب المنوال خاصة عندما يكثر عدد الفئات التي تحتوي على أكبر تكرار، كأن يدل الجدول السابق على فئة اخـري تكرارهـا المعـدل ١٩٠ ولحساب المنوال فى مثل هذه الحالات تعتمد على طريقة إحصائية تأخذ فى اعتبارها كـل مـن الوسط والوسيط. والعلاقة التالية توضح العلاقة بين هذه المقاييس الثلاثة:

الوسيط الحسابي – المنوال = ٣ (الوسط الحسابي – الوسيط) ومنها فإن

المنوال = ٣ أمثال الوسيط – ضعف الوسط الحسابي.

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{1}{2}\left(\text{٣ أمثال الوسيط} - \text{المنوال}\right)$$

$$\text{الوسيط} = \frac{١}{٣}\,(\text{ضعف الوسط الحسابي} + \text{المنوال})$$

فإن كان الوسط الحسابي لمجموعة بيانات = ٢٥ وإذا كان وسيط هذه المجموعة = ٢٦ فإنه باستخدام العلاقات السابقة نجد أن

المنوال = ٣ × ٢٦ – ٢×٢٥

= ٧٨ – ٥٠ ٢٨

لاحظ أنه فى حالة جداول التوزيع التكراري المفتوحة فإنه لا يمكن حساب الوسط الحسابي فإذا كانت هناك ضرورة ملحقة لحسابه فإننا نتبع الخطوات التالية٠

١- محاولة إقفال الفئة أو الفئات المفتوحة اعتمادا على طبيعة الظاهرة وخبرة الباحث فى ذلك٠

٢- إهمال أو حذف الفئة أو الفئات المفتوحة وحساب الوسط الحسابي لباقي التوزيع٠

٣- تطبيق العلاقة بين المقاييس الثلاثة فى الصورة٠

$$\text{الوسيط الحسابي} = \frac{١}{٢}\,(٣\ \text{أمثال الوسيط} - \text{المنوال})$$

تماريـــن

١- إحسب الوسط الحسابى لدرجات أحد الطلاب وهى:

٧٥ ، ٩٥ ، ٨٢ ، ٤٧ ، ٦٦

٣-عرف كل من الوسط – الوسيط – المنوال – وأذكر العلاقة بينهم

٤-فيما يلى جدول تكرارى لأجور عمال أحد الشركات٠

الاجر	٣٠٠	٢٥٠	٣٢٠	٣٩٠	٤٥٠
عدد العمال	١٤	١٦	٢٣	٩	٣

أحسب كل من الوسط – الوسيط – المنوال لأجور العمال٠

٥-أجرى باحث دراسة على مجموعة من الأطفال المشردين بهدف التعرف على مستوى ذكائهم فكانت كالتالى:

٧٣، ٤٣ ، ١٠٣، ٩٨ ، ٧٢، ٦٦، ١٠٠، ٩٩ ، ٨٧، ٨٥، ١٠٠ ، ١١٠، ٧٢ ، ٨٩ ، ٥٢ ، ٩٦ ، ١٠٢ ، ٨٧، ٦٦ ، ٥٣ ، ١٠١ ، ٦٥ ، ٨٥، ٩٥ ، ٦٥، ٥٢، ١٠٠، ، ١١٠، ١٠٠، ٩٥ ٠

والمطلوب:

أ- توزيع الدرجات فى جدول تكرارى مدى الفئة فيه ١٠ ٠

ب-إحسب المتوسط الحسابى بطرق مختلفة ٠

جـــ-إحسب الوسيط بطرق مختلفة٠

د- إحسب المنوال بطرق مختلفة٠

٦-الجدول التالى يبين توزيع عينة من ١٠٠ عامل فى أحد المصانع حسب فئات الدخل الشهرى

فئات الدخل	١٥-	٢٠-	٢٥-	٣٠-	٣٥-٤٠	المجموع
عدد العمال	١٨	٢١	٢٢	١٨	١٠	١٠٠

والمطلوب:

أ-رسم المدرج التكرارى وإيجاد قيمة المنوال وتحقيق النتيجة حسابياً٠

ب-إيجاد قيمة الدخل الوسيط٠

٧-أوجد تقديراً للوسط الحسابى للتوزيع التالى لمدة الزواج لمجموعة من ١٠٠ شخص٠ ثم استنتج هل التوزيع متماثل أو غير متماثل٠

فئات	أقل من سنه	١-	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-٢٥
تكرارات	١٨	١٢	٢٨	٢٥	٨	٩

٨- ما هى المقاييس المختلفة للنزعة المركزية، تكلم عن مميزات وعيوب واستعمالات كل مقياس٠

٩- إذا كان الوسط الحسابى والوسيط لمجموعة من القيم بها ١٥ مفردة هما س = ٣٢ والوسيط = ٣١ وأضفنا للمجموعة مفردة قيمتها ٣١ فأوجد الوسط الحسابى والوسيط للمجموعة بعد إضافة القيمة الجديدة٠

١٠- برهن أن مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابى = صفراً٠

١١- الجدول الآتى يبين توزيع العمال حسب عدد ساعات العمل الأسبوعية:

فئات عدد الساعات	٣٨-	٤٠-	٤٢-	٤٦-	٥٢-	٥٦-٥٨	المجموع
عدد العمال	١٠	٢٠	٩٠	٢٤٠	١١٠	٣٠	٥٠٠

والمطلوب : رسم المدرج التكرارى لهذا التوزيع واستنتاج قيمة المنوال من الرسم.

١- رسم المنحنى المتجمع الصاعد وإيجاد الوسيط والربيعين من الرسم ثم التحقق من صحة هذا الاستنتاج بالطرق الحسابية.

٢- حساب متوسط عدد ساعات العمل الأسبوعية.

١٢- تحقق حسابياً من تساوى الوسط الحسابى والوسيط والمنوال للتوزيع الآتى وعلق على هذه الظاهرة.

فئات	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	٣٠-	٣٥-٤٠	المجموع
تكرارات	٥	١٠	١٥	٢٠	١٥	١٠	٥	٨٠

١٣- البيانات التالية هى كمية الأمطار السنوية (بالبوصة) التى سقطت على منطقة ما خلال ٣٠ سنة متتالية:

٢٥ر١٩	٢٥ر٥٧	٣٤ر٣٢	٢٥ر٢٧	٢٨ر٠٨	٢٦ر٥٧	٢٨ر٩٠
٢٨ر٤٥	٢٨ر٥٩	٣١ر٩٣	٢٥ر٧٨	٢٦ر٠٢	٢٦ر٨٣	٢٤ر٨٧
٣٠ر٩٥	٢٨ر٠٠	٣٣ر٣٤	٢٢ر٤٧	٢٥ر٩٧	٣٠ر٩٣	٣٢ر٨٧
٢٤ر٠٢	٣٤ر٨١	٢٩ر١١	٢٥ر١٥	٣٦ر٥٠	٢٥ر١٧	٣٠ر١٧
٢٩ر١٢	٢٨ر٩٥					

والمطلوب:

أ- حساب الوسط الحسابى والوسيط لهذه البيانات٠

ب- عرض هذه البيانات فى صورة توزيع تكراري ذو فئات متساوية طول كل منها ٣ بوصة مبتدئاً بالفئة ٢٢ر٠٠ ٠ ثم احسب الوسط الحسابي، والوسيط من التوزيع التكرارى الناتج وحلل ما قد يوجد من فروق بين قيم المتوسطين فى أ،ب ٠

١٤- الجدول التالي يبين توزيع أسر عينة من الريف بحسب النسب المئوية للإنفاق على الطعام والشراب إلى جملة الإنفاق الاستهلاكي والمطلوب٠

أ- حساب الوسط الحسابي للنسب المئوية للإنفاق على الطعام والشراب٠

ب- تقدير الوسيط٠

ج- تقدير المنوال بطريقتي الفروق والرافعة٠

فئات نسبة المئوية	٢٤ر٥-	٣٤ر٥-	٥٤ر٥-	٦٤ر٥-	٧٤ر٥-	٧٤ر٥-	٨٤ر٥	مجموع
عدد الأسر	٣	١٣	٩٥	٦٧٦	١٤٩٥	٧٢٨	٢٧	٣٠٣٧

١٥- من الجدول التالي احسب قيمة كل من الوسيط والمنوال للأجر الشهرى٠

فئات الأجر الشهري (بالجنيه)	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	٣٠-	٣٥-	٤٠-٤٥
عدد الأسر	٣٩	٨٢	٩٥	٤٤	٣٣	٢٢	٥	٣

الفصل الثاني

العينـــــات

مفهومها - أنواعها - كيفية اختيارها

٢ - **مقدمة:**

أن من أهم الأهداف الرئيسية للبحوث الاجتماعية بــصفة عامـــة والبحــوث الإحصائية بصفة خاصة هو دارسة تاثير مؤثر أو مجموعة من المؤثرات على ظاهرة معينة بالإضافة إلى تفسير ظهور ظاهرة ما وعلاقتها بظـــاهرة أخــرى أو ظـــواهر أخرى. فمثلا يهتم الباحث الاجتماعي بدارسة وتفسير ظهور ظاهرة المخدرات بـــين الشباب أو انتشار الإمراض النفسية كالاكتئاب وغيره . وما هي الأسباب التي أدت إلى ظهور هذه الظواهر والمدى الكمي والنوعي لتأثير هذه الأسباب والمؤثرات علـــى هذه الظاهرة وذلك من اجل الوصول إلى حلــول جذريـــة تعـــالج هـــذه الإمـــراض الاجتماعية الخطيرة على الشباب .

والباحث الاجتماعي بصفة عامة والباحث الاحصائى بــصفة خاصـــة وهـــو بصدد دارسة هذه الظاهرة وأسبابها ومؤثرتها فانه يتبع سلسلة من المراحـــل البحثيـــة المتتابعة والتي يمكن إجمالها في المراحل الرئيسية التالية :

(أ) الشعور بالمشكلة وهى تعتبر نقطة البداية وأول الطريق في اى بحث علمي عموما فلو لا الشعور بالمشكلة لما استطاع الباحث إن يحدد لنفسه فكرة واضحة عن نوع البيانات المطلوبة جمعها أو المتغيرات المطلوب دراستها.

(ب) وضع الفروض المبدئية التي تحكم الظاهرة محل الدارسة فالفرض يعتبر تفسير مبدئي للظاهرة موضوع الدارسة فمثلا يضع

(ت) الباحث تفسيرات مبدئية عن سبب انتشار ظاهرة الاكتئاب النفسي بين الشباب في الصورة التالية:

(١) إن الفراغ الديني يؤدى إلى ظاهرة الاكتئاب النفسي ٠

(٢) إن كثرة الخلافات بين الزوجين تؤدى إلى الاكتئاب النفسي للأبناء مثل هـذه التفسيرات المبدئية هي بمثابة فروض قد تكون صحيحة وقد تكون غير صحيحة ولمعرفة مدى صحة هذه الفروض والتفسيرات المبدئية فان الباحث يحتاج إلـى بيانات ومعلومات يتم جمعها وتحليلها وفى ضوء ما يسفر عنه التحليـل يقـرر الباحث قبول الفرض قبولا كليا أو جزئيا أو انه يرفض الفرض ويبحـث عـن فرض بديل أخر ليحل محل الفرض المرفوض ويتم ذلك أيضا في ضوء نتـائج تحليل البيانات الإحصائية التي تم جمعها عن الظاهرة٠

(جـ) جمع البيانات عن الظاهرة موضوع الدارسة فكما تبين عند وضـع الفـروض والتفسيرات المبدئية للظاهرة فإننا نحتاج إلى إثبات صحتها مـن عدمـه وهـذا يتطلب جمع البيانات والمعلومات عن الظاهرة موضوع الدارسة وهذه المرحلـة تشتمل على مجموعة من الخطوات الرئيسية والتي من أهمها :

(١) وضع إطار البحث وخطته العامة ٠

(٢) تحديد المجتمع الاحصائى ومفردة البيانات ٠

(٣) تحديد مصادر جمع البيانات الإحصائية ٠

(٤) تحديد أسلوب جمع البيانات الإحصائية ٠

(٥) وضع هياكل الجداول الاحصائية٠

(٦) تصميم الاستمارة الإحصائية ٠

(٧) إجراء الدارسة الاستطلاعية ٠

(٨) جمع البيانات والمعلومات الإحصائية عن الظاهرة موضوع الدارسة٠

(د) تجهيز وتصنيف البيانات الإحصائية حتى تكون جـــاهزة للعــرض والتحليــل واستخلاص النتائج٠

(هــ) عرض البيانات الإحصائية وهو إما إن يكون عرضا نظريا أو جـــدوليا أو حسابيا أو ما يطلق عليه حساب المقاييس والمؤشرات الإحصائية الخاصـــة بالظاهرة موضوع الدارسة ٠

(و) تحليل البيانات الإحصائية من خـــلال مـــا يعــرف بالاســتدلال الاحــصائى واختبارات الفروض والوصول الى نتائج ذات ثقه عالية نستطيع من خلالهـــا تفسير الظاهرة ومعرفة المؤثرات والاسباب والقباس الكمي والنوعي لمـــدى تأثير هذه الأسباب على الظاهرة موضوع الدارسة ومن ثم الأسباب الحقيقيـــة لها ومحاولة وضع حلول لمثل هذه الظاهرة٠

مما سبق نستخلص مدى مساهمة علم الإحصاء في البحوث العلمية حيث يهـــتم اهتماما أساسيا بكل من:

(أ) عملية جمع البيانات وتحديد حجمها وأنواعها ومصادرها وكيفيـــة جمعهـــا ثـــم تجهيزها وتصنيفها وتبويبها حتى تكون جاهزة للتحليل واستخلاص المؤشـــرات والنتائج اللازمة ٠

(ب) قياس المؤشرات والمقاييس الإحصائية التي تبلور حجم الظاهرة وشكلها كميا ونوعيا ومدى علاقتها بالظواهر الأخرى إن وجدت٠

(جـ) تحليل هذه المقاييس والمؤشرات ودارسة مدى صدقها في الواقع العملي ومـدى عموميتها على جميع مفردات الظاهرة.

وفى الواقع فإننا قد تعرفنا في المراحل الدراسية السابقة على المبادئ الأساسية لعلم الإحصاء وعرفنا إن عملية جمع البيانات عن اى ظاهرة مـن الظـواهر تأخـذ الحالتين التاليتين :

أولها : يتم جمع البيانات عن جميع مفردات الدارسة بمعنى انه يـتم عمليـة حـصر شامل لكل مفردات مجتمع الدارسة ثم يتم جمع البيانات والمعلومات عن كـل مفرده من هذه المفردات جميعها وهذا ما يطلق عليه اسـم طريقـة الحـصر الشامل ٠ وهذه الطريقة

على الرغم من أنها دقيقة جدا ونسبة الخطأ فيها ضئيلة إذا توافرت الإمكانيات الفعلية لدى الباحث إلا إن لها عيوبا كثيرة من أهمها ما يلي :

(١) تستنفذ مجهودا كبيرا وتحتاج إلى عمليات طويلة ومرهقة ومن ثم تـستلزم وقتـا طويلا قد يحول دون إظهار النتائج في الميعاد المناسب٠
(٢) تحتاج إلى أموال كثيرة ومن الجائز ألا يعود الصرف عليها بالفائدة المنتظرة ٠
(٣) قد يتلف أو يفنى المجتمع بأسرة كاختيار شحنة من الذخيرة أو دارسة جودة كمية من البيض أو تحليل دم احد الأشخاص وفى هذه الحالة يسبب الحـصر الـشامل الوفاة للمرضى.

(٤) من الصعب توفير وتدريب العدد اللازم من جــامعي البيانــات نظــرا لكثــرة عددهم ٠

(٥) قد يؤدى إلى نتائج مضلله إذ انه معرض لخطا التحيــز الناشــئ عــن قــصور الإمكانيات إلا انه خالي تماما من خطا الصدقة أو العشوائية.

ثانيهما : يتم جمع البيانات والمعلومات عن جزء من مفــردات المجتمــع الاصــلى والذي يطلق عليه اسم العينة حيث يتم اختيار جزء من مفــردات المجتمــع وهذا الاختيار يتم بطرق علمية دقيقة يتحدد من خلالها حجم هذا الجزء

وكذلك طريقة المفردات التي يتكون منها هذا الجزء ثم يــتم جمــع البيانــات والمعلومات من هذه المغردات التي وقع الاختيار عليها في العينة المحــددة . وهــذه الطريقة من طرق جمع البيانات يطلق عليها اسم طريقة العينات . ويراعى في اختيار العينة تمثيل مجتمع الدارسة بكل وحداته وخصائصه تمثيلا دقيقا وصادقا وعلى الرغم من إن هذه الطريقة يعيبها أنها غير دقيقة ونسبة الخطأ فيها اكبر منها فــي الحــصر الشامل إلا إذا حسن استخدامها واختيارها على أسس علمية ســليمة فــان بهــا مــن المميزات ما يجعل الباحثون يقبلون عليها في بحوثهم المختلفة ومن أهمها ما يلي :

(١) المجهود المبذول اقل والعمليات الحسابية ابسط والوقت اللازم اقل بكثير مــن الحصر الشامل ٠

(٢) تقليل النفقات وتوفير المال ٠

(٣) لا يفنى أو يتلف المجتمع ٠

(٤) يمكن توفير وتدريب العدد اللازم من جامعي البيانات نظر لقلة العدد٠

(٥) يمكن بواسطة هذه الطريقة الحد من خطا التحيز ولكنها معرضة لخطا الصدفة أو العشوائية٠

ومن هنا نرى انه يمكن تقسيم الدراسات والبحوث من حيث درجـــة الـــشمول لمفردات مجتمع الدارسة الاصلى إلى بحـــوث شـــاملة (باســـتخدام طريقـــة الحـــصر الشامل) وبحوث باستخدام طريقة العينات ٠

فالبحث بطريقة الحصر الشامل هو الذي ندرس فيه حالة جميع إفراد المجتمع موضوع الدارسة خصوصا إذا كان الغرض من الدارسة هو الحصر مثـــل تعـــدادات السكان الذي من غرضه معرفة عدد السكان في منطقة معينة كما انه يستخدم أيـــضا عندما يكون الباحث جاهلا تماما بطبيعة مغردات المجتمع الذي يدرس إذ انه في هـــذه الحالة لا يستطيع اختيار عينة تصلح لتمثيل هذا المجتمع٠

إما البحث بطريقة العينات فهو الذي نبحث فيه حالة جزء معين أو نسبة معينـــة من أفراد المجتمع الاصلى ثم تقوم بعد ذلك بتعميم نتائج الدارسة على المجتمع كله من خلال ما يسمى باختيارات الفروض الإحصائية ويطلق على عملية اختيار جـــزء مـــن المجتمع للاستدلال على خصائصه كله اسم عملية المعاينـــة (sampling) ويـــستخدم أسلوب المعاينة في حالات كثيرة من أهمها :

(أ) إذا كان المجتمع اكبر مما تسمح به إمكانيات الباحث والمقصود بالإمكانيات هنـــا هو تواجد العدد الكافي من المشغلين الأكفاء بالبحث خصوصا جامعي البيانـــات

وتوافر المال والوقت والوسائل الفنية والخبرة ووجـــود الخـــرائط والوحـــدات الإدارية وتسهيلات النقل والموصلات والمستوى الثقافي والعلمي عند الافراد.

(ب) إذا كان المجتمع متجانسا وفى هذه الحالة يكون الحصر الشامل ليس لـــه معنـــى ويعتبر مجرد ضياع للوقت والمجهود والإمكانيات المادية والبـــشرية والزمنيـــة فدارسة عينة من مجتمع متجانس تؤدى إلى نفس النتائج التي نحصل عليها مـــن دارسة نفس المجتمع بأكمله فمثلا يكتفي باختيار قطعة صغيرة من القماش بـــدلا من الثوب كله وذلك إذا كان هذا الثوب متجانسا تماما .

(جـــ) الحالات التي يتحتم على الباحث اســـتخدام أســـلوب العينـــات دون الحـــصر الشامل فقد يستحيل دارسة المجتمع كله خصوصا إذا كان المجتمـــع موضـــوع الدارسة مجتمعا ضخما بحيث يصعب أو يستحيل حـــصره أو كانـــت مفـــردات مجتمع الدارسة لها طبيعة الاتلاف.

مما تقدم يتضح إن أسلوب العينات يجعلنا قادرين على جمع بيانات كان مـــن الصعب جدا وفى بعض الأحيان من المستحيل الحصول عليها في حـــدود إمكانياتهـــا بطريقة الحصر الشامل والرغم من إن أسلوب الحصر الشامل معرض لخطـــا واحـــد وهو خطا التحيز,أما أسلوب العينات فمعرض لنوعين من الأخطاء هما خطأ التحيـــز وخطأ العشوائية فأن خطأ الحيز في الحصر الشامل يظل اكبر بكثيـــر مـــن مجمـــوع خطاي التحيز والعشوائية في العينات وعلاوة على ذلك فان أســـلوب العينـــات لـــيس بوسيلة تستخدم للحصول على قدر كبير من الدقة في العمل لذلك عرف الإحصاء فـــي بعض الأوقات بأنه علم استدام العينات.

وطريقة اختيار العينات أو ما يطلق عليها اسم طريقة المعاينة ليـست مجـرد اختيار واستخدم جزء من المجتمع بدلا من المجتمع كله ولكنها تحتوى على علم وفـن وقياس دقة المعلمات الإحصائية وذلك عن طريق اسـتخدم النظريـات والمقـاييس الإحصائية والرياضية.

وسوف نستعرض في هذا الباب التقسيمات الرئيسية لأنواع العينـات وكيفيـة اختيارها وسحبها وكيفية تحديد حجمها ثم نستدرج لبعض نظم المعاينات الهامة وذلك حتى يستطيع الباحث إن يستفيد من العينات في دارسته العملية .

٢-٢ قواعد المعاينة:

قبل البدء في اختيار نوع العينة أو تحديد حجمها أو سـحب مفرداتهـا مـن المجتمع فان على الباحث إن يلم بمجموعة من القواعد الهامة التـي إذا تـم إتباعهـا لساعدت كثيرا في توجيه العينة وجهة موضوعية منتجة ومحققة لإغراض الدارسـة ومن بين هذه القواعد الهامة ما يلي :

٢-٢-١تحديد وتعريف المشكلة موضع الدارسة:

إذ يجب على الباحث قبل التفكير في العينة تحديد المشكلة التي تواجه البحـث كما يجب عليه إن يحدد تعريفا واضحا ومحددا للمشكلة وتـصوره للأجـزاء التـي ستبحثها الدارسة والأجزاء التي لن يتعرض لها وهذا ما نسميه بمحددات الدارسة .

فمثلا تكون لدينا مشكلة رغبة السيدة المصرية لشراء كل مـا هـو مـستورد وانصرافها عن منتجات التجميل المصرية مثلا وهذه في الواقـع مـشكلة اجتماعيـة

ظاهرية تدل على عدم الانتماء لكل ما هو مصري إلا إن علـــى الباحــث إن يهــتم بدارسة المشكلة الحقيقية

وأسباب انصراف السيدة المصرية عن منتجات بلدها وهل هــذه الظــاهرة بسبب عدم الانتماء أم إن هناك أسبابا حقيقية أخرى أدت إلى تفشى هذه الظاهرة غير المرغوب فيها فمثلا يمكن إن تكون هذه المشكلة بسبب عدم الاهتمام بتعبئة المنتجات المصرية مثلا وكذا استمرار تعود سيدات مصر في التعامل مع كل ما هو مــستورد نظرا لزيادة الثقة في جودة الخامات ودقة الصنع وحسن أداء المنتجــات المــستوردة وهو ما لا يوجد في نظيره المصري وخلاصة القول انه بتحديــد المــشكلة الحقيقيــة وأجزاءها ومحدداتها يمكن معرفة نوع البيانات والمعلومات اللازمة ونــوع العينــات المستخدمة وحجمها٠

<u>٢-٢-٢ تحديد وتعريف المجتمع موضع المعاينة:</u>

ويبدأ هذا بتحديد المفردات في داخل هذا الإطار فكلما كان الإطــار متكــاملا وسليما وحديثا وشاملا لكل مفردات مجتمع الدارسة كلمــا أمكــن الحــصول علــى معلومات ونتائج على درجة كبيرة من الدقة والموضوعية ٠

وهذا لم يتم إلا بتحديد دقيق لمفرده مجتمع الدارســة فمــثلا بالنــسبة لمثــال مستهلكي أدوات التجميل سواء المحلية أو المستوردة وهل تعد السيدة كوحدة في إطار المجتمع وهل إطار تعد الآنسات ضمن إطار المجتمع خــصوصا إن هنــاك بعــض العائلات لا تسمح لبناتهن باستخدام أدوات التجميل في حين يسمح الــبعض الأخــر

بذلك وما هي حدود السن لتحديد المستهلكين لأدوات التجميل وما هي أنـــواع أدوات التجميل التي ستدخل ضمن إطار الدارسة خصوصا وان هناك بعض الأدوات مثـــل الكريم وغيره تستخدم من قبل الرجال والنساء على السواء٠

<u>٢-٢-٣ تحديد البيانات المطلوب جمعها :</u>

إذ لابد من معرفة البيانات لتحليل المشكلة والبدء بعمـــل مـــسح شـــامل لكـــل الأجهزة المعينة بجمع البيانات المتعلقة بالبحث وهذه الأجهزة إما إن تكون متخصصة وإما إن تكون عامة ومع تجميع كل المعلومات المرتبطة بالدراسة وتبويبها تبرز إلى الذهن استفسارات لازمة لتحليل البيانات ولم تستطيع البيانات المتجمعـــة إن تجيـــب عليها لذلك يقتضى الأمر تجميع هذه الاستفسارات والمعلومات من مـــصادرها عـــن طريق المعاينة٠

<u>٢-٢-٤ تحديد إطار المعاينة:</u>

يجب تحديد إطار يحتوى على وحدات المعاينة في ضوء البيانات المطلـــوب جمعها ويلاحظ بالنسبة للإطار إن يشمل على كل البيانات التفصيلية التي تساعد على اختيار اى نوع من العينات كما يسهل هذا الإطار مهمة جامعي البيانات حيث يحـــدد هذا الإطار للباحث الموقع الجغرافي والمكاني لمفردات العينة وهذا الإطار يمكـــن إن يكون في صورة قوائم تفصيلية تضم جميع الدارسة أو خرائط جغرافية وتـــصويرية تحدد مواقع سحب العينات وغير ذلك من إشكال الإطارات المعروفة٠

<u>٢-٢-٥ اختيار العينة:</u>

يتم اختيار نوع العينة التي تساعد على تحليل المشكلة بـــأكبر كفـــاءة ممكنـــة وتتحدد درجة الكفاءة في اختيار العينة طبقا لمقاييس عديدة من أهمها ما يلي:

(ا) إن تكون العينة كافيا لتمثيل المجتمع كله بحيث تجمع الخـــواص التـــي تعـــد ذات أهمية في المشكلة٠

(ب) إن تكون حجم العينة كافيا لتمثيل المجتمع حتى تكون تقـــديرات العينـــة دقيقـــة ومحققة لغرض البحث٠

(جـــ)إن تسمح طريقة اختيار العينة بحساب مقاييس لتقدير أخطاء المعاينة٠

(د) إن تكون لوحدات المجتمع فرصا متساوية لتقدير أخطاء المعاينة٠

(هــ)إن تكون تقديرات العينة دقيقة بالنسبة للوقت والجهد والتكاليف ٠

(و) إن تكون أخطاء التحيز والعشوائية اقل ما يمكن ٠

هذه هي أهم القواعد التي يجب إتباعها لطرق المعاينة وسوف نتعـــرض ألان لأنواع العينات المستخدمة في بحوث الخدمة الاجتماعية بـــصفة خاصـــة والبحـــوث العلمية الأخرى بصفة عامة ٠

<u>٢-٣ أنواع العينات :</u>

مما سبق يتضح لنا إن طبيعة العينة المستخدمة في اى بحث إنما تعتمد اعتمادا كبيرا بل كليا على طبيعة البيانات المطلوبة ونوعية البحث والمجتمع المراد دراســـته وإمكانية الباحث المادية والبشرية والزمنية٠

ويمكن تقسيم العينات المستخدمة في البحوث بصفة عامة إلى ثلاثة أقسام رئيسية:

(ا)العينات الاحتمالية العشوائية :

وفيها يعتمد الباحث على العشوائية ونظريات الاحتمالات لاختيـــار الوحـــدات الإحصائية المدروسة وليس في هذا النوع من العينات الاحتمالية اى تدخل وإنما كل الوحدات الإحصائية لها فرص واحتمالات معروفـــة للاختيـــار ولوقوعهـــا ضـــمن الوحدات المدروسة ويدخل ضمن نطاق هذا النوع من العينات ما يلي :

(١) العينة العشوائية البسيطة أو المطلقة ٠

(٢) العينة العشوائية المنتظمة أو ذات الفترات المتساوية ٠

(٣) العينة العشوائية الطبقية ٠

(٤) العينة العشوائية ذات المراحل المتعددة و العينة العشوائية العنقودية٠

كما يوجد شرط أخر بالإضافة لشرط العشوائية في اختيار تلك الأنـــواع مـــن العينات وهو إن كل مجموعة من الوحدات تكون عينة واحدة ويتفـــاوت عـــدد هـــذه المجموعات حسب حجم المجتمع وحجم العينة ولابد إن يكون لكل واحدة مـــن هـــذه المجموعات احتمال متساوي ومعروف في إن تكـــون العينـــة أو المجتمـــع المنتقـــاة وبالتالي العينة المدروسة في البحث قيد الدارسة ٠

وثمة ما يميز هذا النوع أو القسم من العينات وهو إن نظرياتـــه الإحـــصائية يمكن بلورتها في معادلات رياضية الأمر الذي يمكن الباحث من التحكم فـــي حجـــم الخطأ الناتج من المعاينة٠

كذلك فان معالم المجتمع المدروس يمكن تقديرها بدرجة ثقة معينة ومعروفـــة من قبل غير أنها تتطلب معرفة مسبقة بقيم بعض هذه المعالم ولو بصفة تقريبية وذلك إما عن طريق دارسات سابقة عن ظواهر ذات صلة بالظاهرة محل البحث أو عـــن طريق الدارسة الاستطلاعية للمجتمع في حدود ضيقة وغنى عن أقول إن هذا النوع من المعاينة يعطى نتائج أفضل وأكثر دقة واقل تحيزا غير إن ما يعيبه هو صـــعوبة تنفيذه في بعض الأبحاث وزيادة تكاليفه في البعض الأخر نظـــرا لاحتمـــال وقـــوع وحدات نائية صعبة الوصول إليها في نطاق الدارسة وهذا ما يتطلب معالجة إحصائية معينة لان نظريات هذا النوع من العينات تحتم تغطية كل الوحدات التـــي تقـــع فـــي نطاق العينة وإلا زادت الأخطاء الناتجة من المعاينة٠

(ب) العينات المتعمدة (غير الاحتمالية):

وفيها تعتمد الوحدات المنتقاة للدارسة على حسية الباحث وداريته بالمجتمع قيد البحث إلى درجة كبيرة وكذلك بالظروف التي تحيط بذلك المجتمع والتي تحتم اختيار وحدات بعينها دون غيرها ومن أشهر العينات لهذا النوع ما يلي:

(١) العينات المختارة بطريقة الحصة (العينات الحصصية)٠

(٢) العينات العمدية (العينات القصدية)٠

(٣) العينات الممركزة٠

(٤) العينات التطوعية ٠

(٥) العينات الميسرة للباحث ٠

وهذه العينات يكثر استخدامها بواسطة المعاهد التي تجــرى فيهــا دارســات لاستطلاع الراى سواء السياسية أو الاقتــصادية أو الاجتماعيــة أو الاســتهلاكية أو السلوكية أو غيرها.

ويتطلب هذا النوع من العينات إن يكون حجم المجتمــع المــدروس صــغيرا وبالتالي حجم العينة المدروسة أيضا صغيرا الأمر الذي يمكن الباحــث مــن الإلمــام بخصائص المجتمع وغالبا ما ياتى في هذه الحالة صغر حجم العينة بنتــائج تقــارب وربما تفوق الدارسات التي تجرى بواسطة العينات العشوائية غير انــه لــيس مــن الممكن التحكم مسبقا في تحديد وحساب الأخطاء التي يمكن إن تنتج عن هذه الأنــواع من المعاينة الأمر الذي يشير إلى إن نظريات هذا النوع مــن المعاينــة ومعادلاتــه الرياضية لم تتبلور بعد وعليه يندر استخدامها في دارسات يكون فيهــا القــرار قيــد البحث ذا تأثير مباشر وكذلك في الدارسات التي تتسم بالطابع العلمي الدقيق .

(جـ) العينات المختلطة:

وهذه العينات تجمع بين العشوائية والعينات ومن أشهر أنواعها ما يلي:

(١) العينات الجزئية .

(٢) العينات المركبة .

وسوف نورد فيما يلي موجزا لكل نوع من التقسيمات المختلفة السابقة مبينا طريقة اختيار كل منها .

٢ - ٤ - تعريف وطرق اختيار العينات:

أولا: العينات الاحتمالية أو العشوائية:

٢ - ٤ - ١ العينة العشوائية البسيطة :

تعريـــف : العينة العشوائية البسيطة هى طريقة المعاينة التي يكون فيها احتمال اختيار اى مفردة مساو كما إن احتمال اختيار اى مجموعة لكي تمثل عينة من عينات المجتمع الدارسة اى إن المجتمع ككل يعامل بنفس الطريقـــة ولا يجـــرى عليــــه اى تقسيمات مختلفة كما إن الوحدات المكونة لهذا المجتمـــع تعامـــل كلهـــا باحتمـــالات متساوية ولا تعط ليا منها اى نوع من الترجيح ممـــا يجعـــل المعـــادلات الرياضـــية والاحصاية المستخدمة لتقدير معالم المجتمع ابسط ما يمكن وتعرف هـــذه المعاينـــة بأسماء عديدة في أحيان كثيرة ومن أهم هذه الأسماء انتشارا العينة غير المقيد وعينـــة تكافؤ الفرص .

مزاياهـــا:

(١) ابسط أنواع العينات وأهمها إذ لابد من استخدامها فى مرحلة ما من مراحل البحث الاحصائى .

(٢) خالية من خطا التحيز وان وجد يكون في أضيق الحدود الممكنة .

(٣) تنطبق عليها القوانين والنظريات الإحـــصائية لحـــساب حـــدود خطـــا الـــصدفة والعشوائية للنتائج المستخرجة منها .

عيوبها:

١. تعطى اكبر تباين في جميع الأساليب المستخدمة ٠

٢. ليس هناك ما يمنع إن تكون جميع الوحدات المنتقاة للعينة من نفس النـــوع مـــم يجعل المعالم المقدرة اقل دقة لتفسير ذلك , فإذا فرضـــنا إن الدارســـة تـــشمل مجتمعا لعدد الموجودين بمعهد الخدمة الاجتماعية فان الاحتمال موجود إن العينة يمكن إن يكون جميع إفرادها من الأساتذة فقط أو الطلاب فقط أو الإداريون فقط وهكذا دون إن تشارك الإفراد الآخرون في العينة مع اختلاف خصائص مفردات ذلك المجتمع حسب انتمائهم٠

شروط اختيار العينة:

(١) وجود إطار للمجتمع يكون حديثا وشاملا لكل مفردات المجتمع

(٢) تحديد حجم العينة ٠

(٣) يتم اختيار كل مفردة من مفردات العينة مستقلة عن اختيار المفـــردات الأخـــرى اى يكون لكل مفردة من مفردات المجتمع الاصلى فرصة متساوية مع غيرهـــا من المفردات في إن اختيار ضمن مفردات العينة٠

طـــرق اختيـــــارها :

هناك ثلاث طرق أساسية يمكن إتباعها لاختيار العينة العشوائية وهى :

(أ) يقوم الباحث بإعداد قائمة بها جميع العينات المحتمل تكوينها من مجتمـــع البحـــث فمثلا لو كان لدينا مجتمع مكون من ٦ مفردات واردانا معرفة العينـــات الممكـــن تكوينها من هذا المجتمع بحيث يكون حجم كل منها مفردتين فقط •

وللتبسيط سوف نعطى الرموز (ا,ب,جـــ,د,هـــ.و) لمفردات المجتمع فان العينـــات الممكن تكوينها تكون في الصورة التالية (لاحظ إن الـــسحب مـــع عـــدم إعـــادة المفردة)•

رقم العينة	مفردات العينة	رقم العينة	مفردات العينة	رقم العينة	مفردات العينة
١	ا,ب	٦	ب,ج	١١	ج,هـــ
٢	ا.ج	٧	ب,د	١٢	ج,و
٣	ا.د	٨	ب,هـــ	١٣	ج,هـــ
٤	أ.هـــ	٩	ب,و	١٤	د,و
٥	أ.و	١٠	ب,د	١٥	هـــ,و

لاحظ إن عدد العينات الممكن سحبها يتم حسابه كالتالي:

أولا : <u>في حالة عدم إعادة المفردة قبل سحب التي تليها :</u>

في هذه الحالة يتم استبعاد المفردة أو العينة في كل مرة قبل سحب الثانية وهنا يمكن استخدام فكرة التوافيق حيث يتم توفيق عدد ٢ مفردة وهم حجم المجموعة الواحدة من بين ٦ مفردات وهم حجم المجتمع كله في الصورة التالية:

$$ {}^{م}ق_{ن} = {}^{6}ق_{2} = \frac{6!}{2!\,4!} = \frac{1 x 2 x 3 x 4 x 5 x 6}{1 x 2 x 3 x 4 x 1 x 2} = 15 \text{ عينة} $$

حيث م تمثل حجم المجتمع وعددها ٦ في مثالنا هذا كما إن تمثل حجم العينة أو المجموعة الواحدة وعددها ٢ في مثالنا هذا ٠

<u>ثانيا : في حالة إعادة المفردة قبل سحب الثانية:</u>

في هذه الحالة يتم إعادة المفردة أو العينة أو المجموعة المسحوبة في كل مرة قبل سحب الثانية وبالتالي يظل حجم المجتمع ثابت في كل مرة ولا ينقص وفى هذه الحالة تستخدم فكرة الأسس في الصورة التالية:

$$ م^{ن} = \left(6^{2}\right) = 6 x 6 = 36 \text{ عينة} $$

بعد ذلك يقوم الباحث بتسجيل رقم كل عينة محتملة في قصاصة من الورق أو كرة من الكرات أو بطاقة من البطاقات ثم تخلط هذه القصاصات أو الكرات أو البطاقات حتى يكون السحب عشوائيا تماما وتعطى فرصا متساوية لكل مجموعة في

الظهور في الدارسة ثم يتم سحب قصاصة أو كرة أو بطاقة بعد خلطها خلطـــا جيـــدا ويقرا الرقم على هذه القصاصة أو الكرة أو البطاقة فيقع الاختيار على العينـــة التـــي تحمل هذا الرقم المختار٠

فمثلا لو قام الباحث بسحب قصاصة تحمل الرقم (٥) لكانت المجموعة المؤلفة من المفردات (ا,و) هى العينة التي تمثل المجتمع وهكذا٠

كثيرا ما يتعذر على الباحث إتباع الطريقة السابقة في اختيار العينة العـــشوائية البسيطة خصوصا في حالة كثرة عدد مفردات مجتمع البحث فمثلا لـــو كـــان حجـــم المجتمع ١٠٠ مفردة كان حجم العينة المطلوبة ٣ مفردات فان عـــدد العينـــات التـــي يمكن سحبها تكون:

$$^{100}ق_{3} = \frac{100!}{97!\,3!} = \frac{98 \times 99 \times 100}{1 \times 2 \times 3} = 161700 \text{ عينة}$$

هذا في حالة العينات مع عدم الإرجاع إما عدد العينات في حالـــة الإرجـــاع فتكون مساوية (١٠٠)٣=١٠٠٠٠٠٠عينة فهل يعقل إن يقوم الباحث بكتابـــة مليـــون قصاصة ورق لكي يسحب منهم عينة تحتوى على ٣مفردات فقط ؟ الإجابـــة بـــالطبع تكون بالنفي وفى هذه الحالة يلجا الباحث إلى طرق أخرى لإجراء عمليـــة الـــسحب واحد هذه الطرق إن يقوم الباحث بترقيم كل مفردة من مفردات المجتمع وتسجيل هذه الأرقام في قصاصات أو بطاقات أو كرات وخلطها خلطا جيدا ثم يسحب منها العـــدد

المطلوب الذي يمثل حجم العينة وفى هذه الحالة يجب إن يفرق الباحث بـين سـحب المفردات مع إعادة المفردة المسحوبة قبل سحب الثانية وسحب المفردات مـع عـدم إعادة المفردة المسحوبة قبل سحب الثانية يتم سحب إحدى القصاصات ويسجل رقمها ثم يقوم الباحث بإعادتها إلى الصندوق مرة أخرى ويتم تسجيل رقمها وهكذا إلى إن يتم اختيار العدد المطلوب ٠

فمثلا في حالة المثال السابق حيث يتكون المجتمـع مـن ٦ مفـردات وهـى (ا.ب.ج.د.هـ.و) يتم إعطاء كل مفردة رقم مسلسل أ =١, ب = ٢. جـ = ٣ , د = ٤ , هـ = ٥ . و =٦ . ثم يكتب كل رقم فـي قـصاصة مـن الـورق وتخلـط القصاصات جيدا ثم يتم سحب قصاصة وحدة ويقرا رقمها وليكن الرقم ٤ وبالرجوع إلى قائمة المفردات نجد إن الرقم ٤ يخمل (د) ومن ثم يكون أول مفردة فـي العينـة المطلوبة هل المفردة (د) فإذا تم استبعاد هذه المفردة فيكون مجتمع الدارسـة الجديـد هو ا.ب.ج.د.هـ.و وتكرار العملية مرة أخرى في عملية السحب يقرا الذي تحملـه القصاصة الجديدة ليكن الرقم ٢ حيث تحمله المفردة (ب) فتكون المفـردة (ب) هـى المفردة الثانية في العينة فإذا كان حجم العينة المطلوبة اثنان فنكون بذلك قـد سـحبنا عدد المفردات المطلوب إدخالها في الدارسة لنشكل وهكذا في حالة عينـات حجمهـا أكثر حجمها أكثر من اثنتان٠

(جـ) يصعب إتباع الطريقين السابقين عمليا خاصة إذا كان عدد مفـردات مجتمـع البحث كبيرا جدا نظرا لصعوبة عملية إعـداد القـصاصات أو البطاقـات أو

الكرات وتسجيل أرقام مفردات المجتمع عليها ثم خلطها وسحب العدد المطلوب منها •

وفى بعض الأحيان قد تكون هناك بعض الـصعوبات فـي إن تكـون جميـع القصاصات أو البطاقات أو الكرات التي تحمل أرقام مفردات مجتمع البحث متماثلـة من حيث الشكل والوزن وجميع الشكل والوزن وجميع الخصائص قد يؤدى إلى تحيز من يقوم باختيار مفردات العينة •

لذلك فقد اعد بع الإحصائيين جداول أطق عليها اسم جداول الأرقام العشوائية ذلك لاستخدامها مباشرة دون الرجوع إلى نظام الورق أو القـصاصات وفيمـا يلـي خطوات استخدام هذه
الجداول •

(١) إذا نظرنا إلى جداول الأرقام العشوائية نجد انه يتكون من مجموعة مـن الأرقـام المتراصة بجوار بعضها البعض في صورة صفوف وأعمدة حيث

تقسم الأعمدة إلى مجموعات كل منها يتكون من خمس أعمدة بجـوار بعـضها البعض وهذه الأرقام موضوعه بطريقة عشوائية بحته لا داخل لاى احد في تكوينهـا كما هو واضح في شريحة الجدول التالية:

م	٥-١	١٠-٦	١٥-١١	٢٠-١٦	٢٥-٢١	٣٠-٢٦	٣٥-٣١	٤٠-٣٦	٤٥-٤١	٥٠-٤٦
١	٠٨٤٠١	١١٠٥١	٦٣٥١٠	١١٠٢٠	٧٤٦١٨	٦٤٦١٩	٩٧١٦٩	٤٩١٤١	٠٩٥٢٦	٧٠٢٦٣
٢	٨٦٣٢٢	٣٧٥٦٤	٥٩٥٥٢	٣٩٣٥٨	٥٩٩٠٣	٨٩١٩٨	٢٨٩٧٢	٢٠٤٣٥	٥٦٩٣٩	٥٩٠٤٣
٣	٠٣١٤٢	٠٦٣٨٤	٧٢٥٢٢	٥٦٢٧٩	٣٩٣٦٧	٩٠٨٤٦	٩٧١٥١	٠٣٨٤٢	٠٤٣٩٤	١٨٠٢٣
٤	٧٦١٢٤	٣٩٠٣٩	٣٤٢٦٠	٠٨٦١٦	٦٥٨٧٠	٦٧٢٦١	٠٤٤٦٣	٧٣٥٣٥	١٤٣١٧	٤٠٠٧٥
٥	٠٧٥٧٣	٥٧٩٩٣	٧٣٨١٨	٦٥٦٦١	١٢١٦٠	٣٨٧١٩	٨٦٤٠٦	٥٠٣١٨	٤٨٦٩٤	٢٧١٠٦

(٢) ترقم جميع مفردات المجتمع ترقيما مسلسلا ويحدد عدد الأعمدة (عدد الصفوف) التي يتم فيه البحث عن مفردات العينة طبقا لحجم المجتمع أو أخر رقما مسلسلا للمفردات في الصورة التالية:

أ – إذا كان حجم المجتمع يتكون من رقم واحد اى من الرقم صفر إلى الرقم ٩ فإننا نختار عمودا واحدا (صفا واحد) للبحث فيه ٠

ب-إذا كان حجم المجتمع يتكون من رقمين اثنين اى من الرقم ١٠ إلى الرقم ٩٩ فإننا نختار عمودين (صفين) ابحث فيهما٠

جـ - إذا كان حجم المجتمع يتكون من ثلاثة أرقام اى من ١٠٠الى ٩٩٩ فإننا نختار ثلاثة أعمدة (ثلاثة صفوف)٠

وهكذا يكون عدد الأعمدة (عدد الصفوف) التي نبحث فيها عن مفردات العينـــة مساويا لعدد الأرقام التي تكون منها حجم المجتمع الاصلى ٠

<u>وبتطبيق هذه على المثال السابق نحصل على النتيجة التالية:</u>

١ ← أ

٢← ب

٣← جـ

٤← د

٥ ← هـ

٦← و

وحيث إن حجم المجتمع ٦ مفردات اى يتكون من رقم واحد فإننا نختار عمود أو صفا واحد للبحث فيه عن مفردات العينة المطلوبة ٠

(٤) اختيار نقطة البدء في جداول الأرقام العشوائية حيث تحدد هذه النقطـــة البدايـــة التي نبدأ بها في الصفوف أو الأعمدة وقد تكون هذه النقطة اى نقطة في الجداول فإذا كانت هذه النقطة ضمن الأرقام المسلسلة للإطار تكون هى المفردة الأولـــى في العينة ويمكن الاستمرار بعد ذلك إما راسيا أو أفقيا بشرط الاســتمرار فـــي نفس الاتجاه إلى إن يتم اختيار جميع مفردات العينة.

ويوجد اقتراح لبعض الإحصائيين لتحديد نقطة البدء حيث يمسك الباحث بقلـــم رصاص ويغمض عينيه ثم يضع القلم الرصاص على اى رقم عــشوائي لا يعرفـــه

ليكون هو نقطة البدء في عملية الاختيار من ثم يحقق مبدأ العشوائية بدايـــة الاختيـــار من ثم يحقق مبدأ العشوائية والصدفة الذي يقـــوم عليـــه نظـــام المعاينـــة العـــشوائية البسيطة.

وفيما يلي نعرض لبعض الأمثلة التي توضـــح كيفيـــة اســـتخدام جـــداول الأرقـــام العشوائية:

مثال (١) : مطلوب اخذ عينة عشوائية مكونة من خمس طلاب من قاعة محاضرات معهد الخدمة الاجتماعية والتي عدد طلابها الاجمالى ١٧٥ طالبا باســـتخدام جـــداول الأرقام العشوائية الموضح ٠

الحـــــــــل

(١) نكتب أسماء الطلاب جميعا في كشف ونرقمها من المسلـــسل (١)إلـــى المسلـــسل (١٧٥) ويطلق على هذا الكشف اسم الإطار مع ملاحظة إن يكون هـــذا الإطـــار شاملا للمفردات الفعلية لمجتمع الدارسة ليس بة اى زيادات أو نقصان بمعنـــى أم يكون هذا الإطار حديثا٠

(٢) حيث إن أخر رقما مسلسلا هو ١٧٥ ويتكون من ثلاثة أرقام هى الرقم (٥) وأرقم (٧) والرقم (١) فإننا نحدد ثلاثة أعمدة أو ثلاثة صـــفوف للبحـــث فيهـــا عـــن مفردات العينة ويتحدد ذلك بناءا على نقطة البدء٠

(٣) نفتح جداول الأرقام العشوائية في اى صفحة ونبدأ من اى رقم عشوائي ونختـــار أرقام العينة في اى اتجاه راسيا (أعمدة) أو أفقيا (صفوف) ولإغراض الـــشرح

سنبدأ من أول عدد في الجدول السابق مكونا من ثلاثة أرقام وهـو العـدد (٤٠١) وحيث إن أخر مسلسل لمفردات الدارسة هى (١٧٥) اى إن العدد (٤٠١) اكبـر من العدد (١٧٥) ٠

فانه يكون غير موجود بإطار الدارسة وثم لا يدخل ضمن مفردات العينة٠

(٤) ننتقل كما ذكرنا إما راسيا من اعلي أو أفقيا فلو فرضنا إننا انتقل راسيا من اعلي إلى أسفل نجد إن الرقم الذي يليه هو (٣٢٢) وهو أيضا مرفوض نظـرا لعـدم وجوده داخل الإطار المكون من (١٧٥) مفردة ثم ننتقل إلى العـدد الـذي يليـه (١٤٢) نجد إن هذا الرقم داخل إطار الدارسة فيكون هو الرقم الأول الذي يحدد المفردة الأولى للعينة اى إن الطالب الذي يحمل الرقم (١٤٢) هو الطالب الأول من مفردات عينة الدارسة ثم ننتقل إلى العدد الذي يليه (١٢٤) وهو يقـع داخـل إطار الدارسة ثم ننتقل إلى العدد الذي يليه (٥٧٣) ويقع خارج إطار الدارسة ثـم ننتقل إلى الرقم الذي يليه فى المجموعة الثانية (العمود الثاني من الجدول)وهو الرقم (٠٥١) ويقع داخل إطار الدارسة فيكون الطالـب الـذي يخمـل الـرقم (٠٥١)هو الطالب الثالث من مفردات عينة الدارسة . ثم تنتقل الى العـدد الـذي يليه (لاحظ إننا نتجة راسيا من اعلي إلى أسفل) وهو الرقم (٥٦٤)وهو خـارج إطار الدارسة فننتقل إلى الرقم الذي يليه وهو (٣٨٤) وهو خارج إطار الدارسة ثم ننتقل إلى الرقم الذي يليه وهو (٠٣٩) ويقع داخل إطـار الدارسـة فيكـون الطالب الذي يحمل الرقم (٠٣٩) هو الطالب الرابع من مفردات عينة الدارسـة فننتقل إلى الرقم الذي يليه وهو (٩٩٣) ويقع خارج إطار الدارسة فننتقل إلـى

الرقم الذي يليه وهو (٥١٠) (في العمود الثالث من الجـدول) ويقـع خـارج إطار الدارسة فتنتقل إلى العدد الذي يليه وهو (٥٥٢) ويقع خارج إطار الدارسة فننتقل إلى العدد الذي يليه وهو (٥٢٢) وتقع خارج إطار الدارسة فننتقـل إلـى العدد الذي يليه وهو(٢٦٠) وتقع خارج إطار الدارسة فننتقل إلى العدد الذي يليه وهو(٨١٨) وتقع خارج إطار الدارسة فننتقل إلى العدد الذي يليه وهـو(٠٢٠) (في العمود الرابع من الجدول) وتقع داخل إطار الدارسة فيكون الطالب الـذي يحمل الرقم (٠٢٠) الطالب الخامس والأخير من مفردات عينة الدارسة حيث إن عينة الدارسة تتكون من خمس طلاب فقط بهذا نكون قد حصلنا علـى الطـلاب الخمسة الذين يحملون الأرقام ١٣٢،١٢٤،٠٥١،٠٣٩،٠٢٠ وهى أرقام عشوائية تخضع لعنصر الصدفة البحتة ولا دخل لأحد في اختيارها هنا نقول إن الطـلاب الخمسة المكونة لعينة الدارسة تمثل مجموعة طلاب قاعـة محاضـرات معهـد الخدمة الاجتماعية تمثيلا صحيحا خاليا من أخطاء التحيز وغيرها ٠

وهنا يتبادر إلى ذهن القاري سؤالا وهو ماذا يحدث لو تـصادفنا بـرقم تـم اختياره من قبل ؟ في هذه الحالة يجب استبعاده في المرة القادمة والانتقال إلى رقـم أخر يليه اللهم إلا إذا كان نظام المعاينة المستخدم يسمح بان يمثل الطالـب الواحـد أكثر من مرة كان يكون هذا الطالب ممثلا لامين اللجنة الثقافية مثلا ثم يـتم اختيـاره في المرة الثانية ليمثل اللجنة الرياضية وهكذا في الحالة يسمح للرقم بان يظهر بأكثر من مرة ٠ إما خلاف ذلك فلا يسمح للرقم بالظهور إلا مرة واحدة فقط ثم بعـد ذلـك يتم استبعاده في الاختبارات الأخرى ٠ وبترتيب الإعداد المسموح بظهورها ترتيبـا

تصاعديا نجد إن العينة العشوائية البسيطة المكونة من الطلاب التي تحمـل الأرقـام ١٤٢,١٢٤,٥١,٣٩,٢٠ هى العينة المطلوبة ٠

مثال (٢):نفرض في المثال السابق إن حجـم العينـة ٢٠ مفـردة وليـست خمـس مفردات٠

الحـــــــل

بالبحث في الجداول السابق طبقا لنفس خطوات المثال السابق نجـد إن الأرقـام المسموح بـدخولها للعينـة هـى: ١٤٢، ١٢٤، ٠٥١ ، ٠٣٩، ٠٢٠، ١٦٠، ١٥١، ١٤١، ٠٤٣، ٠٢٣، ٠٧٥ وهم ١١ مفردة أخرى فماذا نفعل إمام هذه المشكلة ؟؟

<u>للإجابة على هذا السؤال نقول إن هناك أسلوبين:</u>

<u>أولهما</u>: إن نستخدم جدول أرقام عشوائية اكبر من الجدول السابق وهنا يتطلب الأمـر الحصول على جدول كبير مما يشكل عبئا للباحث إن يحمل في يده كتيب من جدول الأرقام العشوائية٠

<u>ثانيهما:</u> انه يمكن إن نختصر الوقت والمجهود في عملية الاختيار ونقلل من الإعـداد المستبعدة وبالتالي نقتصد في الأرقام المتاحة لنجعلها كافية لعمليـة الاختيـار ويتم ذلك بالأسلوب التالي:

(١) حيث إن حجم المجتمع هو ١٧٥ مفردة يتكون من ثلاثة أرقام فإننا نقـسم فئـة الإعداد ابتداء من الرقم واحد وحتى اكبر عدد مكونا من ثلاثة أرقام (خانـات)

هو الرقم ٩٩٩الى مجموعات متساوية طول كل منها يـساوى حجـم المجتمـع الاصلى ١٧٥ أى إن :

المجموعة الأولى من العدد (٠٠١) وحتى العدد (١٧٥)
المجموعة الثانية من العدد (١٧٦) وحتى العدد (٣٥١)
المجموعة الثالثة من العدد (٣٥٢) وحتى العدد (٥٢٧)
المجموعة الرابعة من العدد (٥٢٨) وحتى العدد (٧٠٣)
المجموعة الخامسة من العدد (٧٠٤) وحتى العدد (٨٧٩)
المجموعة السادسة من العدد (٨٨٠) وحتى العدد (٩٩٩)

(٢) المجموعة الأولى من العدد (٠٠١) إلى العدد (١٧٥) تبقى كما هى بمعنـى إن اى رقم يقع بداخلها يكون ضمن عينة الدارسة مباشرة ٠

المجموعة الثانية من العدد (١٧٦) إلى العدد (٣٥١) تحول إلـى المجموعـة الأولى وذلك بطرح ١٧٥ من الإعداد المنتمية لها حيث إن اى مفردة تنتمـي إلـى المجموعة الثانية تبعد عن نظيرتها في المجموعة الأولى بفارق ١٧٥ فمثلا إذا كـان الرقم المختار ٢١٣ وهو خارج نطاق المجموعة الأولى ويقع داخل نطاق المجموعة الثانية ولتحويله من نطاق المجموعة الثانية إلى نطاق المجموعة الأولى تطرح منـه ١٧٥ اى إن ٢١٣-١٧٥=٣٨

فيكون الطالب الذي يحمل الرقم ٣٨ هو احد مفردات عينة الدارسة ٠

المجموعة الثالثة من العدد (٣٥٢) إلى العدد (٥٢٧)تحول إلـــى المجموعـــة الأولى بطرح مضاعف العدد ١٧٥ مرتين (٢*١٧٥=٣٥٠)من الإعداد المنتمية لهذه المجموعة حيث إن اى مفردة تنتمي إلى المجموعة الثالثة تبعد عـــن نظيرتهـــا فـــي المجموعة الأولى بفارق ٣٥٠ , فمثلا الرقم ٤٣٢ المختـــار مـــن جـــدول الأرقـــام العشوائية يقع خارج نطاق المجموعة الأولى ونطاق المجموعة الثانية ولكنـــه يقـــع داخل نطاق المجموعة الثالثة ولتحويله من نطاق المجموعـــة الثالثـــة إلـــى نطـــاق المجموعة الأولى منه اى إن ٤٣٢-٣٥٠=٨٢

المجموعة الرابعة من العدد (٥٢٨) إلى العدد(٧٠٣) تحول إلـــى المجموعـــة الأولى بطرح مضاعف العد ١٧٥ ثلاث مرات (٣*١٧٥=٥٢٥)من الإعداد المنتمية لهذه المجموعة فمثلا الرقم ٦٣٤ المختار من الجدول يقع خارج نطـــاق كـــل مـــن المجموعة الأولى والثانية والثالثة بينما يقع هذا الـــرقم داخـــل المجموعـــة الرابعـــة ولتحويله من نطاق المجموعة الرابعة إلى نطاق المجموعة الأولى نطرح منـــه ٥٢٥ اى إن ٦٣٤-٥٢٥= ١٠٩

فيكون الطالب الذي يحمل الرقم ١٠٩ هو احد مفردات عينة الدارسة٠

المجموعة الخامسة من العدد (٧٠٤) إلى العدد (٨٧٩) تحول إلى المجموعـــة الأولى يطـــرح مـــضاعف العـــدد ١٧٥ أربـــع مـــرات اى أربعـــة أمثـــال العـــدد (٤*١٧٥=٧٠٠) من الإعداد المنتمية لهذه المجموعة فمثلا الرقم ٧٣٥ يقـــع خـــارج نطاق المجموعات الالى والثانية والثالثة والرابعة ولكنه يقع داخل المجموعة الخامسة ولتحويله من نطاق المجموعة الخامسة إلى نطاق المجموعة الأولى يتم طـــرح منـــه

٧٠٠اى إن ٧٣٥-٧٠٠=٣٥ اى إن الطالب الذي يحمل الرقم ٣٥ هو احـــد مـــرداة عينة الدارسة٠

المجموعة السادسة من العدد (٨٨٠-٩٩٩) تحول إلـــى المجموعـــة الأولـــى بطـــرح مـــضاعف العـــدد ١٧٥ خمـــس مـــرات اى خمـــسة أمثـــال العـــدد ١٧٥ (٥*١٧٥=٨٧٥)من الإعداد المنتمية لهذه المجموعة فمثلا العدد ٩١٨ يقـــع خـــارج نطاق المجموعات الالى والثانية والثالثة والرابعـــة والخامـــسة ولكنـــه يقـــع داخـــل المجموعة السادسة ولتحويله من نطاق المجموعة السادسة إلـــى نطـــاق المجموعـــة الأولى يتم طرح منه ٨٧٥اى إن ٩١٨-٨٧٥=٤٣

اى إن الطالب الذي يخمل الرقم ٤٣ هو احد مفردات عينة البحث ٠

وبالرجوع إلى المثال السابق نجد إن الأرقام المختارة من جـــدول الأرقـــام العشوائية ابتدءا من العدد الأولى في الجدول (وهذا لإغراض الـــشرح فقـــط) هـــى كالتالي :

٤٠١ تقع داخل المجموعة الثالثة ولتحويله إلـــى المجموعـــة الأولـــى تطـــرح منـــه (٢*١٧٥=٣٥٠) اى إن ٤٠١-٣٥٠=٥١

فيكون الطالب الأول في العينة هو الطالب الذي يحمل الرقم ٥١

٣٢٢ داخل تقع داخل المجموعة الثانية ولتحويله إلى المجموعة الأولى تطـــرح منـــه ٣٢٢-١٧٥=١٤٧

فيكون الطالب الثاني في العينة هو الطالب الذي يحمل الرقم ١٤٧

١٤٢ يقع داخل المجموعة الأولى فيبقى كما هو فيكون الطالب الثالث في العينة هـــو الطالب الذي يحمل الرقم ١٤٢٠

١٢٤ يقع داخل المجموعة الأولى فيبقى كماهو ٠
فيكون الطالب الرابع في العينة هو الطالب الذي يحمل الرقم ١٢٤

٥٧٣ يقع داخل المجموعة الرابعة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه ثلاثـــة أمثال العدد ١٧٥(٣*١٧٥=٥٢٥)
اى إن ٥٧٣-٥٢٥=٤٨

فيكون الطالب الخامس في العينة الطالب الذي يخمل الرقم ٤٨
٠٥١يقع داخل المجموعة الأولى فيبقى كما هو ويكون الطالب السادس في العينة هو الطالب الذي يحمل الرقم ٥١

٥٦٤ يقع داخل المجموعة الرابعة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منـــه ٥٢٥ اى إن ٥٦٤-٥٢٥=٣٩ ويكون الطالب السابع في العينة هو الطالب الـــذي يخمـــل الرقم ٣٩

٣٨٤ يقع داخل المجموعة الثلاثة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه ٣٥٠ اى إن ٣٨٤ -٣٥٠=٣٤ ويكون الطالب الثامن هو الطالب الذي يحمل الرقم ٣٤ ٠

٠٣٩ يقع داخل المجموعة الأولى فيبقى كما هو ويكون الطالب التاسع في العينة هـــو الطالب الذي يحمل الرقم ٣٩

٩٩٣ يقع اخل المجموعة السادسة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منـــه ٨٧٥ اى إن ٩٩٣-٨٧٥=١١٨ ويكون الطالب العاشر هو الطالب الذي يحمل الرقم ١١٨

٥١٠ يقع اخل المجموعة الثالثة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه٣٥٠ اى إن ٥١٠-٣٥٠=١٦٠ويكون الطالب الحادي عشر هو الطالب الذي يحمل الرقم ١٦٠

٥٥٢ يقع اخل المجموعة الرابعة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه٥٢٥ اى إن ٥٢٢-٥٢٥=٢٧

ويكون الطالب الثاني عشر هو الطالب الذي يحمل الرقم ٢٧

٥٢٢ يقع اخل المجموعة الثالثة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منـــه ٣٥٠ اى إن ٥٢٢-٣٥٠=١٧٢ ويكون الطالب الثلاث عشر هو الطالب الذي يحمل الـــرقم ١٧٢

٢٦٠ يقع اخل المجموعة الثانية ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منـــه ١٧٥ اى إن ٢٦٠-١٧٥=٨٥

ويكون الطالب الربع عشر هو الطالب الذي يحمل الرقم ٨٥

٨١٨ يقع اخل المجموعة الخامسة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطـــرح منـــه٧٠٠ ويكون الطالب الخامس عشر هو الطالب الذي يحمل الرقم ١١٨

٠٢٠يقع داخل المجموعة الأولى فيبقى كما هو ويكون الطالب الــسادس عــشر هــو الطالب الذي يحمل الرقم ٠٢٠

٣٥٨ يقع اخل المجموعة الثالثة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منــه ٣٥٠ اى إن ٣٥٨-٣٥٠= ٠٠٨ ويكون الطالب السابع عشر هو الطالــب الــذي يحمــل الرقم ٠٨

٢٧٩ يقع اخل المجموعة الثانية ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه١٧٥ اى إن ٦١٦-١٧٥ =١٠٤ ويكون الطالب الثامن عــشر هــو الطالــب الــذي يحمــل الرقم ١٠٤

٦١٦ يقع اخل المجموعة الرابعة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منــه ٥٢٥ اى إن ٦١٦-٥٢٥=٩١ ويكون الطالب التاسع عشر هــو الطالــب الــذي يحمــل الرقم ٩١

٦٦١ يقع اخل المجموعة الرابعة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منــه ٥٢٥ اى إن ٦٦١-٥٢٥=١٣٦ ويكون الطالب العشرون هو الطالب الذي يحمــل الــرقم ١٣٦

لاحظ إن الأرقام ١١٨,٥١,٣٩ قد تكرر كل منها مرتين وحيث إن نظام العينة دون إرجاع فيجب إن نسحب ثلاثة أرقام أخرى تكون غير متكررة داخل العينة حيث إن العينة بهذا التكرار تكون ١٧ مفردة فقط وليست عشرون ولإكمالها نسحب ثلاثــة

أرقام أخرى فإذا تكررت نستبعدها ونسحب غيرها حتى نحصل على حجم عينة قدره عشرون مفردة نستمر ألان في السحب٠

٦١٨ يقع اخل المجموعة الرابعة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منـــه ٥٢٥ اى إن ٦١٨-٥٢٥=٩٣ ويكون الطالب الذي يحمل الرقم ٩٣ داخل مفردات العينة ٠

٩٠٣ يقع اخل المجموعة السادسة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه٨٧٥ اى إن ٩٠٣-٨٧٥=٢٨ ويكون الطالب الذي يحمل الرقم ٢٨ داخل مفردات العينة

٣٦٧ يقع اخل المجموعة الثالثة ولتحويله إلى المجموعة الأولى نطرح منه ٣٥٠ لـــي إن ٣٦٧-٣٥٠=١٧ ويموت الطالب الذي يحمل الرقم ١٧ داخـــل مفـــردات العينـــة وبترتيب الإعداد التي دخلت العينة تصاعديا نجد إن العينة العشوائية البسيطة المكونة من العشرين طالبا هم الطلاب الذين يحملـــون الأرقـــام ١٧٢، ١٦٠، ١٤٧، ١٤٢، ١٣٦، ١٢٤، ١١٨، ١٠٤، ٩٣، ٩١، ٨٥، ٥١، ٤٨، ٣٩، ٣٤، ٢٨، ٢٧، ٢٠، ١٧، ٨)

لاحظ إننا اقتصدنا في استخدام الأرقام ولم نستبعد غير الأرقـــام التـــي ســـبق اختيارها من قبل وهم ثلاثة أرقام فقط كذلك استطعنا توفير الوقت اللازم للبحث عـــن الإعداد المطلوبة ٠

مثال (٣): مطلوب اخذ عينة عشوائية مكونة من ١٠ إفراد معوقين من بين المعوقين في خمس مؤسسات اجتماعية لعلاج المعوقين وذلك باستخدام جــدول الأرقــام العشوائية علما بان عدد المعوقين الموجدين بكل مؤسسة حسب الجدول التالي:

رقم المؤسسة	١	٢	٣	٤	٥	المجموع
عدد المعوقين	٧٥	٢٠٠	٣٠	٦٠	٤٣٠	٧٩٥

الحــــــل

المجتمع في هذه الدارسة يتكون من ٧٩٥ معوق ولتكوين إطار هذا المجتمــع نقوم بعمل كشف بأسماء المعوقين في المؤسسة الأولى تليها أســماء المعــوقين فــي المؤسسة الثانية ثم الثالثة ثم الرابعة ثم الخامسة بالتالي يلزمنا الحصول على ١٠ إعداد عشوائية ابتدءا من العدد (٠٠١) وحتى العدد(٧٩٥) ولكن قبل إن نقوم بعملية السحب نكون الجدول المجتمع الصاعد في الصورة التالية :

عدد المعوقين في المؤسسة الأولى	٧٥
عدد المعوقين في المؤسسة الأولى + الثانية	٧٥+٢٠٠=٢٧٥
عدد المعوقين في المؤسسة الأولى + الثانية + الثالثة	٢٧٥+٣٠=٣٠٥
عدد المعوقين في المؤسسة الأولى + الثانية + الثالثة + الرابعة	٣٠٥+٦٠=٣٦٥
عدد المعوقين في المؤسسة الأولى + الثانية + الثالثة+ الربعة + الخامسة	٣٦٥+٤٣٠=٧٩٥

في هذه الحالة يمكن تقسيم إعداد جـدول الأرقــام العـشوائية إلــى خمــس مجموعات ممثلة للمؤسسات الخمس في الصورة التالية:

المجموعة الأولى (٠٠١) حتى (٠٧٥) وتمثل إفراد المؤسسة الأولى

المجموعة الثانية (٠٧٦) حتى (٢٧٥) وتمثل إفراد المؤسسة الثانية

المجموعة الثالثة (٢٧٦) حتى (٣٠٥) وتمثل إفراد المؤسسة الثالثة

المجموعة الرابعة (٣٠٦) حتى (٣٦٥) وتمثل إفراد المؤسسة الرابعة

المجموعة الخامسة (٣٦٦) حتى (٧٩٥) وتمثل إفراد المؤسسة الخامسة

فإذا تم سحب ١٠ إعداد عشوائية من جدول الأرقام العـشوائية بـين العـدد (٠٠١) والعدد (٥٩٧) نجد إن الاتى (سوف نبدى نقطة البدء مـن الـرقم الأول لإغـراض الشرح)

(٤٠١,٣٢٢,١٤٢,١٢٤,٥٧٣,٠٥١,٥٦٤,٣٨٤,٠٣٩,٥١٠)لاحظ إننا استبعدنا الرقم ٩٩٣ من الجدول نظرا لأنه يقع خارج نطاق إطار المجتمع والذي ينتهي عند الـرقم ٧٩٥ وبترتيب هذه الأرقام ترتيبا تصاعديا نجد إن .

٥٧٣,٥٦٤,٠٥١,٤٠١,٣٨٤,٣٢٢,١٤٢,١٢٤,٥١,٣٩ ويكون مفردات العينـة فـي المؤسسة الأولى هم الأرقام ٥١,٣٩ ومفردات العينة في المؤسسة الثانية هما الأرقـام ١٤٢,١٢٤ وبمكن الحصول على الأرقام المسلسلة لهما في كشف المؤسـسة الثانيـة فقط في الصورة التالية:

الرقم ١٢٤ الممثل في الإطار العام للمجتمع يقابل الرقم ١٢٤-٧٥=٤٩ فـــي إطـــار المؤسسة الثانية فقط٠

(لاحظ إننا أردنا الحصول على الرقم المسلسل في كشف المؤسسة الثانية نطـــرح ٧٥ من رقم الإطار العام للمجتمع كله (اى نستبعد أرقام إفراد المؤسسة الأولى وكـــذلك الحال بالنسبة للمؤسسة الثالثة حيث نطرح ٢٧٥ من رقم الإطار العام للمجتمـــع كلـــه (اى نستبعد أرقام إفراد المؤسسين الأولى والثانية وبالنسبة للمؤسسة الرابعة نطـــرح ٣٠٥ من رقم الإطار العام للمجتمع كله بالنسبة للمؤسسة الخاصة نطرح ٣٦٥ مـــن رقم الإطار العام للمجتمع)

مفردات العينة في المؤسسة الثالثة لم تمثل فيها احد حيث لم يظهر اى أرقـــام عشوائية تقع داخل نطاق المؤسسة الثلاثة ومفردات العينة في المؤسسة

الرابعة هو الرقم ويقابل المسلسل (٣٢-٣٠٥=١٧)في كشف المؤسسة الرابعة٠

مفردات العينة في المؤسسة الخامسة هى الأرقـــام ٥٧٦، ٥٦٤، ٥١٠، ٤٠١، ٣٨٤ ويقابلها الأرقام المسلسلة التالية

١٩=٣٦٥-٣٨٤

٣٦=٣٦٥-٤٠١

١٤٥=٣٦٥-٥١٠

١٩٩=٣٦٥-٥٦٤

٢٠٨=٣٦٥-٥٧٣

في كشف المؤسسة الخامسة

ويمكن تلخيص ذلك في الجدول التالي :

رقم المؤسسة	عدد المعوقين	التكرار المتجمع	رقم إفراد العينة في الإطار الكلى للمجتمع	رقم إفراد العينة في إطار كل مؤسسة
١	٧٥	٧٥	٥١,٣٩	٥١,٣٩
٢	٢٠٠	٢٧٥	١٤٢,١٢٤	٦٧,٤٩
٣	٣٠	٣٠٥	-	-
٤	٦٠	٣٦٥	٣٢٢	١٧
٥	٤٣	٧٩٥	٥٧٣,٥٦٤,٥١٠,٤٠١,٣٨٤	٢٠٨,١٩٩,١٤٥,٣٦,١٩

المشاكل التي تترتب على العينات العشوائية البسيطة:

بالرغم من بساطة العينات العشوائية البسيطة وسهولة تطبيقها فـــي البحـــوث المختلفة إلا إن هناك بعض المشاكل والصعوبات التي تواجه الباحث عند استخدامها ويمكن إيجاز أهمها فيما يلي :

١- صعوبة الحصول على قوائم كاملة وغير متقادمة عن جميع مفردات المجتمع التي سوف يتم سحب العينة منها كثيرا ما يتطلب ذلك تحمل الباحث كثيرا من النفقـــات في المال والوقت والمجهود ٠

٢- صعوبة وكثرة تكاليف كل من جمع البيانات من مفردات العينة العشوائية البسيطة والإشراف والرقابة على جمع البيانات من مفردات العينة حيث يكون من المحتمل انتشار مفردات العينة في مناطق جغرافية متعددة تـؤدى إلـــى صــــعوبة وكثـــرة التكاليف ٠

٣- يشترط إن تكون مفردات مجتمع البحث متجانسة إلـــى اكبـــر حـــد ممكـــن مـــن الخاصية أو الخصائص التي يقوم الباحث بدارستها حتى تكون العينـــة العـــشوائية البسيطة ممثلة تمثيلا تاما لمجتمع البحث وهذا ما قد ينـــدر وجـــوده فـــي بعـــض المجتمعات ٠

٢ - ٤ - ٢ - العينة العشوائية المنتظمة :

ويطلق عليها في كثير من الأحيان اسم العينات ذات الفتـرات المتسـاوية وتعرف بأنها العينة التي يتم اختيار مفرداتها بحيث تكون المسافة أو الفترة بين كـل مفردة وسابقتها ثابتة لجميع مفردات العينة ويحدد حجم العينة طول الفترة أو المسافة المنتظمة بين المفردات بعضها البعض فمثلا إذا كان حجم العينة يمثل ١٠%من حجم المجتمع الاصلى فهذا يعنى انه إذا كان حجم المجتمع ١٠٠مفردة فان حجم العينة ١٠ مفردات وفى هذه الحالة يتم تقسيم مفردات المجتمع إلى ١٠ مجموعات حجـم كـل منها يساوى ١٠٠/١٠=١٠ ثم يتم اختيار المفردة الأولى عـشوائيا مـن المجموعـة الأولى التي تبدى من العدد (٠١)حتى العدد (١٠) ثم يـضاف إلـى رقـم المفـردة المختارة العدد١٠ للحصول على المفردة الثانية وهكذا حتى نحـصل علـى أخـر مفردة من المجموعة العاشرة فيكون لدينا عشر مفردات كل واحدة منها تنتمي إلـى مجموعة من المجموعات العشر بحيث تكون المسافة بين كل واحدة والأخرى مسافة ثابتة هى العدد (١٠) فمثلا إذا فرضنا انه بسحب المفردة الأولى عشوائيا مـن بـين الإعداد من (٠١) إلى (١٠) وجدنا أنها العدد ٣ مثلا في هذه الحالة تتحـدد وحـدات العينة بالإعداد ٩٣,٧٣,٦٣,٥٣,٤٣,٣٣,٢٣,١٣,٣ وبصفة عامة إذا كان لدينا مجتمع حجمه (م) من المفردات أردنا اختيار عينة حجمها (ن) فإننا نرقم وحدات المجتمـع من (١) إلى العدد(م) ونقسم هذه الأرقام إلى مجموعات عددها يساوى حجم كل منهـا يساوى (م/ن) =حجم المجتمع / حجم العينة يطلق على هـذا الكـسر اسـم الكـسر المعاينة ثم يختار عشوائيا رقما واحدا من المجموعة الأولى ليكون أول رقم في العينة

العشوائية المنتظمة ونفرض انه الرقم س مثلا في هذه الحالة يكون نظـــام المعاينـــة العشوائية المنتظمة في الصورة التالية :

المفردة الأولى في العينة هى س

المفردة الثانية في العينة هى س + (م/ن)

المفردة الثالثة في العينة هى س+ ٢ (م/ن)

المفردة الرابعة في العينة هى س + ٣(م/ن)

....

....

....

المفردة الأخيرة في العينة هى س + (ن - ١)(م/ن)

<u>مثال (٤)</u>: نفرض إن لدينا مجتمع حجمه م=٣٠اردنا سحب عينة عشوائية منتظمـــة حجمها ن= ٥فكيف يتم ذلك٠

الحـــــــــــــــل

(١) نرقم مفردات المجتمع من اعدد (٠١) إلى العدد (٣٠)

(٢) نحدد كسر المعاين (طول كل مجموعة)=م/ن =٣٠/٥=٦

(٣) نقسم مجتمع الدارسة إلى مجموعة (حجم العينة) طول كـل منهـا ٦ وحـدات (قيمة كسر المعاينة) تكون المجموعة الأولـى فيهـا مـن العـدد (٠١) إلـى العدد(٠٦)٠

(٤) نختار رقم عشوائيا باستخدام جداول الأرقام العشوائية من بين أرقـام المجموعـة الأولى فإذا فرضنا إن هذا الرقم العشوائي للمفردة الأولى هو ٣مثلا فان أرقـام مفردات العينة تتحدد تبعا لذلك في الصورة التالية:

المفردة الأولى =٣

المفردة الثانية =٣+٦=٩

المفردة الثالثة =٣+٢*٦=١٥

المفردة الرابعة =٣+٣*٦=٢١

المفردة الخامسة =٣+٤*٦=٢٧

مزاياها :

(١) أسهل في اختيارها من العينة العشوائية٠

(٢) تمثل المجتمع تمثيلا دقيقا بمعنى انه خطا الصدفة أو العشوائية يكون فيهـــا اقــل منه في العينة العشوائية البسيطة ٠

عيوبهـــا:

(١) تحليلها الاحصائى اصعب , اى دارسة تأثير خطا الصدفة على نتائجها أصـــعب , لذلك قد يضحى الباحث بدقة هذه العينة ويستخدم بـــدلا منهـــا العينـــة العـــشوائية البسيطة لتسهيل التحليل والبعد عن تعقيد النتائج المتحصل عليها٠

(٢) لايمكن استخدامها إذا كان الإطار مكونا من مجموعات متتالية ومتساوية ومتماثلة إذا كان طول الفترة مضاعفا لعدد وحدات المجموعة أو العكس اى إذا كان عـــدد وحدات المجموعة مضاعفا لطول الفترة ولتوضيح ذلك نفرض المثال التالي :

مثال (٥):

نفرض إننا نريد سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ١٠% هذا يعنى انـــه إذا كان حجم المجتمع ١٠٠وحدة فان حجم العينة يساوى ١٠ وحدات ومن ثم فان عـــدد المجموعات المتساوية التي يقسم إليها المجتمع = عدد مفردات العينة =١٠

كسر المعاينة = طول الفترة الزمنية = م/ ن= ١٠/١٠٠=١٠

كما إن عدد وحدات كل مجموعة =١٠

نفرض إن لدينا مصنعا به عشرة عنابر حجم كل منها ١٠ عمال وهى متماثلـــة فـــي توزيع عمالها كالتالي :

الأول هو رئيس العنبر

الثاني هو الأسطى للعمال

الباقي ابتدءا من العامل العاشر عمال وهذا هو المتبع دائما في مثل هذه الكشوف ٠

هنا نجد إن حجم المجتمع =١٠٠ عامل

حجم العينة =١٠٠*١٠/١٠٠=١٠ عمال

ورتبت قوائم العنابر العشرة بنفس الترتيب المتبع المذكور سابقا فإذا سحبنا من العنبر الأول رقما عشوائيا من بين الأرقام من (٠١) إلى (١٠) وظهر الرقم (٢) مـــثلا والذي يمثل رقم الأسطى للعنبر الأول في هذه الحالة وحيث إن كسر المعاينـــة (طـــول الفترة) = ١٠ أيضا فان المفردة الثانية هى الرقم ٢+١٠=١٢ وهى تمثـــل المسلـــسل الثاني في العنبر الثاني والذي يحمله الأسطى للعنبر الثاني كما إن المفردة الثالثة هـــى الرقم ٢+٢*١٠=٢٢ وهى

تمثل المسلسل الثاني للعنبر الثالث والذي يحمله الأسطى للعنبر الثالـــث وهكـــذا نجـــــد إن جميـــــع مفـــــردات العينـــــة وهـــــى الأرقـــــام ٢,١٢,٢٢,٣٢,٤٢,٥٢,٦٢١,٧٢,٨٢,٩٢وهى تمثل على الترتيب المسلسل الثاني من العنابر العشرة الممثلة لمجتمع الدارسة وهذا المسلسل الثاني يمثل الأسطى لكل عنبـــر

من العنابر العشرة هذا يعنى إن كل مفردات العينة يمثلهـــا الأســـطى ولا يظهـــر اى تصنيف أخر من العمال في الدارسة سواء الرئيس أو العمال وبالتالي فان هذه العينة لا تمثل مجتمع الدارسة تمثيلا صحيحا حيث تكون متحيزة للأسطى فقط

مثـــال (٦): نفرض إن معهد الخدمة الاجتماعية يتكون من ١٠ أقسام متماثلة في كيفية توزيع إفرادها حيث يكون:

الأول هو رئيس القسم

الثاني هو وكيل القسم

الثالث هو عضو هيئة التدريس بالقسم

الرابع هو عضو هيئة التدريس بالقسم

الخامس حتى العاشر تمثل الهيئة المعاونة من المعيدين والمدرسين المساعدين ٠

ابتداء من الحادي عشر وحتى الخامس عشر تمثل الإداريون بالقسم مـــن ســـكرتارية وموظفين وعمال ٠

من السادس عشر وحتى الخمسون هم طلاب القسم٠

هنا حجم المجتمع =٥٠*١٠=٥٠٠ مفردة فإذا أردنا سحب عينة عشوائية منتظمـــة حجمها ٢%من حجم المجتمع نجد الاتى :

حجم عينة الدارسة = ٥٠٠*٢/١٠٠=١٠ مفردات

كسر المعاينة = م/ن =١٠/٥٠٠=٥٠

تقسم مفردات مجتمع الدارسة إلى عشر مجموعات – حجمن كـل منهـا ٥٠ مفردة تكون أرقام المجموعة الأولى وهو القسم الأول من (٠١) إلى (٥٠)

فإذا تم سحب عينة عشوائيا من مفردات القسم الأول وكانت هذه المفردة رقم (٣) في هذه الحالة يكون نظام المعاينة كالتالى :

المفردة الأولى =٣

المفردة الثانية =٣+٥٠=٥٣

المفردة الثالثة =٣+٢*٥٠=١٠٣

المفردة الأخيرة =٣+٩*٥٠=٤٥٣

كل هذه المفردات تمثل المسلسل رقم (٣) في كل مجموعة الذي يحمله احد أعضاء هيئة التدريس وبالتالي فان دارسة تلك العينة ستركز على أعضاء هيئة التدريس دون النظر إلى بقية الفئات الأخرى.

شروط العينة العشوائية المنتظمة :

يشترط في اختيار العينة العشوائية المنتظمة ما يلي :

(١) وجود حجم المجتمع ٠

(٢) تحديد حجم العينة وبالتالى تحديد كسر المعاينة٠

(٣) اختيار المفردة الأولى عشوائي

(٤) باقي المفردات يفصلها عن بعضها أرقام أو فترات منتظمة

(٥) الفترات أو الأرقام المنتظمة تبدأ بعد الرقم العشوائي الأول

٢-٤-٣- العينة العشوائية الطبقية :

تعريفها : تسمى هذه العينة أحيانا بالعينة الاحتمالية للقطاعـــات وفيهـــا نقـــسم مجتمع الدارسة إلى طبقات أو مجموعات متجانسة لظـــاهرة لهـــا علاقـــة بـــالمتغير المطلوب بحثه وبحيث تكون هذه الطبقات أو المجموعات غيـــر متداخلـــة والجـــدير بالذكر إن تقسيم المجتمع إلى طبقات متجانسة يؤدى إلى التقليل من خطـــا الـــصدفة والتحيز كما انه في أحوال عديدة قد يقتضى الأمر إن يكون تركيز الباحث على فئـــة من المجتمع أكثر من غيرها مما يقتضى اختيار العينة على أساس الطبقات فمثلا لـــو أردنا التعرف على رأى طلبة الفرقة الرابعة بكلية الخدمة الاجتماعية بخصوص نظام الدارسة مثلا فان هناك طريقتين لتحديد العينة٠

أولهما: اختيار عينة عشوائية بسيطة من إطار طلاب الفرقة الرابعة٠

ثانيهما : تقسيم هذا الإطار إلى طلاب منقولون من الثالثة إلـــى الرابعـــة بتقـــدير ممتاز, جيد جدا ,جيد , مقبول ثم اختيار عينة تمثل كل مستوى علمـــي وفـــى هذه العينات يجب إن يكون حجم كل طبقة أو مجموعة في العينة متناسبا مـــع حجم الطبقة أو المجموعة في المجتمع الاصلى٠

مثال توضيحي: أراد عميد معهد الخدمة الاجتماعية اختيار ٢١٠طالـــب مـــن بـــين الطلاب المعهد لتمثليه في مهرجان الشباب العالمية٠

هنا تتوقف العينة على أهداف عميد المعهد في هذا التمثيل وعلـــى الأنـــشطة المختلفة التي يمارسها الطلاب فان كان الهدف من هذا التمثيل وجـــود طـــلاب مـــن الشباب بصرف النظر عن مستواهم العلمي أو غيره نكون إمام عينة عشوائية تـــرقم فيها طلاب المعهد في قائمة أو إطار ويتمك سحب عشرة أرقام عشوائية تمثـــل كـــل منها احد طلاب المعهد بصرف النظر عن مستواه الدارس إما إذا كان هـــدف عميـــد المهد إقامة مسابقات علمية وفنية تتوقف على المستوى الدارس الثقافي والفكـــري للطلاب ٠ في هذه الخالة فان العينة العشوائية البسيطة قد لا يحقق هذا الهدف حيـــث لا يوجد ما يمنع إن تكون العينة كلها من الفرقة الأولى فقط أو الثانية فقط أو الثالثـــة فقط أو الرابعة فقط ولا يوجد ما يمنع إن تكون العينة من البنات فقط أو الأولاد فقـــط فان كانت أهداف دارسة العينة هو انعكاس الاختلافات الفكرية والثقافيـــة والدراســـية للطلاب أو اختلافات النوع في هذه الحالة يجب على المعهد إما إلى أربعة مجموعات أو طبقات يمثل كل منها فرقة من فرق الدارسة ثم تسحب العينة العشوائية مـــن هـــذه

المجموعات أو انه يقسم طلاب المعهد إلى مجموعتين حسب النوع ويـــسحب العينـــة العشوائية من هاتين المجموعتين كل حسب الأهداف وإغراض الدارسة ٠

مزاياهـــا:

(١) تحتوى على وحدات من كل طبقة ٠

(٢) أدق تمثيلا للمجتمع من العينة العشوائية البسيطة أو المنتظمة ٠

(٣) يقل فيها خطا الصدفة والتحيز ٠

شروطهـــا:

يشترط في اختيار العينة العشوائية الطبقية الشوط التالية :

(١) وجود إطار المجتمع٠

(٢) تحديد حجم العينة٠

(٣) إذا كان المجتمع مكون من طبقات أو أجزاء أو فئات بطريقة توضـــح تبـــاين خصائص كل طبقة حتى يتم اختيار العينة بدقة فلابد من تمثيل كل طبقة فـــي العينـــة المسحوبة ٠

طرق اختيار العينة الطبقية :

تبدى طريقة اختيار العينة العشوائية الطبقية بتقسيم حجـــم المجتمـــع (م) إلـــى طبقـــات أو مجموعـــات متجانـــسة عـــددها (و) إحجامهـــا علـــى الترتيـــب م $م_1$ $م_2$٠$م_3$........$م_و$ بحيث إن :

$$م_1 + م_2 + م_3 + ... + م_و = م$$

أو بعبارة أخرى

حجم الطبقة الأولى في المجتمع + حجم الطبقة الثانية في المجتمع +.......+ حجم الطبقة الأخيرة في المجتمع = حجم المجتمع الاصلى كله

وإذا أردنا اختيار عينة حجمها (ن) من هذا المجتمع فإننا نختار من كل طبقة عددا من المفردات يتناسب طرديا مع حجم هذه الطبقة ثم نقوم بعد ذلك بسحب مفردات العينة المخصصة لكل طبقة من الطبقة المناظرة لها بطريقة عشوائية باستخدام جدول الأرقام العشوائية.

اى انه إذا كان الحجم الكلى للعينة هو (ن) فانه يتم تقسيم أو توزيع حجم العينة (ن) على طبقات المجتمع حيث يكون :

$ن_1$ عدد مفردات العينة المسحوبة من الطبقة الأولى

$ن_2$ عدد مفردات العينة المسحوبة من الطبقة الثانية

$ن_3$ عدد مفردات العينة المسحوبة من الطبقة الثالثة

$ن_و$ عدد مفردات العينة المسحوبة من الطبقة الأخيرة

بحيث إن:

$$ن_1 + ن_2 + ن_3 + ... + ن_و = ن$$

اى مجموع مفردات العينة المسحوبة من الطبقات = مجموع مفردات العينة كلها.

وألان يتساءل البعض عن كيفية توزيع مفردات العينة على طبقات

المجتمع الاصلى والرد على هذا السؤال نقول إن هناك ثلاث طرق رئيسية لتوزيـــع مفردات العينة على طبقات المجتمع وهى :

(١) **طريقة التخصيص ألمتساو:**

فيها يتم تخصيص عددا محددا من المفردات على الطبقـــات المختلفـــة وهـــذه الطريقة يعيبها أنها تعطى لجميع طبقات المجتمع أوزانا متساوية على الرغم مـــن إن هذا ألتساو لا يتحقق في كثير من الأبحاث فمثلا إذا أردنا توزيع حجم عينة طبقيـــة ١٥ مفردة على ٥٦ طبقات إحجام كل منها ما يلي :

$م_1=30$ $م_4=200$

$م_2=70$ $م_5=240$

$م_1=150$

فانه طبقا لهذه الطريقة فان كل طبقة من هذه الطبقات يمثل في العينـــة بحجـــم متساو وهذا يعنى إن حجم العينة داخل كل طبقة = ١٥/٥=٣ مفردات هذا بـــصرف النظر عن التفاوت في احجام الطبقات ٠

(٢) **طريقة التخصيص النسبي (التوزيع المتناسب):**

وفيها يكون عدد مفردات العينة في كل طبقة متناسبا مع عدد مفردات مجتمع البحث في كل طبقة وتسمى العينة في هذه الحالة بالعينة الطبقية المتناسبة فمثلا إذا كان لدينا عينة حجمها يساوى ١٠% من حجم المجتمع فإننا نختار من كل طبقة ١٠% من حجمها وعليه فان كسر المعاينة في كل من الطبقات سيكون ثابتا (ويساوى ١/١٠ في هذه الحالة) الأمر الذي يسهل العمليات الرياضية في تقدير المعالم المطلوب دراستها ويجعل عملية الجدولة للبيانات من المجتمع ككل بسيطة وميسرة ويسمى هذا النوع من المعاينة في كثير من الأحيان بالمعاينات المرجحة لنفسها ٠

وهذه الطريقة تفترض إن تباين الظاهرة متساو في الطبقات المجتمع المختلفة وهذا قد لا يتحقق كثيرا في مجتمعات الدراسة٠

ففي المثال السابق إذا افترضنا إن تباينات الطبقات الخمسة المكونة لمجتمع الدارسة متساوية فانه يمكن توزيع حجم العينة على طبقات المجتمع باستخدام التخصيص النسبي كالتالي:

حيث إن م = $م_1 + م_2 + م_3 + م_4 + م_5$

= ٣٠+٧٠+١٥٠+٢٠٠+٢٤٠

= ٦٩٠

$ن_1$ =حجم العينة للطبقة الأولى = ٣٠/٦٩٠*١٥ =٠.٦٥ =١ تقريبا

$ن_2$ =حجم العينة للطبقة الثانية =٧٠/٦٩٠*١٥=١,٢٥=٢ تقريبا

$ن_3$ = حجم العينة للطبقة الثالثة =١٥٠/٦٩٠*١٥=٣,٢٦=٣ تقريبا

$ن_4$ = حجم العينة للطبقة الرابعة =٢٠٠/٦٩٠*١٥=٤,٣٥= ٤ تقريبا

$ن_5$ = حجم العينة للطبقة الخامسة = ٢٤٠/٦٩٠*١٥=٥,٢٢=٥ تقريبا

ن = حجم العينة الكلى = ١٥

لاحظ إن حجم العينة قد تم توزيعه على طبقات المجتمع مرجحا هذا التوزيع بحجم كل طبقة إلا إن هذا التوزيع قد اغفل جانب الاختلافات في التباينات بين الطبقات المختلفة وهذا يعتبر احد عيوب هذا النظام .

(٣) **<u>طريقة التخصيص الأمثل (التوزيع الأمثل):</u>**

في هذه الطريقة يتم توزيع مفردات العينة على الطبقات المختلفة أخذا في الاعتبار كل من:

(١) الاختلاف في حجم الطبقات.
(٢) الاختلاف في تباين المفردات داخل الطبقات المختلفة أو بعبارة اخرى مدى التجانس بين طبقات المجتمع .
(٣) اختلاف عامل التكلفة لجمع البيانات داخل الطبقات المختلفة.

يرجع الفضل في استخدم هذا التوزيع الأمثل إلى العالم الاحصائى نيمان (j.neyman) الذي درس في اى التوزيعات أو التقسيمات يمكن إن ينتج عنه اقل خطا ممكن في العينة من الناحية الرياضية وقد وجد إن هذا التوزيع هو

الذي يتسم بتقسيم العينة داخل الطبقات بصورة تتناسب مع الانحراف المعيـــاري داخل الطبقة بمعنى إن العينة تكبر ٠

كلما كبر حجم الانحراف المعياري وتصغر كلما صغر الانحراف المعيـــاري داخل الطبقة وقد سمى هذا التقسيم بتقسيم نيمان نسبة إليه وفية يتحـــدد حجـــم العينـــة داخل كل طبقة في الصورة التالية :

(١) حيث انه كلما زادت حجم الطبقة زادت تبعا لها حجم العينة داخل الطبقة بمعنـــى إن هناك تناسبا طرديا بين حجمن الطبقة في المجتمع وحجم العينة داخل الطبقـــة الواحدة٠

(٢) حيث انه كلما زاد الانحراف المعياري لمفردات الطبقة في المجتمع دل ذلك على تشتت هذه المفردات واختلافاتها ومن اجل تمثيل هذا الاختلاف فيجـــب زيـــادة حجم العينة الممثلة لهذه الطبقة وهذا يعنى إن هناك تناســـبا طرديـــا بـــين قيمـــة الانحراف المعياري لكل طبقة من المجتمع وحجم العينة داخل الطبقة الواحدة٠

حجم العينة داخل الطبقة الواحدة مرجحا بهذين المعيارين يكن في الصورة التالية:

$$\text{ن}_{\text{هـ}} = \frac{\text{م}_{\text{هـ}}\, S_{\text{هـ}}}{\text{مجـ}_{\text{هـ}=1}^{\text{ر}}\ \text{م}_{\text{هـ}}\, S_{\text{هـ}}} \times \text{ن}$$

حيث $\text{ن}_{\text{هـ}}$ = حجم العينة داخل الطبقة الهائية

$\text{م}_{\text{هـ}}$ =حجم المجتمع داخل الطبقة الهائية

$s_{\text{هـ}}$ = الانحراف المعياري لمفردات الطبقة الهائية

ن =حجم العينة كلها المطلوب توزيعها

(٣) حيث انه كلما زادت تكلفة جمع المفردة الواحدة داخل الطبقة فان هذا يؤدى إلى صغر حجم العينة داخل الطبقة في ظل حجم استثمارات ثابـــت فـــي ميزانيـــة البحث فان هذا يعنى إن هناك تناسبا

(٤) عكسيا بين حجم التكاليف لجمع المفردات داخل الطبقة الواحـــدة وحجـــم العينـــة داخل الطبقة الواحدة٠

حجم العينة داخل الطبقة الواحدة يمثل تحديده في ظل المعايير الثلاثـــة الـــسابقة فـــي الصورة التالية:

$$= ن_{هـ} = \left[\frac{م_{هـ} S_{هـ}}{ت_{هـ}} \right] X ن$$

ت $_{هـ}$ =مجموع حاصل ضرب (حجم طبقات المجتمع فى انحرافاتها المعيارية)

حيث ت $_{هـ}$= تكلفة جمع البيانات للمفردات داخل الطبقة الهائية أو بعبارة أخرى فـــان /:

حجم العينة داخل الطبقة الهائية =

حجم المجتمع داخـــل الطبقـــة الهائيـــة x الانحـــراف المعياري للطبقة الهائية

مجموع حاصل ضـــرب (حجـــم طبقـــات المجتمـــع فـــي انحرافاتها المعيارية)

مضروبا في حجمن العينة الكلى المطلوب توزيعه

مضروبا حجم العينة الكلى المطلوب توزيعه٠

مثال(٧):

المطلوب توزيع ٥٠٠ مفردة على كل من الطبقين ا.ب.من البيانات التالية:-

الطبقة	**عدد المفردات فى كل طبقة**	**الانحراف المعيارى**
ا	١٠٠٠٠	٥٠
ب	٩٠٠٠٠	١٠

(ا) طبقا للتوزيع ألمتساو:

حجم مفردات العينة لكل طبقة = $\frac{500}{2}$ =٢٥٠ مفردة

(ب)طبقا للتوزيع النسبي :

مفردات العينة للطبقة ا = $500x\frac{10000}{100000} = 50$ مفردة

مفردات العينة للطبقة ب = $500x\frac{90000}{100000}$ =٤٥٠ مفردة

(ج)طبقا للتوزيع الأمثل :

مفردات العينة للطبقة ا = $\frac{10000\ x50}{500\ x(10000\ *50 + 90000\ *10)}$ =١٧٩ مفردة

مفردات العينة للطبقة ب= $\frac{90000\ x10}{500\ x(10000\ x50 + 90000\ x10)}$ =٣٢١ مفردة

= ٥٠٠-١٧٩=٣٢١ مفردة

ويمكن تلخيص حسابات التوزيع الأمثل في الجدول التالي :

الطبقة	م هـ	s هـ	م هـ s هـ	ن هـ
ا	١٠٠٠٠	٥٠	٥٠٠٠٠٠	$\frac{500000}{1400000}$x٥٠٠=١٧٩
ب	٩٠٠٠٠	١٠	٩٠٠٠٠٠	$\frac{900000}{1400000}$x٥٠٠=٣٢١
المجموع		-	١٤٠٠٠٠٠	٥٠٠

مثال (٨) :

المطلوب توزيع ٢٠٠مفردة علـــى أربعـــة طبقـــات ا,ب,ج,د إذا علمـــت إن الانحرافات المعيارية لهذه الطبقات هى على الترتيب ٥,٣,١,٢ كما إن نـــسبة عـــدد مفردات المجتمع بالطبقات إلى عـــدد مفـــردات المجتمـــع ككـــل (الحجـــم النـــسبي للطبقات) هى على الترتيب ٠,٣٥،٠,٣٠،٠,١٥،٠,٢٠

الحـــــل

نظرا لوجود الانحرافات المعيارية واختلافاتها من مجموعة إلـــى مجموعـــة أخرى وكذلك اختلاف الإحجام النسبية لكل مجموعة فإننا

سنستخدم طريقة التوزيع الأمثل في توزيع حجم العينة على الطبقات المختلفـــة في الصورة التالية:

يتم ضرب الحجم النسبي لكل طبقة في المجتمع فـــي الانحـــراف المعيـــاري لمفردات هذه الطبقة ثم بالجمع لحاصل الضرب والتطبيق فـــي القـــانون المـــستخدم كالتالي :

م$_1 SX_1$=٠,٣٥x٢ =٠٠,٧٠

م$_2 SX_2$ =٠,٣٠x١ =٠,٣٠

م$_3 SX_3$ = ٠,١٥x٣ =٠,٤٥

م$_4$ $S X_4$ = ٠,٢٠x٥ =١,٠٠

مجـ$_{هـ}$ S هـ = ٢,٤٥

ن$_1$= م$_1$ S_1 / مجـ هـ S هـ = ٠,٧٠/٢,٤٥*٢٠٠=٥٨ مفردة

ن$_2$= م$_2$ S_2 / مجـ هـ S هـ =٠,٣٠/٢,٤٥*٢٠٠=٢٤ مفردة

ن$_3$= م$_3$ S_3 / مجـ هـ S هـ =٠,٤٥/٢,٤٥*٢٠٠=٣٦ مفردة

ن$_4$= م$_4$ S_4 / مجـ هـ S هـ =١/٢,٤٥*٢٠٠=٨٢ مفردة

ن = الحجم الكلى للعينة =٢٠٠ مفردة

ويمكن تلخيص نتائج الحسابات في الجدول التالي :

الطبقة	م هـ	S هـ	م هـ S هـ	ن هـ
١	٠,٣٥	٢	٠,٧٠	٥٨
٢	٠,٣٠	١	٠,٣٠	٢٤
٣	٠,١٥	٣	٠,٤٥	٣٦
٤	٠,٢٠	٥	١,٠٠	٨٢
المجموع	١,٠٠		٢,٤٥	٢٠٠

مثال (٩):

في المثال السابق إذا علمت إن تكلفت جمع البيانات المفـــردة الواحـــدة مـــن الطبقات المختلفة للمجتمع هى على الترتيـــب١٥,١٠,٣٠,٤٠ قرشـــا احـــسب عـــدد مفردات العينة لكل طبقة٠

الحـــــل

يتم ضرب الحجم النسبي لكل طبقة * أنحرفها المعياري ونقسم الناتج علـــى الجذر التربيعى لتكلفة جمع المفردة الواحدة دخل الطبقة في الصورة التالية :

$$\frac{م_1 s_1}{\sqrt{ت_1}} = \frac{0.35x2}{\sqrt{15}} = \frac{0.70}{3.873} = 0.18$$

$$\frac{م_2 s_3}{\sqrt{ت_3}} = \frac{0.30\,x1}{\sqrt{10}} = \frac{0.30}{3.163} = 0.09$$

$$\frac{م_3 s_3}{\sqrt{ت_3}} = \frac{0.15x3}{\sqrt{30}} = \frac{0.45}{5.477} = 0.08$$

$$\frac{م_4 s_4}{\sqrt{ت_4}} = \frac{0.20x5}{\sqrt{40}} = \frac{1.0}{6.325} = 0.15$$

$$مجـ \frac{م_هـ s_هـ}{\sqrt{ت_هـ}} = ٠,٥٠$$

$ن_1$= ٠,١٨/٠,٥٠*٢٠٠= ٧٢ مفردة

$ن_2$=٠,٠٩/٠,٥٠*٢٠٠=٣٦ مفردة

$ن_3$=٠,٠٨/٠,٥٠*٢٠٠=٣٢ مفردة

ن4 ٠,١٥/٠,٥٠*٢٠٠=٦٠ مفردة

ن = حجم العينة الكلى =٢٠٠مفردة

الطبقة	مهـ	S هـ	√ت هـ	م هـ S هـ	(م هـ S هـ) /√ت هـ	ن هـ
١	٠,٣٥	٢	٣,٨٧٣	٠,٧٠	٠,١٨	٧٢
٢	٠,٣٠	١	٣,١٦٣	٠,٣٠	٠,٠٩	٣٦
٣	٠,١٥	٣	٥,٤٧٧	٠,٤٥	٠,٠٨	٣٢
٤	٠,٢٠	٥	٦,٣٢٥	١,٠٠	٠,١٥	٦٠
المجموع	١,٠٠			٢,٤٥	٠,٥٠	٢٠٠

مشاكل العينة الطبقية:

تتعرض العينة الطبقية لمشاكل عديدة من أهمها:

(١) عدم توفر كشوف كاملة وغير متقادمة من مفردات مجتمع البحث ومفردات كل من الطبقات التي قسم إليها مجتمع البحث.

(٢) كثرة التكاليف في المال والوقت والمجهود بالنسبة لجمع البيانات والإشراف والرقابة على عملية جمع البيانات من المفردات العينة في حالة انتشار مفردات كل طبقة في عدد من المناطق الجغرافية.

صعوبة اختيار الخاصية أو الخصائص التي سوف يقسم على أساســها مجتمــع البحث إلى عدد من الطبقات ٠

(٣) صعوبة اختيار عدد الطبقات بحيث مفردات كل طبقــة متجانــسة مــن حيــث الخصائص التي يقوم الباحث بدراستها وبحيث يكون هناك تباين بين مفردات كل طبقة ومفردات الطبقات الاخرى٠

(٤) عدم توفير البيانات الدقيقة والموضوعية عن المعايير التي يمكن الاعتماد عليهــا في توزيع مفردات العينة على الطبقات أو القطاعات المختلفة فمثلا فــي حالــة اختيار عينة من مشترى إحدى الصحف من كل من القاهرة والاسنكدرية وطنطا وأسيوط (وكذلك أحياء كل مدينة) فهل سيتم توزيع مفردات العينة على أســاس كمية توزيع الصحيفة موضع البحث أو جميع الصحف أو عدد الــسكان الــذين يعرفون القراءة والكتابة أو عدد أجهزة الإعلان ٠٠ الخ ويلاحظ إن كثيرا مــن هذه المؤشرات لا تتوفر عنها بيانات كاملة مما يؤدى إلى تدخل شخصية الباحث في ذلك من ثم ينتج نوعا من التحيز في تقدير المعلمات المرتبطة بتا ٠

استخدامات العينة الطبقية:

للعينة الطبقية استخدامات عديدة من أهمها :

(١) إذا كان الحاجة ماسة إلى جمع بيانات عن كل طبقة من طبقات المجتمــع فانــه يفضل معاملة كل طبقة وكأنها مجتمع مستقل ٠

إذا كانت الظروف الإدارية تستدعى عملية التقسيم إلى طبقات٠

(٢) مشاكل المعاينة تختلف من طبقة إلى أخرى وفى حالة المجتمعات الإنسانية فـــان الأشخاص الذين يعيشون في الفنادق أو المستشفيات أو السجون يختلفـــون عـــن أولئك الذين يعيشون في بيوتهم الخاصة وذلك لان طريقة الوصول إلى وحـــدات المعاينة تختلف من حالة إلى اخرى٠

(٣) يمكن الحصول على تقدير أفضل لثوابت المجتمع ووصف أولى وأدق لخواصـــه باستخدام هذه الطريقة خصوصا إذا كان المجتمع غير متجانس ٠

٢ - ٤ - ٤ - العينة العشوائية ذات المراحل المتعددة والمعاينة العنقودية:

ويطلق عليها في بعض الأحيان المعاينة في مجموعات مـــع اتـــساع حجـــم المجتمع فان الباحث يلجا إلى العينة متعددة المراحل بهدف الوصول لمفردات العينـــة خصوصا في حالة عدم توفر القوائم التي تشمل أسماء مفردات مجتمع الدارسة لـــدى الباحث وهذا النوع من العينات يشير إلى وجود أكثر من مرحلة في عملية الاختيـــار فإذا تم هذا الاختيار على مرحلتين فان العينة العشوائية تسمى ثنائية المراحل - two stage sampling إما إذا كان الاختيار على أكثر من مـــرحلتين ســـميت بالمعاينـــة متعددة المراحل أو عينة المجموعات فمثلا عند إجراء بحث للتعرف علـــى وســـائل تنظيم الأسرة فان مجتمع الدارسة يعتبر من المجتمعات الكبيرة في مثل هذه الحـــالات حيث يتم تقسيم البلد أو الدولة طبقا للمحافظات المكونة لها ثم نأخذ عينـــة عـــشوائية من هذه المحافظات ثم نختار عينة عشوائية من أحياء ومراكز تلك المحافظات التـــي ظهرت في المرحلة الأولى وهذه العينة الجديدة تمثل المرحلة الثانية ثم نختار عينـــة عشوائية من المساكن داخل هذه الإحياء والمراكز لتمثل العينـــة الأخيـــرة المرحلـــة

الثالثة ثم نختار عينة للأسر المطلوب مقابلتهم داخل المساكن حيث تمثل عينة الأســر الأخيرة المرحلة الرابعة.

ومن ثم تكون العينة اللازمة للبحث قيد الاهتمام هى العينة المتعددة المراحــل ويلاحظ إن زيادة عدد المراحل يتبعه زيادة في حجم العينة وذلك للتقليل مــن خطــا الصدفة .

ويرجع شيوع استخدام المعاينة المتعددة المراحل لسببين رئيسين :

(١) يندر وجود إطار متكامل لكل المجتمع المراد دارسته وغالبا تكون تكلفة تكوين هذا الإطار عالية من الناحية المادية والزمنية على السواء وبالطبع فان وجــود هذا الإطار ضروري في كل مراحل المعاينات الإحصائية .

(٢) السبب الثاني هو إن الاختيار المباشر للوحدات تحت الدارسة قد ينتج عنه عينة مبعثرة على كل إنحاء المجتمع الأمر الذي يزيد من تكلفة عملية جمع البيانات وبالطبع فانه في معظم الأحيان ينتج عن اختيار عينة عشوائية بـسيطة نتـائج ذات تباين اقل مما لو إننا اخترنا عينة من مجموعات بـنفس الحجـم ولكـن بإدخال عامل التكلفة في الاعتبار فان المعاينة في مجموعات ترجح كفتها ولهذا نجد إن هذا النوع من العينات يكثر استخدامه في الدارسات ذات الطابع القومي التي تشمل الدولة كلها أو معظمها مثل دارسة ميزانية الأسرة ودارسات تنظـيم الأسرة والدارسات الديموجرافية وهكذا وبالتالي فان المجتمـع الـذي نبحثـه موزعا على مناطق عديدة.

وتعتبر عينة المساحة (area sample) نوعا خاصا من عينـــة المجموعـــات ويعتمد اختيار عينة المساحة بصفة عامة على الخرائط المساحية التي توضح تقـسيم المدن إلى أحياء أو أقسام إدارية والأحياء أو الأقسام إلى شوارع ويبين في كل منهـا المساكن الموجودة بالحي أو القسم أو الشارع.

<u>والجدير بالذكر إن عينة المساحة يمكن تقسيمها إلى ما يلي:</u>

(١) **<u>عينة المساحة التي يتم اختيارها على مرحلة واحدة :</u>**

وفيها يقوم الباحث بتقسيم المجتمع إلى عدد من المدن أو الأحياء أو الشوارع حسب نطاق البحث والهدف منه ويستعين الباحث بالخرائط المساحية في هذه الخطوة ويختار الباحث عددا من هذه المدن أو الإحياء أو الشوارع بطريقة عـشوائية وتـتم مقابلة جميع المفردات التي توجد داخل هذه المدن أو الأحياء أو الشوارع التـي تـم اختيارها عشوائيا وهى عينة احتمالية نظرا لتساوى نفس الفرص لكل مدينة أو حـي أو شارع.

(٢) **<u>عينة المساحة التي يتم اختيارها على مرحلتين :</u>**

وفيها يقوم الباحث باختيار هذه العينة نظرا لعـدم ضـرورة مقابلـة جميـع المفردات في المدينة أو الحي أو الشارع التي تم اختيارها في المرحلة الأولى خاصة في حالة تقاربها من حيث الخصائص موضع البحث ولاختيار هـذه العينـة فـان الباحث يتبع نفس الخطوات التي سبق ذكرها لاختيار عينة المـساحة ذات المرحلـة الواحدة وبعد ذلك يقوم الباحث باختيار عشوائيا في المرحلة الأولى ويلاحظ إن هـذه

العينة يتم اختيارها على مرحلتين حيث يتم اختيار عدد مـــن المـــدن أو الإحيـــاء أو الشوارع عشوائيا في المرحلة الأولى , ثم اختيارها من قبل وتمثل العينة الأخيـــرة المرحلة الثانية ٠

والجدير بالذكر انه بينما نأخذ جميع الإفراد في المدن أو الأحياء أو الـــشوارع التي وقع عليها الاختيار العشوائي في عينة المساحة ذات المرحلة الأولى فانـــه فـــي عينة المساحة ذات المرحلة الثانية نأخذ عينة أخرى من هؤلاء الإفراد ليتم مقـــابلاتهم ودارسة خصائصهم ليس كل الإفراد ولذلك فان هذه العينة قد تـــم اختيارهـــا علـــى مرحلتين ٠

(٣) <u>**عينة المساحة التي اختيارها على مراحل متعددة :**</u>

وتستخدم هذه العينة إذا ما رغب الباحث في اختيار عينة ممثلة لمجتمع كبيـــر تنتشر مفرداته في مناطق جغرافية متعددة وخاصة في حالة توفر الإطار الذي يـــشمل أسماء مفردات مجتمع الدارسة ولاختيار هذه العينة يتم ما يلي :

(أ) اختيار عينة من المدن عشوائيا في المرحلة الأولى ٠

(ب) اختيار عينة عشوائية من شوارع المدن التي تم اختيارها عشوائيا في المرحلـــة الأولى ٠

(جـــ)اختيار عينة من العائلات عشوائيا من الشوارع التي تم اختيارها في المرحلـــة الثانية٠

وقد يتبادر إلى ذهن القاري إن العينة الطبقية وعينة المجموعات مترادفتـــان وفى هذه الحالة نقل انه على الرغم من إنهما عينتين احتماليين إلا إن هنـــاك اختلافـــا كبيرا في طريقة اختيار كل منهما فمثلا يتم اختيار العينة الطبقية على أســـاس تقـــسيم مجتمع الدارسة إلى طبقات ثم يقوم الباحث باختيار عينة عشوائية بـــسيطة مـــن كـــل عشوائية بسيطة من كل طبقة على أساس التوزيع المتناسب أو التوزيع الأمثـــل كمـــا بينا سابقا ٠

إما بالنسبة لعينة المجموعات فيقوم الباحث بتقسيم المجتمع إلى مساحات (مدن مثلا) ثم يقوم الباحث باختيار عدد منها عشوائيا ويقابل جميع المفردات بتا (في حالة المرحلة الواحدة) أو عينة احتمالية منها (في حالة مرحلتين أو أكثر).

كما إن الباحث يعتمد على القوائم التي تبين أسماء مفردات المجتمع في العينة الطبقة بينما يعتمد على الخرائط المساحية في حالة عينة المساحة

ويمكن الجمع بين العينة الطبقية وعينة المجموعات في بعض الأحيان فمثلا تقسم المدن إلى مدن كبيرة ومتوسطة وصغيرة من حيث عدد السكان ثم يقوم الباحث باختيار عدد معينا من كل من المدن الكبيرة والمتوســـطة الـــصغيرة فـــي المرحلـــة عشوائيا ثم يختار الباحث مفردات العينة في المرحلة الثانية والثالثة بنفس الطـــرق السابقة ويمكن للباحث أيضا اختيار المدن والمناطق العشوائية في كل من المرحلتين الأولى والثانية ثم اختيار المفردات في المرحلة الثالثة على أساس طبقي وهكذا

٢ - ٤ - ٥ -العينة العنقودية:

العينة العنقودية هى نظام معاينة يعتبره البعض احد حالات نظـــام المعاينـــة ذات المجموعات وفى هذا النظام يتم تقسيم المجتمع إلى مجموعـــات أو مـــساحات وكأنها عناقيد من العنب مرتبطة بالمجتمع الاصلى ومن داخل المجموعات أو العناقيد المختارة ٠

وتستخدم العينة العنقودية عندما نريد إن ندرس مجموعـــات لهـــا خـــصائص ودلالات تفيد أهداف الدارسة بدلا من معاينة ودارسة المفردات نفسها ويمكن بعد ذلك معرفة اى تفصيلات أخرى عن إفراد هذه المجموعات الداخلة عن المعاينة والجـــدير بالذكر انه على الرغم من إننا نقسم المجتمع إلى مجموعات في كل نظـــام المعاينـــة الطبقية والمعاينة العنقودية إلا إنهما يختلفان عن بعضها البعض ففي المعاينة الطبقية نأخذ عينة عشوائية بسيطة داخل كل مجموعة أو طبقة بينما في المعاينـــة العنقوديـــة نأخذ عينة عشوائية بسيطة من داخل المجموعات أو العناقيد المختارة فقط كذلك يمكن إتباع أنظمة معاينة مختلفة لكل طبقة من طبقات العينة الطبقية إما في العينة العنقودية فإننا يجب إن نستخدم أنظمة متشابهة لكل مجموعة وقع عليها الاختيار ٠

مثال (١٠):

نفرض إننا نريد سحب عينة عشوائية حجمها ٥٠ طالب مـــن طـــلاب معهـــد الخدمة الاجتماعية لتمثل طلاب المعهد فـــي المهرجـــان الـــسنوي للثقافـــة والعلـــوم

والرياضة في هذه الحالة نجد إن المعهد يتكون من أربعة فرق دارسـيه تختلـف مفرداتها فيما بينهما طبقا لمستوى التحصيل العلمي والفكري والثقافي فبلا شك فان طالب الفرقة الرابعة قد اكتمل نضجه وتبلورت أفكاره ومعتقداته وهذا يختلف عـن بقية زملاءه في الفرقة الثالثة أو الثانية أو الأولى ومن ثم فان اختلاف الفرق الدارسة سوف يؤثر في نتيجة تمثيل المعهد في هذا المهرجان السنوي إلا إن هـذا لا ينفـي التميز في النشاط الرياضي والفني لبقية طلاب الفرق الأخرى وهنا يتبـادر لعميـد المعهد إن يمثل جميع الفرق في العينة المختارة وهذا معناه إن يتبع أسلوب المعاينـة الطبقية حيث يتكون المعهد من أربعة طبقات أو مجموعات أو فرق دارسـيه وعلـى العميد إن يوزع إفراد العينة الخمسين على الفرق الأربعة فيأخذ من كل فرقـة عينـة تتناسب مع حجمها هنا تم تقسيم المجتمع إلى أربعة مجموعات ثم تمثليها بالكامل فـي العينة من خلال العينات العشوائية البسيطة المأخوذة من كل مجموعة على حده٠

مثال (١١):

نفرض ألان إننا نريد سحب عينة عشوائية مكونة من ٥٠ طالب من جامعـة القاهرة لتمثل الجامعة في المهرجان المذكور٠

نحن ألان إمام مجتمع الجامعة الذي يتكون من ١٠ كليات مثلا وكل كلية تتكون مـن عديد من الأقسام العلمية ٠

في هذا الحالة نحن لا نستطيع إن نمثل الكليات جميعها أو الأقسام جميعها لذلك نسحب عينة عشوائية من كليات الجامعة لتمثل مجموعة كليات الجامعة ومن الكليات المختارة نسحب عينة عشوائية من الأقسام العلمية ثم نسحب عينة عشوائية من طلاب تلك الأقسام أو يمكن سحب جميع طلاب الأقسام العلمية المختارة في المرحلة الثانية.

هنا نحن إمام عينة طبقية متعددة المراحل تتكون من ثلاثة مراحل هى :

المرحلة الأولى: وتمثلها عملية سحب من كليات الجامعة .

المرحلة الثانية: تمثليها عملية سحب عينة من الأقسام العلمية للكليات المختارة في المرحلة الأولى .

المرحلة الثالثة: تمثلها عملية سحب عينة من طلاب الأقسام العلمية المختارة في المرحلة الثانية.

لاحظ الفرق في نظام المعاينة في المثال (١٠) والمثال (١١) نجد انه في نظام المعاينة الطبقية في المثال (١٠) أخذنا جميع المجموعات أو الفرق لتمثل في العينة ثم سحبنا عينة عشوائية من كل مجموعة على حده.

إما نظام المعاينة متعددة المراحل في المثال (١١) فقد أخذنا عينة عشوائية من المجموعات على مراحل متعددة أولهما مجموعات الأقسام ثم مجموعات الطـــلاب داخل الاقسام٠

مثال (١٢):

نفرض إن محافظة القاهرة أرادت عمـــل دارســـة علـــى الأحيـــاء الـــشعبية والعشوائية بغرض معرفة احتياجاتها من اجل إحداث عملية تنمية شاملة لهذه الأحياء وقد أظهرت الدارسات الاستطلاعية إن هناك ٢٠حى يحتاجون لهذه التنمية٠

هنا الغرض من الدارسة هو معرفة خصائص هذه المجموعات وما تحتاجـــه من اجل عملية التنمية المطلوبة كذلك دارسة خصائص إفرادها لان الإفراد جـــزء لا يتجزأ من الحي فقرر الباحث سحب عينة عشوائية من تلك الأحياء المختارة لدارستهم ومعرفة خصائصهم ٠

نحن ألان إمام نظام معاينة عنقودية ٠

لاحظ إن نظام المعاينة العنقودية يعتبر حالة خاصة من نظام المعاينة المتعـــددة المراحل لذلك نجد بعض المراجع العلمية يطلقون اسم المعاينة العنقودية على المعاينة في المجموعات ٠

ثانيا: العينات غير الاحتمالية (المتعددة):

وفيها يقوم الباحث باختيار عينة يرى أنها تمثل المجتمع بالنـــسبة لخاصـــية معينة وهذه العينات تختار بطريقة عمديه يكون فيها تخير لبعض المفـــردات الهامـــة للباحث والبحث ويكون هذا التحيز كما قلت عدد مفردات العينة ويشترط في اختيـــار العينات المتعمدة ما يلي:

(١) وجود إطار للمجتمع موضع اختيار العينة ٠

(٢) تحديد حجم العينة .

(٣) يتعمد القائم بإعداد العينة وجود مفردات بذاتها ووضعها كأســـاس للاختيـــار

ويعيب العينات غير أللاحتمالية افتقادها إلى نظريات علمية ومعادلات رياضية تحكـــم التصرف فيها وتمكن الباحث من معرفة مقدار الخطأ الذي قد يقع نتيجـــة اســـتخدامه للعينة كما انه ليس من الممكن تعميم النتائج المستقاة منها على المجتمع المسحوبة منه لعدم معرفة حجم احتمال اختيار اى وحدة لتقع في العينة المدروسة ومع هـــذا فـــان العينات غير الاحتمالية يمكن إن تفضل في حالات كثيرة ٠

ومن أمثلة العينات غير الاحتمالية ما يلي :

٢ - ٤ - ٦ -العينات الحصصية :

تعتبر العينات المختارة بطريقة الحصة أهم أنواع العينات غير الاحتماليـــة إذ يكثر استخدامها في المؤسسات وبعض الدوائر الحكومية التي تهتم باستطلاع اى العام

وترجع شهرة العينة الحصصية إلى استخدم معهد جالون لاستطلاع الراى (Gallup poll) الامريكى لها في كثير من الدارسات التي يجريها ٠

وتعتمد العينة الحصصية على حكم العداد ومقدراتـــه فـــي اختيـــار الوحـــدات المدروسة (وحدات المعاينة) حسب مواصفات مسبقة معطاة له ومن ثم يقوم بإجراء الدارسة على عدد المعين من الطبقات سواء اجتماعية كانت أو اقتصادية أو تجاريـــة أو الطبقات حسب النوع ٠٠٠الخ وبالتالي فان الباحث لا يختار الوحدات الداخلة فـــي الدارسة بصورة عشوائية وإنما يترك ذلك للعداد الذي يقوم بمقابلة الوحدات وتحصيل المعلومات منها طبقا لما يراه مناسبا في الميدان والمهم الحصول على اعدد المطلوب من وحدات المعاينة من الطبقات المحددة مسبقا وفى غالب الأحيان فان السبب وراء استخدام المعاينة الحصصية هو الاقتصاد في التكلفة والوقت والجهـــد إذ إن النتـــائج منها غالبا ما تتحكم فيها ظروف زمنية ضيقة ولا يستطيع الباحث تحديـــد احتمـــال سحب اى وحدة ودخولها في العينة وبالتالي لا يستطيع إن يعطى حكما علـــى خطـــا المعاينة أو مدى درجة دقة معاينته كما انه لا يستطيع تعميم نتائجها علـــى المجتمـــع المسحوبة منه غير أنها تعطى مؤشرا عن الخاصية المدروسة٠

<u>شرط اختيار العينة الحصصية :</u>

(١) وجود إطار لمجتمع الدارسة٠

(٢) تحديد حجم العينة٠

(٣) تقسيم المجتمع إلى فئات أو طبقات على أساس الخصائص والصفات بما يؤدى إلى وجود تجانس في الطبقة الواحدة ٠

(٤) يترك للباحث أو العداد حرية الاختيار للمفردات موضع المعاينة ٠

وهذا يعنى إن الباحث يقوم بتقسيم المجتمع الدارسة إلى طبقات أو مجموعـات بناءا على خاصية او مجموعة من الخصائص يحددها الباحث مسبقا ويـرى أنهـا تساعده في النتائج التي يرغب الوصول إليها ثم بعد ذلك يقوم باختيار العدد المطلوب من وحدات المعاينة من كل طبقة أو مجموعة مختارة مسبقا وهذا الاختيـار يكـون الأساس فيه هو الخبرة والحكم الشخصي للباحث أو إعداد ولا دخل للعـشوائية فيـه وتتوقف درجة دقة تقديرات المعاينة ونتائجها بناءا على المقـدرة والخبـرة والحكـم الشخصي للباحث وللأسف لا يوجد مقياس محدد يمكننا من قياس تلك الدقة ٠

٢-٤-٧- العينة العمودية اى القصيدة :

من المعروف انه في كثير من الظواهر والدراسات توجـد بعـض مفـردات المجتمع المدروس يكون لها تأثيرا كبيرا على الخواص التي يجرى عنهـا الدارسـة وفى هذه الحالات فانه لابد من وقوع هذه الوحدات في العينة المدروسة ومع انه قـد يكون الاحتمال كبير في إن تقع هذه الوحدات في العينة إذا مـا اختيـرت بطريقـة عشوائية مرجحة إلا أنها لا تصل لدرجة الضمان ١٠٠% وفى هـذه الحالـة فـان الباحث يتعمد اختيار هذه الوحدات في عينة الدارسة وإجراء دراسـته عليهـا فعلـى المثال إذ أراد فصل من الفصول الدراسية اختيار مجلس اتحاد لهذا الفصل يوجد مـن

بين التلاميذ هذا الفصل تلميذ له علاقة أو صلة قرابة بإدارة الدرس فإذا علم التلاميذ هذا الفصل أو وجود هذا التلميذ بين مجموعة مجالس الاتحاد لأدى هذا إلـــى تـــسهيل كثيرا من الأمور والاحتياجات لمجموعة تلاميذ الفصل في هذه الحالة يكـــون مـــن اراى الصائب اختيار هذه التلميذ بطريقة تحكمية أو عمديه في مجلس الاتحـــاد هـــذا على الرغم من وجود فرص كبيرة لدخول هذا التلميذ مجلس الاتحاد إذا مـــا اختيـــر المجلس بطريقة عشوائية إن هذه الفرصة لن تصل لدرجة الضمان ١٠٠% لهذا يـــتم اختيار هذا الطالب عموديا حتى تكون فرصة اختياره ١٠٠% ويمكن لتلاميذ الفـــصل الاستفادة من علاقته بإدارة المدرسة٠

في هذه الحالة تكون العينة المختارة عينة تحكمية أو عمديه ولذلك يطلق علـــى هـــذا النوع من المعاينات بالمعاينة العمدية او القصدية ٠

هذه الوحدات المختارة لا يمكن ان تمثل عينة عشوائية وبالتالي لا يمكـــن إن تتعرف على مدى دقة نتائجها وليس هناك اى معادلات لحساب المؤشرات المختلفـــة ولا يمكن تعميم نتائجها على المجتمع ككل وشروط اختيار العينة العمدية ما يلى :

(١) وجود إطار المجتمع٠
(٢) تحديد حجم العينة ٠
(٣) وضع شروط ومواصفات لوحدات المعاينة المختارة ٠
(٤) اختيار المفردات طبقا للشروط المحددة مقدما٠

<u>٢-٤-٨- العينة المتمركزة:</u>

في العينة العمدية عمد الباحث إلى اختيار مفـــردات العينـــة طبقـــا لـــشوط ومواصفات يجب توافرها وتحديدها مقدما فمثلا إذا رغبنا في دارســـة اثـــر تـــشغيل المرأة على الكفاية الإنتاجية في الصناعة فان الباحث يـــضع عـــددا مـــن الـــشروط والافتراضات كأساس للتعرف على نتائج الدارسة كان تكون المصانع موضع المعاينة والفحص بتا نسبة من النساء تزيد عن ٣٠% ولا يقل رأس المال المصنع عن مليون جنيه ثم يقوم الباحث بعد ذلك باختيار عددا من المـــصانع تتـــوافر فيهـــا الـــصفات والشروط فإذا تم العثور على مصنعين توافر فيهما عنصري العمالة النـــسائية ورأس المال المطلوب قلنا إن هذه الظاهرة يتماثل فيها متوسط الظـــاهرة مـــع خـــصائص المفردات٠

ولكن قد لا يتيسر اجتماع العنصرين معا في مصنع واحد فيضطر الباحث إلى اختيار مصنع ليمثل نسبة العمالة النسائية ومصنع أخر ليمثل نسبة رأس المال المطلوب ومن مجموع العنصرين يصل الباحث إلى تعميم النتائج من العنصرين فـــي هـــذه الحالـــة تمركزت كل خاصية في وحدة معاينة خاصة بها ومن مجموع وحدات المعاينة يمكن الوصول إلى تحيق الخصائص المطلوبة في الوحدات مثل هذا النوع من المعاينـــات يطلق عليه اسم العينات المتمركزة ويشترط في اختيارها ما يلي :

(١) وجود إطار المجتمع ٠

(٢) تحديد حجم العينة ٠

(٣) وضع شروط ومواصفات لوحدات المعاينة ٠

(٤) نختار العينة العمدية بحيث تكون خصائص كل مفردة مـــن مفـــردات العينـــة تتطابق مع الشروط المحددة مقدما التي تتطابق بالتالي مع خصائص المجتمـــع وفى هذه الحالة فان كل مفردة تتماثل مع الخصائص المطلوبة توافرها وإذا لم يتحقق هذا التماثل في المفردة الواحدة فإننا نحصل على مفـــردات كـــل منهـــا يتوافر فيه خاصة أو أكثر من الخصائص المطلوب توافرهـــا ومـــن مجمـــوع مفردات العينة نحصل على اجمالى الخصائص المطلوب وفى هذه الحالة فـــان العينة تكون عينة ممركزة حيث لا يشترط فيها ضرورة التماثل في كل مفـــردة ولكن المهم إن تمثل مفردات العينـــة فـــي مجموعهـــا خـــصائص المجتمـــع المطلوبة ٠

(٥) اختيار المفردات طبقا للشروط المحددة مقدما ٠

<u>٢-٤-٩- العينة التطوعية:</u>

في بعض الأحيان تجرى بعض المؤسسات دارسات عن طريـــق المـــذيع أو التليفزيون أو الصحف اليومية وفى هذه الحالة فليس الكل ممن تقع في يديه الأســـئلة سيجاوب عليها ولكن فقط سيجاوب عليها الأشخاص الذين لهم رغبة أو الذين يهمهـــم الموضوع اى تطوعا كما إن هناك بعض الدارسات التي تكتيفها بعض القياسات التي تحتاج إلى تضحيات كدارسة فصائل الدم مثلا في مجتمع ففي هذه الحالة سيـــصعب على الباحث إجبار اى شخص إن يجرى عليه هذه القياسات ما لم يكن متطوعا مـــن تلقاء نفسه وطبعا ليس في هذا الاختيار اى عشوائية ولا يمكن تعميم النتـــائج علـــى

المجتمع ولا يمكن معرفة الأخطاء التي قد تنتج من استخدم تلــك العينـــة المتحيـــزة ولكنها تعطى مؤشرا مفيدا عن الظاهرة المدروسة٠

<u>٢-٤-١٠- العينة الميسرة للباحث :</u>

فيها يتم اختيار العينة بهدف التيسير على الباحث عند اختيار مفرداتها العينة من المجتمع الدارسة ويتم اختيار هذه المفردات بحيث يسهل على الباحث الوصـــول إليها ومقابلتها وجميع البيانات المطلوبة منها ومن امثاتها مقابلته المارة فـــي بعــض الشوارع أو رواد احد المتاجر أو المسافرين على خط جوى معين ٠٠ الخ ويـــشترط لسحب هذه العينة إن تكون جميع مفردات المجتمع متجانسة بحيث تكفـــى مقابلـــة اى مفردة منها للحصول على البيانات المطلوبة طبقا لإغراض البحث ٠

ويمكن اختيار هذه العينة أيضا في البحوث التي تهدف إلى الاختيـــار الأولـــى لقائمة الأسئلة قبل تقدير قيمة ظاهرة معينة في مجتمع الدارسة (العينة الاستطلاعية) وبالطبع فان العينة تتصف بعدم الموضوعية نظرا لتأثر اختيـــار المفـــردات بـــالراى الشخصي للباحث إلا أنها تتميز بقلة التكاليف من حيـــث المـــال والوقـــت والمجهـــود بالنسبة لإعداد الإطار واختيار مفردات العينة والإشراف والرقابة على العمليات جمع البيانات ٠

<u>ثالثا: العينات المختلطة:</u>

هي العينات التي تجمع بين العشوائية والعمدية ومن أمثلتها :

٢-٤-١١- العينات الجزئية:

تختار من بين مفردات العينة الأصلية لإجراء أبحاث عليها للتأكد من صـــحة بيانات العينة الأصلية أو للحصول على بيانات أكثر تفصيلا عن إفـــراد المجتمـــع موضع الدارسة وذلك لصعوبة الحصول عليها من إفـــراد العينـــة الأصـــلية أو لان الإفراد الذين تجمع منهم هذه البيانات لا يمكن تحديدهم إلا على ضوء بيانات العينـــة الأصلية أو لان درجة التجانس بين إفراد العينة قد بلغ درجة تجعـــل دارســـة هـــذه النواحي بين إفراد العينة الأصلية لا مبرر له والاكتفاء بعينة من هولاء الإفراد وهـــي العينة الجزئية٠

ويتم اختيار العينة الجزئية طبقا للشروط التالية :

(١) وجود إطار المجتمع٠

(٢) تحديد حجم العينة ٠

(٣) اختيار مفردات العينة ٠

(٤) اختيار مفردات من العينة الأصلية بهدف إجراء دارسة تفصليه عليها ٠

فمثلا لو أردنا التعرف على رغبات المستهلك في أثاث الزوجية فان تحديـــدها يبـــدأ باختيار عينة من الأسر (عشوائيا) ثم اختيار مفردات من اسر العينة بشرط وجود شبان وشابات في سن الزواج باعتبارهم أساس المقابلة (عمديا) ثم اختيار عدد مـــن

الشبان والشابات السابق إجراء المقابلات معهم لإجراء دارســة تفــصيلية معهــم أو لاختيار معنوية البيانات وصدقها٠

<u>٢-٤-١٢- العينات المركبة :</u>

عندما تتفاوت درجة التجانس بين للأجزاء المختلفة للمجتمع تحــت الدارســة أو تتزايد الصعوبات التي تواجه جامعي البيانات في بعض أجزاء المجتمع عنها مختلفــة لأخذ عينة من كل هذه الأجزاء ثم تضم هذه العينات جميعها إلــى بعــضها الــبعض لتكون ما يعرف باسم العينة المركبة والجدير بالــذكر إن شــروط العينــة المركبــة ما يلي :

(١) وجود إطار المجتمع٠

(٢) تحديد حجم العينة ٠

(٣) إتباع أساليب مختلفة طبقا لأجزاء المجتمع بما يؤدى إلى اســتخدم أكثــر مــن طريقة للمعاينة سواء العشوائية أو غير العشوائية ٠

تمارين على الباب الثاني

١) اذكر ماذا تقصد بعملية المعاينة ؟

٢) اشرح حالات استخدم أسلوب المعاينة ؟

٣) اذكر قواعد المعاينة ؟

٤) اذكر أنواع وتقسيمات العينات التي يمكن إن يستخدمها الباحث في دارسته ؟

٥) ما هى مزايا وعيوب العينة العشوائية البسيطة ؟

٦) اذكر شروط اختيار العينة العشوائية البسيطة ؟

٧) ما هى طرق اختيار العينة العشوائية البسيطة مع ذكر مثال واحد مبسط لكــل حالة ؟

٨) ماهى المشاكل التي تترتب على استخدام العينات العشوائية البسيطة ؟

٩) ماهى العينة العشوائية المنتظمة ؟

١٠)ماهى مزايا وعيوب العينة العشوائية المنتظمة ؟

١١)ماهى شروط العينة العشوائية المنتظمة ؟

اشرح مثال مبسط تبين فيه كيفية سحب مفردات العينة العشوائية المنتظمة ؟

١٢) ماهى العينة العشوائية الطبقية ؟

١٣) اذكر مزايا العينة العشوائية الطبقية ؟

١٤) ما هى شروط العينة العشوائية الطبقية ؟

١٥) اشرح طريقة اختيار العينة العشوائية الطبقية ؟

١٦) اذكر طرق توزيع العينة العشوائية الطبقية على الطبقات المختلفة مـــع ذكـــر القانون الرياضي الخاص بكل طريقة ؟

١٧) اذكر القانون الخاص بالتوزيع الامثل لمفردات العينة الطبقية ؟

١٨) في حالة توافر كل من الانحراف المعياري وتكلفة جمع المفردة اذكر القـــانون الخاص بتوزيع مفردات العينة الطبقية ؟

١٩) اشرح مشاكل العينة الطبقية ؟

٢٠) اذكر استخدامات العينة العشوائية الطبقية ؟

٢١) ما هى العينة العشوائية متعددة المراحل ؟

٢٢) اشرح أسباب شيوع انتشار استخدام المعاينة في مجموعات ؟

٢٣) ماهى عينة المساحة واذكر أنواعها المختلفة ؟

٢٤) ما هى شروط اختيار العينات غير الاحتمالية ؟

٢٥) اشرح العينة الحصصية واذكر شوط اختيارها ؟

٢٦) اشرح العينة الممركزة واذكر شوط اختيارها ؟

٢٧) اشرح العينة الجزئية واذكر شروط اختيارها ؟

٢٨) اشرح العينة العمدية واذكر شوط اختيارها ؟

٢٩) اشرح العينة المركبة واذكر شروط اختيارها ؟

٣٠) استخدام جدول الأرقام العشوائية لسحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ١٠ وحدات من مجتمع حجمه ٤٦٥ مفردة مرة باستخدام طريقة مجموعات الإطار ومرة أخرى بدون استخدام طريقة المجموعات ٠

٣١) إذا كانت نسبة المعاينة في العينة العشوائية المنتظمة ٢:٣٠ بين كيفية سحب عينة عشوائية منتظمة من مجتمع حجمه ٦٠ مفردة اذكر أرقام مفردات العينة المنتظمة ٠

٣٢) لدينا مجتمع حجمه ٨٠ مفردة أردنا اختيار عينة عشوائية منتظمة حجمها ١٠ مفردات بين كيفية اختيار تلك العينة ٠

٣٣) يراد سحب عينة عشوائية طبقيـــة حجمهـــا ٨٠٠ وحـــدة مـــن مجتمـــع بـــه ٢٢٠٠٠وحدة ومقسم إلى ثلاث طبقات بياناتها كالتالي:

رقم الطبقة هـ	١	٢	٢
عدد الوحدات الطبقية	٨٠٠٠	٢٠٠٠	١٢٠٠٠
التباين في الطبقة $s^2_{هـ}$	٢٥	٣٦	١٦

والمطلوب توزيع حجم العينة على الطبقات الثلاث ٠

٣٥) مجتمع يتكون من أربعة طبقات ا, ب, جـــ, د إحجامهـــا ١٢٠, ٢٥٠, ٢٠٠, ١٥٠ مفردة على الترتيب ويراد سحب عينة عشوائية منه حجمها ١٠ مفـــردات كيف توزيع هذه العينة على الطبقات ثم استخدام جدول الأرقام العشوائية لسحب هذه المفردات من الطبقات ٠

٣٦) مجتمع مكون من ٣٥٠ مفردة يراد سحب عينة عشوائية بسيطة منه حجمهـــا ٧ وحدات بين كيف يتم سحب تلك المفردات من المجتمع ٠

الفصل الثالث

التنبؤ الإحصائي

الفصل الثالث

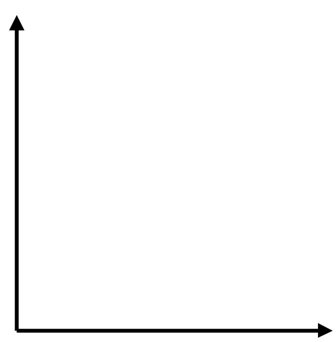
التنبؤ الإحصائي

الانحدار Regression

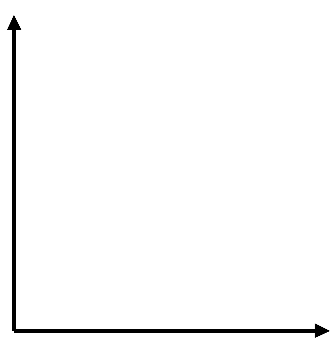
يهدف الانحدار إلى تقدير العلاقة بين المتغير التابع ، ونرمز له بالرمز ص ــ ومتغير آخر مستقل ، ونرمز لــه بــالرمز س . على أن المتغير المستقل قد يكون متغيرا واحدا وقد يكــون عــدة متغيرات , ويستخدم الانحدار في عملية التنبؤ الإحــصائي . وقــد تأخذ العلاقة صورة الخط المستقيم ، ويطلق عليها الانحدار المستقيم Linear regression ، كما قد تأخذ العلاقة شكل المنحنـــي ، وهنا يطلــق عليهــا الانحــدار غيــر المــستقيم Nonlinear regression وسوف نقصر الدراسة علــى تحليــل الانحــدار المستقيم.

ويمكن تمثيل أزواج المشاهدات لكــل مــن الظــاهرتين أو المتغيرين س ، ص ــ المطلوب تقدير العلاقة بينهما ــ بيانيا فــإذا

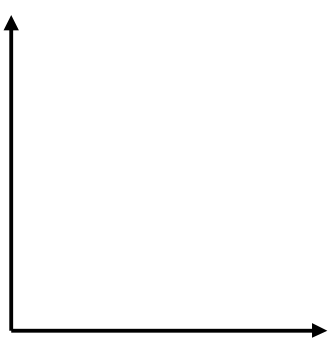
كان المحور الأفقي ممثلا للمتغير المستقل س ، والمحور الرأسي ممثلا للمتغير التابع ص ، فإنه يمكن تمثيل أزواج قيم كل من المتغيرين بنقطة إحداثيها السيني هو قيمة المتغير المستقل س وإحداثيها الصادي هو قيمة المتغير التابع ص وبذلك نحصل على شكل الانتشار Scater diagram ويتوقف شكل الانتشار على العلاقة بين المتغيرين . وتمثل الأشكال التالية بعض أنواع الانتشار التي قد نحصل عليها :



شكل (١)



شكل (٢)



شكل (٣)

ويلاحظ أن شكل الانتشار (١) يدل على أنه لا توجد ثمة علاقة بين المتغيرين ، حيث أن النقط الممثلة لأزواج القيم مبعثرة في الرسم بلا نظام معين أو ترتيب خاص . وعلى العكس من ذلك نجد أن الشكلين (٢) ، (٣) يدلان على وجود علاقة بين المتغيرين ، فشكل الانتشار يأخذ نظاما معينا ففي الشكل (٢) نجدأن النقط تتصاعد ناحية اليسار ، أي أن الزيادة في قيمة الظاهرة س يقابلها بالتبعية زيادة في قيمة الظاهرة ص والعكس بالعكس ، وهو ما عبرنا عنه بالعلاقة الطردية . أما في الشكل (٣) فإن النقط تهبط في اتجاه اليسار ، أي أن زيادة قيمة الظاهرة المستقلة س يقابلها نقص في قيمة الظاهرة التابعة ص ، والعكس بالعكس ، وهى العلاقة العكسية التي سبق الإشارة إليها وتجدر الإشارة إلى أن هذه العلاقة ليست بالضرورة سببا في تغير ص .

توفيق الخط المستقيم

إذا اتخذ شكل الانتشار اتجاها محددا فإنه يمكن توفيق أحسن خط يمر بين النقط ، ويعبر بالتالي عن شكل الانتشار . ويمثل

الخط المعبر عن شكل الانتشار ما يسمي بالنزعة المركزية للـــنقط الممثلة لأزواج القيم وسنقصر بحثنا على العلاقة الخطيـــة أو مـــا يطلق عليه الانحدار الخطي . ويطلق على ميل هـــذا الخـــط لفـــظ معامل الانحدار . ويمكن توفيق هذا الخط بالنظر بحيث يمر بأكبر عدد ممكن من النقط، ويمر بين النقط الأخرى بالتوازن ، مع إهمال النقط الشاذة في الشكل، ولكن توفيق الخط بالنظر قد يعوزه الدقـــة فتستخدم طريقة المربعات الصغرى لمعرفة معادلة هذا الخط .

طريقة المربعات الصغرى لتقدير معادلة الخط المستقيم :

من المعروف أن معادلة الخط المستقيم الذي يبين العلاقـــة الخطية بين متغير مستقل س ومتغير تابع ص يعبر عنها بالمعادلة التالية :

ص = أ + ب س + د

حيث يمثل (أ) الجزء المقطوع من المحور الرأسي بالمستقيم الممثل للعلاقة بين كل من المتغيرين س ، ص أي هو القيمة التي

يأخذها المتغير التابع ص عندما تكون قيمة المتغيـــر المـــستقل س مساوية للصفر .

ويمثل (ب) ميل الخط ، أو معامل الانحدار . وهو التغيـــر في قيمة ص نتيجة لتغير س وحـــدة واحـــدة . أمـــا (د) فترمـــز لانحرافات القيم الفعلية للمتغير التابع ص عن قيمة المقدرة طبقـــا للمعادلة . لذلك فإن أفضل الخطوط هو ذلك الخط الذي تكون قيمة (د) في معادلته أقل ما يمكن . ويلاحظ على المقدار (د) ما يلي :

(أ) يعتبر (د) متغيرا عشوائيا مستقلا عن باقي الانحرافات ,أي أن احتمال الحصول على انحراف ما لأي مفـــردة يكـــون مستقلا تماما عن انحرافات باقي المفردات .

(ب) تأخذ قيم (د) شكل التوزيع المعتـــاد أو الطبيعـــي ، أي أن متوسطه يساوى صفرا وتباينه الوحدة .

فإذا كان الخط الممثل للعلاقة يمر بالوسط الحـــسابي لكـــلا المتغيرين أي . $\bar{س}$, $\bar{ص}$ ثم يمر بين باقي النقط بـــالتوازن فـــإن مجموعة الانحرافات الرأسية للنقط عنه يكـــون مـــساويا صـــفرا

وبالتالي فإن مجموع مربعات هذه الانحرافات يساوي أقل ما يمكن ، لذلك فإن هذا الخط يعتبر أفضل الخطوط الممثلة للعلاقة بين كل من س ، ص.

ونلاحظ أن قيم المتغير ص التي تتحدد طبقا للمعادلة تكـــون قيما تقديرية قد تساوي القيم الفعلية المناظرة لها وقد تختلف عنها . لذلك فإنه يجب التعبير عن المتغير ص في المعادلة بالرمز ص$^{\Delta}$ أي تقدير ص.

ص$^{\Delta}$ = أ + ب س ... ...(١)

من ذلك يتضح أنه بالحصول على قيمة كل مـــن أ ، ب أي معلمتي الخط فإنه يمكن بسهولة معرفة معادلته ورسمه بـــافتراض قيما للمتغير س وتقدير قيم ص المناظرة لها .

ومن المعادلة السابقة (١) يمكن الوصول إلى المعادلتين الطبيعيتين الآتيتين .

مجـــــ ص = ن أ + ب مجــــــ س ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ (٢)٠

مجـــ س ص = أ مجــــــ س + ب مجــــــ س^{٢} ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ (٣)٠

وبقسمة المعادلة (٢) على ن فإن يمكن الحصول على المعدلة التالية

$\overline{\text{ص}}$ = أ + ب $\overline{\text{س}}$

ومنها تكون قيمة أ = $\overline{\text{ص}}$ – ب $\overline{\text{س}}$

كما يمكن إثبات أن :

$$\text{أ} = \frac{[\text{مجـ ص} \times \text{مجـ س}^{٢}] - [\text{مجـ س} \times \text{مجـ س ص}]}{\text{ن مجـ س}^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢}} \quad \text{........ (٤)}$$

$$\text{ب} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن مجـ س}^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢}} \quad \text{....... (٥)}$$

ولكن إذا كان ص هو المتغير المستقل و س هـــو المتغيـــر التابع فإنه يمكن القول بأن معادلة الخط ستكون كما يلي :

$$\overset{\Delta}{س} = ر + و\ ص \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (٦)$$

ويكون ر هو الجزء المقطوع بالمستقيم من المحور الرأسي، بينما تمثل وميل هذا المستقيم . ويتم بعد ذلك اشـــتقاق المعـــادلات تماما كما سبق .

مثال (١): إذا كانت البيانات التالية تخص بيانات تقرير معين والتي تبين قيم كل من المتغير المستقل س والمتغير التابع ص ، والموضحة في الجدول التالي فالمطلوب تحليل هـــذه البيانات باستخدام أسلوب الانحدار.

س	٧	٩	١٥	١٢	٦	٥	٨	١٠	١١	١٣
ص	١٠	١٢	١٣	١١	٧	٩	١٢	١٦	١٥	١٠

الحل:

س	ص	$س^2$	$ص^2$	س ص
٧	١٠	٤٩	١٠٠	٧٠
٩	١٢	٨١	١٤٤	١٠٨
١٥	١٣	٢٢٥	١٦٩	١٩٥
١٢	١١	١٤٤	١٢١	١٣٢
٦	٧	٣٦	٤٩	٤٢
٥	٩	٢٥	٨١	٤٥
٨	١٢	٦٤	١٤٤	٩٦
١٠	١٦	١٠٠	٢٥٦	١٦٠
١١	١٥	١٢١	٢٢٥	١٦٥
١٣	١٠	١٦٩	١٠٠	١٣٠
٩٦	١١٥	١٠١٤	١٣٨٩	١١٤٣

$ص^{\Delta}$ = أ + ب س ... ...(١)

$$أ = \frac{[\text{مجـ ص} \times \text{مجـ س}^{٢}] - [\text{مجـ س} \times \text{مجـ س ص}]}{\text{ن مجـ س}^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢}} \quad ...... (٤)$$

$$ب = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن مجـ س}^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢}} \quad .... (٥)$$

$$أ = \frac{[١١٥ \times ١٠١٤] - [٩٦ \times ١١٤٣]}{(١٠ \times ١٠١٤) - (٩٦\times٩٦)} = ٧,٥$$

$$ب = \frac{[١٠ \times ١١٣٤] - [٩٦ \times ١١٥]}{(١٠ \times ١٠١٤) - (٩٦\times٩٦)} = ٠,٤٢$$

ملحوظة: يمكن الحصول علي قيمة أ بإستخدام العلاقة

$$أ = \bar{ص} - ب \bar{س}$$

$$\therefore أ = \frac{١١٥}{١٠} - ٠,٤٢ \frac{(٩٦)}{١٠} = ٧,٥$$

∴ معادلة الخط هي : ص = ٧,٥ + ٠,٤٣ س

ويمكن إيجاد كل من معلمتي الخط بالتعويض في المعادلتين الطبيعتين (٢) ، (٣) على الوجه التالي :

١١٥ = ١٠أ + ٩٦ ب

١١٤٣ = ٩٦ أ + ١٠١٤ ب

مثال (٢): حلل بيانات التي تخص تقرير معين باستخدام أسلوب الانحدار والموضحة في الجدول التالي باعتبار المتغير التابع هو س والمتغير المستقل هو ص .

ص	٢	٣	١	٥	٧	٩	٤	١١	٨	٩
س	١٠	٤٠	٢٠	٧٠	٦٠	١١٠	٦٠	١٠٠	٨٠	٥

الحل :

ص	س	$ص^{٢}$	س ص
٢	١٠	٤	٢٠
٣	٤٠	٩	١٢٠
١	٢٠	١	٢٠
٥	٧٠	٢٥	٣٥٠
٧	٦٠	٤٩	٤٢٠
٩	١١٠	٨١	٩٩٠
٤	٦٠	١٦	١٤٠
١١	١٠٠	١٢١	١١٠٠
٨	٨٠	٦٤	٦٤٠
٩	٥	٣٦	٣٠٠
٥٦	٦٠٠	٤٠٦	٤٢٠٠

معادلة انحدار س على ص :

س = ر + وص

$$ر = \frac{[\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}^{٢}] - [\text{مجـ ص} \times \text{مجـ س ص}]}{\text{ن مجـ ص}^{٢} - (\text{مجـ ص})^{٢}}$$

أو

$$ر = \overline{س} - و\overline{ص}$$

$$ر = \frac{[٦٠٠ \times ٤٠٦] - [٥٦ \times ٤٢٠٠]}{١٠ \times ٤٠٦ - (٥٦)^٢} = ٩,٠٩١$$

$$و = \frac{[ن\ مجـ\ س\ ص - (مجـ\ س \times مجـ\ ص)]}{ن\ مجـ\ ص^٢ - (مجـ\ ص)^٢}$$

$$و = \frac{[١٠ \times ٤٢٠٠ - (٦٠٠ \times ٥٦)]}{١٠ \times ٤٠٦ - (٥٦)^٢} = ٩,٠٩١$$

∴ معادلة انحدار س على ص هي :

س = ٩,٠٩١ + ٩,٠٩١ ص

هذا ويمكن استخدام معادلة الانحدار في التنبؤ أو التقدير لقيم المتغير التابع ص الغير ظاهرة في الجدول بمعلومية قيمة المتغير س .

ولاختبار مدي دقة التوفيق فإننا نحسب الخطأ المعياري Standard Error وهو الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الفروق بين القيم الفعلية للمتغير التابع ص وبين القيم المقدرة من معادلة الانحدار والمناظرة لها ، أي أن :

$$\text{الخطأ المعياري للتقدير} = \sqrt{\frac{\text{مجـ}\,(\text{ص} - \text{ص}^{\Delta})^{2}}{\text{ن}}}$$

وتتناسب درجة الدقة عكسيا مع مقدار الخطأ المعياري .

وإذا افترضنا أن القيم تتبع التوزيع الطبيعي فمن المتوقع أن :

٦٨,٣% من القيم المقدرة بالمعادلة تقع في المدى ± وحدة خطأ معياري وأن

٩٥,٥ % من القيم المقدرة بالمعادلة تقع في المدى ± وحدتين خطأ معياري وأن

٩٩,٧ % من القيم المقدرة بالمعادلة تقع في المدى ± ثلاث وحدات خطأ معياري

مثال (٣) : باستخدام بيانات تقرير معين والموضحة في الجـــدول التالي والمطلوب تحليل هذه البيانات باستخدام أســـلوب الانحدار ثم إيجاد الخطأ المعياري باعتبار المتغير التابع هو ص والمتغير المستقل هو س .

س	-٢	-١	صفر	١	٢
ص	٤,٧	٥,٢	٥,٨	٦,١	٦,٥

الحل:

س	ص	س٢	س ص	س^
-٢	٤,٧	٤	-٩,٤	٤,٧٦
-١	٥,٢	١	-٥,٢	٥,٢١
صفر	٥,٨	صفر	صفر	٥,٦٦
١	٦,١	١	٦,١	٦,١١
٢	٦,٥	٤	-١٣,٠	٦,٥٦
صفر	٢٨,٣	١٠	٤,٥	٢٨,٣

معادلة انحدار ص على س هي

$$\text{ص} = \text{أ} + \text{ب س}$$

$$\text{أ} = \frac{[\text{مجـ ص} \times \text{مجـ س}^{2}] - [\text{مجـ س} \times \text{مجـ س ص}]}{\text{ن مجـ س}^{2} - (\text{مجـ س})^{2}}$$

$$\text{أ} = \frac{[\text{٢٨,٣} \times \text{١٠}] - [\text{صفر} \times \text{٤,٥}]}{\text{٥} \times \text{١٠} - (\text{صفر})^{2}} = \text{٥,٦٦}$$

$$\text{ب} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن مجـ س}^{2} - (\text{مجـ س})^{2}}$$

$$\text{ب} = \frac{\text{٥} \times \text{٤,٥} - \text{٢٨,٣} \times \text{صفر}}{\text{٥} \times \text{١٠} - (\text{صفر})^{2}} = \text{٠,٤٥}$$

∴ معادلة انحدار ص على س هي

ص = ٥,٦٦ + ٠,٤٥ س

وباستخدام هذه المعادلة في حساب قيم ص التقديرية ($\overset{\Delta}{ص}$) تحصل على ما يلي :

$\overset{\Delta}{ص}_{١}$ = ٥,٦٦ + ٠,٤٥ × -٢ = ٤,٧٦

$\overset{\Delta}{ص}_{٢}$ = ٥,٦٦ + ٠,٤٥ × -١ = ٥,٢١

$\overset{\Delta}{ص}_{٣}$ = ٥,٦٦ + ٠,٤٥ × صفر= ٥,٦٦

$\overset{\Delta}{ص}_{٤}$ = ٥,٦٦ + ٠,٤٥ × ١ = ٦,١١

$\overset{\Delta}{ص}_{٥}$ = ٥,٦٦ + ٠,٤٥ × ٢ = ٦,٥٦

ومن الجدول التالي يمكن أن تقارن القـــيم الفعليـــة بـــالقيم المقدرة للمتغير ص للحصول على الخطأ المعياري :

ص	$\hat{\text{ص}}$	$(\text{ص} - \hat{\text{ص}})$	$(\text{ص} - \hat{\text{ص}})^{٢}$
٤,٧	٤,٧٦	٠,٠٦	٠,٠٠٣٦
٥,٢	٥,٢١	٠,٠١	٠,٠٠٠١
٥,٨	٥,٦٦	٠,١٤	٠,٠١٩٦
٦,١	٦,١١	٠,٠١	٠,٠٠٠١
٦,٥	٦,٥٦	٠,٠٦	٠,٠٠٣٦
			٠,٠٢٧٠

الخطأ المعياري = $\sqrt{\dfrac{\text{مجـ } (\text{ص} - \hat{\text{ص}})^{٢}}{\text{ن}}}$

$$\therefore \text{الخطأ المعيار} = \sqrt{\frac{٠,٠٢٧}{٥}} = ٠,٠٧٤$$

ويلاحظ أن حساب الخطأ المعياري من المعادلـــة الـــسابقة يستلزم إجراء عمليات حسابية قد تكون صعبة خاصـــة إذا كانـــت الأرقام كبيرة ، وإذا أجريت العمليات يدويا . لذلك قد نلجـــأ إلـــى معادلة أخري أسهل منها من الوجهة الحسابية يمكن استنباطها من معادلة الخط المستقيم ذاتها وتأخذ الشكل التالي :

$$\text{الخطأ المعياري} = \sqrt{\frac{\text{مجــ ص}^{٢} \text{ ــ أ مجــ ص ــ ب مجــ س ص}}{\text{ن}}}$$

وبالتطبيق على المثال الأسبق يمكم تقدير الخطأ المعيـــاري باستخدام المعادلة السابقة كما يلي :

تحسب أولا عمود $ص^2$:

ص	$ص^2$
٤,٧	٢٢,٠٩
٥,٢	٢٧,٠٤
٥,٨	٣٣,٦٤
٦,١	٣٧,٢١
٦,٥	٤٢,٢٥
٢٨,٣	١٦٢,٢٣

$$\therefore \text{الخطأ المعياري} = \sqrt{\frac{١٦٢,٢٣ - ٥,٦٦ \times ٢٨,٣ - ٠,٤٥ \times ٤,٥}{٥}}$$

$$\text{الخطأ المعياري} = \sqrt{\frac{٠,٠٢٧}{٥}} = ٠,٠٧٤$$

وهي نفس النتيجة السابقة

تمارين :

تمرين (١): إذا كانت البيانات التالية تخص بيانات تقريـــر معـــين والتي تبين قيم كل من المتغير المـــستقل س والمتغيـــر التابع ص ، والموضحة في الجدول التـــالي فـــالمطلوب تحليل هذه البيانات باستخدام أسلوب الانحدار.

س	٨	١٠	١٦	١٣	٧	٦	٩	١١	١٢	١٤
ص	١١	١٣	١٤	١٢	٨	١٠	١٣	١٧	١٦	١١

تمرين (٢): حلل بيانات التي تخص تقرير معين باستخدام أســلوب الانحدار والموضحة في الجدول التالي باعتبار المتغير التابع هو س والمتغير المستقل هو ص .

ص	٣	٤	٢	٦	٨	١٠	٥	١٢	٩	١٠
س	١١	٤١	٢١	٧١	٦١	١١١	٦١	١٠١	٨١٠	٦

تمرين (٣): باستخدام بيانات تقرير معين والموضحة في الجـدول التالي والمطلوب تحليل هذه البيانات باستخدام أسـلوب الانحدار ثم إيجاد الخطأ المعياري باعتبـار المتغيـر التابع هو ص والمتغير المستقل هو س .

س	-٣	-٢	صفر	٢	٣
ص	٥,٧	٦,٢	٦,٨	٧,١	٧,٥

الفصـــل الرابع

الأرقام القياسية

الباب الرابع

الأرقام القياسية

تشغل الأرقام القياسية مكانـــاً بـــارزاً بـــين المقـــاييس الإحـــصائية المستخدمة لدراسة الظواهر الاجتماعية والاقتصادية. ويؤكد مؤلفـــو دائـــرة المعارف الاقتصادية أن الأرقام القياسية وسيلة فعالة وهامة جداً من وســـائل الإحصاء الحديث. وهم يعرفون الأرقام القياسية بأنها قيم نسبية تصف كميـــاً أوجه المتغير الإحصائي في مجتمعات مختلفة. علي أننا تقابل تعاريف أخرى قد تختلف عن ذلك في المراجع المختلفة, فيعرف البعض الرقم القياسي بأنـــه "معدل السلسلة الزمنية". ويرى آخرون أن الرقم القياسي هو قيمة نسبية مـــن نوع خاص. ويضيف البعض إلي ذلك أن الرقم القياسي كقيمة نسبية يظهـــر بشكل مباشر التغير المتوسط في الظواهر الاجتماعية.

ونلاحظ أن هؤلاء الكتاب وغيرهم يقصرون دور الرقم القياسي علي وصف إجمالي التغير في الظاهرة وهو ما يمكن أن نطلـــق عليـــه المدرســـة التقليدية. ويرى أنصار المدرسة التحليلية أن الرقم القياسي لا يجب أن يصف فقط إجمالي التغير في الظاهرة إنما يجب أيضاً أن يـــصف دور كـــل مـــن العوامل التي أدت إلي إحداث هذا التغير الإجمـــالي. فيـــذكر أنـــصار هـــذه المدرسة أن الرقم القياسي يجب أيضاً أن يصف تغير الظاهرة المركب مـــن عوامل متجانسة وقابلة للجمع. ويضيف آخرون علي أن المجتمعين لمفردات إحدى الظواهر الاجتماعية الاقتصادية مستبعدين بذلك الظـــواهر الطبيعيـــة. ونرى أن الرقم القياسي في الإحصاء هو "مقياس تعميمي لمقارنة مجتمعـــين

متجانسين لإحدى الظواهر الاجتماعية – الاقتصادية المكونة من مجموعة من العوامل القابلة للجمع بشكل مباشر"

وسوف نتناول بالدراسة تركيب الأرقام القياسية واستخداماتها. إذا علمنا أن سعر الوحدة من سلعة معينة كان ٢٠ قرشاً في عام ١٩٧٠ وارتفع إلي ٢٥ قرشاً في عام ١٩٧١ فيمكن القول بالتالي بأن السعر في عام ١٩٧١ ارتفع إلـي ١٢٥% ($\frac{٢٥}{٢٠}$ × ١٠٠) عن مستواه في عام ١٩٧٠. ويطلق علي المقدار ١٢٥% منسوب السعر في عام ١٩٧١. كما يطلق علي سنة ١٩٧٠ سنة الأساس وعلي سنة ١٩٧١ سنة المقارنة. وبذلك يمكن القول بأن منسوب السعر = $\frac{\text{السعر في سنة المقارنة}}{\text{السعر في سنة الأساس}}$ وإذا كانت $ع_{١}$ ترمز للسعر في سنة المقارنة, $ع_{٠}$ ترمز للسعر في سنة الأساس فإن منسوب السعر = $\frac{ع_{١}}{ع_{٠}}$ وسوف ترمز لمنسوب السعر بالرمز $م_{ع}$.

ويمكن حساب منسوب الكمية بنفس الطريقة. فإذا رمزنا للكمية في سنة المقارنة بالرمز $ك_{١}$ وللكمية في سنة الأساس بالرمز $ك_{٠}$. فإن منسوب الكمية = $\frac{ك_{١}}{ك_{٠}}$ ونرمز لمنسوب الكمية بالرمز $م_{ك}$.

ولما كانت القيمة = الكمية × السعر فإذا رمزنا للقيمة بالرمز ق فإن ق = ع × ك, $ق_{٠}$ = $ع_{٠}$ $ك_{٠}$, $ق_{١}$ = $ع_{١}$ $ك_{١}$. ويكون منسوب القيمة = $\frac{ع_{١}\,ك_{١}}{ع_{٠}\,ك_{٠}}$ ونرمز لمنسوب القيمة $م_{ن}$.

فالمنسوب إذن يعبر عن تغير الوحدة, بمعنى أن منسوب السعر لسلعة ما يبين تغير سعر هذه السلعة. ومنسوب الكمية يعبر عن تغير كميتها. كما يعبر منسوب القيمة عن تغير قيمتها.

أمثلة:

١ - كان تقدير عدد السكان في عام ١٩٦٠ ٢٥,٨ مليون شخص, وكان تقدير عدد سكان مصر عام ١٩٧٠ ٣٣,٣ مليون شخص فيكون منسوب عدد السكان

$$= \frac{٣٣,٣}{٢٥,٨} \times ١٠٠ = ١٢٩\%$$

٢ - إذا كان إجمالي الأجور في قطاع الصناعة عام ١٩٦٥/٦٤ مساوياً ١٥٩,٦ مليون جنية وكان إجمالي الأجور في قطاع الصناعة عام ١٩٧٠/٦٩ مساوياً ١٧٥,٧ مليون جنيه فيكون منسوب الأجور في قطاع الصناعة

$$= \frac{١٧٥,٧}{١٤٩,٦} \times ١٠٠ = ١١٧\%$$

٣ - يفرض توفر المعلومات التالية عن إحدى السلع:

السعر في سنة الأساس ($ع_.$) = ١٨٠ جنيه

السعر في سنة المقارنة ($ع_١$) = ١٥٠ جنيه

الكمية في سنة الأساس ($ك_.$) = ٥٠٠٠ جنيه

الكمية في سنة المقارنة ($ك_١$) = ٦٠٠٠ جنيه

منسوب السعر $\frac{ع_1}{ع_.} = \frac{١٥٠}{١٨٠} \times ٨٣,٣\%$

منسوب الكمية $= \frac{ك_١}{ك_.} = \frac{٦٠٠٠}{٥٠٠٠} \times ١٠٠ = ١٢٠\%$

$$\text{منسوب القيمة} = \frac{\text{ع}_1\,\text{ك}_1}{\text{ع}_0\,\text{ك}_0} = \frac{١٥٠ \times ٦٠٠٠}{١٨٠ \times ٥٠٠٠} \times ١٠٠ = ١٠٠\%$$

منسوب السعر نقص بمقدار ١٦,٧% بينما زاد منسوب الكمية ٢٠% ولم يسجل منسوب القيمة أي تغير.

فالمنسوب إذن يصف تغير صورة واحدة لظاهرة معينة, ولكن علم الإحصاء – كما نعلم – يتعامل مع الظواهر كبيرة العدد حيث يمكن تعميم النتائج. لذلك يستلزم الأمر حساب رقم قياس يعبر عن التغير المتوسط للظاهرة كلها وليس لوحدة منها فقط. ويمكن اعتبار الرقم القياسي كقيمة متوسطة للمناسب. ونظرياً يمكن حساب هذه القيمة المتوسطة بأي مقياس: وسط حسابي, وسط توافقي, وسط هندسي , وسيط , منوال. ولكننا نستبعد الوسيط والمنوال حيث لا يدخل في حسابهما جميع القيم, أي جميع المناسيب. وجبرياً يحسب الرقم القياسي كمتوسط المناسيب كما يلي:

$$\text{الرقم القياسي كوسط حسابي للمناسيب} = \frac{١}{\text{ن}} \cdot \text{مجـ} \left(\frac{\text{ع}_1}{\text{ع}_0}\right)$$

$$\text{أو} \quad \frac{١}{\text{ن}} \cdot \text{مجـ} \left(\frac{\text{ك}_1}{\text{ك}_0}\right) \quad \text{أو} \quad \frac{١}{\text{ن}} \cdot \text{مجـ} \left(\frac{\text{ع}_1\,\text{ك}_1}{\text{ع}_0\,\text{ك}_0}\right)$$

$$\text{الرقم القياسي كوسط توافقي للمناسب} = \text{ن} \div \text{مجـ} \left(\frac{\text{ع}_0}{\text{ع}_1}\right)$$

أو $\text{ن}\cdot\text{محـ} \left(\dfrac{\text{ك}_\cdot}{\text{ك}_1}\right)$ أو $\text{ن}\cdot\text{محـ} \left(\dfrac{\text{ع}_\cdot\text{ك}_\cdot}{\text{ع}_1\text{ك}_1}\right)$

الرقم القياسي كوسط هندسي للمناسب

$$= \sqrt[\text{ن}]{\frac{\text{ع}_1}{\text{ع}_\cdot} \times \frac{\text{ع}_1}{\text{ع}_\cdot} \times \frac{\text{ع}_1}{\text{ع}_\cdot} \ldots \ldots \ldots \ldots}$$

$$\text{أو} = \sqrt[\text{ن}]{\frac{\text{ك}_1}{\text{ك}_\cdot} \times \frac{\text{ك}_1}{\text{ك}_\cdot} \times \frac{\text{ك}_1}{\text{ك}_\cdot} \ldots \ldots \ldots \ldots}$$

$$\text{أو} = \sqrt[\text{ن}]{\frac{\text{ع}_1\text{ك}_1}{\text{ع}_\cdot\text{ك}_\cdot} \times \frac{\text{ع}_1\text{ك}_1}{\text{ع}_\cdot\text{ك}_\cdot} \times \frac{\text{ع}_1\text{ك}_1}{\text{ع}_\cdot\text{ك}_\cdot} \ldots \ldots \ldots \ldots}$$

هذا ويمكن حساب الرقم القياسي كوسط تجميعي علي الصورة التالية:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{محـ ع}_1}{\text{محـ ع}_\cdot} \ \text{أو}\ \frac{\text{محـ ك}_1}{\text{محـ ك}_\cdot} \ \text{أو}\ \frac{\text{محـ ع}_1\ \text{ك}_1}{\text{محـ ع}_\cdot\ \text{ك}_\cdot}$$

وتعتبر الصورة الأخيرة – أي الوسط التجميعي – هي أفضل صور حساب الأرقام القياسية, ولا تعتبر أي صورة أخرى مقبولة إلا إذا كانت تؤدى إلي هذه الصورة.

ويلاحظ أن الرقم القياسي البسيط أيا كانت صورة المعادلة المحسوب علي أساسها يعطي جميع المفردات أوزان متساوية. ولكن يجب أن يأخذ في

الحسبان عند حساب الرقم القياسي لأسعار الصادرات مثلا أن تغير سعر القطن له أهمية أكبر من تغير سعر سلعة أخرى كالزهور مثلا في بلد كمصر, ولكن يجب إعطاء أوزان مختلفة لمكونات الرقم القياسي حسب أهميتها النسبية. وفي هذا الصدد يقول أرفينج فيشر أن جميع الأرقام القياسية البسيطة مضللة. فعند تركيب رقم قياسي للأسعار يجب ترجيحه بالكميات. ويجب عند تركيب الرقم القياسي للأجور أن يرجح بعدد العمال في كل فئة من فئات الأجر. وتثير مشكلة الترجيح كثير من الجدل بين الإحصائيين منذ أكثر من قرن من الزمان. ففي عام ١٨٦٤ اقترح لاسبير استخدام كميات فترة الأساس لترجيح الرقم القياسي التجميعي للأسعار علي الصورة التالية:

الرقم القياسي = $\dfrac{\text{مجـ ع}_{١}\text{ ك}_{٠}}{\text{مجـ ع}_{٠}\text{ ك}_{٠}}$. وسمي هذا الرقم باسم رقم لاسبير.

ولكن بعد عشرة سنوات من ذلك, أي في سنة ١٨٧٤ اقترح كل من باش وولشى استخدام كميات سنة المقارنة للترجيح علي الصورة التالية:

الرقم القياسي = $\dfrac{\text{مجـ ع}_{١}\text{ ك}_{١}}{\text{مجـ ع}_{٠}\text{ ك}_{١}}$ وسميت المعادلة برقم باش.

ولعل رقم لاسبير يعبر عن أثر السعر فيما لو بقيت الكميات المشتراة علي نفس مستواها في سنة الأساس. أما رقم باش فيعبر عن أثر التغير في السعر فيما لو كانت الكمية المشتراة في سنة الأساس هي نفسها المشتراة في سنة المقارنة.

ولقد استمر الجدل حول أي المعادلتين أصلح للتطبيق حتى جاء أرفينج فيشر في العشر بنات من القرن الحالي واقترح رقماً قياسياً جديداً أسماه بالأمثل لأنه يجتاز اختبارين شكليين هما الانعكاس في الزمن والانعكاس في المعامل, وإن كان فيشر لم ينكر أن رقمه لا يجتاز الاختبار الدائري, فإنه برر ذلك بقلة أهمية هذا الاختبار. رقم فيشر عبارة عن الوسط الهندسي لكل من رقمي لاسبير وباش علي الصورة التالية:

$$\text{الرقم القياسي} \quad \sqrt{\frac{\text{محـ ع}_{١}\text{ ك}_{.}}{\text{محـ ع}_{.}\text{ ك}_{.}} \times \frac{\text{محـ ع}_{١}\text{ ك}_{١}}{\text{محـ ع}_{.}\text{ ك}_{١}}}$$

ونلاحظ أن أرفينج فيشر اهتم بالناحية الشكلية الرياضية وأهمل المعنى الاقتصادي فجاء رقمه خلو منه. وسوف تتناول فيما يلي كل من هذه الاختبارات.

الانعكاس في الزمن

إذا أخذنا سنة الأساس كسنة مقارنة وسنة المقارنة كسنة أساس فإننا نحصل علي ما يسمي بالبديل الزمني لرقم باش هو $\frac{\text{محـ ع}_{.}\text{ ك}_{.}}{\text{محـ ع}_{١}\text{ ك}_{.}}$

والبديل الزمني لرقم لاسبير $\frac{\text{محـ ع}_{.}\text{ ك}_{١}}{\text{محـ ع}_{١}\text{ ك}_{.}}$.ويجتاز الرقم القياسي اختبار الانعكاس في الزمن إذا كان حاصل ضربه × بديله الزمني مساوياً للواحد الصحيح (أي إذا كان الرقم القياسي × البديل الزمني =١). ونلاحظ أن رقم فيشر المسمى بالأمثل يجتاز هذا الاختبار أي يقبل الانعكاس في الزمن, بينما لايجتازه أي من رقمي لاسبير وباش.

الانعكاس في المعامل

إذا استبدلنا الأسعار بالكميات والعكس الكميات بالأسعار, مـــع بقـــاء الزمن علي حالة, فإننا نحصل علي ما يسمى بالبديل المعاملى للرقم القياسي. فالبديل المعاملي لرقم باشـــي $\frac{\text{محـ ك}_{1}\text{ع}_{1}}{\text{محـ ك}_{.}\text{ ع}_{1}}$ والبديل المعاملي لرقم لاسبير هـــو $\frac{\text{محـ ك}_{1}\text{ ع}_{1}}{\text{محـ ك}_{.}\text{ ع}_{.}}$ أي أن البديل المعاملي للرقم القياسي للأسعار المرجح بالكميات هو نفسه الرقم القياسي للكميات مرجحاً بالأسعار والعكس بالعكس. وإذا كان حاصل ضرب الرقم القياسي × مقلوبة أو بديله المعـــاملي مـــساوياً لمنسوب القيمة $\left(\frac{\text{محـ ع}_{1}\text{ك}_{1}}{\text{محـ ع}_{.}\text{ ك}_{.}}\right)$ فإن هذا الرقم يجتاز الاختبار المعاملي, أي يقبل الانعكاس في املعامل (أي الـــرقم القياســـي × البـــديل المعـــاملي = منسوب القيمة).

ونلاحظ كذلك أن كل من رقمي لاســـبير وبـــاش لايجتـــازان هـــذا الاختبار, أي لا يقبلان الانعكاس في المعامل بينما رقم فيشر المسمي بالأمثل يجتاز هذا الاختبار.

الاختبار الدائري

إذا حسبنا الرقم القياسي لسلسلة زمنية بأساس متحرك أي كل فتـــرة زمنية بالنسبة للفترة السابقة لها مباشرة ثم قمنا بضرب هـــذه السلـــسلة مـــن الأرقام في بعضها فإننا نحصل علي الرقم القياسي للفترة الأخيـــرة بأســـاس الفترة الأولي (كما في حالة تحويل الأساس المتحرك إلي أساس ثابت). فـــإذا حسب الرقم القياسي للأسعار في عام ١٩٦١ بأســـاس أســـعار عـــام ١٩٦٠

والرقم القياسي لسنة ١٩٦٢ بأساس سنة ١٩٦١ والرقم القياسي لأسعار سنة ١٩٦٣ بأساس سنة ١٩٦٢ والرقم القياسي لأسعار سنة ١٩٦٤ بأساس سنة ١٩٦٣. ثم ضربنا جميع هذه الأرقام في بعضها فإننا نحصل علي الرقم القياسي لسنة ١٩٦٤ بأساس أسعار سنة ١٩٦٠. وإذا تحقق ذلك فإننا نقول بأن الرقم القياسي يجتاز الاختبار الدائري. ونلاحظ أن كل من رقمي لاسبير وباش لا يجتازان أيضاً هذا الاختبار, كما لا يجتازه رقم فيشر المسمى بالأمثل. واجتياز الرقم القياسي لهذا الاختبار يتطلب ثبات الترجيح من فترة لأخرى مما يفقد الأساس المتحرك الميزة التي يمتاز بها علي الأساس الثابت وهي المرونة في الترجيح حسب التغيرات في الأهمية النسبية للمفردات الداخلة في تركيبه.

ولقد حظيت هذه الاختبارات باهتمام كبير, بل اعتبرت أساساً للمفاضلة بين الأرقام القياسية, وظفر رقم فيشر بتسميته الرقم القياسي الأمثل لاجتيازه اثنان منهم. ورغم أهمية هذه الاختبارات إلا أنه لا يجب أن تغطي هذه الأهمية علي المعني الاقتصادى للرقم القياسي. رأينا فيما سبق أن رقم لاسبير يبين التغير في الأسعار لو اشترينا نفس الكمية المشتراة في سنة الأساس. كما يعبر رقم باش عن التغير في العبء المالي الذي تحملناه نتيجة لتغير الأسعار. وفي نفس الوقت لا نري لرقم فيشر أي معنى اقتصادى ا, عملي. فالوسط الهندسي لرقمين ذوى معنى اقتصادى أوصلنا لرقم خلو من هذا المعنى. وليس صدفة أن رقم فيشر رغم تسميته بالأمثل فإنه لا يحظى بتطبيق عملي واسع بل يطبق رقم باش أو رقم لاسبير رغم عدم اجتيازهما لهذه الاختبارات الشكلية.

انطلاقاً من مذهب الشكلية الرياضية التوفيقيـــة اقتـــرح إدجيـــورس استخدام مجموع أو متوسط كميات سنتي الأساس والمقارنة لتـــرجيح الـــرقم القياسي للأسعار علي الصورة التالية:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{محـ } ع_{1}\ (ك_{0} + ك_{1})}{\text{محـ } ع_{0}\ (ك_{0} + ك_{1})}$$

ويلاحظ أن هذه المعادلة تخلو من المعنى الاقتصادي أو العملي مثل معادلة فيشر.

أما بخصوص المعادلة المستخدمة في تركيب الرقم القياسي فإن الرقم التجميعي يعتبر الرقم الأفضل دائماً. ويجب التنويه هنا إلـــي أن أي متوســـط آخر يعتبر مناسباً ويمكن استخدامه إذا كان يؤدى الرقم التجميعي. فإذا حسب الرقم القياسي كوسط حسابي للمناسب بالقيم في سنة الأســـاس (ع.ك.) فإننـــا نحصل علي رقم يؤدى إلـــي الـــرقم التجميعـــي. فمنـــسوب الـــسعر مـــثلا $م_{ع} = \frac{ع_{1}}{ع_{0}}$ والرقم القياسي كوسط حسابي مرجح بقيم سنة الأساس

$$= \frac{\text{محـ } م_{ع}\ ع_{0}.ك_{0}}{\text{محـ } ع_{0}.ك_{0}}$$

والصورة السابقة لها أهمية عملية حيث أنها تناسب ظروف تركيـــب رقم قياسي لأسعار السلع في سوق القطاع الخاص والمحال الصغيرة حيـــث يمكن تقدير قيمة المبيعات مقدماً في الفترة السابقة ويمكن أيضاً معرفة السعر في كل من فترتي الأساسي والمقارنة وبذلك يركب الرقم دون انتظار طويـــل لبيانات عن كمية المبيعات في فترة المقارنة. أما الرقم القياســـي المحـــسوب

كوسط توافقي للمناسيب فإنه يؤدي إلي الــرقم التجميعــي إذا كانــت هــذه المناسيب مرجحة بقيم فترة المقارنة علي الصورة التالية:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{مجـ } ع_1 ك_1}{\text{مجـ} \left(\frac{1}{م_ع} \right) ع_1 ك_1}$$

وتناسب هذه الصورة تركيب رقم قياسي للأسعار التي تم جمع بياناتهــا من المحلات الكبرى أو القطاع العام حيث يكون معلوم لدينا في نهاية كل يوم قيمة المبيعات (ع١ك١) , وهو مجموع المسجل في الخزينة, بينما لا يمكــن تحديد الكمية المباعة من كل صنف قبل إجراء جرد. ويكون معلوم أيضاً كل من السعر في فترة المقارنة والسعر في فترة الأســاس. وفيمــا يلــي مثــال حسابي:

يبين الجدول التالي أسعار وكميات مجموعة من السلع المباعة في كل من سنتين ١٩٧٠و ١٩٧١, ومطلوب حساب الرقم القياسي للكميــات فــي ســنة ١٩٧١ بأساس سنة ١٩٧٠ وكذلك الرقم القياسي للأسعار فــي ســنة ١٩٧١ بأساس سنة ١٩٧٠:

السلع	كميات المبيعات		الأسعار للوحدة		منسوب الكمية	منسوب السعر
	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٠	١٩٧١		
أ	١٠٠	١٢٥	٢٠	١٤	١,٢٥	٠,٧
ب	١٥٠	١٨٠	١٠	٨	١,٢٠	٠,٨
جـ	٢٠٠	٢٣٠	٥	٥	١,١٥	١,٠
د	٣٠٠	٢٣٠	٢	٢	١,١٠	١,٠

١ - الرقم القياسي للكميات باستخدام الوسط الحسابي للمناسيب المرجحة بقـــيم فترة الأساس:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{مجـ }\text{م}_{\text{ك}}\text{ ع.ك.}}{\text{مجـ ع٠ ك٠}}$$

∴ بسط الــرقم القياســـي (مجـــــ مك ع. ك.) = (١,٢٥ × ١٠٠ × ٢٠) + (١,٢×١٥٠×١٠)+(١,١٥×٢٠٠×٥) + (١,١×٣٠٠×٢) ومقام الرقم القياسي (مجــــ ع. ك.)

= (١٠٠×٢٠)+(١٥٠×١٠)+(٢٠٠×٥)+(٣٠٠×٢) ∴ الرقم القياسي

$$= \frac{\text{٢٥٠٠ + ١٨٠٠ + ١١٥٠ + ٦٦٠}}{\text{٢٠٠٠ + ١٥٠٠ + ١٠٠٠ + ٦٠٠}} = \frac{\text{٦١١٠}}{\text{٥١٠٠}} = \text{١,١٩٨و١ أو ١١٩,٨\%}$$

٢ - الرقم القياسي للأسعار باستخدام الوسط التوافقي للمناسيب المرجحة بقـــيم فترة المقارنة:

$$\Theta_{\text{ر}} = \frac{\text{مجـ ع}_{\text{١}}\text{ ك}_{\text{١}}}{\text{مجـ}\left(\frac{\text{١}}{\text{م}_{\text{ع}}}\right)\text{ع}_{\text{١}}\text{ك}_{\text{١}}}$$

∴ الرقم القياسي =

$$\frac{(\text{٢×٢٣٠}) + (\text{٥×٢٣٠}) + (\text{٨×١٨٠}) + (\text{١٤×١٢٥})}{\frac{\text{٢×٢٣٠}}{\text{١}} + \frac{\text{٥×٢٣٠}}{\text{١}} + \frac{\text{٨×١٨٠}}{\text{٠,٨}} + \frac{\text{١٤×١٢٥}}{\text{٠,٧}}}$$

$$= \frac{\text{٦٠٠} + \text{١١٥٠} + \text{١٤٤٠} + \text{١٧٥٠}}{\frac{\text{٦٠٠}}{\text{١}} + \frac{\text{١١٥٠}}{\text{١}} + \frac{\text{١٤٤٠}}{\text{٠,٨}} + \frac{\text{١٧٥٠}}{\text{٠,٧}}}$$

$$= \frac{\text{٤٧٤٠}}{\text{٦٠٠} + \text{١١٥٠} + \text{١٨٠٠} + \text{٢٥٠٠}} = \frac{\text{٤٧٤٠}}{\text{٦١١٠}} = \text{٠,٨١٨ أي ٨١,٨\%}$$

وبنفس الطريقة يمكن تركيب أرقام قياسية للكميات باستخدام الوسط التوافقي للمناسب وللأسعار باستخدام الوسط الحسابي للمناسب.

العلاقة بين رقمي لاسبير وباش

ويقصد بها العلاقة بين الرقم القياسي المرجح بسنة الأساس والرقم القيسي المرجح بسنة المقارنة. وتربط الرقمين العلاقة التالية:

$$\frac{\text{محـ } ع_١ ك_١}{\text{محـ } ع_. ك_١} : \frac{\text{محـ } ع_١ ك_.}{\text{محـ } ع_. ك_.} = ١ - ر_{ع ك} \cdot \text{ل م}_ع \cdot \text{ل م}_ك$$

حيث يرمز $ر_{ع ك}$ إلي معامل الارتباط بين منسوب الكمية ومنسوب السعر حيث أن معامل الارتباط يمكن حسابه بالمعادلة:

$$ر = \frac{\frac{١}{ن}\text{محـ } س ص - \bar{س} \cdot \bar{ص}}{ع_س \cdot ع_ص}$$

وترمز $\text{ل}^{\text{م}}_{\text{ع}}$ لمعامل الاختلاف لمناسيب السعر.

وترمز $\text{ل}^{\text{م}}_{\text{ك}}$ لمعامل الاختلاف لمناسيب الكمية.

$$\text{ومعامل الاختلاف} = \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} = \frac{\text{ع}}{\text{س}}$$

كما تجدر الإشارة إلي أن الفرق بين الرقم القياسي للأسعار المــرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش) والرقم القياسي للأسعار المــرجح بكميــات سنة الأساس (رقم لاسبير) يساوى معامل الارتبـــاط بــين مناســيب الــسعر ومناسب الكمية مضروباً في الانحراف المعيـــاري لمناســيب الكميـــة فـــي الانحراف المعياري لمناسيب السعر:

$$\frac{\text{محـ ع}_1\text{ك}_1}{\text{محـ ع}_0\text{ك}_0} : \frac{\text{محـ ع}_1\text{ك}_0}{\text{محـ ع}_0\text{ك}_0} = \text{ر}^{\text{م}}_{\text{ع}^{\text{م}}\text{ك}} \cdot \text{ع م}_{\text{ع}} \cdot \text{ع م}_{\text{ك}}$$

نظام الأرقام القياسية

Index Number System

وتساعد دراسة الأرقام القياسية علي تحليل العوامل التي تساهم فـــي تغيير قيمة الظاهرة وتبين مدى مساهمة كل من هذه العوامــل فـــي إحـــداث التغير الكلي. وتستخدم الأرقام القياسية كذلك في تحديد مدى تنفيــذ الخطـــة,

فمثلا عند دراسة التغير في مبيعات سلعة معينة فإن تركيب الرقم القياسي للكمية مع تثبيت السعر وكذلك الرقم للأسعار مع تثبيت الكمية في وجود بعض الشروط الأخرى التي سنذكرها فيما بعد – يبين مساهمة كل من عاملي السعر والكمية في إحداث التغير في قيمة المبيعات, ونلاحظ أن هذين الرقمين (الرقم القياسي للكمية والرقم القياسي للسعر) مرتبطان فيما بينهما ويكونان نظاماً واحداً, ذلك أن القيمة تساوي الكمية × السعر. ولدراسة المبادئ العامة لتركيب نظام الأرقام القياسية المرتبطة لتحليل التغير الكلي, نفرض أن لدينا البيانات التالية عن ثلاث سلع:

السلع	كميات السلع في سنة		أسعار الوحدات بالجنيه في سنة		ع.ك.	ع١ك.	ع١ك١	ع.ك١
	الأساس ك.	المقارنة ك١	الأساس ع.	المقارنة ع١				
	(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)	(٦)	(٧)	(٨)
أ	١٠٠	١٥٠	١٠	٨	١٠٠٠	٨٠٠	١٢٠٠	١٥٠٠
ب	٢٠٠	٢٤٠	٦	٥,٤	١٢٠٠	١٠٨٠	١٢٩٦	١٤٤٠
جـ	٣٠٠	٣٢٠	٥	٤,٧٥	١٥٠٠	١٤٢٥	١٥٦٧,٥	١٦٥٠
المجموع	-	-	-	-	٣٧٠٠	٣٣٠٥	٤٠٦٣,٥	٤٥٩٠

$$\text{الرقم القياسي للقيمة} = \frac{\text{مجـ ع١ ك١}}{\text{مجـ ع٠ك٠}} = \frac{٤٠٦٣,٥}{٣٧٠٠} = ١,٠٩٨٧$$

أي ١٠٩,٨٢%

ويعني هذا أن قيمة المبيعات بالأسعار الفعلية زادت بمعدل ٩,٨٢% في سنة المقارنة عنها في سنة الأساس, ومقدار الزيادة بالوحدات المطلقة كان ٣٦٣,٥ (٤٠٦٣,٥ – ٣٧٠٠).

ولقد نتج هذا التغير بسبب عاملين: زيادة الكميات المباعة ونقص الأسعار, ولتحديد أثر كل من هذين العاملين يجب تركيب كل من الرقمين القياسين, لكل منهما مع تثبيت العامل الآخر بدون تغيير:

الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة الأساس (أي محسوباً بمعادلة لاسبير)

$$= \frac{\text{مجـ ك}_1\text{ ع.}}{\text{مجـ ك. ع.}} = \frac{٤٥٩٠}{٣٧٠٠} = ١,٢٤١ \text{ أي } ١٢٤,١\%$$

وهذا يعني أن الزيادة في الكمية المباعة كانت بمعدل ٢٤,١% وليس ٩,٨٢% وكانت هذه الزيادة بالوحدات المطلقة وبأسعار سنة الأساس مساوية ٨٩٠ جنيه (٤٥٩٠ – ٣٧٠٠) وليس ٣٦٣,٥ جنيه.

الرقم القياسي للأسعار مرجحاً بكميات سنة المقارنة (أي محسوباً بمعادلة باش)

$$= \frac{\text{مجـ ع}_1\text{ ك}_1}{\text{مجـ ع. ك}_1} = \frac{٤٠٦٣,٥}{٤٥٩٠} = ٠,٨٨٥ \text{ أي } ٨٨,٥\%$$

وهذا يعني أن المستوى العام للأسعار قد نقص في سنة المقارنة بمعدل ١١,٥%عن مستواه في سنة الأساس, ولقد أدي ذلك إلي إحداث توفير للمشترين بمقدار ٥٢٦,٥ جنيه (٤٥٩٠ – ٤٠٦٣,٥).

ويلاحظ أن حاصل ضرب الرقمين السابقين للكمية وللسعر يعطي الرقم القياسي للقيمة.

$$\text{الرقم القياسي للقيمة} = \frac{\text{مجـ ك}_{١}\text{ ع}_{.}}{\text{مجـ ك}_{.}\text{ ع}_{.}} \times \frac{\text{مجـ ع}_{١}\text{ ك}_{١}}{\text{مجـ ع}_{.}\text{ ك}_{١}} = \frac{\text{مجـ ع}_{١}\text{ ك}_{١}}{\text{مجـ ع}_{.}\text{ ك}_{.}}$$

وبالأرقام : ١,٢٤١ × ٠,٨٨٥ = ١,٠٩٨٢

ويلاحظ أن نفس النتيجة يمكن الوصول إليها لو حسبنا الرقم القياسي للكميات بمعادلة باش, أي مرجحاً بأسعار وسنة المقارنة والرقم القياسي للأسعار بمعادلة لاسبير أي مرجحاً بكميات سنة الأساس.

$$\text{رقم باش للكميات} = \frac{\text{مجـ ك}_{١}\text{ ع}_{١}}{\text{مجـ ك}_{.}\text{ ع}_{١}} = \frac{٤٠٦٣,٥}{٣٢٠٥} = ١,٢٣ \text{ أي } ١٢٣\%$$

$$\text{رقم لاسبير للأسعار} = \frac{\text{مجـ ع}_{١}\text{ ك}_{.}}{\text{مجـ ع}_{.}\text{ ك}_{.}} = \frac{٢٣٠٥}{٣٧٠٠} = ٨٩٣ \text{ أي } ٨٩,٣\%$$

ويمكن الرقم القياسي للقيمة عبارة عن حاصل ضرب الرقمين السابقين كما يلي: ١,٢٣ × ٠,٨٩٣ = ١,٠٩٨٢

ولكن إذا حسب كل من الرقمين بنفس المعادلة لاسبير أو باش فإن حاصل ضربهما لا يساوى الرقم القياسي للقيمة:

$$\frac{\text{مجـ ك}_{١}\text{ع}_{١}}{\text{مجـ ك}_{.}\text{ع}_{١}} \times \frac{\text{مجـ ع}_{١}\text{ك}_{١}}{\text{مجـ ع}_{.}\text{ك}_{١}} \neq \frac{\text{مجـ ع}_{١}\text{ك}_{١}}{\text{مجـ ع}_{.}\text{ ك}_{.}}$$

$$\frac{\text{مجـ ك}_{١}\text{ع}_{.}}{\text{مجـ ك}_{.}\text{ع}_{.}} \times \frac{\text{مجـ ع}_{١}\text{ك}_{.}}{\text{مجـ ع}_{.}\text{ك}_{.}} \neq \frac{\text{مجـ ع}_{١}\text{ك}_{١}}{\text{مجـ ع}_{.}\text{ ك}_{.}}$$

ويبين المقدار مجـــ ك١ ع١ – مجـــ ك. ع١ مقدار التغير المطلق في المبيعات بالأسعار المخفضة (٤٠٦٣,٥ – ٣٣٠٥ = ٧٥٨,٥ جنيه).

كما أن المقدار مجـــ ع. ك. – مجـــ ع١ك. يبين المبلغ الذي وفـــره المشترون نتيجة لتخفيض السعر (٣٧٠٠ – ٣٣٠٥= ٣٩٥ جنيه).

ولكن المبلغ الذي دفعـــه المـــشترون بالفعـــل زاد بمقـــداره ٣٦٣,٥ (٤٠٦٣,٥ – ٣٧٠٠) كما سبق أن ذكرنا.

ويمثل هذا المبلغ الزيادة في قيمة المشتريات مطروحاً منهـــا المبلـــغ الذي تم توفيره نتيجة لتخفيض الأسعار: ٧٥٨,٥ – ٣٩٥ = ٣٦٣,٥

وعند دراسة مدى تحقيق الخطة باستخدام الأرقـــام القياســـية فإننـــا نستبدل أرقام سنة الأساس بالأرقام الموضوعة فـــي الخطـــة وأرقـــام ســـنة المقارنة بالأرقام الفعلية ثم يسير التحليل بالطريقة السابقة.

ولقد اقتصرنا هنا علي تحليل التفسير الناتج عن عاملين فقط ولكـــن التغير قد يرجع إلي أكثر من عاملين, وفي هذه الحالة تتبع خطوات مـــشابهة لما سبق.

والتغير الإجمالي قد يكون حاصل ضرب التغير في عوامل, كما قـــد يكون حاصل جمع التغير فيها أو قد يكون حاصل ضـــرب حواصـــل جمـــع بعضها مع بعض.

ويحدث التغير الإجمالي في الظاهرة إما نتيجة لتغير المفردات ذاتها أو لتغير الهيكل. فمثلاً: قد يزيد إجمالي الأجور المدفوعة في أحد المصانع إما نتيجة لزيادة معدلات الأجور أو نتيجة لترقية عدد من العمال من الدرجات ذات الأجر الأقل إلي الدرجات ذات الأجر الأعلى. وبالمثل قد ينقص متوسط تكلفة الوحدات المنتجة في عدد من المصانع إما نتيجة لتخفيض التكلفة في بعض المصانع أو نتيجة لزيادة الوزن النوعي (عدد الوحدات المنتجة) في المصانع ذات التكاليف الأقل علي حساب الوزن النوعي للمصانع ذات التكاليف الأعلي ..... ومهمتنا الآن تحديد مساهمة كل من هذين العاملين – تغير المفردات وتغير الهيكل – في إحداث التغير الكلي. وسوف نطلق علي الرقم القياسي الذي يبين التغير الكلي الرقم القياسي ذو التركيب المختلف والرقم القياسي المحسوب مع تثبيت الهيكل الرقم القياسي ذو التركيب الثابت, وأخيراً سوف نطلق علي الرقم القياسي المحسوب مع تغير الهيكل الرقم القياسي لتغير الهيكل علي نحو ما سنين $\overline{س_{١}}$ حالا. ونلاحظ أن هذه الأرقام الثلاثة مرتبطة معاً وتكون نظاماً مترابطاً. كما أن حساب هذه الأرقام الثلاثة يرتبط بشكل مباشر بأسلوب التبويب حسب المعيار المطلوب, ونبدأ بحساب المتوسطات الجزئية في كل فئة من التوزيع. فإذا رمزنا إلي قيم الظاهرة في كل فئة بالرمز فإن $\overline{س_{١}}$ هو متوسط قيم المفردات بهذه الفئة. وسوف نرمز للتكرارات في الفئة بالرمز ك. وطبعاً $\overline{س_{١}}$ هو المتوسط في فترة المقارنة و $\overline{س_{٠}}$ هو المتوسط في فترة الأساس كذلك $ك_{١}$ هو التكرار في فترة المقارنة و $ك_{٠}$ التكرار في فترة الأساس, ويكون:

$$\frac{\bar{س}_1}{\bar{س}_.} = \frac{مجـ س_1ك_1}{مجـ ك_1} \div \frac{مجـ س.ك.}{مجـ ك.} = \left(\frac{مجـ س_1ك_1}{مجـ ك_1} \div \frac{مجـ س.ك_1}{مجـ ك_1} \right)$$

$$\times \left(\frac{مجـ س.ك_1}{مجـ ك_1} \div \frac{مجـ س. ك.}{مجـ ك.} \right)$$

∴ الرقم القياسي ذو = الرقم القياسي ذو × الرقم القياسي لتغير الهيكل
التركيب المختلف　　التركيب الثابت

ولنأخذ مثالا لهذا النظام عن حساب التكلفة المتوسطة لإحدى السلع. لنفرض أن هذه السلع تنتج في مصنعين وأن تكلفة إنتاجها في كل مصنع مختلفة عنها في المصنع الآخر. وقد استخرجت هذه البيانات من المصنعين عن تكلفة السلعة وإنتاجها في كل منهما:

المصنع	**الكميات المنتجة بالآلاف وحدة**		**الوزن النوعي للمصانع المنتجة للسلعة %**		**تكلفة إنتاج الوحدة بالجنية**		**الرقم القياسي لتكلفة الإنتاج**
	في سنة الأساس	في سنة المقارنة	في سنة الأساس	في سنة المقارنة	في سنة الأساس	في سنة المقارنة	
	(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)	(٦)	(٧)
أ	٤٠٠	٣٠٠	٨٠	٥٠	٦	٥,٧	٠,٩٥
ب	١٠٠	٣٠٠	٢٠	٥٠	٥	٤,٥	٠,٩٠
	٥٠٠	٦٠٠	١٠٠	١٠٠	-	-	-

ومن الجدول يتضح أن التكلفة قد نقصت في المصنع الأول بمعدل ٥% وفي المصنع الثاني بمعدل ١٠% وأن المصنع الأول ينتج بتكلفة أكبر, ولهذا فإن الإنتاج من هذه السلعة خفض بمعدل ٢٥% ($\frac{٤٠٠ - ٣٠٠}{٤٠٠} \times ١٠٠$)

ولقد توسع المصنع الثاني في الإنتاج (من ١٠٠ ألف إلي ٣٠٠ ألف وحدة) وكانت نتيجة ذلك أن زاد الإنتاج الكلي بمقدار ١٠٠ ألف وحدة (٦٠٠ – ٥٠٠ ألف).

وبهذا زاد الوزن النوعي للمصنع الثاني من ٢٠% ٥٠% , وبالطبع انعكس ذلك علي تكلفة إنتاج هذه السلعة في كل من المصنعين معاً.

وبهذا فإن متوسط تكلفة الإنتاج كانت كما يلي:

في سنة الأساس = $\frac{٦ \times ٤٠٠ + ٥ \times ١٠٠}{٥٠٠} = \frac{٢٤٠٠ + ٥٠٠}{٥٠٠}$

$= \frac{٢٩٠٠}{٥٠٠} =$ ٥,٨ جنيه

في سنة الأساس = $\frac{٥,٧ \times ٣٠٠ + ٤,٥ \times ٣٠٠}{٦٠٠} = \frac{١٧١٠ + ١٣٥٠}{٦٠٠}$

$= \frac{٣٠٦٠}{٦٠٠} =$ ٥,١ جنيه

وبمقارنة متوسط تكلفة الإنتاج في سنة المقارنة بنفس المتوسط في سنة الأساس فإن:

٥,١ ÷ ٥,٨ = ٨٧,٩% أي أن متوسط تكلفة الإنتاج قد نقصت بمعدل ١٢,١ % في سنة المقارنة عنها في سنة الأساس (وبالوحدات المطلقة فإن متوسط التكلفة قد نقص بمقدار ٥,٨ – ٥,١ = ٠,٧ جنية للوحدة المنتجة, أما للإنتاج الكلي فإن النقص في التكلفة بلغ ٤٢٠ ألف جنيه).

ونلاحظ أن نقص متوسط التكلفة للمصنعين (١٢,١%) كان أكبر منه في كل منهما علي حدة (٥% أو ١٠%).

والسبب في ذلك يرجع إلي تغير الهيكل أي تغير الوزن النوعي لكل من المصنعين. ويكون الرقم القياسي ذو التركيب الثابت أي مع تثبيت الهيكل مساوياً:

$$\frac{٥,٧ \times ٣٠٠ + ٤,٥ \times ٣٠٠}{٣٠٠ + ٣٠٠} \div \frac{٦ \times ٣٠٠ + ٥ \times ٣٠٠}{٣٠٠ + ٣٠٠}$$

$$= ٥,١ \div ٥,٥ = ٠,٩٢٧ \text{ أي } ٩٢,٧\%$$

وبهذا فإن الرقم القياسي ذو التركيب الثابت يبين متوسط التغير في التكلفة للمصنعين معاً.

ويكون النقص في التكلفة للمصنعين معاً هو ٧,٣% والتوفير في التكاليف ٢٤٠ ألف جنيه أي = (٥,٥ – ٥,١) × ٦٠٠.

أما الرقم القياسي لتغير الهيكل فيكون مساوياً للمقدار:

$$\frac{(٦ \times ٣٠٠) + (٥ \times ٣٠٠)}{٣٠٠ + ٣٠٠} \div \frac{(٦ \times ٤٠٠) + (٥ \times ١٠٠)}{١٠٠ + ٤٠٠}$$

= ٥,٥ ÷ ٥,٨ = ٠,٩٤٨ أي ٩٤,٨%

وهذا يعني أن تغير الهيكل قد أدى إلي نقص إضافي في تكلفة الإنتاج بلغ في متوسطه ٥,٢%.

ونتيجة لذلك فقد تم توفير مبلغ ١٨٠ ألف جنيه من تكلفة الإنتاج (٥,٨ – ٥,٥) × ٦٠٠. والنتيجة النهائية لكل ذلك أن النقص الكلي في متوسط تكلفة الإنتاج وقدره ١٢,١% يرجع إلي عاملين هما:

١- نقص التكلفة: وقد أدى إلي نقص قدره ٧,٣%.

٢- تغير الهيكل: وقد أدى إلي نقص قدره ٥,٢% (٠,٨٧٩=٠,٩٢٧×٠,٩٤٨) والتوفير الكلي في التكاليف بلغ ٤٢٠ ألف جنيه, منها ٢٤٠ ألف نتيجة نقص التكلفة في المصنعين, ١٨٠ ألف راجعة إلي تغير هيكل الإنتاج.

اختيار سنة الأساس

سنة الأساس – كما قدمنا – هي الفترة التي تنسب إلي قيم الظاهرة فيها قيم تقس الظاهرة في فترة المقارنة. ويراعي أن تكون فترة الأساس خالية من الهزات والتقلبات الاقتصادية والمناخية والاجتماعية. كما قد تختار هذه الفترة كفاصل بين فترتين أو أن يرتبط إختيارها بأحداث معينة اجتماعية أو اقتصادية أو غير ذلك, كاختيار سنة ١٩٥٢ في جمهورية

مصر العربية باعتبارها السنة التي تفجرت فيها ثورة يوليو العظمي, وذلك لمقارنة الأوضاع قبل الثورة بالأوضاع بعدها. وقد تختار سنة ١٩٦٠ لمقارنة الوضع بعد صدور قرارات يوليو الاشتراكية بالوضع قبله. ويراعي هنا ارتباط اختيار سنة الأساس بنطاق الرقم القياسي. فإذا كان الظاهرة محل القياس محلية فإن الاختيار يرتبط بالأحداث المحلية الهامة. أما إذا كانت المقارنة علي المستوي الدولي فإن الأحداث العالمية الكبرى تكون هي المعيار. مثال ذلك اختيار فترة ما قبل الحرب العالمية الثانية (عام ١٩٣٩ مثلا) لمقارنة تطور الظاهرة قبل الحرب وبعدها.

ومن الجدير بالذكر أن اختيار سنة الأساس بشكل خاطئ يؤدى إلي الوصول لمقاييس مضللة أو عديمة المعنى, فاختيار إحدى سنوات الكساد كسنة أساس يضخم من الرقم القياس بشكل مصطنع والعكس في حالة اختيار إحدى سنوات التضخم الاقتصادي.

<u>مثال:</u> نفرض أن إجمالي قيمة الإنتاج في عام ١٩٢٩ كان ٥٠٠ مليون جنيه. وباعتبار أن عام ١٩٢٩ يعتبر من أعوام الكساد الاقتصادي فإن قيمة الإنتاج تزايدت بشكل ملحوظ بعد ذلك. فإذا فرضنا أن قيمة الإنتاج في عام ١٩٦٠ كانت ١٥٠٠ مليون جنيه فإن الرقم القياسي لقيمة الإنتاج يكون مساوياً ٣٠٠% $\left(\frac{1500}{} \times 100\right)$. اما إذا كانت سنة الأساس سنة عادية ولتكن مثلا سنة ١٩٥٥ وكانت قيمة الإنتاج فيها ١٢٠٠ مليون فقط فإن الرقم القياسي سيكون ١٢٥% $\left(\frac{1500}{1200} \times 100\right)$ وبذلك يكون أكثر تعبيراً عن تقلبات قيمة الإنتاج.

مثال: يحدث العكس إذا وقع الاختيار علي إحدى سنوات التضخم وكانت قيمة الإنتاج فيها أعلي من المستوى المعتاد وليكن ٢٠٠٠ مليون جنيه. ويؤثر ذلك الاختيار علي قيمة الرقم القياسي لقيمة الإنتاج, فإذا بلغت قيمة الإنتاج في سنة المقارنة (١٩٦٠) ١٥٠٠ مليون جنيه – كما في المثال السابق – فإن الرقم القياسي يكون ٧٥% ($\frac{١٥٠٠}{٢٠٠٠} \times ١٠٠$)

وعند تركيب الرقم القياسي لتنفيذ الخطة فإننا ننسب الأرقام المخططة إلي الأرقام الفعلية. فأرقام سنة الأساس تستبدل بالأرقام الواردة بالخطة, أما أرقام سنة المقارنة فتستبدل بالأرقام الفعلية.

مثال: إذا كان المستهدف إنتاج ٥٠ ألف سيارة بأحد المصانع ولكن الإنتاج الفعلي بلغ ٦٠ ألف سيارة, فإن الرقم القياسي لتنفيذ الخطة يكون ١٢٠% ($\frac{٦٠٠٠}{٥٠٠٠} \times ١٠٠$)

وفي كل الأحوال يجب مراعاة أن تكون سنة الأساس قريبة من سنة المقارنة إذ أن مضي فترة طويلة بين سنتي المقارنة والأساس يصاحبه عادة تغيرات في الظروف والعوامل المؤثرة علي قيمة الظاهرة مما يؤثر علي دلالة الرقم القيسي كما يؤدى إلي نشوء عدد من المشاكل مثل ضرورة مراعاة التغير في قيمة العملة وما شابه ذلك.

اختيار المفردات الداخلة في تركيب الرقم القياسي

عند تركيب الرقم القياسي للأسعار مثلاً فإننا نأخذ عدداً من السلع تمثل السلع المتداولة في السوق. كذلك عند حساب الرقم. ويجب أن تكون العينة المختارة من السلع ممثلة للمجتمع المختار منه. كذلك يجب أن يحقق اختيارنا للعمال الداخلين في الرقم الهدف من حسابه. ونفس الأمر بالنسبة لأي رقم قياسي يجب أن يكون معبراً وأن يحقق الهدف منه.

كما أنه يجب إعطاء كل مفردة من المفردات الداخلة في تركيب الرقم القياسي الوزن الحقيقي لها عند الحساب. ويؤدى أي تهاون فيما سبق إلي إفساد الرقم القياسي المحسوب. فمثلا: من المعروف أن السلع الحديثة (المودة) تنخفض أسعارها أسرع من السلع (التقليدية) الموجودة في السوق من مدة طويلة. ويؤدى زيادة عدد السلع الحديثة في العينة أو إعطاءها وزن أكبر إلي إنقاص مفتعل في الرقم القياسي للأسعار. وبالمثل فإنه عند حساب الرقم القياسي للأجور تؤدى إضافة طبقة المديرين أو كبار الموظفين, واستبعاد العمال الذين يتقاضون عادة أجوراً منخفضة واستبعاد من يعملون جزء من الشهر فقط وبالتالي يتقاضون أجوراً أقل, إلي زيادة غير حقيقية للرقم القياسي للأجور.

والواقع فإن الأمثلة علي ذلك عديدة, والنتيجة أن دقة وسلامة اختيار المفردات الداخلة في تركيب الرقم القياسي تعد عاملاً حاسماً في تقرير مدى صلاحيته لقياس التغير في الظاهرة.

تمـــــارين

١- فيما يلي أرقام فرضية عن متوسطات أسعار وكميات عدد من مجموعات السلع. والمطلوب تركيب الأرقام القياسية التالية بفرض أن سنة ١٩٧٠ سنة أساس:

١. الرقم القياسي للأسعار مرجحاً بكميات سنة الأساس.
٢. الرقم القياسي للأسعار مرجحاً بكميات سنة المقارنة.
٣. الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة الأساس.
٤. الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة المقارنة.
٥. الرقم القياسي للأسعار بمعادلة فيشر.
٦. الرقم القياسي للكميات بمعادلة فيشر.

مجموع السلع	الأسعار		الكميات	
	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٠	١٩٧١
أ	٧	١١	٩٠	١٠٠
ب	١٠	١٤	١٥٠	١٣٠
جـ	١٢	١٠	٨٠٠	٦٠٠
د	٨	٥	٧٠	٨٠

٢- من بيانات التمرين السابق مطلوب إجراء اختباري الانعكاس في الزمن والمعامل لكل من الأرقام القياسية المحسوبة.

٣- من بيانات التمرين الأول المطلوب مقارنة كل من الرقم القياسي الأول والثاني وكذلك الثالث والرابع.

٤- فيما يلي بيانات فرضية عن العمالة بإحدى المنشآت الصناعية.

والمطلوب حساب التغير في إجمالي الأجور المدفوعة وإرجاعه إلي عاملين: التغيير في عدد العمال والتغير في معدل الأجر.

فئات العمال	عدد العمال		معدلات الأجر	
	في سنة الأساس	في سنة المقارنة	في سنة الأساس	في سنة المقارنة
أ	٦٠٠	٧٥٠	١٠	١١
ب	٧٥٠	١٠٠٠	١٢	١٥
جـ	٨٠٠	٩٠٠	١٥	٢٠
د	٥٠٠	٦٠٠	٢٠	٣٠

٥- فيما يلي بيانات مفترضة عن العمالة بثلاثة وحدات إنتاجية.

ومطلوب حساب التغير الإجمالي في الأجور وقياس مدي مساهمة تغير هيكل العمالة وتغير معدلات الأجور في إحداث هذا التغير الإجمالي في الأجور.

الوحدات الإنتاجية	عدد العمال		معدلات الأجر	
	في سنة الأساس	في سنة المقارنة	في سنة الأساس	في سنة المقارنة
أ	٣٠٠٠	٦٠٠٠	١٠	١٣
ب	٤٥٠٠	٣٠٠٠	١٢	١٨
جـ	٢٥٠٠	٣٠٠٠	١٥	١٨
الجملة	١٠٠٠٠	١٢٠٠٠	-	-

الفصــل الخامس

السلاسل الزمنية

الباب الخامس

في السلاسل الزمنية

تتعرض الظواهر – موضوع دراسة علم الإحصاء – لتغيرات مستمرة لا تتوقف, وتحليل السلاسل الزمنية هو الأداة الإحصائية التي تستخدم لدراسة تطور الظواهر مع الزمن.

والسلسلة الزمنية عبارة عن عدد من المشاهدات الإحصائية تصف تغير الظاهرة في الزمن. وكمثال لذلك يبين الجدول التالي تطور الأجور في جمهورية مصر العربية في المدة من ١٩٦٥/٦٤ حتى ١٩٧٠/٦٩:

تطور الأجور (بالأسعار الجارية والوحدة بالمليون جنية)

السنة المالية	٦٥/٦٤	٦٦/٦٥	٦٧/٦٦	٦٨/٦٧	٦٩/٦٨	٧٠/٦٩
إجمالي القطاعات السلعية	٣٧٣,٨	٤١٢,١	٤٢٠,٦	٤١٣,٢	٤٤٤,٥	٤٧٢,٠
إجمالي قطاعات الخدمات	٥١٦,٥	٥٦٦,٩	٥٨١,٦	٦١٩,٠	٦٦١,١	٧٠٧,٧
الإجمالي العام	٨٩٠,٣	٩٧٩,١	١٠٠٢,٢	١٠٣٢,٢	١١٠٥,٦	١١٨٩,٧

وتسمي كل من هذه القيم مستوي. فمثلا: ١١٠٥,٦ مليون جنيه هو مستوي الإجمالي العام للأجور في عام ١٩٦٩/٦٨.

ويحتوي الجدول السابق علي ثلاثة سلاسل زمنية: تبين الأولي تطور الأجور عن المدة المبينة لإجمالي القطاعات السلعية. أما الثانية فتمثل تطور الأجور لإجمالي قطاعات الخدمات عن نفس المدة. وتمثل السلسلة الثالثة التطور الإجمالي للأجور عن الفترة المعينة.

وقد تمثل السلسلة مستوي الظاهرة في لحظات, كما قد تبين هذا المستوي ولكن عن فترات. وبذلك يمكن التمييز بين نوعين في السلاسل: السلاسل الفترية والسلاسل اللحظية . وتعرف السلاسل الفترية بأنها تلك السلاسل التي تتكون من بيانات كمية لمستوى الظاهرة عن فترات محددة من الزمن (شهر مثلا أو ربع سنة وما شابه ذلك). والسلاسل الثلاثة بالجدول السابق تعتبر أمثلة للسلاسل الزمنية الفترية. أما تسمية السلاسل الزمنية اللحظية فتطلق علي تلك التي تتكون من مستويات للظاهرة مقيسة في لحظات معينة (أو تواريخ معينة). والسلسلة التالية تعتبر مثالا للسلسلة الزمنية اللحظية:

أعداد رءوس الماشية في إحدى الدول (أول يناير من كل سنة بالمليون).

السنوات	١٩٦٠	١٩٦١	١٩٦٢	١٩٦٣	١٩٦٤	١٩٦٥	١٩٦٦	١٩٦٧	١٩٦٨
عدد الرءوس	٧٤,٢	٥٧,٨	٨٢,١	٨٧,٠	٨٥,٤	٨٧,٢	٩٣,٤	٩٧,١	٩٧,١

وقد يمثل مستوى الظاهرة بقيم مطلقة أو نسبية أو بمتوسطات. وبهذا المعيار يمكن تمييز ثلاثة أنواع من السلاسل الزمنية: سلاسل القيم المطلقة وسلاسل القيم النسبية وأخيراً سلاسل المتوسطات. وتعتبر السلسلة الممثلة بالجدول السابق عن تطور الأجور سلسلة من النوع الأول ذات القيم المطلقة. وكمثال للسلاسل ذات القيم النسبية يمكن أخذ الجدول التالي الذي يبين معدلات الزيادة الطبيعية للسكان في الألف.

الزيادة الطبيعية في الألف لسكان جمهورية مصر العربية

في المدة من ١٩٥٢ حتى ١٩٧٠

السنوات	الزيادة الطبيعة في الألف	السنوات	الزيادة الطبيعية في الألف
١٩٥٢	٢٧,٤	١٩٦٢	٢٣,٤
١٩٥٣	٢٣,٠	١٩٦٣	٢٧,٤
١٩٥٤	٢٤,٧	١٩٦٤	٢٦,٣
١٩٥٥	٢٢,٧	١٩٦٥	٢٧,٤
١٩٥٦	٢٤,٣	١٩٦٦	٢٥,٢
١٩٥٧	٢٠,٢	١٩٦٧	٢٥,٠
١٩٥٨	٢٤,٥	١٩٦٨	٢٢,٠
١٩٥٩	٢٦,٥	١٩٧٩	٢٢,٤
١٩٦٠	٢٦,٢	١٩٧٠	٢٠,٦
١٩٦١	٢٨,١		

أما السلاسل الزمنية للمتوسطات فيمكن أن تمثلها السلسلة التالية لمتوسط محصول الفدان من القمح عن المدة من ١٩٥٢ – ١٩٧٠

متوسط محصول الفدان من القمح بالأردب

عن الفترة ١٩٥٢- ١٩٧٠

السنوات	١٩٥٢	١٩٦٥	١٩٦٦	١٩٦٧	١٩٦٨	١٩٦٩	١٩٧٠
متوسط المحصول	٥,١٨	٧,١٤	٧,٥٧	٦,٩١	٧,١٦	٦,٧٩	٧,٧٥

ويتوقف نوع السلسلة الزمنية المستخدمة علي الغرض من التحليل وعلي الظروف المحيطة بالبحث.

ويمكن تحليل السلاسل الزمنية من معرفة تطور الظاهرة مع الــزمن وسلوكها والتنبؤ بمعالمها خلال فترات مقبلة ليكون ذلــك أســاس للتخطــيط وعمل البرامج المستقبلة. فمن المعلومات الأساسية التـــي تهــم الأقتــصادى ورجل الإدارة والمخطط معرفة ما إذا كانت قيم الظــواهر محــل الدراســة تتطور مع الزمن, واتجاه هذا التطور وقيمته , كما يهمه معرفة ما إذا كانــت هذه الظواهر تخضع لتقلبات دورية أو موسمية, ونوعية هذه التقلبــات, إذ أن هذه المعلومات أساسية لأي تخطيط للمستقبل.

مؤشرات السلاسل الزمنية

تحدد معالم الظواهر بمجموعة من المؤشــرات الخاصــة بالسلــسلة الزمنية. ومن أهم هذه المؤشرات: مستوي الظاهرة والزيادة المطلقة والزيادة النسبية ومتوسطاتهم. مستوي السلسلة الزمنية: وهو متوسط المستويات التـــي تحتوي عليها السلسلة, فإذا كانت $ص_١,ص_٢,ص_٣....ص_ن$ هــي مــستويات الظاهرة فإن متوسط هذه المستويات $\overline{ص} = \frac{مجـ ص}{ن}$

فمثلاً متوسط الإجمالي العام للأجور (في الجدول السابق ذكره) هو:

$$\overline{ص} = \frac{٨٩٠,٣ + ٩٧٩,١ + ١٠٠٢,٢ + ١٠٣٢,٢ + ١١٠٥,٦ + ١١٧٩,٧}{٦}$$

$$= \frac{٦١٨٩,١}{٦} = ١٠٣١,٥٢ \text{ جنيه}$$

هذا بالنسبة للسلسلة الزمنية الفترية. أما إذا كانت السلسلة الزمنية لحظية, فإن الأمر يتطلب بعض المعالجة علي الوجه التالي: نفرض أن الأرقام التالية تمثل المخزون السلعي في أحد المصانع من سلعة معينة أول كل شهر:

التاريخ	أول يناير	أول فبراير	أول مارس	أول أبريل	أول مايو	أول يونيو	أول يوليو
المخزون السلعي	٢٢٠	٢٤٠	٢٨٠	٢٦٠	٣٠٠	٢٩٤	٣٢٠

لإيجاد متوسط المخزون خلال الفترة كلها أو المستوي المتوسط للسلسلة يجب إيجاد متوسط المخزون في خلال كل شهر علي حدة فمتوسط المخزون خلال شهر يناير يمكن أن يمثله متوسط الرصيد أول وآخر هذا الشهر $\frac{\text{٢٢٠+٢٤٠}}{\text{٢}}$ وفي شهر فبراير $\frac{\text{٢٤٠+٢٨٠}}{\text{٢}}$ ..... وهكذا لباقي الشهور. ويكون متوسط المتوسطات الشهرية ويساوى.

$$\frac{\text{٢٣٠+ ٢٦٠+ ٢٧+ ٢٨٠+ ٢٩٧+ ٣٠٧}}{\text{٦}} = \frac{\text{١٦٤٤}}{\text{٦}} = \text{٢٧٤ وحدة}$$

ويمكن تمثيل ذلك جبرياً كما يلي:

$$\overline{\text{ص}} = \frac{\frac{\text{١}}{\text{٢}}\,\text{ص}_{\text{١}} + \text{ص}_{\text{٢}} + \text{ص}_{\text{٣}} + \text{........} \quad \frac{\text{١}}{\text{٢}}\,\text{ص}_{\text{ن}}}{\text{ن} - \text{١}}$$

وذلك باعتبار $ص_ر$ تمثل مستويات السلسلة, وأن عدد هذه المستويات ن. وفي المثال السابق يكون متوسط سنوات السلسلة:

$$\overline{ص} = \frac{\frac{١}{٢} x ٢٢٠ + ٢٤٠ + ٢٨٠ + ٢٦٠ + ٣٠٠ + ٢٩٤ + \frac{١}{٢} x ٣٢٠}{٧ - ١}$$

$$= \frac{١٦٤٤}{٦} = ٢٧٤ \text{ جنيه}$$

وهي تقس النتيجة السابقة.

ولكن المعادلات السابقة تنطبق فقط إذا كانت جميع الفترات أو المدد بين كل لحظتين متتاليتين متساوية. فإذا لم تتساوى هذه الفترات فإنه يجب إجراء بعض المعالجة التي تتلخص في ترجيح مستويات السلسلة بالفترات أو بالمدد بين اللحظات:

$$\overline{ص} = \frac{مجـ ص_ر م}{مجـ م}$$

حيث تمثل $ص_ر$ مستويات الظاهرة وتمثل م الفترات الزمنية.

فإذا كان عدد العمال في مصنع ما في تواريخ مختلفة ممثلا بالجدول التالي:

التاريخ	**من أول يناير حتى ١٥ فبراير**	**من ١٦ فبراير حتى ٢٢ مارس**	**من ٢٣ مارس حتى أول أبريل**
عدد العمال	١٠٠٠	١٠٥٠	١١٥٠

فإن متوسط عدد العمال أي المستوي المتوسط لهذه السلسلة يكون مساوياً:

$$\bar{ص} = \frac{١٠٠٠ \times ٤٥ + ١٠٥٠ \times ٣٥ + ١١٥٠ \times ١٠}{٤٥ + ٣٥ + ١٠} = \frac{٩٣٢٥٠}{٩٠} = ١٠٣٦ \text{ عاملا}$$

وذلك خلال ربع السنة الأولي (من أول يناير حتى نهاية مارس) ذلك أن عدد العمال كان ١٠٠٠ من أول السنة حتى ١٥ فبراير أي لمدة ٤٥ يوماً ثم زاد إلي ١٠٥٠ واستمر كذلك لمدة ٣٥ يوماً أي حتى ٢٢ مارس, وفي هذا التاريخ ارتفع عدد العمال مرة أخرى إلي ١١٥٠ وبقي كذلك حتى نهاية الربع الأول من السنة أي نهاية مارس.

ولمعرفة تغير مستوى الظاهرة من فترة لأخرى فإنه يجب مقارنة مستوياتها خلال هذه الفترات الزمنية وقد تهدف هذه المقارنة إلي معرفة التغيرات المطلقة لمستويات الظاهرة أو إلي تحديد التغيرات النسبية لهذه المستويات.

فإذا كانت $ص_١$, $ص_٢$, $ص_٣$, ... $ص_ن$ تمثل مستويات سلسلة زمنية معينة فإن التغيرات المطلقة يمكن الوصول إليها بمقارنة كل مستوى بالمستوى السابق له: $ص_٢ - ص_١$, $ص_٣ - ص_٢$, $ص_٤ - ص_٣$, ... $ص_ن - ص_{ن-١}$ وبشكل عام فإن التغير المطلق يكون مساوياً للمقدار $ص_ر - ص_{ر-١}$ أما التغير النسبي للمستويات الظاهرة السابقة فيكون مساوياً للقيم:

$$\frac{ص_٢}{ص_١} , \frac{ص_٣}{ص_٢} , \frac{ص_٤}{ص_٣} , ... , \frac{ص_ن}{ص_{ن-١}}$$

أي أن التغير النسبي = $\frac{ص_ر}{ص_{ر-١}}$

التغـــير المطلق

التغير المطلق هو الفرق بين مستويين للسلسلة الزمنية ويرمـــز لـــه بالرمز Δ ص. وهو يبين الزيادة أو النقص في قيمة الظاهرة خـــلال فتـــرة زمنية معينة. ففي الجدول السابق الذي يبين تطور إنتاجية الفدان مـــن القمـــح زادت إنتاجية الفدان في عام ١٩٧٠ عنها في العام السابق له ١٩٦٩ بمقـــدار ٠,٩٦ أردب (٧,٧٥ – ٦,٧٩) أما في عام ١٩٦٧ فـــإن الإنتاجيـــة نقـــصت ٠,٦٦ (٦,٩١ – ٧,٥٧)... وهكذا. وتبين إشارة الفرق نـــوع التغيـــر الـــذي يحدث في السلسلة. فإذا كانت الإشارة موجبة فإن التغيـــر يكـــون بالزيـــادة والعكس إذا كانت الإشارة سالبة ويكون مجموع التغيرات المطلقة لمـــستويات السلسلة أي مجـــ Δ ص مساوياً للفرق بين المستوى الأول والمستوى الأخير من مستويات السلسلة: مجـــ Δ ص = $ص_ن$ – $ص_١$, وفي مثالنا السابق عـــن المخزون السلعي فإن التغيرات في مستويات هذا المخزون يمكن تمثيلها كمـــا يلي:

الشهر	يناير	فبراير	مارس	أبريل	مايو	يونيو	يوليو
التغيرات المطلقة	-	+٢٠	+٤٠	- ٢٠	+٤٠	- ٦	+٢٦

وإجمالي التغير المطلق أي مجـــ Δ ص = ١٠٠ وهو مساو للمقدار $ص_ن$ – $ص_١$.

أما متوسط التغير المطلق فيحسب كما يلي:

$$\overline{\Delta ص} = \frac{مجـ \Delta ص}{ن - ١} = \frac{ص_ن - ص_١}{ن - ١}$$

وفي المثال السابق $\overline{\Delta ص} = \frac{٣٢٠ - ٢٣٠}{٧ - ١} = \frac{٩٠}{٦} = ١٦,٦$

معدل التغير

رأينا مما سبق أن التغير المطلق يبين مقدار الزيادة أو النقص في الظاهرة في فترة ما بالنسبة للفترة السابقة لها أو لأي فترة أخرى وذلك بشكل مطلق.

ولكن لمعرفة نسبة التغير بالزيادة أو النقص في مستوى (كم مرة زاد أو نقص) الظاهرة في فترة ما بالنسبة للفترة السابقة لها (فترة أساس) أو لأي فترة أخري فإنه يجب حساب معدل التغير. ويطلق اصطلاح معدل التغير علي علاقة مستوى الظاهرة في فترة بمستواها في فترة سابقة أو لأي فترة أخرى أخذت كأساس. ويعرف أحياناً معدل التغير بسرعة التغير أو سرعة النمو. ويمكن حساب هذا المعدل لإجمالي مستوى السلسلة في الفترة المعينة أو لمقدار التغير فقط. ويبين الجدول التالي إنتاج أحد مصانع السيارات بالألف خلال الفترة من ١٩٦٠ حتى ١٩٦٧:

أنتاج مصنع س للسيارات بالألف

السنة	الإنتاج	التغير النسبي لإجمالي المستويات %		التغير النسبي لزيادة المستويات %		القيمة المطلقة لمعدل تغير ١% بالألف
(١)	(٢)	أساس متحرك (٣)	أساس ثابت (٤)	أساس متحرك (٥)	أساس ثابت (٦)	(٧)
١٩٦٠	٦٥,٣	-	١٠٠	-	-	-
١٩٦١	٧٠,٨	١٠٨,٤	١٠٨,٤	٨,٤	٨,٤	٠,٥٦
١٩٦٢	٧٦,٣	١٠٧,٨	١١٦,٨	٧,٨	١٦,٨	٠,٧١
١٩٦٣	٨٠,٢	١٠٥,١	١٢٢,٠	٥,١	٢٢,٨	٠,٧٦
١٩٦٤	٨٥,٠	١٠٦,-	١٣٠,٢	٦,٠	٣٠,٢	٠,٨٠
١٩٦٥	٩١,٠	١٠٧,١	١٣٩,٤	٧,١	٣٩,٤	٠,٨٥
١٩٦٦	٩٦,٠	١٠٦,٥	١٤٨,٤	٦,٥	٤٨,٤	٠,٩١
١٩٦٧	١٠٢,٢	١٠٥,٥	١٥٦,٥	٥,٥	٥٦,٥	٠,٩٧

وفي هذا الجدول جري حساب التغيرات النسبية علي الوجه التالي:

١- حسب التغير النسبي لإجمالي مستويات الظاهرة (عمود ٣،٤) وهي مساوية للمقدار $\frac{ص_ر}{ص_{ر-١}}$ ويساوي هذا المقدار في عام ١٩٦١ $\left(\frac{٧٠,٨}{٦٥,٣}\right)$ أي ١٠٨,٤ وفي عام ١٩٦٢ يساوي $\left(\frac{٧٦,٣}{٧٠,٨}\right)$ أي ١٠٧,٨ , وهكذا بالنسبة لباقي السنين. وهذا بالنسبة للأساس المتحرك أي نسبة مستوى الظاهرة في كل عام إلي مستواها في العام السابق له مباشرة, كما هو مبين بالعمود الثالث بالجدول السابق, ويبين العمود الرابع التغير النسبي لإجمالي الظاهرة منسوباً – في جميع السنوات – إلي المستوى في عام ١٩٦٠ وهذا ما يعرف بالأساس الثابت والقيم الواردة بالعمود الرابع تمثل المقدار $\left(\frac{ص_ر}{ص_١}\right)$ فأما عام ١٩٦٠ نجد الرقم ١٠٠ أي $\left(\frac{٦٥,٣}{٦٥,٣}\right)$ وأمام عام ١٩٦١ نجد الرقم ١٠٨,٤ أي $\left(\frac{٧٠,٨}{٦٥,٣}\right)$ وأمام عام ١٩٦٢ نجد ١٦٦,٨ أي $\left(\frac{٧٦,٣}{٦٥,٣}\right)$ وأمام عام ١٩٦٣ نجد الرقم ١٢٢,٨ أي $\left(\frac{٨٠,٢}{٦٥,٣}\right)$ ..... وهكذا.

٢- حسب معدل التغير النسبي في مستوى الظاهرة بالعمودين ٦،٥ . ويمثل العمود الخامس معد التغير محسوباً باستخدام الأساس المتحرك, وذلك بحساب المقدار $\frac{ص_ر - ص_{ر-١}}{ص_{ر-١}}$

فسيكون معدل التغير في عام ١٩٦٤ مساوياً للمقدار – ,٦ أي

$$\frac{٨٥, - ٨٠,٢}{٨٠,٢}$$

ويكون معدل التغير في عام ١٩٦٧ مساوياً للمقدار ٥,٥ أو $\frac{١٠٢,٢ - ٩٦}{٩٦}$

وهكذا بالنسبة لباقي السنوات. أما العمود السادس فيمثل معدل التغير النسبي أيضاً ولكن بأساس ثابت (باعتبار مستوى السلسلة في عام ١٩٦٠ أساس) أي أن قيم هذا العمود حسبت بالمقدار $\frac{ص_ر - ص_١}{ص_١}$

فيكون معدل التغير بالأساس الثابت لعام ١٩٦٤ مساوياً للمقدار ٣٠,٢ أي $\frac{٨٥,- - ٦٥,٣}{٦٥,٣}$

وبحسابه لعام ١٩٦٧ يكون مساوياً للمقدار ٥٦,٥ أي $\frac{١٠٢,٢ - ٦٥,٣}{٦٥,٣}$ وهكذا بالنسبة لجميع السنوات.

٣- يلاحظ أن القيم الواردة بالعمود رقم ٥ تساوى القيم المناظرة لها والواردة بالعمود رقم (٣) – ١٠٠. أيضاً القيم الواردة بالعمود رقم ٦ تساوى القيم المناظرة لها بالعمود رقم (٤) – ١٠٠ وذلك لأن:

$$\frac{ص_ر}{ص_{ر-١}} = ١ + \frac{ص_ر - ص_{ر-١}}{ص_{ر-١}}$$

كما أن

$$\frac{ص_ر}{ص_١} = ١ + \frac{ص_ر - ص_١}{ص_١}$$

٤- يمثل العمود السابع الزيادة المطلقة بالألف المعادلة لكل ١% زيادة نسبية. ويمكن تلخيص القواعد التي اتبعت في الحساب كما يلي:

	الأساس المتحرك	الأساس الثابت
معـــدل الزيـــادة لإجمالي المستوى	$\frac{\text{ص}_{\text{ر}}}{\text{ص}_{\text{ر}} - ١}$	$\frac{\text{ص}_{\text{ر}}}{\text{ص}_{١}}$
معـــدل الزيـــادة لتغيير المستوى	$\frac{\text{ص}_{\text{ر}} - \text{ص}_{\text{ر}} - ١}{\text{ص}_{\text{ر}} - ١}$	$\frac{\text{ص}_{\text{ر}} - \text{ص}_{١}}{\text{ص}_{١}}$

ويبين معدل التغير – كما رأينا – اختلاف مستوى الظاهرة من فترة زمنية أو لحظة إلى أخرى. ولكن قد يهمنا أيضاً معرفـة المعـدل المتوسـط لتغير مستويات الظاهرة عن مدة السلسلة كلها. ويحسب المعـدل المتوسـط لتغير إجمالي مستويات الظاهرة كوسط هندسي لمعدلات التغيـر بـين كـل فترتين متتاليتين. وحيث أن الوسط الهندسي لعدد من المشاهدات للظاهرة س يكون مساوياً للمقدار الآتي:

$$\bar{\text{س}} = \sqrt[\text{ن}]{\text{س}_{١} \times \text{س}_{٢} \times \text{س}_{٣} \ldots\ldots \times \text{س}_{\text{ن}}}$$

فإذا كانت $\bar{\text{م}}$ ترمز للمعدل المتوسط لغير إجمالي السلسلة, م ر ترمز لمعدلات تغير الظاهرة من فترة لأخرى أو من لحظة لأخرى فإن:

$$\bar{\text{م}} = \sqrt[\text{ن}-١]{\text{م}_{١} \times \text{م}_{٢} \times \text{م}_{٣} \ldots\ldots \times \text{م}_{\text{ن} - ١}}$$

وهذا بدوره يساوى:

$$\bar{م} = \sqrt[ن-١]{\frac{ص_ن}{ص_١}}$$

والمعادلة الأخيرة بالطبع أسهل في التطبيق لأنها تستخدم فقط المستويين الأول والأخير للسلسلة. ومما سبق يمكن القول بأن المعدل المتوسط لتغير الظاهرة يساوى:

$$\bar{هـ} = \sqrt[ن-١]{\frac{ص_ن}{ص_١}} - ١$$

وذلك لأن المعدل المتوسط لتغير إجمالي مستويات الظاهرة يزيد واحداً عن المعدل المتوسط لتغير مستويات الظاهرة كما سبق أن أوضحنا.

__مثال:__ فيما يلي عدد الوحدات التي أنتجت في أحد المصانع في المدة من ١٩٦٨ حتى ١٩٧٢ بالألف وحدة:

السنة	١٩٦٨	١٩٦٩	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٢
عدد الوحدات	٢٥,-	٢٧,٢	٣٠,٧	٣٤,٧	٥١,٨

$$\bar{م} = \sqrt[٤]{\frac{٥١,٨}{٢٥,-}} = ١,٢ \text{ أو } ١٢٠\%$$

$$\bar{هـ} = \bar{م} - ١ = ١,٢ - ١ = ٠,٢ \text{ أو } ٢٠\ \%$$

وصف التغير في الظواهر الاجتماعية باستخدام السلاسل الزمنية إن المهمة الأساسية لتركيب ومعالجة وتحليل السلاسل الزمنيـة هـي الكـشف الرقمي لحقيقة قوانين تغير الظاهرة التي تمثلها السلسلة. وفي بعض الأحيـان يكون واضحاً من مجرد ملاحظة مستويات السلسلة قـانون تغيـر الظـاهرة واتجاهها العام. ولكن في أحيان أخرى لا يكفي لمعرفة ذلك لمجرد ملاحظـة تغير مستويات الظاهرة, وهنا يجب إجراء بعض المعالجـات. ويهـتم علـم الإحصاء بهذه المعالجات التي تبدأ من البسيط إلي الأكثـر تعقيـداً. وسـوف نبحث الآن أهم هذه المعالجات.

١- توسيع الفترات

تتلخص هذه الطريقة في تجميع مستويات السلسلة في عدد أقل – أي إنقاص أو اختصار عدد مستوياتها, ويتوقف هذا العدد علي طبيعة السلـسلة, فمثلا إذا كانت مستويات السلسلة يومية فإنه يمكن تحويلها إلـي أسـبوعية أو نصف شهرية, والمستويات الشهرية يمكن اختصارها إلي ربع سنوية. وعنـد اختصار مستويات السلسلة يمكن استعمال مجاميع المستويات المختـصرة أو متوسطات هذه المستويات.

مثال: إذا كانت البيانات التالية تمثل محصول القطن لإحدى القـرى بالألف قنطار عن الفترة من ١٩٥٣ حتى ١٩٦٧

السنة	المحصول بالألف قنطار	السنة	المحصول بالألف قنطار
١٩٥٣	٨٢,٥	١٩٦١	١٣٠,٨
١٩٥٤	٨٥,٦	١٩٦٢	١٤٠,٢
١٩٥٥	١٠٣,٧	١٩٦٣	١٠٧,٥
١٩٥٦	١٢٥,-	١٩٦٤	١٥٢,١
١٩٥٧	١٠٢,٦	١٩٦٥	١٢١,١
١٩٥٨	١٣٤,٧	١٩٦٦	١٧١,٢
١٩٥٩	١١٩,٥	١٩٦٧	١٤٧,٩
١٩٦٠	١٢٥,٥		

ولكي تتبين الاتجاه العام لإنتاج القطن في هذه القريـــة فإنـــه يمكـــن تحويل مستويات السلسلة من مستويات سنوية إلي مستويات تمثل كـــل منهـــا خمسة سنوات وذلك علي الوجه التالي:

الفترات	١٩٥٣ - ١٩٥٧	١٩٥٨ - ١٩٦٢	١٩٦٣ - ١٩٦٧
المحصول بالألف قنطار	٤٩٩,٤	٦٥٠,٧	٦٩٩,٨
المتوســـــط الــــــسنوي للمحصول بالألف قنطار	٩٩,٩	١٣٠,١	١٤٠,-

لاشك أن السلسلة في شكلها المختصر سواء للمجاميع أو المتوسطات تبين بشكل أوضح اتجاه إنتاج القطن في هذه القرية.

٢- المتوسطات المتحركة

تهدف هذه الطريقة في المقام الأول إلي تمهيد السلسلة وذلك بإيجـــاد متوسطات متحركة لمستوياتها. فإذا كان الجدول التالي يبين إنتاج البيض في إحدى محطات الدواجن عن الفترة من ١٩٦١ حتى ١٩٧٠ بالمليون بيـــضة فإن الحساب يتم علي الوجه التالي:

السنة	الإنتاج السنوي	إجمالي الإنتاج المتحرك	المتوسط المتحرك
١٩٦١	١٦,٢		
١٩٦٢	١٥,٢		
١٩٦٣	١٥,١	٨٠,٢	١٦,٠٤
١٩٦٤	١٦,٩	٧٦,٩	١٥,٣٨
١٩٦٥	١٦,٨	٧٥,٥	١٥,١٠
١٩٦٦	١٢,٩	٧٦,٥	١٥,٣٠
١٩٦٧	١٣,٨	٨٠,٠	١٦,-
١٩٦٨	١٦,١	٨١,٠	١٦,٢٠
١٩٦٩	٢٠,٤		
١٩٧٠	١٧,٨		

وقد تم تجميع الإنتاج من البيض عن كل خمسة سنوات ثم إيجاد المتوسط المتحرك له ورصده أمام السنة المتوسطة. فمثلاً رصد أمام ١٩٦٣ متوسطاً متحركاً قدره ١٦,٠٤ مليون بيضة وهو متوسط السنوات الخمس الأولي

$$\left(\frac{١٦,٢ + ١٥,٢ + ١٥,١ + ١٦,٩ + ١٦,٨}{٥} \right)$$

وبعد ذلك أضيف إنتاج عام ١٩٦٦ إلي إجمالي الإنتاج واستبعد بدلا منه إنتاج عام ١٩٦١ فحصلنا علي متوسط متحرك مقداره ١٥,٣٨ رصد أمام عام ١٩٦٤ وهو العام المتوسط لمجموعة السنين الثانية

$$\left(\frac{١٥,٢ + ١٥,١ + ١٦,٩ + ١٦,٨ + ١٢,٩}{٥} \right)$$

وهكذا بالنسبة لباقي السنوات. ومن البديهي أنه لا يوجد أي متوسط أمام الأعوام ١٩٦١ , ١٩٦٢, ١٩٦٩ , ١٩٧٠ لأن المتوسط المتحرك يرصد أمام السنة الوسطى لمجموعة السنوات المحسوب لها.

وفي بعض الأحيان قد لا يؤدي حساب المتوسطات المتحركة إلي تمهيد السلسلة بشكل يوضح اتجاه الظاهرة, وفي هذه الحالة ينبغي إعادة تمهيدها مرة أخري بحساب متوسطات متحركة أيضاً ليس البيانات الأصلية ولكن لمتوسطاتها المتحركة التي حسبت أولا وذلك علي الوجه المبين بالجدول التالي. في هذا الجدول سوف تحسب متوسطات متحركة لفترات كل منها ٦ سنوات ثم تحسب متوسطات متحركة لكل متوسطين متتاليين وذلك بالتطبيق علي بيانات الجدول السابق:

السنة	الإنتاج السنوي	إجمالي الإنتاج	المتوسط المتحرك	متوسط المتوسطات
١٩٦١	١٦,٢			
١٩٦٢	١٥,٢			
١٩٦٣	١٥,١	٩٣,١	١٥,٥٢	
١٩٦٤	١٦,٩	٩٠,٠٧	١٥,١٢	١٥,٣٢
١٩٦٥	١٦,٨	٩١,٦	١٥,١	١٥,٢٠
١٩٦٧	١٢,٩	٩٦,٩	١٦,١٥	١٥,٧١
١٩٦٨	١٣,٨	٩٧,٨	١٦,٣٠	١٦,٢٣
١٩٦٩	١٦,١			
١٩٧٠	٢٠,٤			
	١٧,٨			

ويلاحظ أن طريقة المتوسطات المتحركة تؤدى أيضاً إلي اختصار مستويات السلسلة كما في الطريق السابقة, كما أنها تؤدى إلي تمهيد البيانات بشكل أفضل.

٣- طريقة المربعات الصغرى

تساعد معرفة شكل انتشار مستويات السلسلة أو درجة المنحني الـــذي يمثلها باستخدام طريقة الفروق أو طريقة العزوم في تحديـــد الاتجـــاه العـــام للسلسلة. فإذا عملنا أن مستويات السلسلة يمثلها خط مستقيم فإنه يمكن توفيـــق هذا الخط بحيث تكون مجموع مربعات انحرافات القيم عنه أقل ما يمكن, أي أقل منها بالنسبة لأي خط آخر. وكما نعلم فإن معادلة الخط المـــستقيم هـــي: ص = ١ + ب س باعتبار أن ص تمثل قيم المتغير التابع و س تمثـــل قـــيم المتغير المستقل وأن أ تساوى قيمة ص عندما تكون س مساوية صـــفراً وأن ب تمثل ميل الخط أي التغير الذي يطرأ علي المتغير ص لكل وحدة تغير في س.

ولرسم الخط ينبغي تقدير معلمتيه أ,ب.

مثال: الآتي إنتاج أحد مصايد الأسماك عن الفترة من ١٩٦٨ حتى ١٩٧٢ بالألف طن. والمطلوب قياس الاتجاه العـــام للإنتـــاج بطريقـــة المربعـــات الصغرى:

السنة	١٩٦٨	١٩٦٩	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٢
الإنتاج	٤,٧	٥,٢	٥,٨	٦,١	٦,٥

Θمعادلة الخط المستقيم ص = أ + ب س

ومنها مجـــ ص = ن أ + ب مجـــ س

, مجـــ س ص = أ مجـــ س + ب مجـــ س^{٢}

وللحصول علي القيم اللازمة لحل المعادلتين السابقتين يعد الجدول التالي:

السنة	الإنتاج (ص)	الانحرافات الزمنية (س)	س٢	س ص	القيم الاتجاهية (المقدرة)
١٩٦٨	٤,٧	-٢,	٤	-٩,٤,	٤,٧٦
١٩٦٩	٥,٢	-١,	١	-٥,٢	٥,٢١
١٩٧٠	٥,٨	صفر	صفر	صفر	٥,٦٦
١٩٧١	٦,١	١	١	٦,١	٦,١١
١٩٧٢	٦,٥	٢	٤	-١٣,	٦,٥٦
المجموع	٢٨,٣	صفر	١٠	٤,٥	٢٨,٣٠

ويلاحظ أننا استخدمنا انحرافات السنوات لتسهيل الحساب باعتبار نقطة الأصل هي السنة الوسطى ١٩٧٠ وحسبنا انحرافات باقي السنوات عنها, وهذا يؤدى إلي كون مجـ س = صفر, أي أن:

$$ن = \frac{مجـ\ س\ ص}{مجـ\ س^{٢}} = \frac{٤,٥}{١٠} = ٠,٤٥$$

$$أ = \frac{مجـ\ ص}{ن} = \bar{ص} = \frac{٢٨,٣}{٥} = ٥,٦٦$$

∴ معادلة الخط المستقيم الذي يمثل إنتاج الأسماك في هذه الوحدة الإنتاجية هي: ص = ٥,٦٦ + ٠,٤٥ س

وباستخدام هذه المعادلة جرى حساب القيم الاتجاهية (المقدرة) للسلسلة في سنواتها الخمس وهي تلك القيم التي تقع علي المستقيم الممثل للسلسلة. فمثلاً القيمة الاتجاهية لعام ١٩٦٨:

$$\hat{ص} = ٥,٦٦ + (٠,٤٥ \times -٣) = ٤,٧٦$$

ولعام ١٩٦٩ فإن:

ص^ = ٥,٦٦ + (٠,٤٥ × - ١٠) = ٥,٢١

وهكذا بالنسبة لبقية السنوات.

علي أنه يجب التنبيه إلي أن خطوات الحساب تعتمد بالدرجة الأولي علي شكل المنحنى الممثل للسلسلة. وسوف نأخذ الآن سلسلة يمثلها منحني من الدرجة الثانية كالمبين بالجدول التالي حيث يبين إنتاج إحدى محطات توليد الكهرباء بملايين الكيلووات عن المدة من ١٩٦٧ حتى ١٩٧٢:

السنة	**١٩٦٧**	**١٩٦٨**	**١٩٦٩**	**١٩٧٠**	**١٩٧١**	**١٩٧٢**
الإنتاج	٠,٩	١,-	١,٣	٣,١	٣,٩	٥,-

معادلة المنحني: ص = أس^{٢} + ب س + حـ

∴ مجـ ص = أ مجـ س^{٢} + ب مجـ س + ن حـ

مجـ س ص = أ مجـ س^{٣}+ ب مجـ ص^{٢} + حـ مجـ س

مجـ س^{٢} ص= أ مجـ س^{٤} + ب مجـ س^{٣} + حـ مجـ س^{٢}

ونقوم بعمل جدول علي الشكل التالي:

السنة	الإنتاج (ص)	الانحرافات الزمنية (س)	س^{٢}	س^{٤}	س ص	س^{٢} ص	القيمة الاتجاهية (المقدرة)
١٩٦٧	٠,٩	- ٥	٢٥	٦٢٥	٤,٥-	٢٢,٥	٠,٧٢٩
١٩٦٨	١,-	- ٣	٩	٨١	٣,-	٩,-	١,١١٩
١٩٦٩	١,٣	- ١	١	١	١,٣-	١,٣	١,٧٥٧
١٩٧٠	٣,١	١	١	١	٣,١	٣,١	٢,٦٤٣
١٩٧١	٣,٩	٣	٩	٨١	١١,٧	٣٥,١	٣,٧٧٧
١٩٧٢	٥,-	٥	٢٥	٦٢٥	٢٥,-	١٢٥,-	٥,١٥٩
المجموع	١٥,٢	صفر	٧٠	١٤١٤	٣١,-	١٩٦,-	١٥,١٨٤

وهنا أيضاً اخترنا منتصف عام ١٩٦٩ كنقطة أصل ثم حسبت انحرافات أنصاف الأعوام عن هذه النقطة, وذلك لتسهيل العمليات الحسابية, وقد أدى هذا بالفعل إلي اختصار المعادلات الثلاثة السابقة بالشكل التالي, وذلك مجـ س = مجـ $س^٢$ = صفر.

مجـ ص = أ مجـ $س^٢$ + ن حـ

مجـ س ص = ب مجـ $س^٢$

مجـ $س^٢$ ص = أ مجـ $س^٤$ + حـ مجـ $س^٢$

ومن هذه المعادلات فإن:

$$أ = \frac{ن \text{ مجـ } س^٢ ص - \text{مجـ } ص . \text{مجـ } س^٢}{ن \text{ مجـ } س^٤ - (\text{مجـ } س^٢)^٢}$$

$$ب = \frac{\text{مجـ } س ص}{\text{مجـ } س^٢}$$

$$حـ = \frac{\text{مجـ } ص . \text{مجـ } س٤ - \text{مجـ } س٢ . \text{مجـ } س٢ ص}{ن \text{ مجـ } س^٤ - (\text{مجـ } س^٢)^٢}$$

وبالتطبيق علي الجدول السابق فإن:

$$أ = \frac{٦ \times ١٩٦ - ١٥,٢ \times ٧٠}{٦\times١٤١٤ - (٧٠)^٢} = ٠,٠٣١$$

$$ب = \frac{٣١}{٧٠} = ٠,٤٤٣$$

$$\text{جـ} = \frac{١٥,٢ \times ١٤١٤ - ٧٠ \times ١٩٦}{٦\times١٤١٤ - (٧٠)^{٢}} = ٢,١٦٩$$

وبالتالي تكون معادلة المنحنى هي:

ص = ٠,٠٣١ س^{٢} + ٠,٤٤٣ س + ٢,١٦٩

هذا وقد حسبت القيم الاتجاهية (المقدرة) بنفس الأسلوب المتبع في المثال السابق.

ومن الجدير بالذكر أنه يمكن توفيق المنحني الممثل للسلسلة وإيجاد معادلته بخطوات مشابهة لما سبق أياً كان شكل هذا المنحنى, طبعاً مع التعديلات اللازمة في خطوات الحساب.

ولاختبار دقة توفيق الخط المستقيم قد يستخدم الخطأ المعياري.

وتتناسب درجة الدقة عكسياً – كما ذكرنا بالباب السادس – مع مقدار الخطأ المعياري مع افتراض ثبات العوامل الأخرى علي حالها. ويحسب الخطأ المعياري بإيجاد الجذر التربيعى لمتوسط مربعات انحرافات القيم الاتجاهية (القيم المقدرة) عن القيم الأصلية (القيم الحقيقية) المناظرة لها. ويمكن حساب الخطأ المعياري في المثال السابق الخاص بإنتاج أحد مصايد الأسماك علي الوجه التالي:

السنة	الإنتاج (القيمة الحقيقية)	القيمة الاتجاهية (القيمة المقدرة)	الفروق	مربع الفروق
١٩٦٨	٤,٧	٤,٧٦	-٠,٠٦	٠,٠٠٣٦
١٩٦٩	٥,٢	٥,٢١	-٠,٠١	٠,٠٠٠٩
١٩٧٠	٥,٨	٥,٦٦	+٠,١٤	٠,٠١٩٦
١٩٧١	٦,١	٦,١١	-٠,٠١	٠,٠٠٠١
١٩٧٢	٦,٥	٦,٥٦	-٠,٠٦	٠,٠٠٣٦
المجموع				٠,٠٢٧٠

فيكون الخطأ المعياري = $\sqrt{\frac{٠,٠٢٧}{٥}}$ = ٠,٠٧٣ تقريباً

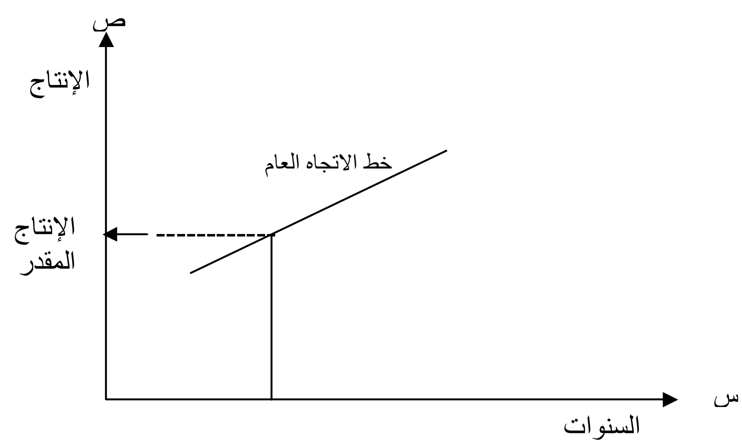
هذا وتستخدم القيم الاتجاهية أيضاً لتخليص الظاهرة من أثر الاتجـــاه العام أي لاستبعاد التغيرات الناتجة عن الاتجاه العام, ويـــساعد ذلـــك علـــي دراسة الأنواع الأخرى من التغيرات التي قد تتعرض لها السلـــسلة الزمنيـــة, مثل التغيرات الموسمية والدورية. ويستبعد الاتجاه العام عن طريق تحويـــل مستويات السلسلة الزمنية إلي نسب مئوية من القيم الاتجاهية المناظرة لهـــا. وفي المثال السابق يمكن استبعاد أثر الاتجاه العام لزيادة الإنتاج من الأسماك في الوحدة الإنتاجية موضع البحث علي الوجه التالي:

السنة	الإنتاج (القيمة الحقيقية)	القيمة الاتجاهية (القيمة المقدرة)	النسبة المئوية
١٩٦٨	٤,٧	٤,٧٦	٩٨,٧
١٩٦٩	٥,٢	٥,٢١	٩٩,٨
١٩٧٠	٥,٨	٥,٦٦	١٠٢,٥
١٩٧١	٦,١	٦,١١	٩٩,٨
١٩٧٢	٦,٥	٦,٥٦	٩٩,١

ومن الجدول يظهر أن الإنتاج قد نقص في عام ١٩٦٨ بنسبة ١,٣% عن مستوى الاتجاه العام, وفى سنة ١٩٦٩ نقص بنـــسبة ٠,٢% عـــن هـــذا المستوى, أما في عام ١٩٧٠ فقد زاد الإنتاج بنسبة ٢,٥ % عـــن مـــستوى الاتجاه العام .... وهكذا بالنسبة لباقي السنوات.

ويعنى ذلك أنه لو لم يوجد أي تأثير للاتجاه العام علي هذه الظـــاهرة لنقص مستواها (الإنتاج) بنسبة ١,٣% في سنة ١٩٦٨ عن مستواه العـــادي, ولزاد في عام ١٩٧٠ بنسبة ٢,٥% من هذا المستوى.

وقد نواجه في بعض الأحيان سلاسل زمنية غير كاملة بمعنـــى أن لا يعرف مستوى أو أكثر من مستوياتها وفي هذه الحالة يمكـــن اللجـــوء إلـــي معادلة المنحنى أو الخط الممثل لمستويات السلسلة وحساب القيمة الاتجاهيـــة للفترة الزمنية التي لا نعرف القيمة الحقيقية للسلسلة عنها. ومن البديهى أنـــه يمكن أيضاً إيجاد القيمة الاتجاهية من الرسم بإقامة عمود علي المحور الأفقي عند الزمن المطلوب حساب القيمة الاتجاهية للظاهرة عنده. وتبين نقطة التقاء هذا العمود مع الخط الممثل للسلسلة القيمة الاتجاهية المطلوب معرفتها.



هذا وإذا افترضنا ثبات العوامل الأخرى علي حالهـا فإنـه يمكـن استخدام معادلة الخط الممثل للسلسلة الزمنية في تقدير قيمة الظاهرة في فترة مقبلة وذلك بالتعويض في المعادلة عن س بالفترة الزمنية المطلوب الحصول علي تقدير لقيمة الظاهرة فيها.

فمثلاً إذا أردنا تقدير كمية الإنتاج من الأسماك بـالألف طـن لـسنة ١٩٧٥ من بيانات الجدول السابق فإننا نعوض عن قيمة س في المعادلة بـ ٥ وهو انحرافها عن نقطة الأصل (عام ١٩٧٠) علي الوجه التالي:

Θ معادلة الخط الممثل للسلسلة هي:

$$\hat{ص} = ٥,٦٦ + ٠,٤٥ \text{ س}$$

$\therefore$ القيمة المقدرة للإنتاج عام ١٩٧٥ = ٥,٦٦ + ٠,٤٥ × ٥ = ٧,٩١ ألف طن. وبالرسم أيضاً يمكن إيجاد هذه القيمة بعد الخط حتى عام ١٩٧٥ وقراءة القيمة علي المحور الرأس.

هذا عن الاتجاه العام للسلسلة إلا أن الظواهر الاجتماعية والاقتصادية قد تتعرض أيضاً لتغيرات موسمية ترتبط بفصول الـسنة أو بمواسـم إنتـاج بعض المحاصيل الزراعية أو غير ذلك من العوامل. ولا شك أن قياس هـذه التغيرات يعتبر من الأمور الهامـة جـداً لتخطـيط الـسياسات الاقتـصادية والاجتماعية وغيرها.

قياس التغيرات الموسمية

يمكن قياس هذا النوع من التغيرات عن طريق إيجاد متوسط قيمة للظاهرة في كل موسم من المواسم التي تتعرض لها الظاهرة ثم ينسب كل متوسط للمتوسط العام لهذه المتوسطات الموسمية. وتظهر النسب المئوية المحسوبة أثر الموسمية علي قيمة الظاهرة موضع البحث. علي أنه قد تستخدم أيضاً متوسطات متحركة بدلاً من المتوسطات العادية. وعلي كل حال فإنه يمكن استعمال أي مؤشر للقيمة المتوسطة حسب المشاهدات الخاصة بالظاهرة موضع البحث (وسط حسابي. وسيط .. أو غير ذلك) فإذا كانت لدينا المتوسطات الشهرية لمبيعات إحدى السلع فإنه يمكن دراسة أثر الموسمية علي الوجه التالي:

الشهر	المتوسطات الشهرية لقيمة المبيعات بالألف جنيه	المتوسطات الشهرية للمبيعات منسوبة لمتوسطها السنوي (%)
يناير	٤,٤	٧٣,٣
فبراير	٤,٣	٧١,٧
مارس	٤,٦	٧٦,٧
أبريل	٦,٢	١٠٣,٣
مايو	٧,١	١١٨,٣
يونيو	٥,٨	٩٦,٧
يوليو	٦,٣	١٠٥,-
أغسطس	٧,٧	١٢٨,٣
سبتمبر	٧,٦	١٢٦,٧
أكتوبر	٦,-	١٠٠,-
نوفمبر	٤,٤	٧٣,٣
ديسمبر	٤,٣	٧١,٧
المتوسط السنوي	٦,-	-

ومن الجدول يتضح أن مبيعات هذه السلعة تتعرض لتغيرات موسمية إذا نقل في شهور الشتاء وتزيد بشكل واضح في نهاية فصل الربيع وفصل الصيف كله وبداية فصل الخريف (فيما عدا بعض الاستثناءات). ولكن السلسلة الخاصة بعام واحد قد لا تبين بشكل كاف التقلبات الموسمية للظاهرة لاحتمال تعرضها لبعض المؤثرات العرضية أو غير المنتظمة. وفي المثال التالي سندرس السلسلة لعدد من السنوات. فيما يلي الإنتاج الشهري لأحد مصانع السكر بالألف طن في السنوات ١٩٧٠و ١٩٧١و١٩٧٢:

الشهر	الإنتاج خلال ١٩٧٠	الإنتاج خلال ١٩٧١	الإنتاج خلال ١٩٧٢	إجمالي الإنتاج	المتوسط الشهري	الإنتاج كنسبة مئوية من المتوسط الشهري عن السنوات الثلاث
يناير	٦,-	٦,-	٨,-	٢٥,-	٦,٧	١٠٦,٣
فبراير	٣,-	٥,-	٤,-	١٢,-	٤,-	٦٣,٥
مارس	١,-	٤,-	٣,-	٨,-	٢,٧	٤٢,٩
أبريل	٢,-	٤,-	٣,-	٨,-	٢,٧	٤٢,٩
مايو	٢,-	٣,-	٢,-	٧,-	٢,٣	٣٦,٥
يونيو	١,-	٢,-	١,-	٤,-	١,٣	٢٠,٦
يوليو	١,-	١,-	١,-	٣,-	١,-	١٥,٩
أغسطس	-,-	٣,-	٢,-	٥,-	١,٧	٢٧,-
سبتمبر	٩,-	١٢	١١	٣٢,-	١٠,٧	١٦٩,٨
أكتوبر	١٤,-	١٦	١٧	٤٧,-	١٥,٧	٢٤٩,٢
نوفمبر	١٣,-	١٥	١٥	٤٣,-	١٤,٣	٢٢٧,-
ديسمبر	١١	١٤	١٢	٣٧,-	١٢,٣	١٩٥,٢
الجملة	٦٣	٨٥	٧٨	٢٢٦	٦,٣	١٠٠,-
المتوسط الشهري	٥,٢	٧,١	٦,٥	٦,٣	٦,٣	١٠٠,-

ولعل الجدول السابق يبين بشكل أكثر دقة أثر الموسمية علي إنتاج هذا المصنع من السكر إذ يقل الإنتاج بشكل كبير خلال المدة من فبراير حتى أغسطس ثم يزيد في باقي شهور السنة.

وكما هو الحال عند استبعاد أثر الاتجاه العام فإنه يمكن أيضاً استبعاد أثر الموسمية عن طريق نسبة القيم الأصلية إلي الأرقام الموسمية التي أمكن الحصول عليها عند قياس التغيرات الموسمية.

بتخليص السلسلة الزمنية من أثر كل من الاتجاه العام والموسمية فإنه لا يبقي إلا أثر التقلبات الدورية, وهي تلك التغيرات طويلة الأجل نسبياً أعلي أو أسفل خط الاتجاه العام.

ويلاحظ أن دراسة وتحليل كل الأنواع السابقة من التغيرات يعتبر أمراً أساسياً عند دراسة السلاسل الزمنية ومحاولة التنبؤ بسلوكها في المستقبل, كما أنه يجدر التنويه إلي أن السلاسل الزمنية قد تتعرض أيضاً لبعض التغيرات العرضية والتي لعوامل غير ثابتة أو منتظمة.

وصل السلاسل الزمنية

قد يكون لدينا سلسلتين أو أكثر لنفس الظاهرة. وفي هذه الحالة قد يكون من المفيد وصل السلسلتين للحصول علي سلسلة زمنية واحدة تبين تغيرات الظاهرة خلال فترة أطول من الزمن, فإذا كانت لدينا سلسلة زمنية من ١٩٦٠ حتى ١٩٦٤ وأخري من ١٩٦٥ حتى ١٩٧٠ لنفس الظاهرة فإن مجرد وضع السلسلتين معاً قد يعطى سلسلة من ١٩٦٠ حتى ١٩٧٠. ولكن إذا كانت السلسلة الثانية تبدأ من ١٩٦٧ حتى ١٩٧٠ فإن مستويات ١٩٦٥ و

١٩٦٦ يمكن تقديرهما باستخدام معادلتي الخطين الممثلين للسلسلتين الأول أو الثانية, أي بتوصيل الخطين, لكن قد يكون الأمر أكثر صعوبة في حالة تداخل السلسلتين, وهنا يمكن تحويل مستويات كل من السلسلتين إلي نسب مئوية من مستوى الفترة المتداخلة في السلسلتين علي الوجه المبين بالمثال التالي : في خلال عام ١٩٦٣ جرى تعديل حدود إحدى القرى, ويبين الجدول الآتي سلسلتين زمنيتين لمتوسط إنتاجية الفدان من أحد المحاصيل الأولي عن المدة من ١٩٦٠ حتى ١٩٦٣ والثانية من ١٩٦٣ حتى ١٩٦٧ في هذه القرية:

السنة	السلسلة الأولي (متوسط إنتاجية الفدان قبل تعديل الحدود)	السلسلة الثانية (متوسط إنتاجية الفدان بعد تعديل الحدود)
١٩٦٠	٢٠	-
١٩٦١	٢١	-
١٩٦٢	٢٣	-
١٩٦٣	٢٥	٢٧
١٩٦٤	-	٢٨
١٩٦٥	-	٢٨
١٩٦٦	-	٢٩
١٩٦٧	-	٣٠

ولما كانت سنة ١٩٦٣ متداخلة في السلسلتين فإننا ننسب إلي مستوي الظاهرة فيها كافة المستويات الأخرى كما بالجدول التالي:

السنة	السلسلة الأولي	السلسلة الثانية	السلسلة الموحدة
١٩٦٠	٨٠	-	٨٠
١٩٦١	٨٤	-	٨٤
١٩٦٢	٩٢	-	٩٢
١٩٦٣	١٠٠	١٠٠	١٠٠
١٩٦٤	-	١٠٣,٧	١٠٣,٧
١٩٦٥	-	١٠٣,٧	١٠٣,٧
١٩٦٦	-	١٠٧,٤	١٠٧,٤
١٩٦٧	-	١١١,١	١١١,١

مقارنة السلاسل الزمنية

كثيراً ما يكون من الضروري مقارنة السلاسل الزمنية لظاهرة ما في عدد من الدول أو المناطق وفي هذه الحالة قد تنسب جميع مستويات كل من هذه السلاسل إلي مستواها في سنة معينة يجري اختيارها تبعاً لظروف كل حالة. فمثلا يبين الجدول التالي إنتاجية العمل في الفترة من ١٩١٣ حتى ١٩٦٦ منسوبة إلي مستواها عام ١٩١٣ وذلك في كل من الاتحاد السوفيتي والولايات المتحدة الأمريكية والمملكة المتحدة وفرنسا:

السنة	الاتحاد السوفيتي	الولايات المتحدة الأمريكية	المملكة المتحدة	فرنسا
١٩١٣	١٠٠	١٠٠	١٠٠	١٠٠
١٩٢٨	١٢٠	١٣٧	٩٤	١٠٤
١٩٣٢	١٦٩	١٢٢	٨١	١٠٥
١٩٣٧	٣١٨	١٤٦	١١٣	١٢٧
١٩٥٠	٥٨٠	٢٠٢	١٢٢	١٢٨
١٩٦٠	١١٣٩	٢٩٧	١٦٠	٢٢٥
١٩٦٦	١٥٢٨	٣٨٣	١٩٤	٢٨٧

ومن ملاحظة هذا الجدول يتضح أن إنتاجية العمل في الاتحاد السوفيتي قد تزايدت بشكل واضح عن مستواها سنة ١٩١٣ , ويلاحظ أيضاً أن هذه الزيادة أكبر من مثيلها في الدول الرأسمالية الممثلة بالجدول.

هذا ويمكن إجراء المقارنة عن طريق نسبة مستويات إحدى السلاسل إلي مستويات السلاسل الأخرى. ويبين الجدول التالي إنتاج الحديد الزهر في الاتحاد السوفيتي منسوباً إلي إنتاج الحديد الزهر في كل من الولايات المتحدة الأمريكية والمملكة المتحدة وفرنسا:

السنة	إنتاج الحديد الزهر في الاتحاد السوفيتي منسوباً إلي إنتاجية في		
	الولايات المتحدة الأمريكية	المملكة المتحدة	فرنسا
١٩١٣	١٥	٤٤	٥١
١٩٣٧	٣٩	١٦٨	١٨٤
١٩٥٥	٤٧	٢٦٣	٣٠٤
١٩٦٠	٧٧	٢٩٢	٣٣١
١٩٦٦	٨٤	٤٤٠	٤٥٠

ويلاحظ من هذا الجدول أن إنتاج الحديد الزهر في الاتحاد السوفيتي كان متخلفاً في سنة ١٩١٣ عن مستواه في البلدان الرأسمالية موضوع المقارنة (١٥% من الإنتاج الأمريكي وأقل من نصف الإنتاج البريطاني وحوالي نصف الإنتاج الفرنسي) إلا أن إنتاج الحديد الزهر في الاتحاد السوفيتي تزايد بسرعة أكبر من سرعة تزايده في البلاد الرأسمالية, ففي سنة ١٩٦٦ اقترب من مستوى الإنتاج الأمريكي وزاد علي أربعة أضعاف الإنتاج في كل من المملكة المتحدة وفرنسا.

تمـــارين

١- فيما يلي عدد طلاب كلية التجارة – جامعـــة الأزهـــر فـــي المـــدة مـــن ١٩٦٥/٦٤ حتى ١٩٧٠/٦٩:

السنة الدراسية	٦٥/٦٤	٦٦/٦٥	٦٧/٦٦	٦٨/٦٧	٦٩/٦٨	٧٠/٦٩
عدد الطلاب	١٠٠٥	١١٤٣	١٥٠٨	١٧٢٨	١٧٣٠	٢٠٣٠

والمطلوب: حساب المتوسط المتحرك لفترة مـــدتها ٣ ســـنوات ثـــم إيجـــاد المتوسط المتحرك لفترة مدتها ٤ سنوات.

٢- فيما يلي إجمالي الاستثمار في القطاعات والأنشطة والاقتصادية المختلفة بالمليون جنية والمطلوب: إيجاد المتوسط المتحرك.

السنة المالية	٦٥/٦٤	٦٦/٦٥	٦٧/٦٦	٦٨/٦٧	٦٩/٦٨	٧٠/٦٩
الاستثمار	٣٦٤,٣	٣٨٣,٨	٣٦٥,٨	٣٩٨,٠	٣٤٣,٥	٣٥٥,٥

٣- من بيانات التمرين الأول مطلوب إيجاد:

(أ) معادلة خط الاتجاه العام لعدد الطلاب علي فرض أنه خط مستقيم.

(ب) حساب القيم الاتجاهية.

(جـــ) حساب درجة دقة التوفيق.

٤- من بيانات التمرين الثاني مطلوب إيجاد:

(أ) معادلة خط الاتجاه العام لإجمالي الاستثمارات بفرض أنه مستقيم.

(ب) حساب القيم الاتجاهية.

(جـــ) استبعاد الاتجاه العام.

٥- فيما يلي مبيعات إحدى السلع خلال المدة من ١٩٦٥-١٩٧٢. والمطلوب قياس التغيرات الموسمية (أرقام فرضية):

السنة	ترتيب ربع السنة			
	الأول	الثاني	الثالث	الرابع
١٩٦٥	١٠٠	٨٠	٩٠	١١٠
١٩٦٦	١٢٠	١١٠	١٠٠	١٣٠
١٩٦٧	١٢٢	١٢٠	١٠٥	١٢٥
١٩٦٨	١١٨	١٠٠	٩٠	١٢٠
١٩٦٩	١٢٥	١١٥	١١٠	١٣٠
١٩٧٠	١٥٠	١٤٠	١٠٥	١٥٠
١٩٧١	١٤٠	١٣٥	١٣٠	١٤٥
١٩٧٢	١٤٥	٩٥	١٠٠	١٤٠

الباب الخامس

الأرقام القياسية

تشغل الأرقام القياسية مكانـــاً بـــارزاً بـــين المقـــاييس الإحـــصائية المستخدمة لدراسة الظواهر الاجتماعية والاقتصادية. ويؤكد مؤلفــو دائـــرة المعارف الاقتصادية أن الأرقام القياسية وسيلة فعالة وهامة جداً من وســـائل الإحصاء الحديث. وهم يعرفون الأرقام القياسية بأنها قيم نسبية تصف كميـــاً أوجه المتغير الإحصائي في مجتمعات مختلفة. علي أننا تقابل تعاريف أخرى قد تختلف عن ذلك في المراجع المختلفة, فيعرف البعض الرقم القياسي بأنـــه "معدل السلسلة الزمنية". ويرى آخرون أن الرقم القياسي هو قيمة نسبية مـــن نوع خاص. ويضيف البعض إلي ذلك أن الرقم القياسي كقيمة نسبية يظهـــر بشكل مباشر التغير المتوسط في الظواهر الاجتماعية.

ونلاحظ أن هؤلاء الكتاب وغيرهم يقصرون دور الرقم القياسي علي وصف إجمالي التغير في الظاهرة وهو ما يمكن أن نطلـــق عليـــه المدرســـة التقليدية. ويرى أنصار المدرسة التحليلية أن الرقم القياسي لا يجب أن يصف فقط إجمالي التغير في الظاهرة إنما يجب أيضاً أن يـــصف دور كـــل مـــن العوامل التي أدت إلي إحداث هذا التغير الإجمـــالي. فيـــذكر أنـــصار هـــذه المدرسة أن الرقم القياسي يجب أيضاً أن يصف تغير الظاهرة المركب مـــن عوامل متجانسة وقابلة للجمع. ويضيف آخرون علي أن المجتمعين لمفردات إحدى الظواهر الاجتماعية الاقتصادية مستبعدين بذلك الظـــواهر الطبيعيـــة. ونرى أن الرقم القياسي في الإحصاء هو "مقياس تعميمي لمقارنة مجتمعـــين

متجانسين لإحدى الظواهر الاجتماعية – الاقتصادية المكونة من مجموعة من العوامل القابلة للجمع بشكل مباشر"

وسوف نتناول بالدراسة تركيب الأرقام القياسية واستخداماتها. إذا علمنا أن سعر الوحدة من سلعة معينة كان ٢٠ قرشاً في عام ١٩٧٠ وارتفع إلي ٢٥ قرشاً في عام ١٩٧١ فيمكن القول بالتالي بأن السعر في عام ١٩٧١ ارتفع إلي ١٢٥% ($\frac{٢٥}{٢٠} \times ١٠٠$) عن مستواه في عام ١٩٧٠. ويطلق علي المقدار ١٢٥% منسوب السعر في عام ١٩٧١. كما يطلق علي سنة ١٩٧٠ سنة الأساس وعلي سنة ١٩٧١ سنة الأساس وعلي سنة ١٩٧١ سنة المقارنة. وبذلك يمكن القول بأن منسوب السعر = $\frac{\text{السعر في سنة المقارنة}}{\text{السعر في سنة الأساس}}$

وإذا كانت $ع_١$ ترمز للسعر في سنة المقارنة, $ع_.$ ترمز للسعر في سنة الأساس فإن منسوب السعر = $\frac{ع_1}{ع_.}$ وسوف ترمز لمنسوب السعر بالرمز $م_ع$.

ويمكن حساب منسوب الكمية بنفس الطريقة. فإذا رمزنا للكمية في سنة المقارنة بالرمز $ك_١$ وللكمية في سنة الأساس بالرمز $ك_.$ فإن منسوب الكمية = $\frac{ك_١}{ك_.}$ ونرمز لمنسوب الكمية بالرمز $م_ك$.

ولما كانت القيمة = الكمية × السعر فإذا رمزنا للقيمة بالرمز ق فإن ق = ع × ك, $ق_.= ع_. ك_.$, $ق_١ = ع_١ ك_.$ ويكون منسوب القيمة = $\frac{ع_١ ك_١}{ع_. ك_.}$ ونرمز لمنسوب القيمة $م_ق$.

فالمنسوب إذن يعبر عن تغير الوحدة, بمعنى أن منسوب السعر لسلعة ما يبين تغير سعر هذه السلعة. ومنسوب الكمية يعبر عن تغير كميتها. كما يعبر منسوب القيمة عن تغير قيمتها.

أمثلة:

١- كان تقدير عدد السكان في عام ١٩٦٠ ٢٥,٨ مليون شخص, وكان تقدير عدد سكان مصر عام ١٩٧٠ ٣٣,٣ مليون شخص فيكون منسوب عدد السكان

$$= \frac{٣٣,٣}{٢٥,٨} \times ١٠٠ = ١٢٩\%$$

٢- إذا كان إجمالي الأجور في قطاع الصناعة عام ١٩٦٥/٦٤ مساوياً ١٥٩,٦ مليون جنية وكان إجمالي الأجور في قطاع الصناعة عام ١٩٧٠/٦٩ مساوياً ١٧٥,٧ مليون جنيه فيكون منسوب الأجور في قطاع الصناعة

$$= \frac{١٧٥,٧}{١٤٩,٦} \times ١٠٠ = ١١٧\%$$

٣- يفرض توفر المعلومات التالية عن إحدى السلع:

السعر في سنة الأساس ($ع_.$) = ١٨٠ جنيه

السعر في سنة المقارنة ($ع_١$) = ١٥٠ جنيه

الكمية في سنة الأساس ($ك_.$) = ٥٠٠٠ جنيه

الكمية في سنة المقارنة ($ك_١$) = ١٠٠٠ جنيه

منسوب السعر $\frac{ع_1}{ع_.} = \frac{١٥٠}{١٨٠} \times ٨٣,٣\%$

منسوب الكمية $= \frac{ك_١}{ك_.} = \frac{٦٠٠٠}{٥٠٠٠} \times ١٠٠ = ١٢٠\%$

$$\text{منسوب القيمة} = \frac{\text{ع}_1\,\text{ك}_1}{\text{ع}_0\,\text{ك}_0} = \frac{١٥٠ \times ٦٠٠٠}{١٨٠ \times ٥٠٠٠} \times ١٠٠ = ١٠٠\%$$

منسوب السعر نقص بمقدار ١٦,٧% بينما زاد منسوب الكمية ٢٠% ولم يسجل منسوب القيمة أي تغير.

فالمنسوب إذن يصف تغير صورة واحدة لظاهرة معينة, ولكن علم الإحصاء – كما نعلم – يتعامل مع الظواهر كبيرة العدد حيث يمكن تعميم النتائج. لذلك يستلزم الأمر حساب رقم قياس يعبر عن التغير المتوسط للظاهرة كلها وليس لوحدة منها فقط. ويمكن اعتبار الرقم القياسي كقيمة متوسطة للمناسب. ونظرياً يمكن حساب هذه القيمة المتوسطة بأي مقياس: وسط حسابي, وسط توافقي, وسط هندسي , وسيط , منوال. ولكننا نستبعد الوسيط والمنوال حيث لا يدخل في حسابهما جميع القيم, أي جميع المناسيب. وجبرياً يحسب الرقم القياسي كمتوسط المناسيب كما يلي:

$$\text{الرقم القياسي كوسط حسابي للمناسيب} = \frac{١}{\text{ن}} \cdot \text{مجـ} \left(\frac{\text{ع}_1}{\text{ع}_0} \right)$$

$$\text{أو} \quad \frac{١}{\text{ن}} \cdot \text{مجـ} \left(\frac{\text{ك}_1}{\text{ك}_0} \right) \quad \text{أو} \quad \frac{١}{\text{ن}} \cdot \text{مجـ} \left(\frac{\text{ع}_1\,\text{ك}_1}{\text{ع}_0\,\text{ك}_0} \right)$$

$$\text{الرقم القياسي كوسط توافقي للمناسب} = \text{ن} \cdot \text{مجـ} \left(\frac{\text{ع}_0}{\text{ع}_1} \right)$$

أو $\quad \text{ن}_{٠}\text{محـ} \left(\dfrac{\text{ك}_{٠}}{\text{ك}_{١}}\right)$ أو $\text{ن}_{٠}\ \text{محـ} \left(\dfrac{\text{ع}_{٠}\text{ك}_{٠}}{\text{ع}_{١}\text{ك}_{١}}\right)$

الرقم القياسي كوسط هندسي للمناسب

$$= \sqrt[\text{ن}]{\frac{\text{ع}_{١}}{\text{ع}_{٠}} \times \frac{\text{ع}_{١}}{\text{ع}_{٠}} \times \frac{\text{ع}_{١}}{\text{ع}_{٠}} \ldots\ \ldots\ \ldots\ldots}$$

$$\text{أو} = \sqrt[\text{ن}]{\frac{\text{ك}_{١}}{\text{ك}_{٠}} \times \frac{\text{ك}_{١}}{\text{ك}_{٠}} \times \frac{\text{ك}_{١}}{\text{ك}_{٠}} \ldots\ \ldots\ \ldots\ldots}$$

$$\text{أو} = \sqrt[\text{ن}]{\frac{\text{ع}_{١}\text{ك}_{١}}{\text{ع}_{٠}\text{ك}_{٠}} \times \frac{\text{ع}_{١}\text{ك}_{١}}{\text{ع}_{٠}\text{ك}_{٠}} \times \frac{\text{ع}_{١}\text{ك}_{١}}{\text{ع}_{٠}\text{ك}_{٠}} \ldots\ \ldots\ \ldots\ldots}$$

هذا ويمكن حساب الرقم القياسي كوسط تجميعي علي الصورة التالية:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{محـ ع}_{١}}{\text{محـ ع}_{٠}} \ \text{أو}\ \frac{\text{محـ ك}_{١}}{\text{محـ ك}_{٠}} \ \text{أو}\ \frac{\text{محـ ع}_{١}\ \text{ك}_{١}}{\text{محـ ع}_{٠}\text{. ك}_{٠}}$$

وتعتبر الصورة الأخيرة – أي الوسط التجميعي – هي أفضل صور حساب الأرقام القياسية, ولا تعتبر أي صورة أخرى مقبولة إلا إذا كانت تؤدى إلي هذه الصورة.

ويلاحظ أن الرقم القياسي البسيط أيا كانت صورة المعادلة المحسوب علي أساسها يعطي جميع المفردات أوزان متساوية. ولكن يجب أن يأخذ في

الحسبان عند حساب الرقم القياسي لأسعار الصادرات مثلا أن تغيـــر ســـعر القطن له أهمية أكبر من تغير سعر سلعة أخرى كـــالزهور مـــثلا فـــي بلـــد كمصر, ولكن يجب إعطاء أوزان مختلفة لمكونات الـــرقم القياســـي حـــسب أهميتها النسبية. وفي هذا الصدد يقول أرفينج فيشر أن جميع الأرقام القياسية البسيطة مضللة. فعند تركيب رقم قياسي للأسعار يجب ترجيحـــه بالكميـــات. ويجب عند تركيب الرقم القياسي للأجور أن يرجح بعدد العمال في كل فئـــة من فئات الأجر. وتثير مشكلة الترجيح كثير من الجدل بين الإحصائيين منـــذ أكثر من قرن من الزمان. ففي عام ١٨٦٤ اقترح لاسبير اســـتخدام كميـــات فترة الأساس لترجيح الرقم القياسي التجميعي للأسعار علي الصورة التالية:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{مجـ ع}_{١}\,\text{ك}_{٠}}{\text{مجـ ع}_{٠}\,\text{ك}_{٠}}$$

. وسمي هذا الرقم باسم رقم لاسبير.

ولكن بعد عشرة سنوات من ذلك, أي في سنة ١٨٧٤ اقترح كل مـــن باش وولثى استخدام كميات سنة المقارنة للترجيح علي الصورة التالية:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{مجـ ع}_{١}\,\text{ك}_{٠}}{\text{مجـ ع}_{٠}\,\text{ك}_{٠}}$$

وسميت المعادلة برقم باش.

ولعل رقم لاسبير يعبر عن أثر السعر فيما لو بقيت الكميات المشتراة علي نفس مستواها في سنة الأساس. أما رقم باش فيعبر عن أثر التغير فـــي السعر فيما لو كانت الكمية المشتراة في سنة الأساس هي نفسها المشتراة فـــي سنة المقارنة.

ولقد استمر الجدل حول أي المعادلتين أصلح للتطبيق حتى جاء أرفينج فيشر في العشر بنات من القرن الحالي واقترح رقماً قياسياً جديداً أسماه بالأمثل لأنه يجتاز اختبارين شكليين هما الانعكاس في الزمن والانعكاس في المعامل, وإن كان فيشر لم ينكر أن رقمه لا يجتاز الاختبار الدائري, فإنه برر ذلك بقلة أهمية هذا الاختبار. رقم فيشر عبارة عن الوسط الهندسي لكل من رقمي لاسبير وباش علي الصورة التالية:

$$\text{الرقم القياسي} \quad \sqrt{\frac{\text{محـ ع١ ك.}}{\text{محـ ع. ك.}} \times \frac{\text{محـ ع١ ك١}}{\text{محـ ع . ك١}}}$$

ونلاحظ أن أرفينج فيشر اهتم بالناحية الشكلية الرياضية وأهمل المعنى الاقتصادي فجاء رقمه خلو منه. وسوف تتناول فيما يلي كل من هذه الاختبارات.

الانعكاس في الزمن

إذا أخذنا سنة الأساس كسنة مقارنة وسنة المقارنة كسنة أساس فإننا نحصل علي ما يسمي بالبديل الزمني لرقم باش هو $\frac{\text{محـ ع. ك.}}{\text{محـ ع١ ك.}}$

والبديل الزمني لرقم لاسبير $\frac{\text{محـ ع. ك١}}{\text{محـ ع١ ك.}}$.ويجتاز الرقم القياسي اختبار الانعكاس في الزمن إذا كان حاصل ضربه × بديله الزمني مساوياً للواحد الصحيح (أي إذا كان الرقم القياسي × البديل الزمني =١). ونلاحظ أن رقم فيشر المسمى بالأمثل يجتاز هذا الاختبار أي يقبل الانعكاس في الزمن, بينما لايجتازه أي من رقمي لاسبير وباش.

الانعكاس في المعامل

إذا استبدلنا الأسعار بالكميات والعكس الكميات بالأسعار, مع بقاء الزمن علي حالة, فإننا نحصل علي ما يسمى بالبديل المعاملى للرقم القياسي. فالبديل المعاملي لرقم $\frac{\text{مجـ ك١ع١}}{\text{مجـ ك٠ ع١}}$ والبديل المعاملي لرقم لاسبير هو $\frac{\text{مجـ ك٠ ع١}}{\text{مجـ ك٠ ع٠}}$ أي أن البديل المعاملي للرقم القياسي للأسعار المرجح بالكميات هو نفسه الرقم القياسي للكميات مرجحاً بالأسعار والعكس بالعكس. وإذا كان حاصل ضرب الرقم القياسي × مقلوبة أو بديله المعاملي مساوياً لمنسوب القيمة $\left(\frac{\text{مجـ ع١ك١}}{\text{مجـ ع٠ ك٠}}\right)$ فإن هذا الرقم يجتاز الاختبار المعاملي, أي يقبل الانعكاس في املعامل (أي الرقم القياسي × البديل المعاملي = منسوب القيمة).

ونلاحظ كذلك أن كل من رقمي لاسبير وباش لايجتازان هذا الاختبار, أي لا يقبلان الانعكاس في المعامل بينما رقم فيشر المسمي بالأمثل يجتاز هذا الاختبار.

الاختبار الدائري

إذا حسبنا الرقم القياسي لسلسلة زمنية بأساس متحرك أي كل فترة زمنية بالنسبة للفترة السابقة لها مباشرة ثم قمنا بضرب هذه السلسلة من الأرقام في بعضها فإننا نحصل علي الرقم القياسي للفترة الأخيرة بأساس الفترة الأولي (كما في حالة تحويل الأساس المتحرك إلي أساس ثابت). فإذا حسب الرقم القياسي للأسعار في عام ١٩٦١ بأساس أسعار عام ١٩٦٠

والرقم القياسي لسنة ١٩٦٢ بأساس سنة ١٩٦١ والرقم القياسي لأسعار سنة ١٩٦٣ بأساس سنة ١٩٦٢ والرقم القياسي لأسعار سنة ١٩٦٤ بأساس سنة ١٩٦٣. ثم ضربنا جميع هذه الأرقام في بعضها فإننا نحصل علي الرقم القياسي لسنة ١٩٦٤ بأساس أسعار سنة ١٩٦٠. وإذا تحقق ذلك فإننا نقول بأن الرقم القياسي يجتاز الاختبار الدائري. ونلاحظ أن كل من رقمي لاسبير وباش لا يجتازان أيضاً هذا الاختبار, كما لا يجتازه رقم فيشر المسمى بالأمثل. واجتياز الرقم القياسي لهذا الاختبار يتطلب ثبات الترجيح من فترة لأخرى مما يفقد الأساس المتحرك الميزة التي يمتاز بها علي الأساس الثابت وهي المرونة في الترجيح حسب التغيرات في الأهمية النسبية للمفردات الداخلة في تركيبه.

ولقد حظيت هذه الاختبارات باهتمام كبير, بل اعتبرت أساساً للمفاضلة بين الأرقام القياسية, وظفر رقم فيشر بتسميته الرقم القياسي الأمثل لاجتيازه اثنان منهم. ورغم أهمية هذه الاختبارات إلا أنه لا يجب أن تغطي هذه الأهمية علي المعني الاقتصادى للرقم القياسي. رأينا فيما سبق أن رقم لاسبير يبين التغير في الأسعار لو اشترينا نفس الكمية المشتراة في سنة الأساس. كما يعبر رقم باش عن التغير في العبء المالي الذي تحملناه نتيجة لتغير الأسعار. وفي نفس الوقت لا نري لرقم فيشر أي معنى اقتصادى ا, عملي. فالوسط الهندسي لرقمين ذوى معنى اقتصادى أوصلنا لرقم خلو من هذا المعنى. وليس صدفة أن رقم فيشر رغم تسميته بالأمثل فإنه لا يحظى بتطبيق عملي واسع بل يطبق رقم باش أو رقم لاسبير رغم عدم اجتيازهما لهذه الاختبارات الشكلية.

انطلاقاً من مذهب الشكلية الرياضية التوفيقيــة اقتــرح إدجيــورس استخدام مجموع أو متوسط كميات سنتي الأساس والمقارنة لتــرجيح الــرقم القياسي للأسعار علي الصورة التالية:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{مجـ ع}_1\ (\text{ك}_0 + \text{ك}_1)}{\text{مجـ ع}_0\ (\text{ك}_0 + \text{ك}_1)}$$

ويلاحظ أن هذه المعادلة تخلو من المعنى الاقتصادي أو العملي مثل معادلة فيشر.

أما بخصوص المعادلة المستخدمة في تركيب الرقم القياسي فإن الرقم التجميعي يعتبر الرقم الأفضل دائماً. ويجب التنويه هنا إلــي أن أي متوســط آخر يعتبر مناسباً ويمكن استخدامه إذا كان يؤدى الرقم التجميعي. فإذا حسب الرقم القياسي كوسط حسابي للمناسب بالقيم في سنة الأســاس (ع.ك.) فإننــا نحصل علي رقم يؤدى إلــي الــرقم التجميعــي. فمنــسوب الــسعر مــثلا $\text{م}_{\text{ع}} = \frac{\text{ع}_1}{\text{ع}_0}$ والرقم القياسي كوسط حسابي مرجح بقيم سنة الأساس

$$= \frac{\text{مجـ م}_{\text{ع}}\ \text{ع}_0 .\text{ك}_0}{\text{مجـ ع}_0 .\text{ك}_0}$$

والصورة السابقة لها أهمية عملية حيث أنها تناسب ظروف تركيــب رقم قياسي لأسعار السلع في سوق القطاع الخاص والمحال الصغيرة حيــث يمكن تقدير قيمة المبيعات مقدماً في الفترة السابقة ويمكن أيضاً معرفة السعر في كل من فترتي الأساسي والمقارنة وبذلك يركب الرقم دون انتظار طويــل لبيانات عن كمية المبيعات في فترة المقارنة. أما الرقم القياســي المحــسوب

كوسط توافقي للمناسيب فإنه يؤدي إلي الرقم التجميعي إذا كانت هذه المناسيب مرجحة بقيم فترة المقارنة علي الصورة التالية:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{مجـ } ع_1 ك_1}{\text{مجـ} \left(\frac{1}{م_ع}\right) ع_1 ك_1}$$

وتناسب هذه الصورة تركيب رقم قياسي للأسعار التي تم جمع بياناتها من المحلات الكبرى أو القطاع العام حيث يكون معلوم لدينا في نهاية كل يوم قيمة المبيعات (ع١ك١) , وهو مجموع المسجل في الخزينة, بينما لا يمكن تحديد الكمية المباعة من كل صنف قبل إجراء جرد. ويكون معلوم أيضاً كل من السعر في فترة المقارنة والسعر في فترة الأساس. وفيما يلي مثال حسابي:

يبين الجدول التالي أسعار وكميات مجموعة من السلع المباعة في كل من سنتين ١٩٧٠و ١٩٧١, ومطلوب حساب الرقم القياسي للكميات في سنة ١٩٧١ بأساس سنة ١٩٧٠ وكذلك الرقم القياسي للأسعار في سنة ١٩٧١ بأساس سنة ١٩٧٠:

السلع	كميات المبيعات		الأسعار للوحدة		منسوب الكمية	منسوب السعر
	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٠	١٩٧١		
أ	١٠٠	١٢٥	٢٠	١٤	١,٢٥	٠,٧
ب	١٥٠	١٨٠	١٠	٨	١,٢٠	٠,٨
جـ	٢٠٠	٢٣٠	٥	٥	١,١٥	١,٠
د	٣٠٠	٢٣٠	٢	٢	١,١٠	١,٠

١ - الرقم القياسي للكميات باستخدام الوسط الحسابي للمناسيب المرجحة بقـيم فترة الأساس:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{مجـ } م_{ك}\ ع.ك.}{\text{مجـ } ع_{٠}\ ك_{٠}}$$

∴ بسط الرقم القياسي (مجـ م‌ك ع. ك.) = (١,٢٥ × ١٠٠ × ٢٠) + (١,٢×١٥٠×١٠)+(١,١٥×٢٠٠×٥) + (١,١×٣٠٠×٢) ومقام الرقم القياسي (مجـ ع. ك.)

= (١٠٠×٢٠)+(١٥٠×١٠)+(٢٠٠×٥)+(٣٠٠×٢) ∴ الرقم القياسي

$$= \frac{٢٥٠٠ + ١٨٠٠ + ١١٥٠ + ٦٦٠}{٢٠٠٠ + ١٥٠٠ + ١٠٠٠ + ٦٠٠} = \frac{٦١١٠}{٥١٠٠} = ١,١٩٨ \text{ و١ أو } ١١٩,٨\%$$

٢ - الرقم القياسي للأسعار باستخدام الوسط التوافقي للمناسيب المرجحة بقـيم فترة المقارنة:

$$\Theta_{ر} = \frac{\text{مجـ } ع_{١}\ ك_{١}}{\text{مجـ } \left(\frac{١}{م_{ع}}\right) ع_{١}ك_{١}}$$

∴ الرقم القياسي =

$$\frac{(١٢٥ \times ١٤) + (١٨٠\times٨) + (٢٣٠\times٥) + (٢٣٠\times٢)}{\frac{١٢٥\times١٤}{٠,٧} + \frac{١٨٠\times٨}{٠,٨} + \frac{٢٣٠\times٥}{١} + \frac{٢٣٠\times٢}{١}}$$

$$= \frac{\text{١٧٥٠} + \text{١٤٤٠} + \text{١١٥٠} + \text{٦٠٠}}{\frac{\text{١٧٥٠}}{\text{٠,٧}} + \frac{\text{١٤٤٠}}{\text{٠,٨}} + \frac{\text{١١٥٠}}{\text{١}} + \frac{\text{٦٠٠}}{\text{١}}}$$

$$= \frac{\text{٤٧٤٠}}{\text{٢٥٠٠} + \text{١٨٠٠} + \text{١١٥٠} + \text{٦٠٠}} = \frac{\text{٤٧٤٠}}{\text{٦١١٠}} = \text{٠,٨١٨}$$ أي ٨١,٨%

وبنفس الطريقة يمكن تركيب أرقام قياسية للكميات باستخدام الوسط التوافقي للمناسب وللأسعار باستخدام الوسط الحسابي للمناسب.

العلاقة بين رقمي لاسبير وباش

ويقصد بها العلاقة بين الرقم القياسي المرجح بسنة الأساس والرقم القيسي المرجح بسنة المقارنة. وتربط الرقمين العلاقة التالية:

$$\frac{\text{مجـ ع}_{١}\text{ ك}_{١}}{\text{مجـ ع}_{.}\text{ ك}_{١}} : \frac{\text{مجـ ع}_{١}\text{ ك}_{.}}{\text{مجـ ع}_{.}\text{ ك}_{.}} = ١ - \text{ر}^{\text{م}}_{\text{ع م ك}} \cdot \text{ل م}_{\text{ع}} \cdot \text{ل م}_{\text{ك}}$$

حيث يرمز $\text{ر}^{\text{م}}_{\text{ع م ك}}$ إلي معامل الارتباط بين منسوب الكمية ومنسوب السعر حيث أن معامل الارتباط يمكن حسابه بالمعادلة:

$$\text{ر} = \frac{\frac{١}{\text{ن}}\text{مجـ س ص} - \overline{\text{س}} \,.\, \overline{\text{ص}}}{\text{ع}_{\text{س}} . \text{ع}_{\text{ص}}}$$

وترمز $\text{ل م}_{\text{ع}}$ لمعامل الاختلاف لمناسيب السعر.

وترمز $\text{ل م}_{\text{ك}}$ لمعامل الاختلاف لمناسيب الكمية.

$$\text{ومعامل الاختلاف} = \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} = \frac{\text{ع}}{\text{س}}$$

كما تجدر الإشارة إلي أن الفرق بين الرقم القياسي للأسعار المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش) والرقم القياسي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس (رقم لاسبير) يساوى معامل الارتباط بين مناسيب السعر ومناسب الكمية مضروباً في الانحراف المعياري لمناسيب الكمية في الانحراف المعياري لمناسيب السعر:

$$\frac{\text{مجـ ع}_1\text{ ك}_1}{\text{مجـ ع}_0\text{ ك}_0} : \frac{\text{مجـ ع}_1\text{ ك}_0}{\text{مجـ ع}_0\text{ ك}_0} = \text{ر}^{\text{م}}_{\text{ع م ك}} \cdot \text{ع م}_{\text{ع}} \cdot \text{ع م}_{\text{ك}}$$

نظام الأرقام القياسية

Index Number System

وتساعد دراسة الأرقام القياسية علي تحليل العوامل التي تساهم في تغيير قيمة الظاهرة وتبين مدى مساهمة كل من هذه العوامل في إحداث التغير الكلي. وتستخدم الأرقام القياسية كذلك في تحديد مدى تنفيذ الخطة,

فمثلا عند دراسة التغير في مبيعات سلعة معينة فإن تركيب الـرقم القياسي للكمية مع تثبيت السعر وكذلك الرقم للأسعار مع تثبيت الكمية في وجود بعض الشروط الأخرى التي سنذكرها فيما بعد – يبين مساهمة كل من عاملي السعر والكمية في إحداث التغير في قيمة المبيعات, ونلاحظ أن هذين الرقمين (الرقم القياسي للكمية والرقم القياسي للسعر) مرتبطان فيما بينهما ويكونان نظاماً واحداً, ذلك أن القيمة تساوي الكمية × السعر. ولدراسة المبادئ العامة لتركيب نظام الأرقام القياسية المرتبطة لتحليل التغير الكلي, نفرض أن لدينا البيانات التالية عن ثلاث سلع:

السلع	كميات السلع في سنة		أسعار الوحدات بالجنيه في سنة		ح.ك.	ع١ك١	ع١ك١	ع.ك١
	الأساس ك.	المقارنة ك١	الأساس ع.	المقارنة ع١				
	(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)	(٦)	(٧)	(٨)
أ	١٠٠	١٥٠	١٠	٨	١٠٠٠	٨٠٠	١٢٠٠	١٥٠٠
ب	٢٠٠	٢٤٠	٦	٥,٤	١٢٠٠	١٠٨٠	١٢٩٦	١٤٤٠
جـ	٣٠٠	٣٢٠	٥	٤,٧٥	١٥٠٠	١٤٢٥	١٥٦٧,٥	١٦٥٠
المجموع	-	-	-	-	٣٧٠٠	٣٣٠٥	٤٠٦٣,٥	٤٥٩٠

$$\text{الرقم القياسي للقيمة} = \frac{\text{محـ ع١ ك١}}{\text{محـ ع٠ك٠}} = \frac{\text{٤٠٦٣,٥}}{\text{٣٧٠٠}} = \text{١,٠٩٨٧}$$

أي ١٠٩,٨٢%

ويعني هذا أن قيمة المبيعات بالأسعار الفعلية زادت بمعدل ٩,٨٢% في سنة المقارنة عنها في سنة الأساس, ومقدار الزيادة بالوحدات المطلقة كان ٣٦٣,٥ (٤٠٦٣,٥ – ٣٧٠٠).

ولقد نتج هذا التغير بسبب عاملين: زيادة الكميات المباعة ونقص الأسعار, ولتحديد أثر كل من هذين العاملين يجب تركيب كل من الرقمين القياسين, لكل منهما مع تثبيت العامل الآخر بدون تغيير:

الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة الأساس (أي محسوباً بمعادلة لاسبير)

= (مجـ ك١ ع.) / (مجـ ك. ع.) = ٤٥٩٠ / ٣٧٠٠ = ١,٢٤١ أي ١٢٤,١%

وهذا يعني أن الزيادة في الكمية المباعة كانت بمعدل ٢٤,١% وليس ٩,٨٢% وكانت هذه الزيادة بالوحدات المطلقة وبأسعار سنة الأساس مساوية ٨٩٠ جنيه (٤٥٩٠ – ٣٧٠٠) وليس ٣٦٣,٥ جنيه.

الرقم القياسي للأسعار مرجحاً بكميات سنة المقارنة (أي محسوباً بمعادلة باش)

= (مجـ ع١ ك١) / (مجـ ع. ك١) = ٤٠٦٣,٥ / ٤٥٩٠ = ٠,٨٨٥ أي ٨٨,٥%

وهذا يعني أن المستوى العام للأسعار قد نقص في سنة المقارنة بمعدل ١١,٥%عن مستواه في سنة الأساس, ولقد أدي ذلك إلي إحداث توفير للمشترين بمقدار ٥٢٦,٥ جنيه (٤٥٩٠ – ٤٠٦٣,٥).

ويلاحظ أن حاصل ضرب الرقمين السابقين للكمية وللسعر يعطي الرقم القياسي للقيمة.

$$\text{الرقم القياسي للقيمة} = \frac{\text{مجـ ك}_1\text{ ع.}}{\text{مجـ ك.ع.}} \times \frac{\text{مجـ ع}_1\text{ ك}_1}{\text{مجـ ع.ك}_1} = \frac{\text{مجـ ع}_1\text{ ك}_1}{\text{مجـ ع. ك.}}$$

وبالأرقام : ١,٢٤١ × ٠,٨٨٥ = ١,٠٩٨٢

ويلاحظ أن نفس النتيجة يمكن الوصول إليها لو حسبنا الرقم القياسي للكميات بمعادلة باش, أي مرجحاً بأسعار وسنة المقارنة والرقم القياسي للأسعار بمعادلة لاسبير أي مرجحاً بكميات سنة الأساس.

$$\text{رقم باش للكميات} = \frac{\text{مجـ ك}_1\text{ ع}_1}{\text{مجـ ك.ع}_1} = \frac{\text{٤٠٦٣,٥}}{\text{٣٢٠٥}} = \text{١,٢٣ أي ١٢٣\%}$$

$$\text{رقم لاسبير للأسعار} = \frac{\text{مجـ ع}_1\text{ ك.}}{\text{مجـ ع.ك.}} = \frac{\text{٢٣٠٥}}{\text{٣٧٠٠}} = \text{٨٩٣ أي ٨٩,٣\%}$$

ويمكن الرقم القياسي للقيمة عبارة عن حاصل ضرب الرقمين السابقين كما يلي: ١,٢٣ × ٠,٨٩٣ = ١,٠٩٨٢

ولكن إذا حسب كل من الرقمين بنفس المعادلة لاسبير أو باش فإن حاصل ضربهما لا يساوى الرقم القياسي للقيمة:

$$\frac{\text{مجـ ك}_1\text{ع}_1}{\text{مجـ ك.ع}_1} \times \frac{\text{مجـ ع}_1\text{ك}_1}{\text{مجـ ع.ك}_1} \neq \frac{\text{مجـ ع}_1\text{ك}_1}{\text{مجـ ع. ك.}}$$

$$\frac{\text{مجـ ك}_1\text{ع.}}{\text{مجـ ك.ع.}} \times \frac{\text{مجـ ع}_1\text{ك.}}{\text{مجـ ع.ك.}} \neq \frac{\text{مجـ ع}_1\text{ك}_1}{\text{مجـ ع. ك.}}$$

ويبين المقدار مجــ ك١ ع١ – مجــ ك. ع١ مقدار التغير المطلق في المبيعات بالأسعار المخفضة (٤٠٦٣,٥ – ٣٣٠٥ = ٧٥٨,٥ جنيه).

كما أن المقدار مجــ ع. ك. – مجــ ع١ك. يبين المبلغ الذي وفــره المشترون نتيجة لتخفيض السعر (٣٧٠٠ – ٣٣٠٥= ٣٩٥ جنيه).

ولكن المبلغ الذي دفعــه المــشترون بالفعــل زاد بمقــداره ٣٦٣,٥ (٤٠٦٣,٥ – ٣٧٠٠) كما سبق أن ذكرنا.

ويمثل هذا المبلغ الزيادة في قيمة المشتريات مطروحاً منهــا المبلــغ الذي تم توفيره نتيجة لتخفيض الأسعار: ٧٥٨,٥ – ٣٩٥ = ٣٦٣,٥

وعند دراسة مدى تحقيق الخطة باستخدام الأرقــام القياســية فإننــا نستبدل أرقام سنة الأساس بالأرقام الموضوعة فــي الخطــة وأرقــام ســنة المقارنة بالأرقام الفعلية ثم يسير التحليل بالطريقة السابقة.

ولقد اقتصرنا هنا علي تحليل التفسير الناتج عن عاملين فقط ولكــن التغير قد يرجع إلي أكثر من عاملين, وفي هذه الحالة تتبع خطوات مــشابهة لما سبق.

والتغير الإجمالي قد يكون حاصل ضرب التغير في عوامل, كما قــد يكون حاصل جمع التغير فيها أو قد يكون حاصل ضــرب حواصــل جمــع بعضها مع بعض.

ويحدث التغير الإجمالي في الظاهرة إما نتيجة لتغير المفردات ذاتها أو لتغير الهيكل. فمثلاً: قد يزيد إجمالي الأجور المدفوعة في أحد المصانع إما نتيجة لزيادة معدلات الأجور أو نتيجة لترقية عدد من العمال من الدرجات ذات الأجر الأقل إلي الدرجات ذات الأجر الأعلى. وبالمثل قد ينقص متوسط تكلفة الوحدات المنتجة في عدد من المصانع إما نتيجة لتخفيض التكلفة في بعض المصانع أو نتيجة لزيادة الوزن النوعي (عدد الوحدات المنتجة) في المصانع ذات التكاليف الأقل علي حساب الوزن النوعي للمصانع ذات التكاليف الأعلي ..... ومهمتنا الآن تحديد مساهمة كل من هذين العاملين – تغير المفردات وتغير الهيكل – في إحداث التغير الكلي. وسوف نطلق علي الرقم القياسي الذي يبين التغير الكلي الرقم القياسي ذو التركيب المختلف والرقم القياسي المحسوب مع تثبيت الهيكل الرقم القياسي ذو التركيب الثابت, وأخيراً سوف نطلق علي الرقم القياسي المحسوب مع تغير الهيكل الرقم القياسي لتغير الهيكل علي نحو ما سنين حالا. ونلاحظ أن هذه الأرقام الثلاثة مرتبطة معاً وتكون نظاماً مترابطاً. كما أن حساب هذه الأرقام الثلاثة يرتبط بشكل مباشر بأسلوب التبويب حسب المعيار المطلوب, ونبدأ بحساب المتوسطات الجزئية في كل فئة من التوزيع. فإذا رمزنا إلي قيم الظاهرة في كل فئة بالرمز س فإن $\overline{س_١}$ هي متوسط قيم المفردات بهذه الفئة. وسوف نرمز للتكرارات في الفئة بالرمز ك. وطبعاً $\overline{س_١}$ هو المتوسط في فترة المقارنة و $\overline{س_٠}$ هو المتوسط في فترة الأساس كذلك $ك_١$ هو التكرار في فترة المقارنة و $ك_٠$ التكرار في فترة الأساس, ويكون:

$$\frac{\overline{\text{س}}_1}{\text{س}_0} = \frac{\text{مجـ س}_1\text{ك}_1}{\text{مجـ ك}_1} \div \frac{\text{مجـ س}_0\text{ك}_0}{\text{مجـ ك}_0} = \left(\frac{\text{مجـ س}_1\text{ك}_1}{\text{مجـ ك}_1} \div \frac{\text{مجـ س}_0\text{ك}_1}{\text{مجـ ك}_1}\right)$$

$$\times \left(\frac{\text{مجـ س}_0\text{ك}_1}{\text{مجـ ك}_1} \div \frac{\text{مجـ س}_0\text{ ك}_0}{\text{مجـ ك}_0}\right)$$

∴ الرقم القياسي ذو = الرقم القياسي ذو × الرقم القياسي لتغير الهيكل
التركيب المختلف		التركيب الثابت

ولنأخذ مثالا لهذا النظام عن حساب التكلفة المتوسطة لإحدى السلع. لنفرض أن هذه السلع تنتج في مصنعين وأن تكلفة إنتاجها في كل مصنع مختلفة عنها في المصنع الآخر. وقد استخرجت هذه البيانات من المصنعين عن تكلفة السلعة وإنتاجها في كل منهما:

المصنع	**الكميات المنتجة بالآلاف وحدة**		**الوزن النوعي للمصانع المنتجة للسلعة %**		**تكلفة إنتاج الوحدة بالجنية**		**الرقم القياسي لتكلفة الإنتاج**
	في سنة الأساس	في سنة المقارنة	في سنة الأساس	في سنة المقارنة	في سنة الأساس	في سنة المقارنة	
	(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)	(٦)	(٧)
أ	٤٠٠	٣٠٠	٨٠	٥٠	٦	٥,٧	٠,٩٥
ب	١٠٠	٣٠٠	٢٠	٥٠	٥	٤,٥	٠,٩٠
	٥٠٠	٦٠٠	١٠٠	١٠٠	-	-	-

ومن الجدول يتضح أن التكلفة قد نقصت في المصنع الأول بمعدل ٥% وفي المصنع الثاني بمعدل١٠% وأن المصنع الأول ينتج بتكلفة أكبر, ولهذا فإن الإنتاج من هذه السلعة خفض بمعدل ٢٥% $\left(\frac{٤٠٠ - ٣٠٠}{٤٠٠} \times ١٠٠ \right)$

ولقد توسع المصنع الثاني في الإنتاج (من ١٠٠ ألف إلي ٣٠٠ ألـــف وحدة) وكانت نتيجة ذلك أن زاد الإنتاج الكلي بمقدار ١٠٠ ألف وحدة (٦٠٠ – ٥٠٠ ألف).

وبهذا زاد الوزن النوعي للمصنع الثاني من ٢٠% ٥٠% , وبالطبع انعكس ذلك علي تكلفة إنتاج هذه السلعة في كل من المصنعين معاً.

وبهذا فإن متوسط تكلفة الإنتاج كانت كما يلي:

$$\text{في سنة الأساس} = \frac{٦\times ٤٠٠ + ٥ \times ١٠٠}{٥٠٠} = \frac{٢٤٠٠ + ٥٠٠}{٥٠٠}$$

$$= \frac{٢٩٠٠}{٥٠٠} = ٥,٨ \text{ جنيه}$$

$$\text{في سنة الأساس} = \frac{٣٠٠\times٤,٥+٣٠٠\times٥,٧}{٦٠٠} = \frac{١٣٥٠ + ١٧١٠}{٦٠٠}$$

$$= \frac{٣٠٦٠}{٦٠٠} = ٥,١ \text{ جنيه}$$

وبمقارنة متوسط تكلفة الإنتاج في سنة المقارنة بنفس المتوسط فـــي سنة الأساس فإن:

٥,١ ÷ ٥,٨ = ٨٧,٩% أي أن متوسط تكلفة الإنتــاج قــد نقــصت بمعدل ١٢,١ % في سنة المقارنة عنها في سنة الأساس (وبالوحدات المطلقة فإن متوسط التكلفة قد نقص بمقدار ٥,٨ – ٥,١ = ٠,٧ جنية للوحدة المنتجة, أما للإنتاج الكلي فإن النقص في التكلفة بلغ ٤٢٠ ألف جنيه).

ونلاحظ أن نقص متوسط التكلفة للمصنعين (١٢,١%) كان أكبر منه في كل منهما علي حدة (٥% أو ١٠%).

والسبب في ذلك يرجع إلي تغير الهيكل أي تغير الوزن النوعي لكل من المصنعين. ويكون الرقم القياسي ذو التركيب الثابت أي مع تثبيت الهيكل مساوياً:

$$\frac{٣٠٠ \times ٥,٧ + ٣٠٠ \times ٤,٥}{٣٠٠ + ٣٠٠} \div \frac{٣٠٠ \times ٦ + ٣٠٠ \times ٥}{٣٠٠ + ٣٠٠}$$

= ٥,١ ÷ ٥,٥ = ٠,٩٢٧ أي ٩٢,٧%

وبهذا فإن الرقم القياسي ذو التركيب الثابت يبين متوسط التغير فـــي التكلفة للمصنعين معاً.

ويكون النقص في التكلفة للمصنعين معاً هو ٧,٣% والتـــوفير فـــي التكاليف ٢٤٠ ألف جنيه أي = (٥,٥ – ٥,١) × ٦٠٠.

أما الرقم القياسي لتغير الهيكل فيكون مساوياً للمقدار:

$$\frac{(٣٠٠ \times ٦) + (٣٠٠ \times ٥)}{٣٠٠ + ٣٠٠} \div \frac{(٤٠٠ \times ٦) + (١٠٠ \times ٥)}{٤٠٠ + ١٠٠}$$

= ٥,٥ ÷ ٥,٨ = ٠,٩٤٨ أي ٩٤,٨%

وهذا يعني أن تغير الهيكل قد أدى إلي نقص إضافي في تكلفة الإنتاج بلغ في متوسطه ٥,٢%.

ونتيجة لذلك فقد تم توفير مبلغ ١٨٠ ألف جنيه من تكلفة الإنتاج (٥,٨ – ٥,٥) × ٦٠٠. والنتيجة النهائية لكل ذلك أن النقص الكلي في متوسط تكلفة الإنتاج وقدره ١٢,١% يرجع إلي عاملين هما:

١- نقص التكلفة: وقد أدى إلي نقص قدره ٧,٣%.

٢- تغير الهيكل: وقد أدى إلي نقص قدره ٥,٢% (٠,٩٤٨×٠,٩٢٧=٠,٨٧٩) والتوفير الكلي في التكاليف بلغ ٤٢٠ ألف جنيه, منها ٢٤٠ ألف نتيجة نقص التكلفة في المصنعين, ١٨٠ ألف راجعة إلي تغير هيكل الإنتاج.

اختيار سنة الأساس

سنة الأساس – كما قدمنا – هي الفترة التي تنسب إلي قيم الظاهرة فيها قيم تقس الظاهرة في فترة المقارنة. ويراعي أن تكون فترة الأساس خالية من الهزات والتقلبات الاقتصادية والمناخية والاجتماعية. كما قد تختار هذه الفترة كفاصل بين فترتين أو أن يرتبط إختيارها بأحداث معينة اجتماعية أو اقتصادية أو غير ذلك, كاختيار سنة ١٩٥٢ في جمهورية مصر العربية باعتبارها السنة التي تفجرت فيها ثورة يوليو العظمي, وذلك لمقارنة الأوضاع قبل الثورة بالأوضاع بعدها. وقد تختار سنة ١٩٦٠ لمقارنة الوضع بعد صدور قرارات يوليو الاشتراكية بالوضع قبله. ويراعي هنا ارتباط اختيار سنة الأساس بنطاق الرقم القياسي. فإذا كان الظاهرة محل القياس محلية فإن الاختيار يرتبط بالأحداث المحلية

الهامة. أما إذا كانت المقارنة علي المستوي الدولي فإن الأحداث العالمية الكبرى تكون هي المعيار. مثال ذلك اختيار فترة ما قبل الحرب العالمية الثانية (عام ١٩٣٩ مثلا) لمقارنة تطور الظاهرة قبل الحرب وبعدها.

ومن الجدير بالذكر أن اختيار سنة الأساس بشكل خاطئ يؤدى إلى الوصول لمقاييس مضللة أو عديمة المعنى, فاختيار إحدى سنوات الكساد كسنة أساس يضخم من الرقم القياس بشكل مصطنع والعكس في حالة اختيار إحدى سنوات التضخم الاقتصادي.

مثال: نفرض أن إجمالي قيمة الإنتاج في عام ١٩٢٩ كان ٥٠٠ مليون جنيه. وباعتبار أن عام ١٩٢٩ يعتبر من أعوام الكساد الاقتصادي فإن قيمة الإنتاج تزايدت بشكل ملحوظ بعد ذلك. فإذا فرضنا أن قيمة الإنتاج في عام ١٩٦٠ كانت ١٥٠٠ مليون جنيه فإن الرقم القياسي لقيمة الإنتاج يكون مساوياً ٣٠٠% ($\frac{١٥٠٠}{}$ × ١٠٠) . اما إذا كانت سنة الأساس سنة عادية ولتكن مثلا سنة ١٩٥٥ وكانت قيمة الإنتاج فيها ١٢٠٠ مليون فقط فإن الرقم القياسي سيكون ١٢٥% ($\frac{١٥٠٠}{١٢٠٠}$ × ١٠٠) وبذلك يكون أكثر تعبيراً عن تقلبات قيمة الإنتاج.

مثال: يحدث العكس إذا وقع الاختيار علي إحدى سنوات التضخم وكانت قيمة الإنتاج فيها أعلي من المستوى المعتاد وليكن ٢٠٠٠ مليون جنيه. ويؤثر ذلك الاختيار علي قيمة الرقم القياسي لقيمة الإنتاج, فإذا بلغت قيمة الإنتاج في سنة المقارنة (١٩٦٠) ١٥٠٠ مليون جنيه – كما في المثال السابق – فإن الرقم القياسي يكون ٧٥% ($\frac{١٥٠٠}{٢٠٠٠}$ × ١٠٠)

وعند تركيب الرقم القياسي لتنفيذ الخطة فإننا ننسب الأرقام المخططة إلي الأرقام الفعلية. فأرقام سنة الأساس تستبدل بالأرقام الواردة بالخطة, أما أرقام سنة المقارنة فتستبدل بالأرقام الفعلية.

مثال: إذا كان المستهدف إنتاج ٥٠ ألف سيارة بأحد المصانع ولكن الإنتاج الفعلي بلغ ٦٠ ألف سيارة, فإن الرقم القياسي لتنفيذ الخطة يكون ١٢٠%

$$\left(\frac{٦٠٠٠}{٥٠٠٠} \times ١٠٠\right)$$

وفي كل الأحوال يجب مراعاة أن تكون سنة الأساس قريبة من سنة المقارنة إذ أن مضي فترة طويلة بين سنتي المقارنة والأساس يصاحبه عادة تغيرات في الظروف والعوامل المؤثرة علي قيمة الظاهرة مما يؤثر علي دلالة الرقم القيسي كما يؤدى إلي نشوء عدد من المشاكل مثل ضرورة مراعاة التغير في قيمة العملة وما شابه ذلك.

اختيار المفردات الداخلة في تركيب الرقم القياسي

عند تركيب الرقم القياسي للأسعار مثلاً فإننا نأخذ عدداً من السلع تمثل السلع المتداولة في السوق. كذلك عند حساب الرقم. ويجب أن تكون العينة المختارة من السلع ممثلة للمجتمع المختار منه. كذلك يجب أن يحقق اختيارنا للعمال الداخلين في الرقم الهدف من حسابه. ونفس الأمر بالنسبة لأي رقم قياسي يجب أن يكون معبراً وأن يحقق الهدف منه.

كما أنه يجب إعطاء كل مفردة من المفردات الداخلة في تركيب الرقم القياسي الوزن الحقيقي لها عند الحساب. ويؤدى أي تهاون فيما سبق إلي إفساد الرقم القياسي المحسوب. فمثلا: من المعروف أن السلع الحديثة (الموضة) تنخفض أسعارها أسرع من السلع (التقليدية) الموجودة في السوق من مدة طويلة. ويؤدى زيادة عدد السلع الحديثة في العينة أو إعطاءها وزن أكبر إلي إنقاص مفتعل في الرقم القياسي للأسعار. وبالمثل فإنه عند حساب الرقم القياسي للأجور تؤدى إضافة طبقة المديرين أو كبار الموظفين, واستبعاد العمال الذين يتقاضون عادة أجوراً منخفضة واستبعاد من يعملون جزء من الشهر فقط وبالتالي يتقاضون أجوراً أقل, إلي زيادة غير حقيقية للرقم القياسي للأجور.

والواقع فإن الأمثلة علي ذلك عديدة, والنتيجة أن دقة وسلامة اختيار المفردات الداخلة في تركيب الرقم القياسي تعد عاملاً حاسماً في تقرير مدى صلاحيته لقياس التغير في الظاهرة.

تمـــــارين

١- فيما يلي أرقام فرضية عن متوسطات أسعار وكميات عدد من مجموعات السلع. والمطلوب تركيب الأرقام القياسية التالية بفرض أن سنة ١٩٧٠ سنة أساس:

١. الرقم القياسي للأسعار مرجحاً بكميات سنة الأساس.
٢. الرقم القياسي للأسعار مرجحاً بكميات سنة المقارنة.
٣. الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة الأساس.
٤. الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة المقارنة.
٥. الرقم القياسي للأسعار بمعادلة فيشر.
٦. الرقم القياسي للكميات بمعادلة فيشر.

مجموع السلع	الأسعار		الكميات	
	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٠	١٩٧١
أ	٧	١١	٩٠	١٠٠
ب	١٠	١٤	١٥٠	١٣٠
جـ	١٢	١٠	٨٠٠	٦٠٠
د	٨	٥	٧٠	٨٠

٢- من بيانات التمرين السابق مطلوب إجراء اختباري الانعكاس في الزمن والمعامل لكل من الأرقام القياسية المحسوبة.

٣- من بيانات التمرين الأول المطلوب مقارنة كل من الرقم القياسي الأول والثاني وكذلك الثالث والرابع.

٤- فيما يلي بيانات فرضية عن العمالة بإحدى المنشآت الصناعية.

والمطلوب حساب التغير في إجمالي الأجور المدفوعة وإرجاعه إلي عاملين: التغيير في عدد العمال والتغير في معدل الأجر.

فئات العمال	عدد العمال		معدلات الأجر	
	في سنة الأساس	في سنة المقارنة	في سنة الأساس	في سنة المقارنة
أ	٦٠٠	٧٥٠	١٠	١١
ب	٧٥٠	١٠٠٠	١٢	١٥
جـ	٨٠٠	٩٠٠	١٥	٢٠
د	٥٠٠	٦٠٠	٢٠	٣٠

٥- فيما يلي بيانات مفترضة عن العمالة بثلاثة وحدات إنتاجية.

ومطلوب حساب التغير الإجمالي في الأجور وقياس مدي مساهمة تغير هيكل العمالة وتغير معدلات الأجور في إحداث هذا التغير الإجمالي في الأجور.

الوحدات الإنتاجية	عدد العمال		معدلات الأجر	
	في سنة الأساس	في سنة المقارنة	في سنة الأساس	في سنة المقارنة
أ	٣٠٠٠	٦٠٠٠	١٠	١٣
ب	٤٥٠٠	٣٠٠٠	١٢	١٨
جـ	٢٥٠٠	٣٠٠٠	١٥	١٨
الجملة	١٠٠٠	١٢٠٠٠	-	-